Очередь: кинетические и практические аспекты

И.А.ЛЕЕНСОН, А.П.ОСИПОВ,
Московский государственный университет,
кафедра химической кинетики

Вопрос о времени, которое научные сотрудники проводят в очереди за обедом, представляет значительный интерес [1], Недавно в литературе появились сообщения на данную тему. Как отмечает автор одной из работ [2], с практической точки зрения наиболее важно определить время пребывания в очереди ее n-го члена. Однако трудность учета случайных факторов не позволила автору дать точное математическое решение поставленной задачи и должным образом согласовать теорию с экспериментальными данными. В настоящей работе предпринята попытка дать более подробное математическое описание проблемы с учетом ряда таких факторов. Результаты нашей работы позволяют, в частности, объяснить феноменальное явление, когда человек в очереди движется не вперед, к кассе, а назад.

Приступим к изложению теории. Скорость движения к кассе стоящего в очереди n-го ее члена можно записать как

$$V = -\frac{dn}{dt} = K_к - K_н - K_{зн}n, \qquad (I)$$

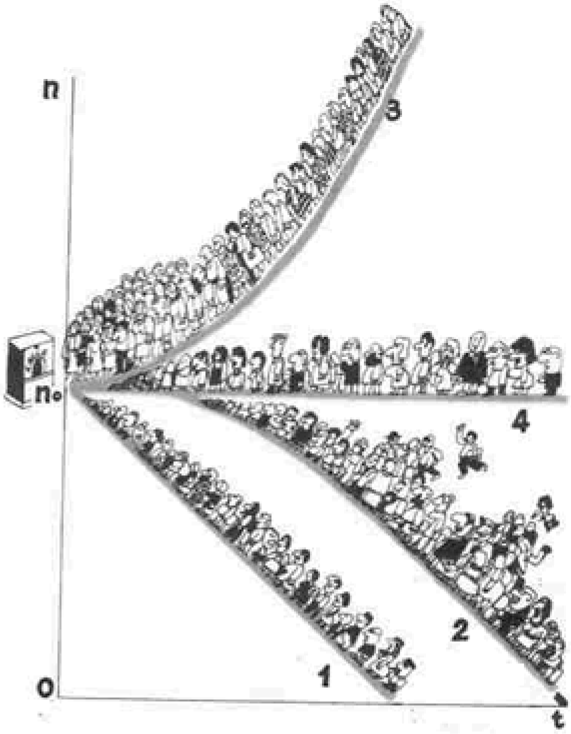
где $K_к$—константа, учитывающая скорость работыкассирши, $K_{эн}$ — константа знакомств (член $-K_{эн}n$ соответствует уменьшению скорости за счет тех, кто ищет в очереди знакомых; вероятность найти знакомого пропорциональна длине очереди). Наконец, константа Кн учитывает тех, кто вначале ест и потом платит без очереди, а также знакомых кассирши.

Интегрируя исходное дифференциальное уравнение (I), получаем зависимость величины очереди от времени:

$$n = (K_к - K_н)/K_{зн} - [(K_к - K_н)/K_{зн} - n_o]\, e^{K_{зн}t}, \qquad (II)$$

где n_o — исходное число людей в очереди при t=0. Уравнения (I) и (II) напоминают кинетические выражения для цепных разветвленных реакций [3]. Это означает, что существуют условия, при которых рост очереди идет со взрывной скоростью.

Для наглядности приведем графическую иллюстрацию. Если никто не пристраивается к знакомым (например, в ГУМе, где вероятность найти знакомого в очереди практически отсутствует и $K_{эн}=0$), мы будем двигаться в очереди равномерно со скоростью $V=K_к—K_н$ (кривая 1). Если же очередь выстроилась в учреждении, где много знакомых, то процесс будет определяться соотношением величин n_o и $(K_к—K_н)/K_{зн}$. При $(K_к—K_н)/K_{эн} > n_o$ мы будем двигаться вперед с возрастающей скоростью в соответствии с кривой 2:



чем ближе к кассе, тем меньше шансов, что впереди кто-то пристроится без очереди. Чтобы узнать время, затраченное на прохождение пути до кассы, надо в уравнение (II) подставить n=0 и решить его относительно t:

$$t = \frac{1}{K_{зн}} \ln \frac{K_к - K_н}{K_к - K_н - K_{зн} n_0} \quad (III)$$

При $(K_к — K_н)/K_{эк} < n_o$ мы будем, также с возрастающей скоростью, удаляться от кассы (кривая 3), так как кассирша работает медленнее, чем растет очередь благодаря знакомым. В результате такого процесса мы скоро окажемся за пределами столовой и здания, в котором находится столовая; рассмотрение нашего поведения в подобных случаях в задачу авторов не входит.

В редко встречающемся случае $(K_к - K_н)/K_{ан} = n_o$ мы будем стоять на месте (кривая 4), довольствуясь лишь тем, что для стоящих сзади справедливо предыдущее условие (см. кривую 3) и они один за другим исчезают из поля зрения.

Проверка предложенной теории была проведена нами в одной из столовых МГУ. Получены следующие значения констант:

$K_к$=2,2 чел-мин$^{-1}$; $K_{зн}$=0,1 мин$^{-1}$; $K_н$= =0,2 чел-мин$^{-1}$. Если в очереди, например, 15 человек, то, согласно (III), вы дойдете до кассы за время

$$t = \frac{1}{0,1} \ln \frac{2,2 - 0,2}{2,2 - 0,2 - 0,1 \cdot 15} \approx 14 \text{ мин};$$

при n_o=19 t=30 мин.Но уже при n_o=20 мы встречаемся с явлением, изображенным кривой 4; иными словами, при n_o>20 вы никогда не пообедаете. Налицо критическое явление, как в разветвленной цепной реакции.

Практическая ценностьразработанной нами теории очевидна. Если вы постоянно обедаете в одной и той же столовой, то следует определить для нее значения констант $К_к$, $К_н$ и $К_{зн}$, наблюдая за очередью с секундомером в руках. Затем, приходя обедать, прежде всего, посчитайте число людей в очереди. Если окажется, что $n_o >= (К_к—К_н)/К_{зн}$, вставать в хвост бессмысленно. В этом случае надо либо искать знакомого, для которого выполняется соотношение $n_o < (К_к—К_н)/К_{зн}$, Либо пойти в другую столовую с более благоприятным соотношением констант.

ЦИТИРУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Частное сообщение.
2. Г. А. ШТРАЙХМАН. Очередь: термодинамические и кинетические аспекты. «Химия и жизнь», № 9, с. 89, 1973.
3. С. БЕНСОН. Основы химической кинетики. «Мир», М., 1964.