

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационную работу

Аристова Анатолия Игоревича

«Исследование качественных свойств решений некоторых нелинейных уравнений соболевского типа»,

представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 «дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Рецензируемая работа посвящена исследованию ряда нелинейных уравнений в частных производных, где неизвестная функция зависит от вектора пространственных переменных и от времени. Интерес к ним обусловлен тем, что они описывают некоторые физические процессы, в частности, в теории полупроводников и в гидродинамике. Одной из первых работ, в которых рассматривались подобные уравнения, является работа С. Л. Соболева «Об одной новой задаче математической физики», опубликованная в журнале «Известия АН СССР» в 1954 г. В дальнейшем подобные уравнения рассматривались в ряде работ российских и зарубежных математиков.

Диссертация состоит из введения, обзора литературы, семи глав, заключения и библиографии.

Во введении перечислены цели работы, показаны теоретическая и практическая значимость полученных результатов.

Первая глава посвящена выводу уравнений, рассматриваемых в диссертационной работе. Вывод большей части уравнений основан на теории полупроводников, приведены и модели из других сфер.

Вторая глава посвящена исследованию асимптотического поведения решений задачи Коши для некоторых уравнений соболевского типа с нелинейностями второй и третьей степени при больших временах. Даны определения обобщенных решений. При некоторых условиях получены асимптотические разложения решений при $t \rightarrow \infty$. Построено семейство нетривиальных начальных данных, удовлетворяющих сформулированным условиям. Основным математическим аппаратом при исследовании асимптотик явились преобразование Фурье и теория возмущений. Однозначную разрешимость задач можно обосновать с помощью принципа сжимающих отображений.

Следует отметить, что вид асимптотического разложения решений при больших временах в значительной степени зависит от соотношения коэффициентов при лапласиане от неизвестной функции и при самой неизвестной функции. В задачах второй главы предполагалось, что первый из этих коэффициентов был больше второго. Третья глава посвящена исследованию асимптотик решений задач Коши в случае, когда названные коэффициенты равны. При этом рассмотрена нелинейность, являющаяся функцией от зависимой переменной и от независимой пространственной переменной. Дано определение обобщенного решения, обоснована однозначная разрешимость с помощью принципа сжимающих отображений. Для решения построена асимптотическая формула при стремлении времени к бесконечности.

В главах 4-7 исследованы начально-краевые задачи для нелинейных соболевских уравнений. Даны определения обобщенных решений, разрушения и опрокидывания. Под разрушением решения понимается разрешимость задачи лишь на конечном отрезке по времени. Под опрокидыванием решения понимается его стремление к бесконечности (в некоторой норме по пространственным переменным) при стремлении времени к конечной величине. Разрешимость задач, по крайней мере, локально по времени, можно доказать с помощью принципа сжимающих отображений. Основная цель исследований - построить верхние и нижние оценки времени существования решений. Они находятся с помощью энергетических оценок в виде явных, неявных и квадратурных формул. Отметим, что при некоторых условиях задачи разрешимы глобально по времени - в работе даны соответствующие достаточные условия. Уравнения, изучаемые в

четвёртой главе, содержат нелинейности только в стационарной части. В пятой главе уравнения имеют нелинейности и в стационарной части и под знаком производной по времени. В шестой главе рассмотрены уравнения, содержащие не только нелинейности двух названных видов, но и нелокальные по времени члены. Седьмая глава посвящена задаче, имеющей, в отличие от задач из глав 4-6, одномерную независимую пространственную переменную.

Научные результаты работы получены автором лично, являются новыми и строго обоснованными.

В работе активно используются интегральные преобразования, теория возмущений и методы функционального анализа (в частности, теория пространств Соболева).

По диссертации можно высказать следующие замечания.

1. Было бы интересно исследовать асимптотики не только ограниченных, но и разрушающихся решений уравнений.
2. В некоторых задачах, где исследовалось разрушение решений, коэффициенты, входящие в исследуемые уравнения, не зависели от времени. Можно ли в исследования асимптотик включить уравнения с коэффициентами, зависящими от времени?
3. Следовало бы не ограничиваться рассмотрением степенных нелинейностей, а исследовать и разрушение решений с быстрорастущими нелинейностями, как сделано, например, в книге А. Г. Свешникова, А. Б. Альшина, М. О. Корпусова и Ю. Д. Плётнера «Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа», М.: Физматлит, 2007 (с. 573-585).

Приведенные замечания не уменьшают ценности рассматриваемой работы.

В силу изложенного, я считаю, что диссертационная работа А. И. Аристова «Исследование качественных свойств решений некоторых нелинейных уравнений соболевского типа» полностью соответствует специальности 01.01.02 «дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» и удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК к диссертационным работам, выдвигаемым на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук, а диссертант заслуживает присвоения ему искомой ученой степени.

Доктор физико-математических наук, профессор, старший научный сотрудник

Метеорологического Синтезирующего Центра «Восток»

Москва, 115419, 2 Рощинский проезд, д. 8/5, комн. 207

Тел: +7 926 5373182

E-mail: victor.shatalov@msceast.org

Подпись В. Е. Шаталова заверяю

В. Е. Шаталов

В. Е. Шаталов

