**Отзыв официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Калачева Глеба Вячеславовича
на тему «О мощностной сложности плоских схем»
по специальности 01.01.09 — «дискретная математика
и математическая кибернетика»**

Диссертация Г. В. Калачева «О мощностной сложности плоских схем» является научным исследованием, относящемуся к одному из разделов дискретной математики и математической кибернетики — сложности алгоритмов. В диссертации изучается сложность вычисления булевых функций и операторов из различных классов плоскими схемами из функциональных элементов. При этом рассматриваются такие меры сложности плоских схем как площадь, глубина, максимальная и средняя мощность.

Площадь и глубина являются традиционными мерами сложности плоских схем, отвечающими за физические размеры и время работы схем. В конце 60-х годов XX века С. С. Кравцов предложил модель плоских схем, которые фактически являются укладками схем их функциональных элементов на плоскости. При этом каждый функциональный элемент занимает на плоскости квадрат единичной площади и для соединения не находящихся рядом функциональных элементов используются последовательности элементов, реализующих тождественные функции. С. С. Кравцов показал, что порядок функции Шеннона площади плоских схем, реализующих булевы функции от n переменных, равен 2^n. Затем А. Альбрехт в установил, что асимптотика функции Шеннона имеет вид $\sigma 2^n$, однако конкретное значение константы σ неизвестно. Позднее площадь плоских схем для некоторых конкретных семейств булевых операторов, а также для класса симметрических булевых функций исследовала Н.А. Шкаликова. В начале 2000-х годов новые методы синтеза плоских схем, оптимизирующие одновременно площадь и глубину, предложил Д. А. Жуков. В частности, он показал, что произвольную частичную булеву функцию можно реализовать плоской схемой с площадью $O(d)$ и глубиной $O(\log d)$, где d — размер области определения частичной функции.

Мощность схем из функциональных элементов определил М. Н. Вайнцвайг в начале 60-х годов XX века. Эта мера сложности равна максимальному количеству элементов схемы, выдающих на выходе единицу, где максимум берется по всем возможным входным наборам, и характеризует электрическую мощность физического устройства, вычисляющего булеву функцию. Вайнцвайг показал, что в зависимости от базиса схемы мощность может быть как линейной, так и экспоненциальной. Позднее О. М. Касим-Заде предложил метод синтеза схем в базисе $\{\vee, \wedge, \neg\}$, имеющих линейную мощность и являющихся асимптотически оптимальными по сложности.

Рассматриваемая диссертационная работа является по видимому первой, в которой изучается мощность плоских схем. Мощность является естественной мерой сложности плоских схем, а ее изучение — логичным развитием перечисленных выше исследований.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

Во введении обосновывается актуальность темы исследований, приводится обзор литературы, даются основные определения и формулируются основные результаты диссертации.

В первой главе доказывается ряд вспомогательных результатов и устанавливаются универсальные нижние оценки мощности.

Во второй главе изучается мощность схем, вычисляющих частичные булевы функции и операторы. В этой главе получен порядок функции Шеннона средней и максимальной мощности плоских схем, реализующих частичные булевы операторы, определенные на областях заданного размера. При этом нижняя оценка доказана с учетом ограничений, которые могут быть наложены на расположение выходов. В частности, показано, что если число выходов существенно больше, чем входов, и все выходы схемы расположены рядом, то нижняя оценка мощности существенно выше, чем мощность оптимальной схемы без ограничений на расположение выходов. При доказательстве верхней оценки построена схема, имеющая оптимальные по порядку мощность, площадь и глубину.

В третьей главе для класса функций с ограниченным числом единиц получена функция Шеннона максимальной мощности в зависимости от ограничений на расположение входов схемы. Функция Шеннона для схем без ограничений является частным случаем этого результата. Из полученных результатов также следует, что для функций с малым числом единиц невозможно построить схему с расположенными рядом входами с мощностью, оптимальной по порядку. В этой главе также получен порядок функции Шеннона средней и максимальной мощности для класса монотонных функций. Как следствие этого результата, а также оценок для частичных булевых операторов, получены порядки функции Шеннона средней и максимальной мощности для всех замкнутых классов булевых функций.

В заключении перечислены основные результаты диссертации и сформулированы возможные направления дальнейших исследований.

В работе нет серьезных недостатков. Однако к содержанию, изложению и оформлению диссертации имеется ряд замечаний.

1. Во введении, при обзоре литературы, не упоминается ряд важных работ,

относящихся к теме диссертации. Среди таких работ следует прежде всего отметить статью 1967 года А. Н. Колмогорова и Я. М. Барздиня «О реализации сетей в трехмерном пространстве» и статью 1994 года А. Е. Андреева «Complexity of Nondetetministic Functions». Также нет упоминаний зарубежных авторов, интенсивно изучавших плоские схемы в 70–80-х годах прошлого века. Это тем более досадно, что в 1990 году вышел русский перевод монографии Дж. Д. Ульмана «Вычислительные аспекты СБИС», в которой плоские схемы рассматриваются достаточно подробно.

2. Не всегда автору удается аккуратно сформулировать мысль или утверждение. Например на с. 6 встречается следующий фрагмент «... в отличие от схем из функциональных элементов, для площади плоских схем известен лишь порядок функции Шеннона, а асимптотика неизвестна. Поэтому в данной работе исследуется именно порядок, а не асимптотика функции Шеннона», в котором автор очевидно хотел объяснить отсутствие асимптотически точных результатов сложностью решаемых в диссертации задач. На 19 и 94 с. в утверждении 2.1, где доказывается, что построенные в теореме 2.6 схемы имеют минимально возможные по порядку площадь и глубину, говорится об оптимальности площади и глубины для булевых операторов.

3. Встречаются опечатки в формулах. Некоторые, как в следствии 1 на с. 18, достаточно безобидны. Другие, как например в доказательстве теоремы 1.2 на с. 27, где перепутаны символы α и β, затрудняют чтение.

Тем не менее следует отметить, что указанные недостатки не носят принципиального характера и никак не снижают общую ценность работы.

Оценивая диссертацию в целом, стоит, прежде всего, отметить актуальность темы и новизну полученных результатов. Представленные в диссертации методы построения плоских схем малой мощности для вычисления булевых функций и булевых операторов из различных классов, методы получения нижних оценок параметров таких схем представляют несомненный интерес как с теоретической, так и с прикладной точки зрения. Результаты диссертации могут найти применение в дальнейших исследованиях в области поиска эффективных вычислительных методов не только в теории булевых функций но и в дискретной математике в целом. Они могут быть интересны специалистам, работающим в МГУ имени М. В. Ломоносова, ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, ННГУ им. Н. И. Лобачевского, ИМ им. С. Л. Соболева СО РАН, КФУ и других научных центрах.

Результаты диссертации являются новыми и снабжены подробными доказательствами.

Все основные результаты диссертации опубликованы в написанных без соавторов 9 научных работах, 6 из которых опубликованы в изданиях, определенных положением о присуждении ученых степеней в МГУ им. М. В. Ломоносова.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертация Г. В. Калачева «О мощностной сложности плоских схем» удовлетворяет всем требованиям, установленным Московским государственным университетом им. М. В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.09 — «дискретная математика и математическая кибернетика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, установленным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова. Оформление диссертации соответствует приложениям №5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Г. В. Калачев заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 — «дискретная математика и математическая кибернетика».

Официальный оппонент:
доктор физико-математических наук,
профессор кафедры дискретной математики
механико-математического ф-та
МГУ имени М. В. Ломоносова
Чашкин Александр Викторович

Контактные данные:
тел.:+7(910)4559768, e-mail: chashkin@inbox.ru
Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:
01.01.09 — «дискретная математика и математическая кибернетика»

Адрес места работы:
119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, МГУ, д.1, Главное здание,
механико-математический факультет
Тел: +7(495)9394268

Подпись сотрудника механико-математического факультета
МГУ имени М. В. Ломоносова А. В. Чашкина удостоверяю:

Вед. спец-т по о/к Морозова Н.Н.