Метод оценки дидактической сложности некоторых вопросов школьного курса математики

The Method of the Didactic Complexity Estimation of Some Issues of the School Mathematics Course

Получено 15.10.2017 Одобрено 22.10.2017 Опубликовано 25.12.2017 УДК 37.02:5 DOI: 10.12737/article_5a1bfbb1937bf0.02416614

Р.В. МАЙЕР,
заслуженный деятель науки Удмуртской Республики, д-р пед. наук, доцент, профессор кафедры физики и дидактики физики, ФГБОУ ВО «Глазовский государственный педагогический институт имени В.Г. Короленко», г. Глазгов

e-mail: robert_maier@mail.ru

R.V. MAYER,
Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Department of Physics and Physics Didactics, Glazov Korolenko State Pedagogical Institute, Glazov

e-mail: robert_maier@mail.ru

Аннотация

Сложность учебного материала пропорциональна времени (или количеству слов), требующемуся для объяснения этого материала ученику с заданным уровнем знаний. Для оценки сложности некоторых вопросов школьного курса математики использовались метод разложения операций на элементарные действия и метод парных сравнений, а также проводился контент-анализ параграфов учебника. При этом учитывались: объем параграфа; количество математических символов в формулах; количество новых понятий, не входящих в заданный уровень знаний; информационные объемы их определений. В результате оценки дидактической сложности 27 параграфов школьного курса математики установлено, что за время обучения в школе сложность вопросов по математике возрастает примерно в 150–200 раз.

Ключевые слова: дидактика, квалиметрия, математические методы, парные сравнения, педагогическая экспертиза, сложность, теория обучения, учебник.

Abstract

The complexity of an educational material is proportional to time (or quantity of words), which is necessary for an explanation of this material to the schoolchild with the given level of knowledge. For the estimation of the complexity of some issues of the mathematics school course the method of decomposition of operations on elementary actions, the pair comparisons method were used, and the content-analysis of some paragraphs of textbook was carried out. Thus it was taken into account: the information volumes of the paragraph; the quantities of mathematical symbols in the formulas; the quantities of the new terms which are not included in given level of knowledge; the information volumes of their definitions.As a result of the estimation of the didactic complexity of the 27 paragraphs of the school mathematics course we established: during training at school the complexity of issues on mathematics grows approximately in 150-200 times.

Keywords: didactics, qualimetry,mathematical methods, pair comparisons, pedagogical expert operation, complexity,theory of training, textbook.

Развитие методики преподавания, совершенствование учебников и учебных пособий, создание математических и компьютерных моделей дидактических систем требуют оценки дидактических характеристик различных элементов учебного материала (ЭУМ). В связи с этим немалый интерес представляет собой проблема оценки дидактической сложности (ДС) различных вопросов школьного курса математики.

Оценка ДС находится на стыке **следующих научных направлений**:

- оптимизация учебников (Я.А. Микк [5]);
- измерение сложности решения учебной задачи (Г.А. Балл [1], А.В. Гидлевский [2]);
- формирование мыслительных операций у старшеклассников (Н.Н. Поспелов, И.Н. Поспелов);
- применение метода контент-анализа для оценки сложности учебных текстов (Р.В. Майер [3, 4]);
- «свертывание» и «развертывание» знаний и операций (С.И. Шапиро [9]).

Цель настоящего исследования состоит в разработке метода оценки сложности различных вопросов школьного курса математики и ответе на вопрос: во сколько раз увеличивается сложность учебного материала по мере обучения в школе? В его основе лежат системный подход [6], методология мягких систем [8], математические методы в гуманитарных исследованиях, семантический подход к измерению информации [10].

Проблемой оценки сложности ЭУМ занимались различные исследователи [1, 2, 5]. Так, А.М. Сохор [5] для оценки сложности текста делил понятия на знакомые (житейские) и незнакомые (научные). К знакомым были отнесены понятия, которым в учебнике не дается определений. Из текста выписывались все незнакомые для ученика понятия, которые вводятся в учебнике, и тут же записывались их определения. Так поступают до тех пор, пока в определениях не останутся только знакомые понятия. Количество записанных определений показывает информационную глубину текста. Г.А. Балл, обсуждая проблему оценки сложности и трудности учебных задач в [1], ввел понятия интегральной и дифференциальной трудности, а также коэффициента сложности, который пропорционален среднему времени выполнения операции данного вида. Используя алгоритмический подход, он определял сложность задачи как сумму коэффициентов сложности последовательно выполняемых операций [1].

Разложим школьный курс математики на отдельные ЭУМ, совпадающие с параграфами учебников. Каждый ЭУМ соответствует доказательству некоторого утверждения или решению определенного класса задач и предусматривает изучение некоторой теории, овладение определенной последовательностью интеллектуальных действий. Учебный текст содержит формулы и рисунки и является многомерным объектом, характеризующимся большим количеством величин. Поэтому проблема оценки и сравнения ДС различных ЭУМ достаточно сложна и может быть решена различными способами [3, 11].

С практической точки зрения важно, чтобы дидактическая сложность была связана с какими-то **объективными характеристиками учебного процесса**; ими могут быть:

- время изучения соответствующего ЭУМ;
- количество слов, которое должен произнести учитель, чтобы объяснить данный ЭУМ;
- плотность учебной информации с учетом степени свернутости и формализации.

Последняя характеристика хороша тем, что не зависит от объема ЭУМ и тесно связана с уровнем математической подготовки школьников; ее среднее значение возрастает по мере обучения в школе.

В рамках используемой теоретической модели **сложность конкретного ЭУМ зависит от**:

- объема ЭУМ, т.е. минимального количества слов, которые нужно произнести (операций, которые следует выполнить), чтобы объяснить данный ЭУМ (решить соответствующую задачу);
- уровня абстрактности, количества математических символов, формул и объектов, изображенных на рисунках;
- степени свертывания информации, которая характеризуется долей новых понятий (операций), выражающихся через простые понятия (элементарные операции).

При свертывании учебной информации и выполняемых операций происходит их аналитико-синтетическая переработка; это приводит к повышению плотности информации, усвоению терминов, имеющих высокую информационную емкость, автоматическому выполнению более сложных операций. Примерами свертывания информации является использование математических символов вместо понятий «функция», «аргумент», «производная», «интеграл», применение операций умножения, деления, дифференцирования, интегрирования и т.д. Чем выше степень свертывания информации, а значит, и ее плотность, тем больше ДС рассматриваемого ЭУМ.

Оценить ДС ЭУМ по абсолютной величине не так просто, легче определить во сколько раз один ЭУМ сложнее другого. Для этого удобно использовать метод парных сравнений. Предположительно ДС различных ЭУМ из первого и 11-го классов отличаются в десятки или сотни раз, поэтому их неудобно сравнивать непосредственно. Однако возможно сопоставить ЭУМ из первого класса с ЭУМ из второго, ЭУМ из второго класса с ЭУМ из третьего и т.д.; при этом получится последовательность ЭУМ, соседние элементы которой отличаются незначительно. Это позволит сравнить между собой все ЭУМ школьного курса математики и ответить на вопрос во сколько раз ЭУМ из 11-го класса сложнее, чем ЭУМ из 5-го класса. Пятикласснику невозможно объяснить, что такое производная или интеграл, однако можно представить, как учитель дает объяснение этого понятия одиннадцатикласснику, а затем объясняет данный вопрос, используя понятия, известные ученику десятого класса, затем объясняет то же самое на уровне девятого класса и т.д. Количество слов в таком объяснении с учетом определений новых понятий пропорционально сложности оцениваемого ЭУМ.

Определение сложности путем разложения ЭУМ на отдельные операции

На уроках математики в 1–8-х классах школьники изучают различные операции с числами, решают уравнения и другие задачи, сводимые к выполнению некоторого алгоритма, определенной последовательности элементарных действий. Сложность алгоритма определяется числом составляющих его операций и пропорциональна времени исполнения. Поэтому для оценки ДС того или иного ЭУМ следует учитывать количество элементарных действий, которое необходимо совершить, чтобы решить соответствующую задачу. В младших классах на каждом уроке математики ученики решают большое количество однотипных задач; показателем сложности ЭУМ является плотность учебной информации D_i в одной типовой задаче. Для определения минимального $S_{\min}$ и максимального $S_{\max}$ значений ДС нами также использовался метод парных сравнений, заключающийся в сопоставлении различных ЭУМ друг с другом. При этом анализировалось учебное пособие для поступающих в вузы [7], содержащее краткое и системное изложение всех вопросов школьного курса математики.

Содержание некоторых ЭУМ и приблизительные значения их ДС приведены ниже:

1. Сложение однозначных натуральных чисел (0–9): $3 + 5 = 8$. Отсчитывают и выкладывают три счетные палочки, к ним добавляют пять палочек. Пересчитывают количество счетных палочек, ответ: восемь. Сложность $S = 1$.

2. Вычитание однозначных натуральных чисел (0–9): $9 - 4 = 5$. Выкладывают девять счетных палочек, убирают четыре. Ответ: пять. Сложность $S = 1{,}1 - 1{,}3$.

3. Сложение двузначных натуральных чисел: $26 + 53 = 79$. Складывают по отдельности единицы и десятки с учетом переноса единицы в старший разряд. Ученики должны уметь считать до 100. Сложность $S = 2{,}3 - 2{,}7$.

4. Умножение однозначных натуральных чисел (0–9): $5 \cdot 7 = 35$. Находят сумму пяти семерок, результат равен 35. Средняя сложность $S = 4 - 5$.

5. Умножение двузначных натуральных чисел (10–99): $23 \cdot 46 = 1058$. Числа 23 и 46 записывают столбиком, 23 умножают на 6, затем 23 умножают на 4, добавляют 0. Результаты складывают. Сложность $S = 9 - 11$.

6. Деление трехзначного числа на двузначное столбиком: $378/14 = 27$. Подбирают целое $x_1 = 2$ так, чтобы $x_1 \cdot 14 = 28$. Вычитают $37 - 28 = 9$. Сносят 8, получается 98. Подбирают целое $x_2 = 7$ так, чтобы $x_2 \cdot 14 = 98$. Сложность $S = 12 - 14$.

7. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями: $13/67 + 24/67 = 37/67$. Общая черта дроби, числители складывают. Сложность $S = 4{,}2 - 4{,}9$.

8. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями: $12/5 + 2/7 = 94/35$. Первую дробь умножают на 7, вторую — на 5. Числители складывают, знаменатели одинаковые. Четыре умножения, одно сложение. Сложность $S = 14 - 18$.

9. Деление обыкновенных дробей: $(3/5) : (6/8) = 24/30$. Вторую дробь переворачивают; числители и знаменатели перемножают. Сложность $S = 7 - 9$.

Результаты приблизительной оценки граничных значений $S_{\min}$ и $S_{\max}$ дидактической сложности 15 ЭУМ из курса математики представлены в табл. 1. Из нее следует, что за время обучения в 1–8-х классах сложность изучаемых вопросов (ЭУМ) возрастает в 35–45 раз.

Оценка сложности ЭУМ методом контент-анализа

ЭУМ, изучаемые в старших классах, содержат сложные термины и логические рассуждения. Поэтому для оценки их ДС следует использовать другой подход, состоящий в анализе соответ-

Таблица 1

Приблизительная оценка сложности некоторых ЭУМ (1–8 классы)

	Название параграфа (ЭУМ)	$S_{\min}$	$S_{\max}$
1	Сложение натуральных чисел 0-9	1	1
2	Вычитание натуральных чисел 0-9	1,1	1,3
3	Сложение двузначных натуральных чисел	2,3	2,7
4	Умножение однозначных натуральных чисел	4	5
5	Умножение двузначных натуральных чисел	9	11
6	Деление трезначного натурального числа на двузначное	12	14
7	Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями	4,2	4,9
8	Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями	14	18
9	Деление обыкновенных дробей	7	9
10	Умножение рациональных чисел	18	22
11	Уравнения первой степени	22	26
12	Система линейных уравнений с двумя переменными	40	48
13	Квадратный корень преобразование	32	40
14	Решение полного квадратного уравнения. Вывод формул	41	49
15	Функция. Области определения и значений. График	33	41

ствующего учебного текста, подсчете слов-маркеров, математических символов, новых понятий и т.д. Под **информационным объемом** V_i i-того ЭУМ будем понимать минимальное количество значимых слов, которые необходимо произнести, чтобы передать всю информацию, заключенную в данном ЭУМ.

Для его определения:

- заменяют текст ЭУМ T_0 эквивалентным текстом T_1 минимальной длины, содержащим ту же информацию;
- заменяют рисунки и формулы их словесным описанием минимальной длины T_2, T_3, T_3, … либо перечисляют все изображенные объекты и символы;
- подсчитывают количество слов в текстах T_1, T_2, T_3, ….

Для измерения **приведенного информационного объема** W_i выбранного ЭУМ следует:

- задать уровень знаний (или систему понятий, усвоенных учеником), относительно которого определяется ДС;
- выписать определения новых понятий, использующихся в данном ЭУМ, которые ученику неизвестны, а также подсчитать количество их использований;
- умножить количества слов в определениях новых понятий на число их использований, и все эти произведения сложить с V_i.

В нашем случае уровень Z зададим так: ученик владеет арифметическими операциями с действительными числами, знает понятия «координатная плоскость», «квадрат числа», «модуль». Понятия «степень», «корень», «логарифм», «предел» и т.д. ученику неизвестны.

В качестве примера оценим сложность следующего текста:

«Определенный интеграл на участке [a; b] находится так:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{N\to\infty} \sum_{i=1}^{N} f(x_i)\Delta x, \Delta x = (b-a)/N,$$

где f(x) — подынтегральная функция; a и *b — пределы интегрирования».*

Заменим его словесным описанием: *«Определенный интеграл на участке [a; b] находится так: интеграл от a до b от функции f(x) по dx равен пределу суммы N произведений значений функции от x_i на Δx при N, стремящемся к бесконечности. Приращение Δx равно b минус a, деленное на N. Здесь f(x) — подынтегральная функция, a и b — пределы интегрирования».* Его информационный объем $V = 43$ слова. Расшифруем понятия «интеграл», «предел», «функция»: *«Интеграл — сумма бесконечно большого числа бесконечно малых величин. Интеграл равен площади криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции, осью абсцисс, пределами интегрирования a и b. Предел функции при x, стремящемся к A, равен B, если при $x \to A$ разность $f(x) - B$ стремится к нулю. Функция — зависимость переменной y от аргумента x, при котором каждому значению аргумента соответствует не более одного значения функции. Аргумент — независимая переменная x».* Объем определений — 58 слов. Приведенный информационный объем рассматриваемого текста $W = 101$ равен общему количеству значащих слов и символов в тексте и определениях. Так как $W > V$, то имеет место свертывание информации. Для первого ЭУМ «Сложение натуральных чисел» из таблицы 1 $W_1 = V_1$, свертывание информации отсутствует.

Предлагаемый метод оценки ДС сложных ЭУМ состоит из **следующих этапов:**

1) определить объем V_i i-го ЭУМ, для этого подсчитать количество значимых слов, включая математические символы и объекты, изображенные на рисунках. Формулы и рисунки заменить краткими текстами, передающими содержащуюся в них информацию;

2) для i-го ЭУМ выписать новые (относительно уровня Z) понятия, подсчитать их количество P_i. Для каждого понятия определить число использований $n_{i,r}$($r = 1, 2, …, P_i$) написать определение и установить его объем $v_{i,r}$ в словах;

3) определить суммарный объем всех пояснений, складывая произведения $v_{i,r}$ $n_{i,r}$. Найти приведенный объем W_i по формуле

$$W_i = V_i + \sum_{r=1}^{P_i} v_{i,r} n_{i,r} =$$
$$V_i + v_{i,1}n_{i,1} + v_{i,2}n_{i,2} + ... + v_{i,P_i}n_{i,P_i}.$$

4) подсчитать количество M_i — математических символов, входящих в ЭУМ, и вычислить коэффициент формализации, показывающий, какую часть от общего объема ЭУМ V_i составляет «формульная» информация: $K_i^{\Phi} = M_i/V_i$ $(0 \le K_i^{\Phi} \le 1)$;

5) для определения степени свернутости информации K_i следует приведенный объем W_i сложить с числом математических символов Mi, умноженных на весовой коэффициент a, и разделить на общий объем текста: $K_i^{\Phi} = (W_i + aM_i/V_i$ $(K_i^{\Phi} \le 1)$. Чем больше новых понятий и символов в тексте, тем выше степень свернутости информации;

6) для каждого i-го ЭУМ рассчитать количество информации $I_i = W_i K_i^c (1 + bK_i^ф)$. Плотность учебной информации может рассматриваться как характеристика сложности соответствующего ЭУМ.

Весовые множители a и b позволяют регулировать степень влияния коэффициентов свернутости K_i и формализации $K_i^ф$ на величины I_i и D_i

Как показали расчеты, выполненные в Excel, варьирование a и b в пределах 1–3 приводит к изменению I_i, но существенно не отражается на отношениях D_i/D_j. Поэтому будем считать, что $a = b = 1$.

Результаты оценки ДС некоторых ЭУМ из учебного пособия [7] представлены в таблице 2, которая **содержит столбцы:**

1) номер по порядку i;
2) название параграфа (ЭУМ);
3) объем V_i ЭУМ в словах;
4) число математических символов M_i в формулах;
5) приведенный объем W_i i-го ЭУМ;
6) коэффициент свернутости информации K_i^c;
7) коэффициент формализации $K_i^ф$;
8) количество новой информации I_i в условных единицах относительно выбранного уровня Z;
9) плотность учебной информации D_i, характеризующая ДС ЭУМ;
10) нижняя граница сложности $S_{\min}$ после согласования с табл. 1;
11) верхняя граница сложности $S_{\max}$.

Рассмотрим пятый ЭУМ «Предел функции, его свойства» (см. табл. 2). Общий объем, включая математические символы и объекты, изображенные на рисунках $V_5 = 309$ слов. Используются новые (по отношению к уровню Z) понятия: «функция» ($v_{5,1} = 18$, $n_{5,1} = 26$), «предел» ($v_{5,2} = 40$, $n_{5,2} = 21$), «график» ($v_{5,3} = 33$, $n_{5,3} = 1$), «степень» ($v_{5,4} = 2$, $n_{5,4} = 38$). Формулы содержат $M_5 = 192$ символа, приведенный объем $W_5 = 1726$. Таблица 2 содержит коэффициенты K_5^c и $K_5^ф$, количество учебной информации I_5 и ее плотность D_5. Чтобы согласовать данные в таблицах 1 и 2, умножим все D_i на один и тот же коэффициент: $S_i = 11{,}7D_i$; границы сложности ЭУМ из конца таблицы 1 примерно соответствуют $S_{\min} = 0{,}9S_i$ и $S_{\max} = 1{,}1S_i$ и из начала табл. 2. Хотя результаты имеют погрешность ±10%, можно утверждать, что за время обучения в школе сложность учебного материала по математике возрастает в 150–200 раз. Из таблицы 2 также видно, что наибольшую степень свернутости информации имеют ЭУМ «Первообразная. Неопределенный интеграл» и «Свойства определенного интеграла». Высокий коэффициент формализации имеют ЭУМ «Производные элементарных функций», «Определение дифференциала и его свойства», «Формула Тейлора», «Квадратичная функция». Расхождение в оценках ЭУМ «Решение полного квадратного уравнения» в таблицах 1 и 2 объясняется тем, что в табл. 1 учитывается обоснование формул для нахождения корней уравнения, а в табл. 2 — нет.

Выводы

Определение ДС простых ЭУМ может быть осуществлено путем разложения сложных операций на элементарные действия, а также методом парных сравнений. Для сложных ЭУМ, изучаемых в старших классах, учебный текст следует дополнить определениями новых (относительно заданного уровня) понятий и затем подсчитать количество слов и математических символов. ДС характеризуется плотностью учебной информации, которая зависит от степени

Таблица 2

Результаты оценки сложности некоторых ЭУМ (8–11 классы)

i	Название параграфа (ЭУМ)	V_i	M_i	W_i	K_i^c	$K_i^ф$	I_i	D_i	S_{min}	S_{max}
1	Квадратный корень, его преобразования	329	113	663	2,36	0,34	1043	3,17	33	41
2	Решение полного квадратного уравнения	231	89	315	1,75	0,39	560	2,42	25	31
3	Аргумент и численное значение функции	219	20	710	3,33	0,09	797	3,64	38	47
4	Квадратичная функция	249	183	443	2,51	0,73	1086	4,36	46	56
5	Предел функции, его свойства	309	192	1726	6,21	0,62	3110	10,1	106	129
6	Логарифмическая функция ее свойства	300	185	2415	8,67	0,62	4203	14,0	147	180
7	Определен производн. функции в точке	249	172	1516	6,78	0,69	2854	11,5	120	147
8	Производные элементарных функций	268	264	1891	8,04	0,99	4278	16,0	168	205
9	Определение дифференциала, свойства	227	169	1271	6,34	0,74	2512	11,1	116	142
10	Формула Тейлора	319	250	1923	6,81	0,78	3876	12,2	128	156
11	Задача о площади криволин. трапеции	210	120	442	2,68	0,57	883	4,21	44	54
12	Первообразная, неопределен. интеграл	257	158	2458	10,18	0,61	4224	16,4	173	211
13	Определенный интеграл	321	193	2032	6,93	0,60	3563	11,1	117	143
14	Свойства определенного интеграла	315	218	3093	10,51	0,69	5602	17,8	187	228
15	Определение дифференц. уравнения	251	117	1729	7,35	0,47	2706	10,8	113	138

свернутости и формализации. В результате оценки 27 ЭУМ по математике из различных классов установлено, что их ДС за время обучения в школе возрастает в 150–200 раз. В частности, получается, что ЭУМ «Квадратный корень и его преобразования» в три-четыре раза сложнее ЭУМ «Умножение двузначных натуральных чисел», а ЭУМ «Свойства определенного интеграла» в три с половиной — пять раз превышает ДС ЭУМ «Квадратичная функция». Это можно интерпретировать так: представим себе гипотетического ученика, поступившего в школу, который способен запоминать и усваивать всю сообщаемую ему информацию без повторения, закрепления и перерывов на отдых (что невозможно, так как обучение школьника должно происходить поэтапно и включает в себя не только объяснения учителя, но и закрепление изученного материала). Для того чтобы объяснить ему ЭУМ «Квадратный корень», потребуется в три-четыре раза больше времени (слов или усилий), чем для того, чтобы научить его умножать двузначные натуральные числа. Применяемые в настоящей работе методы являются эвристическими и не допускают строгого обоснования [8]; их правильность проверяется соответствием результатов педагогической практике.

Список литературы

1. *Балл Г.А.* Теория учебных задач: Психолого-педагогический аспект [Текст] Г.А. Балл. — М.: Педагогика, 1990. — 184 с.
2. *Гидлевский А.В.* Исчисление трудности дидактической задачи [Текст] / А.В. Гидлевский // Вестник Омского университета. — 2010. — № 4. — С. 241–246.
3. *Майер Р.В.* Контент-анализ школьных учебников по естественно-научным дисциплинам [Электронный ресурс]: монография. — Глазов: Глазов. гос. пед. ин-т, 2016. ISBN 978-5-93008-224-1. — URL: http://maier-rv.glazov.net
4. *Майер Р.В.* Оценка уровня абстрактности изложения материала в школьных учебниках по естественным наукам [Текст] / Р.В. Майер // Стандарты и мониторинг в образовании. — 2017. — № 1. — С. 58–63. DOI 10.12737/24530
5. *Микк Я.А.* Оптимизация сложности учебного текста: В помощь авторам и редакторам [Текст] / Я.А. Микк. — М.: Просвещение, 1981. — 119 с.
6. *Новосельцев В.И.* Теоретические основы системного анализа [Текст] / В.И. Новосельцев [и др.]. — М.: Майор, 2006. — 592 с.
7. Универсальный современный справочник школьника: 5–11 классы [Текст]. — М.: ЗАО «БАО-ПРЕСС», ООО «ИА РИПОЛ КЛАССИК», 2004. — 1296 с.
8. *Флегонтов А.В.* Мягкие знания и нечеткая системология гуманитарных областей [Текст] / А.В. Флегонтов, В.А. Дюк, И.К. Фомина // Программные продукты и системы. — 2008. — № 3.
9. *Шапиро С.И.* От алгоритмов — к суждениям (Эксперименты по обучению элементам математического мышления) [Текст] / С.И. Шапиро. — М.: Советское радио, 1973. — 288 с.
10. *Шрейдер Ю.А.* Системы и модели [Текст] / Ю.А. Шрейдер, А.А. Шаров. — М.: Радио и связь, 1982. — 152 с.
11. *Mayer R.* Thecomplexityassessment of conceptions and educational texts on natural scientific disciplines // ICERI2016 Proceedings. 9th International Conference of Education, Research and Innovation. Seville (Spain), 2016. Pp. 6078–6088.

References

1. Ball G.A. *Teoriya uchebnykh zadach: Psikhologo-pedagogicheskiy aspect* [Theory of learning tasks: Psychological and pedagogical aspects]. Moscow, Pedagogika Publ., 1990. 184 p.
2. Gidlevskiy A.V. Ischislenie trudnosti didakticheskoy zadachi [Calculation of difficult didactic problems]. *Vestnik Omskogo universiteta* [Bulletin of Omsk University]. 2010, I. 4, pp. 241–246.
3. Mayer R.V. *Kontent-analiz shkol'nykh uchebnikov po estestvenno-nauchnym distsiplinam* [Content analysis of school on natural–scientific disciplines textbooks]. Glazov, Glazov.gos. ped. in–t Publ., 2016. ISBN 978-5-93008-224-1. Available at: http://maier-rv.glazov.net
4. Mayer R.V. Otsenka urovnya abstraktnosti izlozheniya materiala v shkol'nykh uchebnikakh po estestvennym naukam [Assessment of the level of abstraction of the presentation of the material in school textbooks on natural Sciences]. *Standarty i monitoring v obrazovanii* [Standards and monitoring in education]. 2017, I. 1, pp. 58–63. DOI 10.12737/24530
5. Mikk Ya.A. *Optimizatsiya slozhnosti uchebnogo teksta: V pomoshch' avtoram i redaktoram* [Optimization of the complexity of educational texts: a guide for authors and editors]. Moscow, Prosveshchenie Publ., 1981. 119 p.
6. Novosel'tsev V.I. *Teoreticheskie osnovy sistemnogo analiza* [Theoretical bases of analysis in the system]. Moscow, Mayor Publ., 2006. 592 p.
7. *Universal'nyy sovremennyy spravochnik shkol'nika: 5–11 klassy* [A comprehensive modern Handbook student 5-11 classes]. Moscow, ZAO "BAO-PRESS" Publ., OOO "IA RIPOL KLASSIK" Publ., 2004. 1296 p.
8. Flegontov A.V., Dyuk V.A., Fomina, I.K. Myagkie znaniya i nechetkaya sistemologiya gumanitarnykh oblastey [Soft knowledge and fuzzy systemology humanitarian fields]. *Programmnye produkty i sistemy* [Software products and systems]. 2008, I. 3.
9. Shapiro S.I. *Ot algoritmov — k suzhdeniyam (Eksperimenty po obucheniyu elementam matematicheskogo myshleniya)* [From algorithms for judgments (experiments for teaching the elements of mathematical thinking)]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1973. 288 p.
10. Shreyder Yu.A., Sharov A.A. *Sistemy i modeli* [Systems and models]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1982. 152 p.
11. Mayer R. The complexity assessment of conceptions and educational texts on natural scientific disciplines // ICERI2016 Proceedings. 9th International Conference of Education, Research and Innovation. Seville (Spain), 2016. pp. 6078–6088.