

## ЗАМЕЧАНИЯ К ТЕОРИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧЕРЕЗ ЧАСТИЦЫ

Д. Иваненко

Наряду с обсуждением различных возможностей переноса взаимодействия через частицы, подчиняющиеся бозевской или фермиевской статистикам, рассматривается связь дираковского и фермиевского способа описания рождения пар.

Развитие теории  $\beta$ -распада перешло повидимому в новую стадию. Первоначальная фермиевская форма связи тяжелой частицы с полем пи-электронов и нейтрино оказалась недостаточной для объяснения внешнего спектра; формула же Конописского — Уленбека (К — У) с первой производной от нейтринной функции, хотя хорошо согласуется с эмпирикой  $\beta$ -распада, но наталкивается на различные формальные затруднения при введении квантования. Весь комплекс вопросов, связанных с природой ядерных сил, магнитных моментов ядер и теорией ливней Гейзенберга допускает также лишь качественную трактовку. Общий успех теории Ферми позволяет все же нам обсудить здесь ряд случаев проблемы взаимодействия через частицы, что может представить интерес для развития теории.

1. Для того чтобы лучше учесть влияние рода статистики на перенос взаимодействия, возьмем прежде всего случай переноса взаимодействия между двумя (тяжелыми, скажем условно) частицами через (легкие) частицы, подчиняющиеся статистике Бозе. Если легкие частицы подчиняются уравнению Даламбера  $\square\varphi = 0$ , а связь тяжелой частицы с полем легких задается формулой:  $U = e\varphi$ , то, как известно, мы получаем для взаимодействия закон Кулона:  $V = r^{-1}$ . Непосредственным обобщением будет случай, когда волновая функция поля подчиняется уравнению типа релятивистского уравнения 2-го порядка

$$(\square + k_0^2)\psi = 0$$

(где  $k_0 = m_0 c / \hbar$ ). Тогда можно показать, что взаимодействие будет задано законом:  $V = e^2 k r$ . В самом деле, применяя фермиевский метод исключения продольных компонент поля<sup>1)</sup>, или метод подсчета по квантовой электродинамике, мы сможем убедиться, что потенциал взаимодействия совпадает с гравитовской функцией соответствующего уравнения поля [в данном случае  $(\square + k_0^2)\psi$ ]. Применяя, например, дираковский метод квантовой электродинамики, мы получаем во втором приближении искомого закон взаимодействия в виде:

$$V = U_1 \cdot U_2 S + U_2 \cdot U_1 S,$$

1) См. Heitler, Theory of Radiation, стр. 51.

где  $S$  — оператор Шредингера,  $U_1$  — взаимодействие первой,  $U_2$  — взаимодействие второй тяжелой частицы с полем легких. Последнее мы полагаем в виде

$$U = U_1 + U_2 = \sum_{s=1,2} e_s (\psi^+ + \psi^-); \quad (2a)$$

при обычном разложении Фурье для волновой функции

$$\psi = (2\pi)^{-3/2} \int (dk) \{ a(k) e^{-i\epsilon Kt + i\mathbf{k}r} + b^+(k) e^{-i\epsilon Kt - i\mathbf{k}r} \}; \quad (2b)$$

Подчиняя амплитуды Фурье бозевским правилам перестановки

$$a(k) a^+(k') = a^+(k') a(k) + \frac{\hbar c}{2K} \delta(k - k') \text{ и т. д.} \quad (2c)$$

и учитывая начальные условия отсутствия частиц  $a(k) a^+(k) = 0$  и т. д., мы получаем после угловой интеграции

$$V = \frac{1}{2\pi^2} \frac{e_1 e_2}{r} \int_0^\infty \frac{k dk}{k^2 + k_0^2} \sin kr. \quad (3)$$

При  $k_0 = 0$  мы получили бы закон Кулона, теперь же имеем

$$V = \frac{e_1 e_2}{4\pi r} e^{-k_0 r}. \quad (4)$$

Известное блонжевское разложение для гриновой функции<sup>2)</sup> по собственным функциям (в данном случае по компонентам Фурье) содержит в знаменателе собственное значение  $\lambda_k$ , т. е. в данном случае уравнения Шредингера:  $k^2 + k_0^2$ , или для уравнения Даламбера:  $k^2$ ; в формуле (3) (2) в знаменателе стоит оператор  $S$ , эквивалентный умножению на энергию, т. е. на  $K = \sqrt{k^2 + k_0^2}$  или на  $K = k$ . Однако недостающее  $K$  в знаменателе выходит от правил перестановки, также содержащих  $K$  в знаменателе. Таким путем мы видим воспроизведение Гриновой функции в результате сложного квантово-электродинамического подсчета.

Оппенгеймер, основываясь на прежней работе Юкавы, предложил недавно закон вида (4) для взаимодействия нейтрон — протон; здесь однако следует подчеркнуть необходимость бозевской статистики для частиц, переносящих взаимодействие, т. е. в гипотезе Оппенгеймера для "двух тяжелых" частиц Андерсона с  $m \ll m_0$ .

Если мы имеем дело не с вектором, но со скаляром  $\psi$ , а связь с полем должна задаваться временной компонентой четырехвектора, то мы не можем взять закон связи (2a), но, скажем, должны остановиться на формуле типа

$$e \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial \psi^+}{\partial t} \right). \quad (5)$$

В этом случае мы получили бы закон взаимодействия:  $r^{-2}$ , но с множителем, тождественно обращающимся в нуль. Таким образом, единично-кванты скалярного поля, строго говоря, не могут переносить взаимодействия, что формально связано с требованиями калибровочной инвариантности.

Переходя к случаю переноса взаимодействия двумя бозевскими частицами, мы берем закон связи тяжелой частицы с полем пар легких частиц

<sup>2)</sup> См. Курант — Гильберт, Методы математической физики, III, стр. 81.

в виде четвертой компоненты смешанного тока из теории скалярного релятивистского уравнения.

$$U = g' \left( \varphi_2 - \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} - \varphi_1 \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} \right) \text{--- компл. сопр.} \quad (6)$$

Применение квантовой электродинамики для случая, когда  $\varphi$  подчиняются уравнению (1) и правилам перестановки вида (2с), дает во втором приближении взаимодействие:

$$V = \text{const} \cdot r^{-2}, \quad (7)$$

т. е. ту же зависимость от  $r$ , как для фермиевского случая связи с полем антисимметрично квантованных электронно-нейтринных волн:

$$U = g \psi_{\alpha} \varphi_{\alpha}. \quad (8)$$

Хотя связь (6) содержит производные, напоминая поэтому формулу К. — У., но мы не получаем закона взаимодействия  $r^{-3}$ , как в случае К. — У. ибо антисимметричные правила перестановки не содержат в правой части множителя энергии; наличие же  $K$  в знаменателе симметричных правил перестановки (2с) точно компенсирует  $K$ , возникающее в числителе вследствие дифференцирования по времени в (6). Получение (7) совершенно аналогично подсчету в случае Ферми, и мы вынуждены брать точно такие же интегралы с помощью множителя  $e^{-\alpha r}$ ,  $\alpha \rightarrow 0$ .

2. Если частицы, переносящие взаимодействие, подчиняются фермиевской статистике, то требование релятивистской ковариантности уже заставляет нас ввести вторую частицу. В самом деле, из волновой функции описывающей единичную фермиевскую частицу и имеющей спинорный характер, нельзя построить вектора, а значит нельзя получить связь с полем в виде временной компоненты вектора. Если отбросить в сторону нецелесообразный еще случай введения би-спинорного дифференциального оператора, скажем,  $\partial$ , который, действуя на  $\psi_{\alpha}$ , дал бы требуемую четвертую составляющую вектора, то мы приходим, следовательно, независимо от аргументов сохранения, к необходимости допущения *второго* спинора  $\varphi_{\alpha}$ , который можно приписать гипотетической частице нейтринно.

Наиболее простой вывод ядерных сил на основе фермиевской и К. — У. связи получается при применении для электронных и нейтринных волновых функций при вторичном квантовании двойного разложения:

$$\begin{aligned} \psi &\rightarrow \psi_{\text{эл}} + \psi_{\text{поз}}, & \varphi &\rightarrow \varphi_{\text{нейтр}} + \varphi_{\text{анти}} \\ \psi_{\alpha} &= (2\pi)^{-3/2} \int (dk) [a_{\alpha}(k) e^{-i(Kt - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} + b_{\alpha}^{+}(k) e^{i(Kt - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}], \end{aligned} \quad (9)$$

где  $a_{\alpha}(k)$  сопоставлены электронам, амплитуды же  $b_{\alpha}(k)$  — позитронам, аналогичные амплитуды Фурье в разложении нейтринной функции:  $c(k)$  — нейтринно и антинейтринно. Подобные разложения оказались целесообразными при исследовании квантованного уравнения Дирака и построении нейтринной теории света<sup>3)</sup>. При подсчете второго приближения мы совсем наглядно можем отобрать члены, соответствующие испусканию электрона и анти-нейтринно первой тяжелой частицей и поглощению той же пары второй тяжелой частицей, а также выделить члены аналогичного позитронно-нейтринного обмена. Учитывая начальное условие отсутствия легких частиц, мы будем следовательно оставлять лишь члены вида  $aa$ .

<sup>3)</sup> D. Iwanenko und A. Sokolow, Sow. Phys., 11, 590, 1937; A. Sokolow, Sow. Phys., 12, 148, 1937.

$bb^+$ ,  $cc^+$ ,  $dd^+$ . Таким путем, без всякого упоминания о состояниях отрицательной энергии и введения искусственного суммирования по Казимиру мы приходим к следующему выражению взаимодействия между двумя тяжелыми частицами:

$$V = \frac{2\pi g^2}{(2\pi)^3} Q_1 Q_2 \int \int \frac{(dk)(dl)}{k+l} (1 - \cos(kl)) \left\{ e^{-i(k+l)r} + e^{i(k+l)r} \right\} \quad (10)$$

— комплекс. сопр.

При этом связь тяжелых частиц с полем пар электронов (позитронов) — нейтрино задается в первоначальном фермиевском виде:

$$U = \sum_{s=1,2} g_s (\psi^\dagger \alpha Q - \text{с. с.}) \quad (11)$$

где  $Q$  — гейзенберговский оператор превращения: протон — нейтрон,  $s = 1, 2$  обозначает номер тяжелой частицы. Комплексно-сопряженные члены в (10) соответствуют „встречному“ позитронно-нейтринному обмену и дают значение, совпадающее с электронно-антинейтринными членами, что и следовало ожидать по физическим соображениям. Интеграция (10) дает известный результат <sup>4)</sup>:

$$V = \frac{g^2}{\hbar c r^3} \frac{1}{2\pi^2} (Q_1 Q_2 + Q_2 Q_1) \quad (10a)$$

Прежний наш результат <sup>5)</sup> был получен при пренебрежении спиновой зависимостью амплитуд  $a_s(k)$  и т. д., что вводит после суммирования по двум состояниям спина множитель  $(1 - \cos(kl))$ .

Так как закон (10a) дает слишком малые ядерные силы, то были сделаны попытки подсчета с производными, т. е. со связью К.—У. Удовлетворительный результат для ядерных сил получается при введении производных от электронных и нейтринных функций в общей сумме третьего порядка, тогда как эффект первого порядка, т. е. теория  $\beta$ -распада требует производной первого порядка. Интересно заметить, что введение производных в значительной мере эквивалентно гипотезе одновременного с электронным вылета не одного но, скажем, трех (или более) нейтрино. Связь тяжелой частицы с полем легких типа:

$$U \sim g \psi \dot{\varphi}^3 \quad (12)$$

вместо (11) приводит к закону взаимодействия вида

$$V \sim r^{-11}$$

и вообще в значительной мере эквивалентна введению третьей производной по времени от нейтринной функции, т. е. связи  $U \approx g \varphi \partial^3 \varphi / \partial t^3$  (например, для вида спектра). Что касается предложения взять двучленные формулы для связи, например фермиевскую связь вида (11) плюс связь К.—У. с первой производной, то нам представляется неисключенной возможность брать даже не двучленные, но многочленные формулы для связи, причем высшие члены будут содержать производные высшего порядка, или по предыдущему соответствовать испусканию не двух, но четырех, шести и т. д. частиц. Подобное положение вещей было бы весьма аналогично соотношению между борновской и максвелловской теориями. Испускание 2, 3 и т. д.

<sup>4)</sup> См. Ig. Tam m. Sow. Phys. 10, 567, 1936; Ch. Weizsäcker, ZS. f. Phys., 102, 572, 1936.

<sup>5)</sup> D. Iwanenko u. A. Sokolow, ZS. f. Phys. 102, 119, 1935.

фотонов по обычной теории возможно лишь в высших приближениях теории возмущений, тогда как борновская нелинейная теория допускает испускание дивной фотонов в первом приближении теории возмущений, конечно в высших приближениях разложения по  $r_0^2$  или  $1/b^2$ . Представляет заманчивым подобные формулы вида:

$$U \sim g_0 \psi \varphi + g_{01} \psi \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \dots + g_{nm} \frac{\partial^m \psi}{\partial t^m} \frac{\partial^n \varphi}{\partial t^n},$$

или

$$U \sim g_1 \psi \varphi + g_2 \psi \varphi^3 + \dots$$

понимать как разложения по некоторой новой постоянной (которая будет играть роль новой специфической длины или максимальной плотности легких частиц).

3. В заключение мы остановимся на сравнении методов описания появления частиц по дираковской теории позитрона и по фермиевской теории  $\beta$ -распада. Матричный элемент вероятности испускания пары электрон-нейтрино, или электрон — позитрон, или два нейтрино по Ферми имеет вид

$$g \int Z_m^* (\psi^* \varphi) Z_m d\tau$$

(где  $Z$  означает функцию тяжелой частицы,  $\psi, \varphi$  — функции обеих легких частиц). Матричный же элемент вероятности появления пары электрон-позитрон под влиянием внутренней конверсии  $\gamma$ -луча в теории Дирака пишется в виде:

$$\frac{1}{c} \int \psi_{el}^* (vA) \psi_{pos} d\tau.$$

Применяя вторичное квантование для всех частиц, участвующих в данных процессах, мы сотрем различие между испускающими и испускаемыми частицами, так как все частицы будут у нас уничтожаться в начальном состоянии и возникать в конечном. Выражение (15) точно совпадает с формулой для испускания или поглощения фотона, с тем различием, что в данном случае мы отбираем из двойного разложения (9) члены, соответствующие возникновению позитрона и электрона, а не уничтожению электрона в состоянии  $m$  и возникновению его в  $n$  при переходе  $m \rightarrow n$ . Таким образом остается лишь разница в испускании (или поглощении) одной частицы в (15) и двух частиц в (14). Становясь же на точку зрения нейтринной теории света, вектор-потенциал фотона  $A$  следует представить в виде бинарной комбинации нейтринно-антинейтринных волновых функций, что позволит от (15) перейти к (14).

Важно отметить, что, наоборот, возможно от фермиевского вида (15) перейти к (14), увеличивая связь между компонентами испускаемой пары. В самом деле, мы видели выше, что введение производных в значительной мере эквивалентно допущению испускания многих частиц, т. е. при прочих равных условиях, увеличения независимости. Естественно поэтому ожидать, что введение операторов, обратных дифференциальным, т. е. интегральным, даст, наоборот, уменьшение эффективного числа независимых равноценных частиц, т. е. поведет к установлению зависимости между ними, или к специфической „когерентности“. Применяя, например, оператор, обратный даламбертиану к формуле связи Ферми, мы получим взаимодействие тяжелой частицы с легкими частицами, уже более связанными между собой:

$$U = g' \frac{\psi^* \varphi}{\square} \rightarrow g' \int \frac{\psi^* \varphi d\tau}{r_{12}^2 - r_0^2}.$$

сохраняя характер  $U$  как четвертой компоненты вектора, в виду инвариантного характера оператора Даламбера. В (16) как и в (14), легкие частицы могут быть разного типа: электрон — позитрон, или электрон — нейтрино, или нейтрино — антинейтрино, причем удобнее всего интеграл с запаздывающим действием выразить через компоненты Фурье волновых функций. Связь типа (16) дает закон взаимодействия между тяжелыми частицами вида  $r^{-3}$ ; вводя дальнейшую добавочную интеграцию, можно надеяться получить закон  $r^{-1}$  при переносе взаимодействия двумя частицами. Действительно, проведение нейтринной теории света<sup>6)</sup> потребовало допущения аналогичной степени зависимости между двумя нейтрино, которые при полной параллельности их направлений движения (полная „когерентность“) способны образовать фотон: перенос же взаимодействия фотонами дает закон Кулона  $r^{-1}$ .

В случае, если взаимодействие тяжелой частицы с полем пар электронов — позитронов дается формулой вида (16) или (11):

$$U = \frac{e\psi^+\psi}{\square}, \quad U = \psi^+\psi, \quad (16a)$$

мы получаем своеобразную взаимность между фермиевскими и дираковскими формулами, именно: вместо плотности (или тока) тяжелых частиц, сопоставленной переходу  $m \rightarrow n$ :  $\chi_n^+ \chi_m (\chi_n^+ v \chi_m)$  в формуле „фермиевского типа“, мы можем ввести вектор-потенциал  $A$  по уравнению

$$\square A = e\chi^+\chi, \quad A = \frac{e\chi^+\chi}{\square}, \quad (17)$$

т. е. получить под интегралом матричного элемента выражение вида

$$\square A \frac{\psi^+\psi}{\square},$$

или

$$\square A \psi^+\psi.$$

Это отличается от „дираковской“ формулы (15) действием оператора  $\square$  на потенциал. С другой стороны, в дираковской формуле (15) мы можем заменить вектор-потенциал  $A$  через плотность тяжелых частиц (протонов), вызывающих излучение волны с данным вектор-потенциалом по формуле (17a). Тогда мы получим вместо (15) подинтегральное выражение типа

$$\psi^+\psi \frac{\chi^+\chi}{\square}, \quad (18)$$

которое отличается от соответственного фермиевского (16) действием оператора  $\square^{-1}$  не на легкие частицы, но на тяжелые. Вопрос о случаях тождественности дираковских и фермиевских выражений требует однако более детальной дискуссии о природе тяжелых частиц, что выходит за рамки настоящих замечаний. Возможно например, что нейтрон играет роль антипротона; отрицательные же протоны не существуют вовсе. Подчеркнем также, что формулы вида (14), (16) или вида  $K \cdot U$ , могут быть применены к описанию непосредственного испускания пары электрон — позитрон в противоположность испусканию пары по Дираку, под влиянием  $\gamma$ -луча.

Распоряжаясь постоянной  $g$ , мы можем например сделать непосредственное испускание пары более вероятным, или столь же вероятным, как дираковское. К сожалению, неясность экспериментальных данных (несогласие

<sup>6)</sup> А. Соколов, ЖЭТФ, 8, 113, 1938.

результатов Скобельцына и Алихановых) не дает еще возможности уточнить теорию подобного непосредственного испускания. Главным вопросом этой теории является указание случаев тождественности вероятности испускания двух частиц: непосредственного (фермиевского) и дираковского. Одну из таких формул для описания испускания двух частиц (с произвольными или с интегральными операторами) мы можем следовательно, в частности, применить для обсуждавшегося прежде испускания двух нейтрино (Иг. Тамм), или пары: электрон — позитрон. Степень когерентности при этом не обязательно должна совпадать со степенью когерентности в формуле для испускания электрона — нейтрино, т. е. взаимодействие тяжелой частицы с полем пар электронов — позитронов может например иметь вид:

$$g' \psi_{el} \psi_{pos}$$

и то время, как взаимодействие с парами электронов — нейтрино будет в К. — У. содержать первую производную:

$$g' \psi_{el} \partial \psi_{n.} \partial t.$$

Разобранное недавно А. Соколовым испускание пары электрон — позитрон по закону

$$g' \psi_{el} \psi_{pos} \square$$

тоже очевидно является одним из частных случаев.

Подчеркнем наконец, что допущение непосредственного (фермиевского) испускания пары: электрон — позитрон, не тяжелой частицей, но самим электроном приводит к нелинейному волновому уравнению вида:

$$\square D + g(\psi \psi) \psi = 0,$$

а также к возможности образования нелинейных ливней, как было уже нами отмечено прежде<sup>7)</sup>.

Томск.  
Сибирский Физико-технический  
институт

Поступило в Редакцию  
14 декабря 1937 г.

<sup>7)</sup> См. Д. Иваненко и А. Соколов, Труды СФТИ, 4, 67, 1936, № 2.