

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ДАЛЬНЕВОСТОЧНОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
Институт автоматики и процессов управления

---

# УСПЕХИ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД

К 70-летию академика

**ВЛАДИМИРА АЛЕКСЕЕВИЧА ЛЕВИНА**

Сборник научных трудов



Владивосток  
Дальнаука  
2009

УДК 533/539.3  
ББК 22.25

**Успехи механики сплошных сред : к 70-летию академика В.А. Левина :**  
сб. науч. тр. – Владивосток: Дальнаука, 2009. – 822 с. : ил., табл.

ISBN 978-5-8044-1023-1

В сборнике представлены оригинальные научные статьи, посвященные различным фундаментальным задачам современной механики сплошных сред и ее приложений: гидроаэромеханики, теории упругости, реологии, теории пластичности, механики разрушений и прочности конструкций, теории горения и детонации, теории фильтрации, наномеханики и дискретной механики.

Публикации подготовлены известными специалистами в соответствующих направлениях механики, отражают современное ее состояние и перспективы развития.

Для научных работников, аспирантов, студентов старших курсов, специализирующихся в области механики сплошных сред.

Редакционная коллегия:

В.А. Акуличев, Г.В. Алексеев, Б.Д. Аннин, А.А. Бармин,  
А.А. Буренин (отв. редактор), А.Б. Ватажин, И.Г. Горячева, Д.Д. Ивлев,  
А.Н. Крайко, А.Г. Куликовский, В.Ф. Куропатенко, А.М. Липанов,  
И.И. Липатов, Е.В. Ломакин, В.П. Матвеев, Н.Ф. Морозов,  
В.В. Пухначев, А.К. Ребров, В.М. Фомин

Рецензенты: д.т.н. Г.А. Лаврушин, д.ф.-м.н. И.О. Яроцук

Утверждено к печати Ученым советом Института автоматизации  
и процессов управления ДВО РАН

Рекомендовано к изданию Объединенным ученым советом по  
физико-математическим и техническим наукам ДВО РАН

ISBN 978-5-8044-1023-1

© ИАПУ ДВО РАН, 2009

## Содержание

Введение	3
Акуличев В.А. Влияние крупномасштабных неоднородностей водной среды на распространение звука в северо-западной части Тихого океана	5
Алексеев Г.В., Терешко Д.А. Численный анализ задач управления для стационарной модели тепловой конвекции	16
Аннин Б.Д. Об уравнениях идеальной пластичности с условием текучести, зависящим от среднего напряжения	30
Аргучинцева М.А., Пилюгин Н.Н. Оптимизация поперечного контура тонкого тела на основе обобщенного функционала, содержащего радиационный теплообмен и волновое сопротивление	35
Астафьев В.И., Федорченко Г.Д. Моделирование фильтрации жидкости при наличии трещины ГРП	47
Белов Н.Н., Табаченко А.Н., Вирюков Ю.А., Югов Н.Т., Афанасьева С.А., Обьедков А.И., Скосырский А.Б. Получение наноструктурированных композиционных материалов и исследование их свойств при высокоскоростном соударении	54
Беринский И.Е., Кривцов А.М., Кударова А.М. Двупараметрическая многочастичная модель для описания упругих характеристик графена	67
Братов А.В., Казаринов Н.А. Критерий инкубационного времени для численных расчетов динамики разрушения	82
Буренин А.А., Устинова А.С. Развитие и торможение винтового вязкопластического течения с расчетом упругого отклика после остановки течения и разгрузки	91
Васильев А.А. Вопросы иницирования и его оптимизации	103
Ватажин А.Б., Холщевникова Е.К. Паровоздушные турбулентные струи с конденсацией, вызванной введением в струю ионной компоненты	118
Веклич Н.А., Локощенко А.М. Взаимосвязанное моделирование скорости установившейся ползучести и времени до разрушения металлов	127
Воробцова Н.Н., Чупахин А.П. Автомодельные многомерные решения в динамике политропного газа	135
Голуб В.В., Савельев А.С. Скользящий разряд в плазменной аэродинамике	141
Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. О нарушении адгезии пористой подложки и покрытия при сжатии	154
Горячева И.Г., Торская Е.В. Исследование внутренних напряжений в материалах, ослабленных системой дефектов, при фрикционном нагружении	170
Гришин А.М. Физическое и математическое моделирование огненных и тепловых смерчей	177
Гувернюк С.В., Синявин А.А. Об управлении гистерезисом сверхзвукового обтекания прямоугольной каверны с помощью теплового импульса	196
Емельянов А.В., Еремин А.В., Макеич А.А., Фортов В.Е. Детонационная волна, инициируемая конденсацией пересыщенного пара	204
Иванов М.С., Кудрявцев А.Н., Хотяновский Д.В. Влияние локализованного импульсного энергоподвода на регулярное и маховское отражение скачков	211

## ОБ УПРАВЛЕНИИ ГИСТЕРЕЗИСОМ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ КАВЕРНЫ С ПОМОЩЬЮ ТЕПЛОВОГО ИМПУЛЬСА

С.В. Гувернюк, А.А. Синявин

*Научно-исследовательский институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова,  
Москва*

Приведены результаты моделирования явлений гистерезиса и перестройки при сверхзвуковом обтекании прямоугольной каверны на гладкой стенке. Продемонстрировано, что с помощью теплоподвода на дне каверны можно вызвать перестройку от замкнутой к открытой схеме обтекания. При этом если параметры каверны и внешнего потока соответствуют диапазону гистерезиса, то для инициирования такой перестройки достаточно кратковременного действия теплового источника небольшой мощности.

**Введение.** Известны различные способы формирования и изменения структуры отрывного обтекания тел с использованием надстроек, подвижных элементов, струйного взаимодействия и т.п. [1]. Относительно новые способы управления отрывными течениями связаны с различными технологиями локализованного внешнего энергоподвода [2] в набегающем потоке [3–4] или на поверхности тела [5–6].

Сравнение известных экспериментальных данных с результатами численного моделирования убеждает, что наблюдаемые в экспериментах аэродинамические эффекты от действия локализованных источников внешнего энергоподвода могут быть объяснены в рамках моделей классической газовой динамики: роль энергоисточника сводится к формированию в потоке газодинамических неоднородностей, способных вызывать перестройку структуры течения [7]. Однако, как правило, для существенного изменения параметров потока с помощью теплового механизма воздействия требуется источник энергии довольно большой мощности. Шанс на существенное снижение потребной мощности воздействия при сохранении эффективности управления может быть в случаях, когда исходное течение находится в метастабильном состоянии.

Метастабильные состояния присущи многим отрывным течениям в диапазоне параметров аэродинамического гистерезиса [1, 8–9]. Гистерезис характеризуется неоднозначной зависимостью параметров течения от некоторых физических величин, определяющих внешние условия (таких как число Маха, число Рейнольдса, угол атаки и др.). Наиболее резко перестройка структуры течения происходит в условиях, когда скорости внешнего потока на границах отрывных зон достигают скорости звука [8] или превышают ее [9]. Аэродинамический гистерезис, связанный с отрывом потока и перестройкой структуры течения, может оказывать значительное влияние на статические и нестационарные динамические характеристики тел. Гистерезисные эффекты можно использовать для управления процессом обтекания, формировать необходимую структуру течения, регулировать динамическую устойчивость, "гасить" колебания тел [1].

Типичным примером перестройки отрывного течения может служить сверхзвуковое обтекание прямоугольной каверны. В зависимости от отношения длины выреза  $L$  к его глубине  $H$  отрывное течение в каверне может быть открытым или

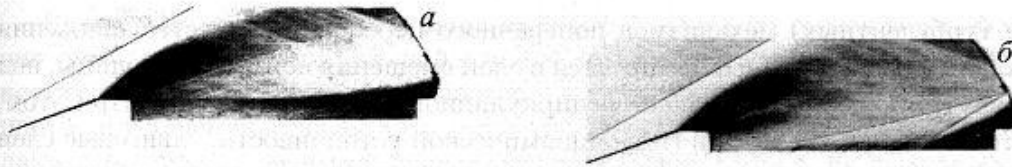
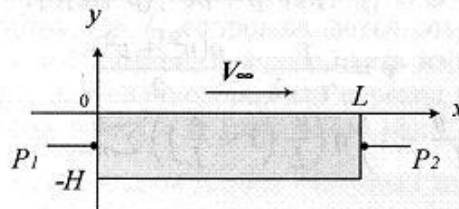


Рис. 1. Открытая (а) и закрытая (б) каверны

замкнутым [10–12]. Когда  $L/H$  велико, поток присоединяется к поверхности дна выреза, образуя "замкнутую каверну" с двумя областями отрыва. Первая – находится за уступом, расположенным по потоку, вторая – перед уступом, направленным навстречу потоку. Если отношение  $L/H$  становится меньше некоторого критического значения, отрывное течение занимает всю область выреза, образуя "открытую каверну". Если  $L$  уменьшать постепенно, то каверна остается замкнутой вплоть до значения  $L = L_2$  меньшего, чем значение  $L = L_1$ , при котором происходит разрушение "открытой каверны" по мере увеличения ее длины [10]. Диапазон  $L_2 < L < L_1$  есть область гистерезиса. Обтекание каверны в этом диапазоне можно охарактеризовать как метастабильное. На рис. 1, а, б дан пример экспериментальной реализации открытой (а) и закрытой (б) схем течения около одной и той же каверны при одних и тех же значениях параметров внешнего потока воздуха<sup>1</sup>.

В настоящей работе, с целью анализа общих механизмов влияния энерговклада на течение в окрестности каверны, применен метод вычислительного эксперимента. Рассмотрено двумерное обтекание сверхзвуковым потоком прямоугольного выреза на плоской стенке с возможностью импульсно-периодического подвода тепла внутри каверны.

**1. Постановка задачи, метод решения.** Рассмотрим плоское отрывное течение совершенного газа ( $p$  – давление,  $\mathbf{V} = \{u, v\}$  – вектор скорости,  $u, v$  – составляющие скорости по направлению декартовых координат  $x, y$ ) в окрестности прямоугольной каверны  $0 < x < L, -H < y < 0$  на гладкой стенке  $y = 0$ . Невязким прототипом такого течения может служить простейшее кусочно-постоянное решение стационарных уравнений Эйлера с граничным условием непротекания на твердых стенках: всюду в области, занятой газом,  $p = p_\infty, v = 0, u = u_\infty \eta(y/H)$  ( $\eta$  – единичная функция Хэвисайда). Данное решение справедливо при любых  $L$  и  $H$ , в нем область равномерного потока над каверной и область покоя внутри каверны отделены друг от друга бесконечно тонкой поверхностью тангенциального разрыва (рис. 2).

Рис. 2. Схема размещения "датчиков" давления  $p_1$  и  $p_2$  в каверне

Есть две очевидных причины отклонения действительных течений от этой схемы: неустойчивость тангенциального разрыва и вязкие эффекты. За счет вязких (в

<sup>1</sup>Показаны теневые снимки сверхзвукового обтекания воздухом кольцевого прямоугольного выреза на цилиндрическом корпусе осесимметричного тела при  $L/H = 13.5$  и числе Маха  $M = 3$  (отчет НИИ механики МГУ, 2008. № 4968. – 34 с.)

том числе турбулентных) механизмов поперечного переноса количества движения тангенциальный разрыв трансформируется в слой смешения конечной толщины, под которым, внутри каверны, возникает рециркуляционное движение газа. При этом, как известно из линейной теории гидродинамической устойчивости, сдвиговые слои конечной толщины обладают устойчивостью по отношению к коротковолновым возмущениям. В этом смысле, чем больше относительная толщина слоя смешения, тем более он устойчив. Однако при увеличении относительной длины каверны  $L/H$ , создаются условия для развития все более длинноволновых возмущений, приводящих, в конечном счете, к потере устойчивости слоя смешения над каверной и к перестройке от открытой схемы обтекания к замкнутой.

Следовательно, при описании эффектов перестройки между двумя возможными типами отрывного обтекания каверны необходимо учитывать механизмы диссипации и нестационарности одновременно. Для непосредственного учета физической вязкости следует применять уравнения Навье-Стокса, примеры расчетов ламинарного сверхзвукового обтекания каверн и моделирования газодинамических эффектов от электрического разряда в вязком пограничном слое можно найти в [11, 13].

В точной системе газодинамических уравнений Эйлера механизмы диссипации отсутствуют, тем не менее в соответствующих разностных аналогах, как известно, проявляется схемная (иначе – аппроксимационная) вязкость, которой в ряде случаев оказывается достаточно, чтобы качественно правильно моделировать различные отрывные конфигурации газодинамических течений. Поэтому вычислительные коды, основанные на системе уравнений Эйлера, продолжают оставаться одним из основных инструментов численных исследований по управлению отрывом в сверхзвуковых течениях, например, [3, 14] и ряд др. Преследуя цель качественного описания явления, в данной работе также воспользуемся диссипативными свойствами разностных аппроксимаций системы уравнений Эйлера.

Нестационарные уравнения Эйлера, с учетом модели импульсно-периодического источника внешнего энергоподвода [16], берутся в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial y} &= \{0, 0, 0, \rho q\}, \\ \mathbf{A} &= \{\rho, \rho u, \rho v, e\}, \\ \mathbf{B} &= \{\rho u, p + \rho u^2, \rho uv, (p + e)u\}, \\ \mathbf{C} &= \{\rho v, \rho uv, p + \rho v^2, (p + e)v\}, \\ e &= \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho(u^2 + v^2)}{2}, \\ q &= q_0 \eta \left( \frac{h - y}{H} - 1 \right) \eta \left( \frac{x}{L} \left( 1 - \frac{x}{L} \right) \right) \sum_{n=0}^N \delta((t - t_1)f - n). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $t$  – время,  $\rho$  – плотность газа,  $\gamma$  – показатель адиабаты,  $q$  – массовая плотность внешнего притока тепла,  $h$  – толщина слоя энергоподвода вблизи дна каверны,  $f$  – частота следования импульсов,  $\delta$  – сингулярная функция Дирака,  $t_1$ ,  $t_2$  – моменты включения и выключения теплового источника,  $N = [(t_2 - t_1)f]$  – количество импульсов за время работы источника,  $q_0$  – константа, определяющая средний по времени уровень подвода тепла к единице массы газа в зоне действия источника  $0 < x < L$ ,  $-H < y < -H + h$ .

Граничные условия для системы уравнений (1) имеют смысл условий непротекания (равенство нулю нормальной компоненты вектора скорости) на твердых поверхностях стенки и каверны. Начальные условия при  $t = 0$  соответствуют невязкому прототипу течения, описанному выше. На входных границах расчетной области задаются параметры невозмущенного сверхзвукового потока, на выходных – условия свободного вытекания.

Численные решения строятся с помощью известного метода "крупных частиц" [15], реализованного в вычислительной среде пакета GasDynamicsTool (GDT)<sup>2</sup>. Используется равномерная прямоугольная сетка  $y = \pm x + j\Delta$ ,  $j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  с образующими, ориентированными под углом  $45^\circ$  к направлению тангенциального разрыва над каверной ( $\Delta$  – диагональ квадратной расчетной ячейки). Такая ориентация расчетной сетки позволяет максимизировать эффекты схемной диссипации, что приводит к формированию над каверной развитого сдвигового слоя, подобно тому, как это происходит под действием физической вязкости. Для учета влияния набегающего пограничного слоя перед каверной нужно задавать искусственный сдвиг скорости, представленные далее результаты получены без учета набегающего погранслоя.

**2. Параметры гистерезиса.** На первом этапе энергоисточник отсутствовал, исследовалось влияние удлинения каверны на параметры обтекания. Для этого в процессе вычислительного эксперимента последовательно осуществлялось непрерывное увеличение и непрерывное уменьшение расстояния  $L$  между передней и задней кромками каверны при постоянной глубине выемки  $H$  (рис. 2).

Здесь и далее число Маха невозмущенного потока  $M = 3$ , показатель адиабаты  $\gamma = 1.4$ . Общее число расчетных ячеек в поле течения – 400000,  $\Delta = H/14$ .

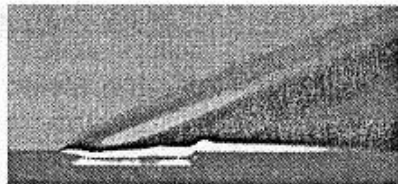


Рис. 3. Поле числа Маха около открытой каверны,  $l = 10$ , область гистерезиса



Рис. 4. Поле числа Маха около закрытой каверны,  $l = 15$ , область единственности

Обнаружен гистерезис обтекания:

- увеличение относительной длины каверны  $l = L/H$  от нуля до некоторого критического значения  $l = l_1$  сопровождается сохранением открытой схемы обтекания (рис. 3,  $l = 10$ , оттенки серого цвета изображают изменение числа Маха), затем происходит скачкообразный переход к закрытой схеме, которая далее сохраняется при всех  $l > l_1$  (рис. 4,  $l = 15$ );
- при уменьшении относительной длины каверны  $l$  из начального закритического положения  $l > l_1$  до некоторого второго критического значения  $l = l_2 < l_1$  закрытая схема обтекания каверны в целом сохраняется; при этом размер отрывной области перед задней кромкой каверны непрерывно увеличивается и при достижении критической величины  $l = l_2$  передняя и задняя отрывные области в каверне соединяются, что приводит к переходу от закрытой к открытой схеме обтекания; далее при всех  $l < l_2$  открытая схема сохраняется.

<sup>2</sup>Версия 5.94 предоставлена компанией GDT Software Group, <http://www.cfd.ru>

На середине высоты переднего и заднего уступов каверны были "установлены" индикаторы статического давления "1" и "2" (рис. 2). Соответствующие расчетные зависимости коэффициента давления  $C_p = p/(0.5\rho V^2)_\infty$  от  $l$  построены на рис. 5. Налицо существование гистерезиса<sup>3</sup>,  $l_1 = 11.43$ ,  $l_2 = 6.43$ .

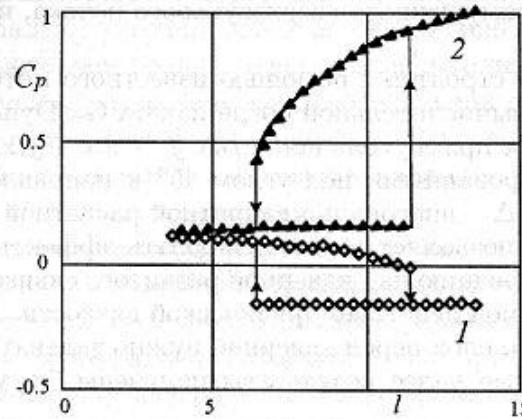


Рис. 5. Гистерезис при обтекании каверны: 1, 2 – показания датчиков на переднем и заднем уступах

Таким образом, в диапазоне  $l_2 < l < l_1$  схема течения не единственна, возможно существование как устойчивой открытой, так и устойчивой закрытой каверны. Реализация каждой из них зависит от предыстории обтекания. Естественно ожидать, что в области гистерезиса течение в каверне наиболее чувствительно к внешним воздействиям, которые при достаточной интенсивности могут вызвать перестройку обтекания от одной схемы к другой.

**3. Управление с помощью теплоподвода.** На втором этапе рассматривалось влияние теплового источника (1)  $q = q(x, y, t, q_0, h, f, t_2 - t_1)$ , действующего вблизи дна каверны. Такое расположение источника способно вызвать перестройку от закрытой к открытой каверне.

Безразмерные параметры источника:

$$\bar{h} = \frac{h}{H} = 0.14, \quad \bar{f} = \frac{fH}{c_\infty} = 59, \quad \bar{q}_0 = \frac{q_0 H}{c_\infty^3} = 10 \div 300,$$

$$\tau = \frac{(t_2 - t_1)c_\infty}{H} = 5 \div 70, \quad k = \frac{q_0 h L \rho_*}{i_\infty H V_\infty \rho_\infty} = 0.1 \div 25.$$

Здесь  $c = (\gamma p / \rho)^{1/2}$  – скорость звука,  $i = V^2/2 + c^2/(\gamma - 1)$  – полная энтальпия на единицу массы,  $\tau$  – относительная длительность работы источника,  $k$  – коэффициент подвода мощности в каверну (доля суммарной мощности источника в каверне от потока энтальпии невозмущенного потока через сечение высотой  $H$ ),  $\rho_*$  – среднее значение плотности газа в каверне;  $\bar{t} = t c_\infty / H$ .

**3.1. В качестве исходного состояния течения в области гистерезиса** принята закрытая каверна при  $l = 10$ , рис. 6. Включение маломощного источника ( $\bar{q}_0 = 53$ ) приводит к слабому увеличению давления в передней отрывной области и к уменьшению в задней (рис. 7), при этом каверна остается закрытой, перестройки не происходит.

<sup>3</sup> Данный результат следует понимать как качественный, поскольку количественные значения  $l_1, l_2$  зависят от шага и ориентации расчетной сетки, при задании погранслоя перед каверной критическая длина также изменяется



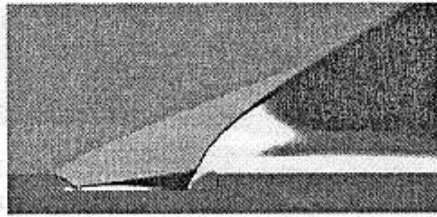


Рис. 6. Начальное поле числа Маха около закрытой каверны,  $l = 10$ ; теплоподвод отсутствует,  $t < t_1$

Понижение давления в задней отрывной области (в период действия источника энерговклада) обусловлено формированием пристеночной неоднородности под действием нагрева и ее влиянием на ударный слой перед задним уступом. Повышение давления в передней отрывной области – следствие эффекта тепловой накачки ближнего следа за обратным уступом. При выключении источника показания датчиков возвращаются к исходному состоянию, мощность теплового источника в данном случае не достаточна для инициирования перестройки обтекания.

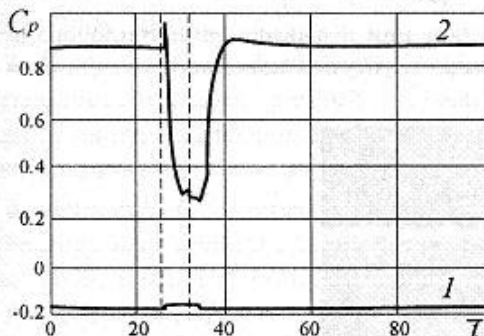


Рис. 7. Влияние слабого источника на давление в закрытой каверне,  $l = 10$ ; вертикальные штрихи обозначают начало и конец работы источника,  $\tau = 7$ ,  $\bar{q}_0 = 53$ ,  $k \approx 0.36$

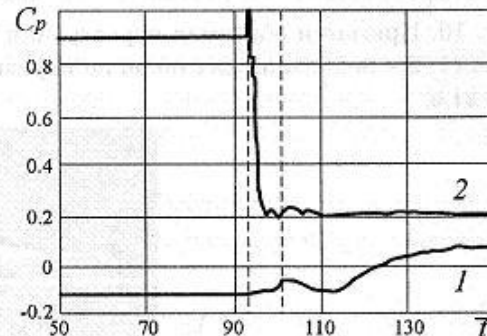


Рис. 8. Перестройка (при  $l = 10$ ) под влиянием умеренного источника:  $\tau = 7$ ,  $\bar{q}_0 = 132$ ,  $k \approx 0.9$

**3.2.** Для того, чтобы вызвать перестройку (рис. 8), потребовалось увеличить мощность источника до уровня  $\bar{q}_0 = 132$ . Во время кратковременного "сеанса" работы данного источника произошла перестройка от закрытой каверны (рис. 6) к открытой (рис. 3). В первую очередь источник влияет на течение у задней кромки каверны: датчик 2 практически сразу реагирует на включение источника, в то время как влияние источника на течение около передней кромки происходит с большим запаздыванием (рис. 8). После выключения источника каверна остается открытой. Повторное включение источника не изменяет структуру течения.

**3.3.** С помощью достаточно интенсивного источника можно вызвать перестройку течения и вне области гистерезиса, например, при  $l = 15$  – осуществить переход от закрытой каверны (см. рис. 4.) к открытой, рис. 9. Однако в этом случае открытая каверна существует лишь до тех пор, пока действует источник, рис. 10. После выключения источника происходит самопроизвольная обратная перестройка – возврат к закрытой схеме обтекания (рис. 11).

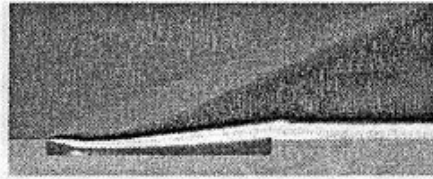


Рис. 9. Открытая каверна ( $l = 15$ ) в условиях действующего теплового источника:  $\bar{q}_0 = 212$ ,  $k \approx 21.6$

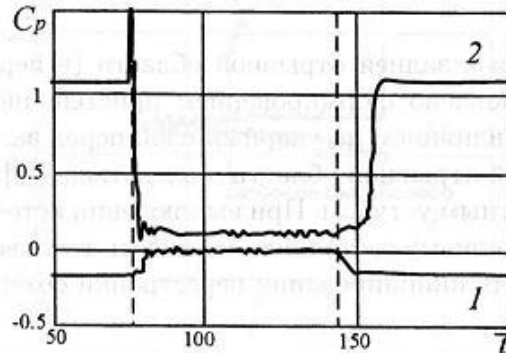


Рис. 10. Прямая и обратная перестройки при включении и выключении теплового источника (1, 2 – показания датчиков на переднем и заднем уступах каверны),  $\tau = 68$ ,  $\bar{q}_0 = 212$ ,  $k \approx 21.6$

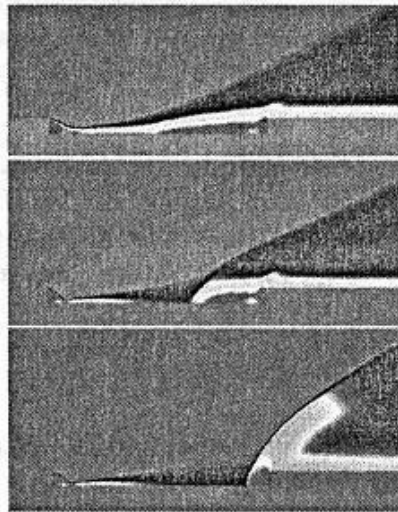


Рис. 11. Последовательные стадии самопроизвольной обратной перестройки от открытой (рис. 9) к закрытой (рис. 4) каверне после выключения теплового источника

**Заключение.** В вычислительном эксперименте получено, что с помощью источника теплоподвода в каверне можно вызывать перестройку обтекания от закрытой к открытой схеме.

Если параметры каверны соответствуют области гистерезиса, то достаточно кратковременного теплового импульса, после чего каверна останется открытой.

Если параметры каверны находятся вне области гистерезиса, то также можно вызвать переход от закрытой схемы обтекания к открытой (при этом требуется на порядок более мощный источник). Однако без действующего источника открытая каверна неустойчива, происходит самопроизвольная обратная перестройка – возврат к закрытой схеме обтекания.

**Литература**

1. Любимов А.Н., Тюмнев Н.М., Хут Г.И. Методы исследования течений газа и определения аэродинамических характеристик осесимметричных тел. – М.: Наука, 1995. – 397 с.
2. Chernyi G. G. The Impact of Electromagnetic Energy Addition to air near the body On Its Aerodynamic Characteristics // 2-nd WIG Workshop. Proceed-ing. Norfolk, VA. 1998. P. 1–31.
3. Георгиевский П.Ю., Левин В.А. Управление обтеканием различных тел с помощью локализованного подвода энергии в сверхзвуковой набегающий поток // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 5. С. 154–167.
4. Третьяков П.К., Гаранин А.Ф., Грачев Г.Н. и др. Управление сверхзвуковым обтеканием тел с использованием мощного оптического пульсирующего разряда // Доклады АН. 1996. Т. 351. № 3. С. 339–340.
5. Ларин О.Б., Левин В.А. Энергоподвод к газу в турбулентном сверхзвуковом пограничном слое // ПМТФ. 2001. Т. 42. № 1. С. 87–90.
6. Леонов С.Б., Яранцев Д.А. Управление отрывными явлениями в высокоскоростном потоке с помощью приповерхностного электрического разряда // Изв. РАН. МЖГ. 2008. № 6. С. 121–129.
7. Гувернюк С.В. О механизмах влияния источников неоднородности на структуру газодинамических течений // В кн. Проблемы современной механики: к 85-летию со дня рождения академика Г.Г. Черного. М.: Изд-во Моск. Ун-та; Изд-во "Омега", 2008. С. 148–163.
8. Калугин В.Т., Луценко А.Ю., Столярова Е.Г. Гистерезисные явления при обтекании затупленных тел в трансзвуковом потоке // Космонавтика и ракетостроение. 2009. Вып. 1 (54). С. 79–93.
9. Гужавин А.И., Коробов Я.П. О гистерезисе сверхзвуковых отрывных течений // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 2. С. 116–125.
10. Чэисен П. Отрывные течения. Том II. – М.: Изд-во Мир. 1973. – 280 с.
11. Граур И.А., Елизарова Т.Г., Четверушкин Б.Н. Численное моделирование обтекания каверн сверхзвуковым потоком вязкого сжимаемого газа // ИФЖ. 1991. Т. 61. № 4. С. 570–577.
12. Швец А.И. Исследование течения в цилиндрическом вырезе на осесимметричном теле при сверхзвуковом обтекании // Изв. РАН. МЖГ. 2002. № 1. С. 123–131.
13. Biturin V., Gromov V., Leonov S., Savichenko N., Yuriev A. Influence of Surface Electrical Discharge on Friction of Plate in Subsonic and Transonic Airflow. AIAA 2001–0640.
14. Базыма Л.А. Численное исследование сверхзвукового обтекания тел с выемкой при наличии области энергоподвода в набегающем потоке газа // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 8. С. 56–61.
15. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц. – М.: Наука, 1978.
16. Гувернюк С.В., Самойлов А.Б. Об управлении сверхзвуковым обтеканием тел с помощью пульсирующего теплового источника // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. № 9. С. 1–8.



