ИЗВЕСТИЯ РАН. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА, 2018, № 1, с. 68–76

УДК 532.517.4

О ПОДДЕРЖАНИИ КОЛЕБАНИЙ В ЛОКАЛИЗОВАННЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУКТУРАХ В ТРУБАХ

© 2018 г. Н. В. Никитин*, В. О. Пиманов**

МГУ им. М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт механики, Москва

**e-mail: nvnikitin@mail.ru, **e-mail: pimanov-vladimir@yandex.ru*

Поступила в редакцию 18.04.2017 г.

Численно исследовано решение уравнений Навье–Стокса, по ряду качественных признаков воспроизводящее локализованные турбулентные структуры, возникающие в круглых трубах при переходных числах Рейнольдса. В фазовом пространстве это решение соответствует предельному состоянию решения, эволюционирующего на сепаратрисе, разделяющей области притяжения решений, отвечающих ламинарному и турбулентному течениям. Относительная простота пространственного и временного поведения предельного решения на сепаратрисе позволила провести его подробное исследование. В частности, выявлен нелинейный механизм возникновения продольных вихрей, ответственных за поддержание пристенных полос, неустойчивость которых обеспечивает наличие пульсаций.

Ключевые слова: уравнения Навье–Стокса, прямой расчет, течение в трубах, турбулентные порывы, предельное решение на сепаратрисе, пристенные полосы, продольные вихри.

DOI: 10.7868/S0568528118010073

Известно, что при переходных числах Рейнольдса $\mathrm{Re} \sim 2200$ турбулентность в трубах проявляется перемежающимся образом: области, занятые ламинарным и турбулентным движением, следуют друг за другом, практически не меняя своей протяженности. Существование таких режимов было замечено еще О. Рейнольдсом [1]. В экспериментах [2] установлено, что в различных условиях могут возникать локализованные турбулентные структуры двух разных типов. Структуры первого типа – турбулентные пробки – наблюдаются при $\mathrm{Re} > 3200$ в том случае, когда уровень возмущений в потоке недостаточен для возникновения сплошной турбулентности. Скорость переднего фронта пробки больше скорости заднего, так что пробки увеличивают свою протяженность, перемещаясь вдоль трубы, вовлекая в турбулентное движение окружающую жидкость. Сливаясь вместе, пробки дают начало сплошной турбулентности. Структуры второго типа – турбулентные порывы – возникают при $2000 < \mathrm{Re} < 2700$ при достаточно высоком уровне возмущений во входящем потоке. Двигаясь вниз по трубе, эти структуры сохраняют свою форму и пространственную протяженность практически неизменными. Их длина составляет $20 - 30$ диаметров трубы, скорость перемещения близка к средней скорости потока. Задний фронт порыва отчетливо выражен, в то время как передний его фронт размыт, что отличает турбулентный порыв от турбулентной пробки, в которой и задний и передний фронты выражены одинаково четко. В [3] вводится понятие равновесного порыва, наблюдаемого при $2100 < \mathrm{Re} < 2300$. При меньших Re порывы проявляют тенденцию к спонтанному затуханию. При больших Re возможно деление порыва на два, следующих друг за другом.

Турбулентный порыв представляет собой интересный гидродинамический объект. Его можно рассматривать как своеобразную единицу турбулентности, в которой в локальной форме заключен механизм ее самоподдержания. Несмотря на большое количество работ, посвященных изучению порыва, многие вопросы остаются открытыми. Так, до сих пор до конца не ясны причины, ведущие к пространственной локализации турбулентности, факторы, определяющие скорость перемещения локализованных структур вдоль трубы. Существуют только общие представления о внутренней структуре порыва и механизме его самоподдержания. Остаются неизвестными причины, побуждающие порыв к делению и затуханию.

Исследованию процесса спонтанного деления и затухания турбулентных порывов посвящено множество работ [4–9]. Было показано, что с порывом может быть связано характерное время жизни и характерное время до первого деления. С ростом Re первое характерное время увеличивается, а второе – уменьшается. Согласно [9], число Рейнольдса $\mathrm{Re}^* = 2040$, при котором происходит смена доминирующих тенденций, может быть принято за критическое число Рейнольдса в круглой трубе: при меньших Re порыв скорее успеет затухнуть, чем разделиться, что в перспективе ведет к исчезновению порывов и ламинаризации потока; при больших Re, напротив, порыв, вероятно, успеет разделиться прежде, чем затухнуть, что ведет к росту числа турбулентных порывов и установлению незатухающего турбулентного движения.

Попытки описать внутреннюю структуру турбулентного порыва и механизм его самоподдержания были предприняты в работах [10, 11]. В [10] самоподдержание турбулентного порыва связывается с резким падением скорости на его заднем фронте. Предложено управление, позволяющее ламинаризовать поток при переходных Re. Механизм генерации пульсаций в турбулентном порыве предложен в [11]. Распределение скорости в порыве характеризуется наличием вытянутых вдоль потока полос, внутри которых скорость жидкости выше или ниже среднего значения. Согласно [11], в профиле скорости в области между полосой пониженной скорости и стенкой появляются точки перегиба, в окрестности которых рождаются пульсации в результате неустойчивости типа Кельвина–Гельмгольца. Отметим, что в предложенной в [11] схеме отсутствует объяснение механизма образования полос.

Сегодня при исследовании турбулентных течений наряду с экспериментами лабораторными обращаются к экспериментам численным. В [12] было показано, что турбулентный порыв может быть адекватно воспроизведен в численных расчетах при решении уравнений Навье–Стокса. С тех пор многие работы демонстрируют хорошее совпадение результатов численного моделирования с результатами экспериментов [10]. Вычислительный эксперимент ценен возможностью моделирования не только экспериментально наблюдаемых течений, но и течений, недоступных для эксперимента. Так, в последнее время было найдено множество решений уравнений Навье–Стокса, имеющих регулярное поведение в пространстве и во времени [13]. Наиболее простые примеры из этой серии решений – это нелинейные бегущие волны, периодические вдоль потока и стационарные в некоторой подвижной системе отсчета. Более сложные примеры – решения, периодические по времени в подвижной системе отсчета. Несмотря на относительную простоту, эти решения воспроизводят некоторые качественные черты реально наблюдаемых турбулентных течений. Все решения такого вида неустойчивы и не могут наблюдаться в эксперименте, однако они могут быть рассчитаны и детально исследованы численно.

В [14] численно найдено решение уравнений Навье–Стокса, которое воспроизводит ряд характерных свойств турбулентного порыва, но имеет более простую форму и динамику. В фазовом пространстве это решение соответствует предельному состоянию решения, эволюционирующего на сепаратрисе, разделяющей области притяжения решений, отвечающих ламинарному и турбулентному режимам течения. Предельное решение на сепаратрисе описывает локализованную в пространстве структуру, перемещающуюся вдоль трубы с постоянной скоростью. В подвижной системе отсчета оно оказывается периодическим по времени, что позволяет провести его детальное исследование. Изучение модельного порыва, описываемого решением на сепаратрисе, в частности, выявление механизмов, ответственных за возникновение и поддержание колебаний, может быть полезным для определения механизмов поддержания колебаний в турбулентных порывах, а также и в других пристенных турбулентных течениях.

В предыдущей работе авторов [15] дано описание внутренней структуры модельного порыва и приведено его сравнение с турбулентным порывом. Результаты подтверждают и уточняют выводы, сделанные в [11]. Как и в турбулентном порыве, в модельном порыве можно выделить полосы повышенной и пониженной скорости, являющиеся ключевым элементом цикла его самоподдержания. Пульсации возникают в результате линейной неустойчивости полос, однако область их генерации расположена не между полосой замедления и стенкой, как предполагалось в [11], а между соседними полосами замедления и ускорения. Были выделены продольные вихри, ответственные за возникновение полос за счет перераспределения жидкости в нормальной к основному потоку плоскости. В настоящей работе приводятся новые результаты, объясняющие механизм образования продольных вихрей, связанный с нелинейным взаимодействием пульсаций.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Рассматривается движение вязкой несжимаемой жидкости в прямой трубе круглого сечения. Уравнения Навье–Стокса решаются в цилиндрической системе координат (x, r, θ) с условием прилипания на стенке трубы и условием периодичности вдоль трубы с периодом L_x. Ищутся решения с дополнительным условием π-периодичности по углу и условием симметрии относительно диаметрального сечения $\theta = 0$. Расчетная область, таким образом, составляет четверть трубы в угловом направлении: $0 \leq \theta \leq \pi / 2$.

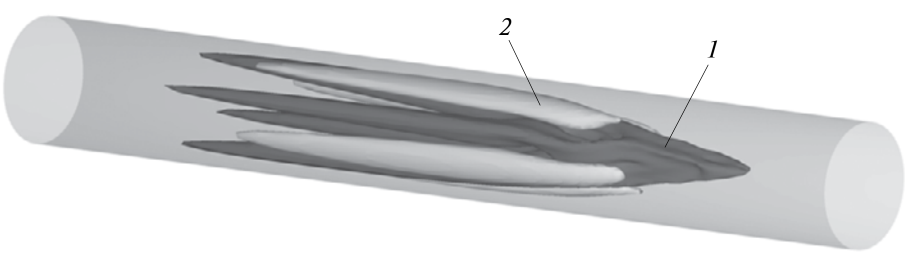
Задача решается численно методом [16], совмещающим конечно-разностную аппроксимацию по пространственным переменным и полунеявный метод Рунге–Кутты третьего порядка интегрирования по времени [17]. Для решения при числе Рейнольдса $\mathrm{Re} = 2200$ ($\mathrm{Re} = UR/\nu$, U – максимальная скорость в течении Пуазейля, R – радиус трубы, ν – кинематическая вязкость жидкости) и длине расчетной области $L_x = 120R$ используется сетка размером $1024 \times 40 \times 32$ точек в продольном, радиальном и угловом направлениях соответственно. Обоснование адекватности используемой сетки и других алгоритмических параметров дано в [15].

В настоящей работе исследуется предельное решение на сепаратрисе, разделяющей области притяжения решений, отвечающих ламинарному и турбулентному течениям. Итерационный алгоритм получения таких решений описан в [14, 15, 18]. Ламинарное течение в круглой трубе устойчиво к малым возмущениям, поэтому для выхода на турбулентный режим требуется возмущение некоторой конечной амплитуды. Варьируя амплитуду начального возмущения, можно добиться того, что решение на протяжении определенного отрезка времени будет находиться на сепаратрисе, то есть балансировать в некотором промежуточном состоянии перед окончательным поворотом в сторону ламинарного или турбулентного решения. Уточняя начальную амплитуду и увеличивая время балансирования на сепаратрисе, удается приблизиться к предельному решению, свойства которого не изменяются при дальнейшей эволюции.

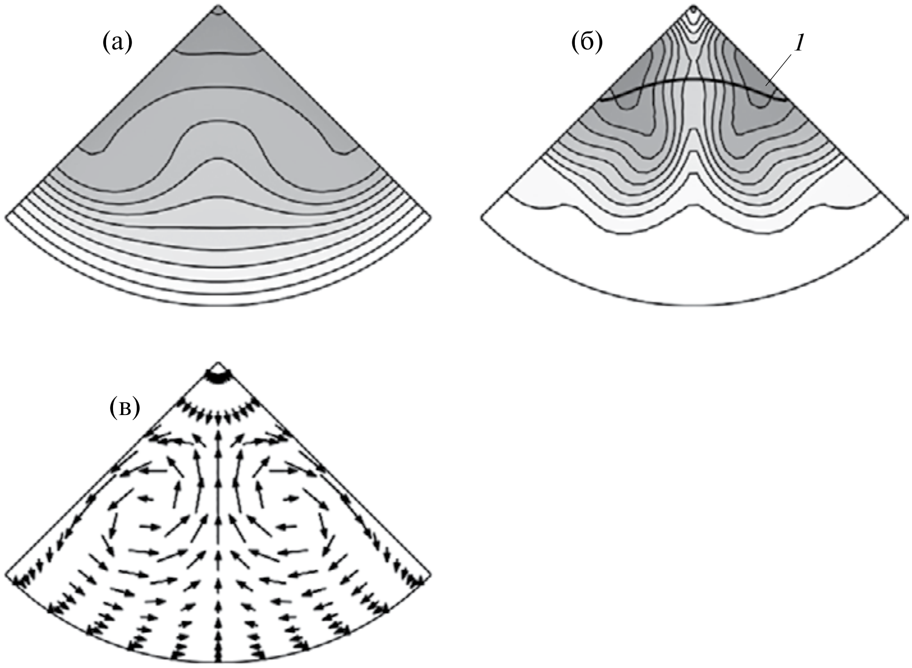
2. СВОЙСТВА МОДЕЛЬНОГО ПОРЫВА

В [15] показано, что при рассматриваемых условиях предельное решение на сепаратрисе локализовано в пространстве, имеет длину около $40R$ и перемещается вдоль трубы с близкой к $0.69U$ скоростью. В подвижной системе отсчета оно является периодическим по времени с периодом около $60R/U$. Характерным свойством решения является наличие вытянутых вдоль потока областей с повышенным и пониженным значением продольной компоненты скорости, чередующихся в угловом направлении (см. фиг. 1). Полосы повышенной скорости целиком расположены около стенки трубы, полосы замедления соединяются в единое целое в приосевой области вблизи переднего фронта. Наличие вытянутых вдоль потока полос ускоренного и замедленного движения – характерное свойство любого пристенного турбулентного течения. Однако, в отличие от реальной турбулентности, где полосы случайно блуждают во времени и в пространстве, в рассматриваемом решении полосы сохраняют свое положение и форму, лишь слегка искажаясь периодическими колебаниями. По аналогии с турбулентным порывом, локализованное решение на сепаратрисе будем именовать модельным порывом.

При исследовании модельного порыва будем пользоваться подвижной системой отсчета, в которой течение периодично по времени. Разделим поле скорости $\mathbf{v} = (v_x, v_r, v_\theta)$ на стационарную $\mathbf{V} = (V_x, V_r, V_\theta) = \langle \mathbf{v} \rangle$ и пульсационную $\mathbf{v}' = (v'_x, v'_r, v'_\theta) = \mathbf{v} - \mathbf{V}$ составляющие. Стационарная составляющая получается осреднением по времени на периоде колебаний, что обозначается угловыми скобками. На фиг. 2, а приведено распределение продольной компоненты скорости стационарной составляющей течения V_x в сечении трубы, в котором амплитуда колебаний



Фиг. 1. Мгновенное распределение продольной скорости в модельном порыве. *1, 2* – изоповерхности $-0.1U$ и $+0.1U$ относительно ламинарного течения; направление потока слева направо



Фиг. 2. Течение в модельном порыве в сечении с максимальным уровнем пульсаций: а – продольная скорость стационарной составляющей, б – амплитуда пульсаций скорости, в – поперечное движение стационарного течения: на кривой (*1*) скорость течения совпадает с фазовой скоростью пульсаций

достигает максимального значения. Полоса пониженной скорости попадает в центр расчетной области $\theta = \pi/4$, а полосы ускорения находятся на её границах при $\theta = 0$ и $\pi/2$.

Пульсационная составляющая движения сосредоточена в компактной, длиной около $10R$, области в передней части порыва. Напомним, что длина всего порыва составляет около $40R$. Пульсации представляют собой бегущую вниз по течению волну. Ее длина и фазовая скорость несколько меняются вдоль трубы, но их можно оценить в $5R$ и $0.77U$ соответственно. Таким образом, в подвижной системе отсчета фазовая скорость волны положительна и близка к $0.08U$. Распределение амплитуды пульсаций скорости по сечению трубы представлено на фиг. 2, б. Как показано в [15], пульсации возникают в результате линейной неустойчивости стационарной составляющей течения. Линеаризованные уравнения для пульсационной составляющей имеют растущее собственное решение, которое воспроизводит форму пульсационной составляющей движения и период ее изменения во времени. Отметим, что течение в модельном порыве не соответствует картине генерации колебаний, предложенной в [11]: максимальные колебания наблюдаются не в области между полосой замедления и стенкой, а ближе к полосам ускорения.

Полосы в распределении продольной скорости возникают как результат так называемого "лифт-ап"-эффекта. Он связан с наличием в среднем поле скорости вторичного течения, перемещающего жидкость в нормальной к основному потоку плоскости. Поле скорости вторичного течения $(0, V_r, V_\theta)$ в сечении, соответствующем фиг. 2, а, б, изображено на фиг. 2, в. Поперечное движение может быть ассоциировано с продольными вихрями. В расчетную область попадает пара таких вихрей противоположного знака. Они располагаются между полосами повышенной и пониженной скорости рядом с областью возникновения пульсаций. Там, где вихри переносят медленную жидкость от стенки трубы в основной поток, формируется полоса пониженной скорости (в центре расчетной области). В смежных областях, где жидкость из приосевой области перемещается вихрями по направлению к стенке, возникают полосы повышенной скорости. Амплитуда поперечного движения в стационарном течении не превышает $0.03U$, но ее достаточно для поддержания выраженного полосчатого распределения продольной скорости. Стационарное поперечное движение сконцентрировано в области небольшой протяженности, совпадающей с областью существования пульсаций, в передней части порыва. В этой области происходит формирование полос, которые затем вблизи стенки трубы выносятся вверх по течению и постепенно сглаживаются под действием вязкости.

3. МЕХАНИЗМ ОБРАЗОВАНИЯ ПРОДОЛЬНЫХ ВИХРЕЙ

Продольные вихри в стационарной составляющей движения возникают в результате нелинейного взаимодействия пульсаций. Это, в частности, подтверждается фактом совпадения областей концентрации продольных вихрей и пульсаций вдоль трубы. Прояснить процесс формирования продольных вихрей позволяет анализ уравнения, описывающего эволюцию продольной завихренности:

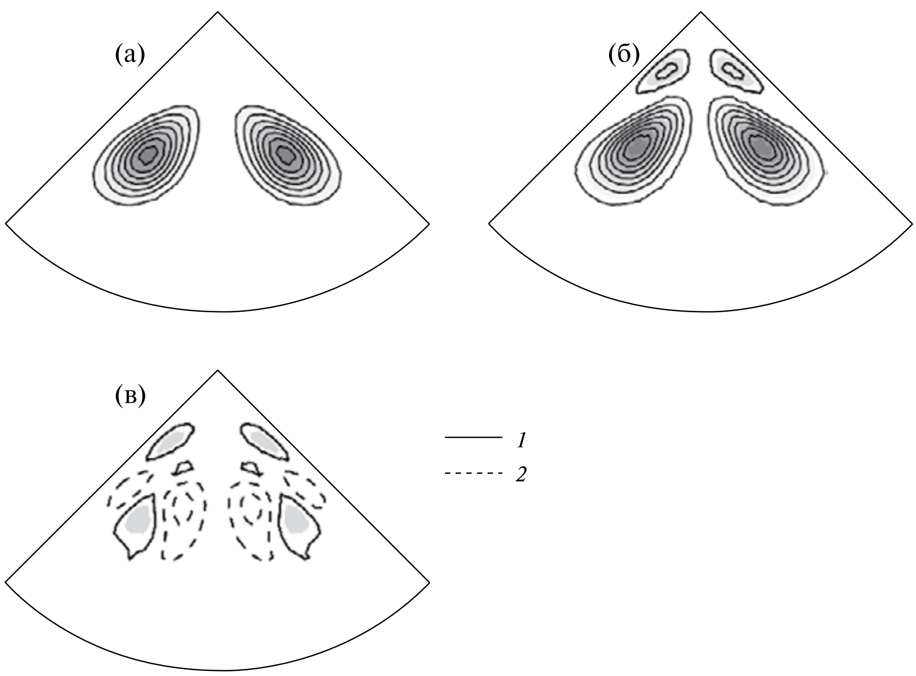
$$\frac{\partial \omega_x}{\partial t} - \nu\nabla^2\omega_x = -(\mathbf{v} - \mathbf{c},\nabla)\omega_x + (\boldsymbol{\omega},\nabla)v_x \tag{3.1}$$

где $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x,\omega_r,\omega_\theta) = \mathrm{rot}\,\mathbf{v}$ – вектор завихренности, $\mathbf{c}$ – скорость перемещения системы отсчета. Уравнение для стационарной составляющей продольной завихренности получается после осреднения (3.1) по времени

$$\frac{\partial \Omega_x}{\partial t} - \nu\nabla^2\Omega_x = -(\mathbf{V} - \mathbf{c},\nabla)\Omega_x + (\boldsymbol{\Omega},\nabla)V_x - \left\langle(\mathbf{v}',\nabla)\omega_x'\right\rangle + \left\langle(\boldsymbol{\omega},\nabla)v_x'\right\rangle \tag{3.2}$$

где $\boldsymbol{\Omega} = (\Omega_x,\Omega_r,\Omega_\theta)$ и $\boldsymbol{\omega}' = (\omega_x',\omega_r',\omega_\theta')$ – средняя и пульсационная составляющие вектора завихренности. В правой части (3.2) первая пара членов описывает изменение продольной завихренности за счет конвективного переноса и деформации вихревых линий осредненного течения, а вторая пара выражает порождение средней завихренности пульсационным движением. При отсутствии пульсаций продольная завихренность постепенно исчезает под действием вязкости. В рассматриваемом течении система находится в равновесии и стационарная продольная завихренность во времени не меняется. Вязкие диссипация и диффузия компенсируются генерацией завихренности членами в правой части (3.2).

Для выявления определяющих механизмов генерации средней продольной завихренности удобнее рассмотреть уравнение эволюции квадрата Ω_x, получающееся домножением всех членов (3.2) на $2\Omega_x$. Положительный или отрицательный знак у полученных таким образом выражений в правой части уравнения показывает соответственно положительный или отрицательный вклад этого члена в изменение Ω_x^2, а следовательно, и в интенсивность поперечного движения. Распределение Ω_x^2 по сечению трубы представлено на фиг. 3, а. В большей части сечения трубы средняя продольная завихренность близка к нулю. Область концентрации Ω_x расположена между полосами повышенной и пониженной скорости вблизи области максимальной амплитуды пульсаций (см. фиг. 2, б).



Фиг. 3. Распределение по сечению трубы Ω_x^2 (а), вклад в производство Ω_x^2 слагаемых, соответствующих выделенным в (3.3), (б) и остальных слагаемых в правой части (3.2) (в): *1* – положительные значения, *2* – отрицательные

При анализе уравнения (3.2) обнаружено, что два слагаемых в правой части, а именно

$$-\left\langle v_x' \frac{\partial \omega_x'}{\partial x} \right\rangle + \left\langle \omega_x' \frac{\partial v_x'}{\partial x} \right\rangle \tag{3.3}$$

вносят определяющий вклад в производство средней продольной завихренности. Соответствующее сумме (3.3) распределение в уравнении для Ω_x^2 представлено на фиг. 3, б, а вклад остальных слагаемых правой части (3.2) показан на фиг. 3, в. Распределение генерации Ω_x^2 выделенными в (3.3) членами практически совпадает по форме с распределением Ω_x^2, тогда как вклад остальных членов не имеет выраженного распределения и более чем на порядок уступает по суммарному вкладу в генерацию Ω_x^2. Таким образом, нет сомнения в том, что стационарные продольные вихри возникают в основном за счет действия выделенной в (3.3) пары слагаемых.

Отметим, что пульсации, соответствующие старшей собственной функции линейной задачи об устойчивости среднего стационарного течения, также демонстрируют приведенный выше механизм образования стационарных продольных вихрей. Важно, что это наблюдается только в том случае, когда при анализе устойчивости учитываются как продольная, так и поперечная составляющие среднего течения. Принято считать, что поперечное движение, определяя угловую неоднородность в распределении продольной скорости среднего течения, не может существенным образом влиять на свойства его устойчивости вследствие незначительности своей амплитуды. Поэтому при исследовании линейной устойчивости подобных течений, например, полосчатых структур в турбулентных потоках, наличие поперечного движения обычно не принимается во внимание. В нашем случае пренебрежение поперечным движением приводит к тому, что стационарное течение оказывается линейно устойчивым. Что еще более важно, наименее затухающее возмущение не воспроизводит при этом описанный механизм формирования продольных вихрей. Это связано с тем, что форма пульсаций продольной завихренности ω_x' качественно меняется, хотя пульсации продольной скорости v_x' сохраняют свою форму практически неизменной. Тем самым нарушается согласованность v_x' и ω_x', необходимая для обеспечения нужного вклада выражения (3.3) в производство продольной завихренности.

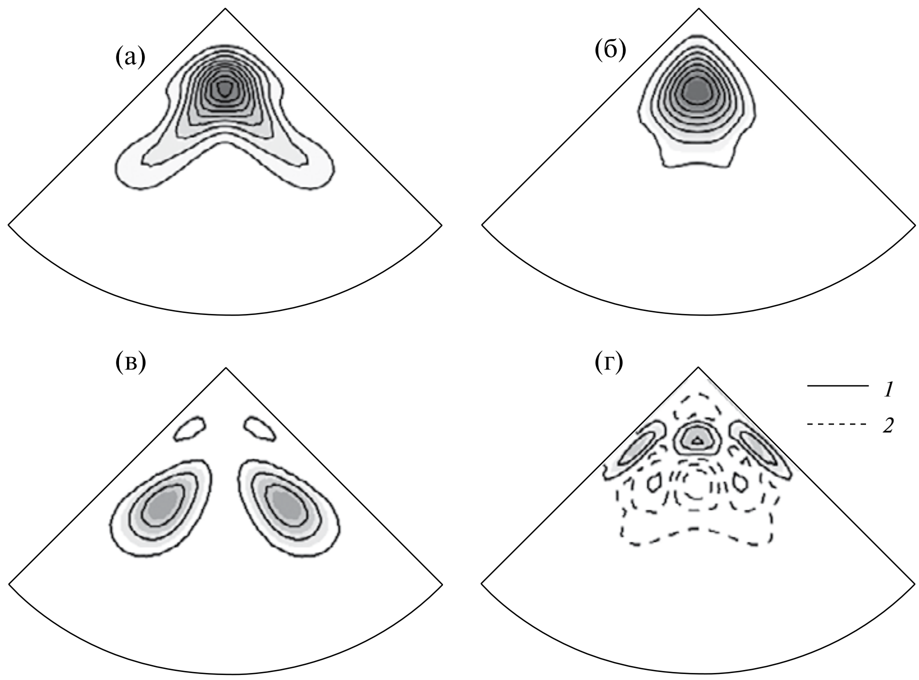
Каждое из двух слагаемых в (3.3) дает примерно половину общего вклада в производство средней продольной завихренности. Это значит, в частности, что колебания $\partial v_x'/\partial x$ и ω_x' положительно коррелированы в области концентрации положительной Ω_x и отрицательно коррелированы в области концентрации отрицательной Ω_x. То же относится и к колебаниям $-v_x'$ и $\partial\omega_x'/\partial x$. Расчет соответствующих коэффициентов корреляции показывает, что они близки к ± 1 в соответствующих областях. Для выявления механизма формирования такой связи между пульсациями продольных компонент скорости и завихренности рассмотрим уравнение эволюции ω_x', получающееся вычитанием (3.2) из (3.1):

$$\begin{gathered}\frac{\partial \omega_x'}{\partial t} - \nu\nabla^2\omega_x' = -(\mathbf{V}-\mathbf{c},\nabla)\omega_x' - (\mathbf{v}',\nabla)\Omega_x + (\boldsymbol{\Omega},\nabla)v_x' + (\boldsymbol{\omega}',\nabla)V_x - \\ -(\mathbf{v}',\nabla)\omega_x' + (\boldsymbol{\omega}',\nabla)v_x' + \left\langle(\mathbf{v}',\nabla)\omega_x'\right\rangle - \left\langle(\boldsymbol{\omega}',\nabla)v_x'\right\rangle\end{gathered} \tag{3.4}$$

На практике, удобнее работать с уравнением, описывающим изменение среднего квадрата пульсаций продольной завихренности $\left\langle\omega_x'^2\right\rangle$, получающимся умножением на $2\omega_x'$ каждого из слагаемых в (3.4) и последующим осреднением по времени. Как и раньше, осреднение по времени производится в подвижной системе отсчета. Слагаемые в этом уравнении не зависят от времени, сумма слагаемых в правой части балансируется вязким членом в левой части. Как и в предыдущем случае, среди всех слагаемых правой части удается выделить существенные, ответственные за возникновение пульсаций ω_x'.

Распределение $\left\langle\omega_x'^2\right\rangle$ по сечению трубы с максимальным уровнем пульсаций изображено на фиг. 4, а. Основные пульсации ω_x' наблюдаются в центре расчетной области около оси трубы. На месте расположения продольных вихрей также присутствуют пульсации ω_x', но меньшей интенсивности. В остальной части трубы их амплитуда близка к нулю. Обнаружено, что за генерацию пульсаций ω_x' в центральной части трубы и на месте продольных вихрей отвечают два разных механизма. Первый дает пульсации большей амплитуды, однако, за возникновение стационарных продольных вихрей ответственны пульсации, производимые вторым механизмом, так как именно они оказываются согласованными с пульсациями v_x' нужным образом.

Первый механизм формирования ω_x' связан с наличием нормальных к стенке вихрей в пульсационной составляющей движения. Можно провести аналогию между неустойчивостью, возникающей на полосе замедления, и неустойчивостью в следе за телом. Пульсационная составляющая



Фиг. 4. Распределение среднего квадрата пульсаций продольной завихренности (а), вклад в производство $\left\langle \omega_x'^2 \right\rangle$ слагаемых (3.5) (б), слагаемого (3.6) (в) и суммы остальных слагаемых правой части (3.4) (г): *1* – положительные значения, *2* – отрицательные

движения напоминает дорожку Кармана. В ней можно выделить последовательность нормальных к стенке вихрей чередующегося знака, двигающихся вниз по полосе пониженной скорости. Им соответствуют области повышенной амплитуды пульсаций радиальной завихренности ω_r'. Между полосой замедления и осью трубы имеется значительный радиальный градиент продольной скорости $\partial V_x \,/\, \partial r$. В его присутствии нормальные к стенке вихри поворачиваются так, что приобретают продольную составляющую ω_x'. Кроме того, наличие радиального градиента $\partial V_x \,/\, \partial r$ связано с наличием угловой завихренности $\Omega_\theta = \partial V_r / \partial x - \partial V_x / \partial r$. Радиальная пульсационная завихренность $\omega_r' = \partial v_x' / r\, \partial\theta - \partial v_\theta' / \partial x$ за счет первого из слагаемых поворачивает стационарные угловые вихри так, что те также приобретают пульсационную продольную составляющую. В уравнении (3.4) за описанный механизм отвечают слагаемые:

$$\frac{\partial \omega_x'}{\partial t} = \omega_r' \frac{\partial V_x}{\partial r} + \frac{\Omega_\theta}{r} \frac{\partial v_x'}{\partial \theta} + \ldots \tag{3.5}$$

Несмотря на то, что выделенные в (3.5) слагаемые имеют противоположные знаки и в значительной степени компенсируют друг друга при сложении, их вклад в производство ω_x' значителен (см. фиг. 4, б). Они определяют форму пульсаций ω_x' в области между полосой замедления и осью трубы, где пульсации ω_x' достигают наибольшего значения. Эти пульсации, однако, практически не участвуют в образовании стационарной составляющей продольной завихренности. Это объясняется тем, что колебания ω_x', рождающиеся в результате описанного механизма, близки по фазе к колебаниям v_x', так что сомножители каждого из слагаемых в выражении (3.3) оказываются в противофазе и при осреднении дают близкие к нулю значения.

Второй механизм образования пульсаций продольной завихренности ω_x' связан с перераспределением уже существующей стационарной продольной завихренности Ω_x за счет пульсационной составляющей продольной скорости v_x' (эффект сжатия/растяжения вихревых линий). В уравнении (3.4) за описываемый механизм отвечает слагаемое

$$\frac{\partial \omega_x'}{\partial t} = \Omega_x \frac{\partial v_x'}{\partial x} + \ldots \tag{3.6}$$

Выделенное в (3.6) слагаемое стремится произвести пульсации ω_x', пропорциональные $\partial v_x' / \partial x$, что обеспечивает наибольшую эффективность образования Ω_x посредством их нелинейного взаимодействия. Важно, что коэффициентом пропорциональности в (3.6) выступает значение средней продольной завихренности, таким образом, механизм включается именно в областях концентрации Ω_x. При этом производимые пульсации ω'_x положительно пропорциональны пульсациям $\partial v'_x/\partial x$ при $\Omega_x > 0$ и отрицательно пропорциональны при $\Omega_x < 0$, что обеспечивает максимально возможную эффективность производства средней продольной завихренности нужного знака посредством второго из слагаемых выражения (3.3). Очевидно, что пульсации $-v'_x$ и $\partial\omega'_x/\partial x$ в этом случае также согласованы нужным образом, так что первое слагаемое (3.3) близко по значению ко второму.

На фиг. 4, в приведен вклад выделенного в (3.6) слагаемого в производство $\left\langle\omega_x'^2\right\rangle$. Нет сомнения, что именно это слагаемое определяет форму пульсаций в области существования продольных вихрей между полосами повышенной и пониженной скорости. Суммарный вклад других слагаемых правой части (3.4), не попавших на фиг. 4, б, в, изображен на фиг. 4, г. Эти слагаемые не имеют существенного значения в процессе генерации ω'_x, их суммарный вклад не превышает нескольких процентов.

Описанный механизм генерации пульсаций продольной завихренности проявляется в области, где фазовая скорость волны, соответствующей пульсационной составляющей течения, близка по значению к локальной продольной скорости среднего течения (см. фиг. 2, б). На удалении от точки генерации пульсаций, где фазовая скорость волны существенно отличается от средней скорости, выделенный в (3.6) механизм генерации ω'_x практически не работает. Это объясняется тем, что в системе отсчета, связанной с волной, образующаяся посредством механизма (3.6) ω'_x сносится вдоль трубы средним течением. При этом теряется согласованность фаз между $\partial v'_x/\partial x$ и ω'_x, что делает ее рост невозможным.

Описанный механизм генерации пульсаций продольной завихренности объясняет необходимость учета поперечного движения при исследовании устойчивости стационарного течения. Пренебрежение связанной с поперечным движением Ω_x делает невозможным генерацию ω'_x в форме, необходимой для сохранения поперечного движения, а следовательно и всего процесса самоподдержания пульсаций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено численное исследование модельного порыва, сохраняющего ряд характерных свойств турбулентного порыва, но имеющего более простую форму и динамику. Как было показано ранее [15], в модельном порыве выделяются стационарные полосы повышенной и пониженной скорости, вытянутые вдоль стенки трубы. Полосы образуются под действием стационарных продольных вихрей, которые формируются в результате нелинейного взаимодействия нестационарных пульсаций, возникающих из-за неустойчивости полосчатого движения. В настоящей работе выявлены определяющие элементы нелинейного механизма образования продольных вихрей. Таким образом, определены все элементы цикла самоподдержания колебаний внутри модельного порыва.

Установлено, что пульсации продольной скорости вызывают появление пульсаций продольной завихренности, согласованных с пульсациями продольной скорости таким образом, что их нелинейное взаимодействие усиливает продольные вихри. Продольные вихри формируются на месте возникновения пульсаций, между полосами повышенной и пониженной скорости, оказываясь расположенными наиболее удачным образом для поддержания существования этих полос.

Пульсации возникают в результате линейной неустойчивости полосчатого течения и могут быть воспроизведены в рамках линеаризованных уравнений. Решения линейной задачи устойчивости также воспроизводят описанный выше механизм поддержания продольных вихрей, но только в том случае, когда в исследуемом на устойчивость течении учтено не только продольное, но и поперечное движение, индуцируемое этими вихрями.

Полосчатые структуры являются неотъемлемой частью всех сценариев самоподдержания пристенной турбулентности. Можно рассчитывать, что определенный в работе механизм генерации продольных вихрей имеет отношение к более широкому классу пристенных турбулентных течений.

Работа выполнена на базе суперкомпьютерного комплекса МГУ при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 17-01-00140-“а” и № 16-31-00522-“мол-а”).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Reynolds O.* An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels // Phil. Trans. Royal Society. 1883. V. 174. P. 935–982.
2. *Wygnanski I., Champagne F.* On transition in a pipe. Part 1. The origin of puffs and slugs and the flow in a turbulent slug // J. Fluid Mech. 1973. V. 59. P. 281–335.
3. *Wygnanski I., Sokolov M., Friedman D.* On transition in a pipe. Part 2. The equilibrium puff // J. Fluid Mech. 1975. V. 69. P. 283–304.
4. *Peixinho J., Mullin T.* Decay of turbulence in pipe flow // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96. № 9. P. 094501.
5. *Hof B., Westerweel J., Schneider T.M., Eckhardt B.* Finite lifetime of turbulence in shear flows // Nature. 2006. V. 443. P. 59–62.
6. *Willis A.P., Kerswell R.R.* Critical behavior in the relaminarization of localized turbulence in pipe flow // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 98. P. 014501.
7. *Hof B., De Lozar A., Kuik D.J., Westerweel J.* Repeller or attractor? Selecting the dynamical model for the onset of turbulence in pipe flow // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 101. P. 214501.
8. *Kuik D.J., Poelma C., Westerweel J.* Quantitative measurement of the lifetime of localized turbulence in pipe flow // J. Fluid Mech. 2010. V. 645. P. 529–539.
9. *Avila K., Moxey D., de Lozar A., Avila M., Barkley D., Hof B.* The onset of turbulence in pipe flow // Science. 2011. V. 333. P. 192–196.
10. *Hof B., De Lozar A., Avila M., Tu X., Schneider T.M.* Eliminating turbulence in spatially intermittent flows // Science. 2010. V. 327. P. 1491–1494.
11. *Shimizu M., Kida S.* A driving mechanism of a turbulent puff in pipe flow // Fluid Dynamics Res. 2009. V. 41. P. 045501.
12. *Priymak V., Miyazaki T.* Direct numerical simulation of equilibrium spatially localized structures in pipe flow // Phys. Fluids. 2004. V. 16. № 12. P. 4221–4234.
13. *Kawahara G., Uhlmann M., Van Veen L.* The significance of simple invariant solutions in turbulent flows // Ann. Rev. Fluid Mech. 2012. V. 44. P. 203–225.
14. *Avila M., Mellibovsky F., Roland N., Hof B.* Streamwise-localized solutions at the onset of turbulence in pipe flow // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110. P. 224502.
15. *Никитин Н.В., Пиманов В.О.* Численное исследование локализованных турбулентных структур в трубах // Изв. РАН. МЖГ. 2015. № 5. С. 64–75.
16. *Nikitin N.* Finite-difference method for incompressible Navier-Stokes equations in arbitrary orthogonal curvilinear coordinates // J. Comput. Phys. 2006. V. 217. № 2. P. 759–781.
17. *Nikitin N.* Third-order-accurate semi-implicit Runge-Kutta scheme for incompressible Navier-Stokes equations // Int. J. Numer. Meth. Fluids. 2006. V. 51. № 2. P. 221–233.
18. *Skufca J.D., Yorke J.A., Eckhardt B.* Edge of chaos in a parallel shear flow // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96. P. 174101.