

АРГУМЕНТ НЕУСТРАНИМОСТИ  
КУАЙНА—ПАТНЕМА, НЕПОСТИЖИМАЯ  
ЭФФЕКТИВНОСТЬ МАТЕМАТИКИ  
И ЖИЗНЕННЫЙ МИР

О. Тема онтологического статуса математических объектов — одна из старейших философских тем. В совершенно эксплицитном виде она сформулирована уже Платоном (VII письмо). Было бы несправедливостью сказать, что она «недостаточно полно исследована», как это принято в обосновании актуальности диссертационных работ. Напротив, она исследована, так сказать, вдоль и поперек. Однако, говоря тем же «диссертационным» языком, мы еще далеки от окончательного ответа. Я попытаюсь дать ответ, несколько расширив концепцию жизненного мира Э. Гуссерля.

1. Аргумент неустраимости Куайна—Патнема (Quine—Putnam indispensability argument) описывают в настоящее время следующим образом: поскольку математические объекты (множества, функции и т.п.) не могут быть устранены из физических теорий, то они, грубо говоря, существуют в той же степени, что и предметы физических теорий. Более точно: мы имеем равные «онтологические обязательства» перед всеми неустраимыми из *лучших* (пока оставим это добавление в стороне) теорий объектами, среди которых свое место занимают и математические объекты<sup>1</sup>.

Именно этот вопрос: что такое в данном контексте «онтологические обязательства» и какие именно «онтологические обязательства» мы имеем перед объектами математических и физических теорий? — мы и обсудим далее.

Замечу, прежде всего, что подспудный смысл аргумента Куайна—Патнема — это «прибавить веса» математическим объектам, «нагрузив» их тем весом, который имеют связанные с ними физические объекты: «аргумент о неустраимости математики из языка

естественно-научных теорий ныне рассматривается как один из наиболее весомых доводов в пользу реалистской позиции в онтологии математики»<sup>1</sup>. Хотя участники дискуссий вокруг аргумента в большинстве своем не разделяют *наивной* веры в существование какого-то референта у всякого элемента физической теории — об этом свидетельствует, например, формулировка: «неустраим из *лучших* физических теорий», однако пиетет перед объектами физических теорий сохраняется — иначе не имело бы смысла сводить одно существование к другому. В радикальном виде эта вера выражается в утверждении, что естественная наука и является мерой всех вещей — существующих, что они существуют, а не существующих, что они не существуют<sup>2</sup>. Моя дальнейшая цель — показать некоторые проблемы, сопровождающие такую веру.

Рискну предположить, что за верой в онтологический приоритет физических теорий стоит не доведенная до полной ясности вера в некую единую физическую теорию, к которой потенциально сводятся все имеющиеся теории всех наук. В такой перспективе современное развитие науки выглядит как направленное на раскрытие *фундаментальных* свойств мира, т.е. обнаружение *онтологического фундамента* всего существующего. В таком случае, разумеется, все референты всех понятий языка, в том числе и математических понятий, существуют лишь в той мере, в какой они легитимированы через эти фундаментальные понятия. Следы подобной не вполне проясненной веры мы находим очень далеко от физики — например, один из наиболее радикально настроенных философских «защитников» сознания Дэвид Чалмерс (заявляющий о том, что он принимает сознание всерьез) ищет физико-психические законы, связывающие переживаемое сознание с его физическим носителем. При этом Чалмерс говорит о *физическом вообще*, не уточняя, с какой именно физической теорией он собирается коррелировать сознание, что и свидетельствует о генерализованности и неконкретности его веры в онтологический статус объектов физических теорий.

Фактически же в настоящий момент у нас есть большое количество физических теорий разного уровня общности и имеющих ограниченный в большей или меньшей степени ареал применения. Даже теории, которые невозможно не отнести к «лучшим» и которые в указанном смысле являются наиболее фундаментальными, — общая

<sup>1</sup>Indispensability of mathematics to empirical science gives us good reason to believe in the existence of mathematical entities. Moreover, mathematical entities are seen to be on an epistemic par with the other theoretical entities of science, since belief in the existence of the former is justified by the same evidence that confirms the theory as a whole (M. Colivan. Indispensability Arguments in the Philosophy of Mathematics. <http://plato.stanford.edu/entries/mathphil-indis/>)

<sup>1</sup>Хлебалин А.В. Онтологические обязательства неустраимости математики // Вестник Томского Гос. ун-та. Философия, социология, политология. 2009. № 4 (8). С. 61.

<sup>2</sup>В сообществе, в котором оживленно обсуждается эта проблема, принято называть такую установку *натурализмом*, однако такое именование, по-моему, ничего не проясняет и не ориентирует в понимании сути дела.

теория относительности и квантовая механика — приложимы к разным «реальностям», различающимся пространственно-временными масштабами, и вступают в конфликт в приложениях к одним и тем же предметам. Нельзя исключать ни того, что они будут объединены, ни противоположной ситуации принципиального отсутствия интегрирующей теории — см., например, статью Юджина Вигнера, о которой речь пойдет ниже.

2. Случаи, когда математические понятия получают неожиданное употребление в областях, весьма далеких от вызвавших эти понятия к жизни математических проблем, широко известны. На мой взгляд, самый поразительный и компактный пример<sup>1</sup> дает центральная предельная теорема теории вероятностей, которая утверждает сходимость плотности распределения вероятностей суммы случайных величин к функции, выражаемой через константы  $\pi$  и  $e$ . Константы, «изобретенные» для совсем иных целей, оказываются востребованы в теореме, имеющей ясное прикладное значение и, несомненно, затрагивающей онтологические вопросы. Тем самым, замечу, легитимация математических понятий может происходить и помимо физических теорий. В данном случае отношения между математическими объектами и реальностью очень плотные. Центральная предельная теорема указывает на особый характер нормального распределения: мы можем ожидать, что практически важные распределения (это понятие представляет собой нефизическую идеализацию по отношению к реальному<sup>2</sup> миру) будут похожи на нормальное распределение, если относятся к величинам, определенным сложением влияний множества факторов. Никаких непосредственно соотносимых с реальностью теоретических объектов, кроме случайной величины и ее распределения, это приложение двух математических констант не требует.

Вернемся теперь к физике: нас интересуют случаи, когда физические теории используют предшествующие разработки математиков, которые возникли из внутренних потребностей математической науки. Обсуждая эту замечательную эффективность математики в физике, Вигнер пишет: «Не следует забывать, что гильбертово пространство квантовой механики — это комплексное гильбертово пространство с эрмитовым скалярным произведением. Для неподготовленного ума понятие комплексного числа далеко не естественно, не просто и никак не следует из физических наблюдений. Тем не менее, использование комплексных чисел в квантовой механике отнюдь не

<sup>1</sup> Фактически, именно с этого примера начинается статья Юджина Вигнера, но шуточная форма, которую он ему придает, серьезно снижает его эффект, и читатели обращают внимание лишь на отношения математики и физики, которой посвящена оставшаяся часть статьи.

<sup>2</sup> Я здесь употребляю это слово в не обязывающем обыденном смысле.

является вычислительным трюком прикладной математики, а становится почти необходимым при формулировке законов квантовой механики»<sup>1</sup>. Это «почти» в последнем предложении можно легко пояснить. Вместо комплексных чисел можно было бы использовать упорядоченные пары чисел с операциями, которые делают их изоморфными комплексным числам. Ясно, что это не ставит под сомнение применимость некоего глубокого операционального инварианта, который скрывается за обоими своими представлениями. Возможно, вообще никакое конкретное математическое понятие не является неустранимым в самом радикальном смысле — утверждают, что при определенных стараниях из некоторых теорий можно устранить вообще всю математику<sup>2</sup>. Однако даже логическая возможность полного насильственного устранения математики из физики не изменит ситуации их неразрывного соединения в реальной практике.

Хотя наибольшее удивление вызывает именно опережающее развитие математических теорий, затем находящих применение в «лучших» физических теориях, однако и обратные ситуации нередко случаются. Например, развитие квантовой механики в свою очередь мотивировало развитие некоторых разделов функционального анализа.

Есть и еще достойные внимания варианты взаимодействия математики и физики. Как выразился Л.И. Маневич на обсуждении своего доклада, в котором излагался материал его статьи в настоящем сборнике, физика нынче движется от ньютоновского идеала к аристотелевскому: каждый новый раздел порождает свою *ad hoc* онтологию и свои средства решения задач. При таком многообразии физических предметов вопрос о том, как они порождаются, может быть важным для решения нашей проблемы. Из десятка примеров Л.И. Маневича отмечу три.

Первый пример для меня наиболее удивителен, и я уделю ему, возможно, больше внимания, чем автор указанной статьи. Речь идет об относительно частной задаче обтекания жидкостью бесконечно длинного цилиндрического (в смысле инвариантного относительно продольных сдвигов) твердого тела, т.е. фактически двумерной задаче обтекания. То, что конформное отображение комплексной плоскости (если представить плоскость задачи как комплексную) переводящее границы тела в границы некоторого другого тела, переводит также линии тока в линии тока для новой задачи, кажется еще более

<sup>1</sup> Вигнер Е. О непостижимой эффективности математики в естественных науках // Этюды о симметрии. М.: Мир, 1971. С. 189.

<sup>2</sup> Х. Филд провел такую операцию устранения математики из ньютоновой теории тяготения (*Mark Colyvan*. Indispensability... См. также: *Хлебалин А.В.* Онтологические обязательства...).

удивительным, чем уместность гильбертова пространства в квантовой механике, — более удивительным потому, что речь идет не о «фундаментальных свойствах материи», а всего лишь о прикладной задаче, в которой скорее можно было бы ожидать уточняемого описания с помощью потенциально уточняемой и усложняемой модели. Разумеется, дело в самом уравнении, описывающем обтекание, и все же новая функция конформных отображений удивительна.

Второй пример показывает, что «гипноз» математического метода может даже успешно противостоять фактам. Возможность солитонов отвергалась сообществом по причине невозможности такого решения для обычно используемых уравнений. И только введение нелинейности в уравнения позволило получить соответствующее решение и оправдать факт, описанный задолго до этого, но не принимаемый сообществом.

И наконец, последний пример касается теории колебаний. Здесь я не буду использовать основную часть текста примера, в которой описаны слабо связанные осцилляторы. Для нашего обсуждения аргумента Куайна—Патнема достаточно и самого общего уровня. Зададим вопрос: что является референтом понятийной единицы (entity в английском оригинале аргумента) *колебание* в теории колебаний? Если рассмотреть историю вопроса, то, по-видимому, наши онтологические обязательства перед синусом сначала определялись непопулярными теориями разнообразных частных маятников, а затем стали еще в большей степени оправдываться лучшей теорией колебаний. Но если спросить наивного человека, что он сочтет в большей степени существующим — *раскачивание качелей* или *колебание как таковое*, он из двух существительных выберет первое и сочтет первое непопулярное оправдание ничем не уступающим второму.

Если же не связывать наш анализ ситуации с оправданием тригонометрических функций, то сравнение статусов маятника и колебаний не кажется мне простой задачей. С одной стороны, теория колебаний представляет собой более общую теорию, а обобщение теории, как кажется, ведет нас к более фундаментальным законам (теория тяготения — «более фундаментальна», чем законы падения тел и кеплеровские орбиты планет), и может оказаться, что мир вообще «состоит» не из предметов, а из колебаний каких-то нематериальных «струн».

С другой стороны — со стороны здравого смысла — мы видим, что функция Шредингера и колебание «струн» выглядят слишком далеким от населяемого нами мира и не имеют даже воображаемого предметного референта. Можно сказать: «вещество состоит из атомов», но не: «вещество состоит из функций Шредингера».

Ситуация усугубляется тем, что, как я уже отмечал, некоторые физические теории несовместимы, и физический мир, описываемый единой теорией, есть не более чем *идея* в кантовском смысле. Она «руководит» поисками синтезов, но не гарантирует их. Может даже оказаться, что «следствия из некоторых законов природы будут противоречить друг другу, но мы не захотим отказаться ни от одного из законов, поскольку каждый из них в своей области достаточно убедителен. Обнаружив противоречие между отдельными законами природы, мы можем покориться такой ситуации и потерять интерес к разрешению конфликта между различными теориями. Мы можем разочароваться в поисках “абсолютной истины”, т.е. непротиворечивой картины, образующейся при слиянии в единое целое маленьких картинок, отражающих различные аспекты природы»<sup>1</sup>. Идея синтеза может умереть.

Но что же в таком печальном случае представляет собой физический мир, описываемый несовместимыми законами? «“Законы природы”, — пишет Вигнер, — обладают почти фантастической точностью, но строго ограниченной сферой применимости». И далее: «Каждый эмпирический закон обладает тем неприятным свойством, что пределы его применимости неизвестны»<sup>2</sup>.

Мне кажется, что в этом своем знаменитом тексте Вигнер сказал гораздо больше, чем усвоило читающее сообщество. Действительно, картина несовмещающихся и не синтезируемых теорий с неопределенными границами применимости не выглядит столь уж вдохновляющей, и «непостижимая эффективность математики» в физике с этой позиции не столько повышает статус математики, сколько ставит вопросы, выходящие далеко за рамки физики. Обращу внимание на еще одно слово в этой замечательной статье: «Опираясь на них [законы природы] и используя то, что нам известно о состоянии *неодушевленного* (курсив мой. — А.К.) мира в данный момент, мы можем лишь заключать более или менее разумные пари о его будущих свойствах»<sup>3</sup>. Выделение одушевленного мира из-под юрисдикции законов природы не стало темой статьи, но сказанное ясно показывает позицию автора. И наконец: «Законы природы хранят молчание относительно всего, что касается состояния мира в данный момент, например существования Земли, на которой мы живем и на которой Галилей проводил свои эксперименты, существования Солнца и всего, что нас окружает. Отсюда следует, что законы природы можно использовать для предсказания будущего лишь в исключительных обстоятельствах, а

<sup>1</sup> Вигнер Е. Указ. соч. С. 194.

<sup>2</sup> Там же.

<sup>3</sup> Там же. С. 188.

именно лишь тогда, когда известны все существенные (для предсказания будущего) условия, определяющие состояние мира в данный момент. Отсюда же следует, что создание машин, функционирование которых физик может предвидеть заранее, является наиболее эффективным его достижением. В этих машинах физик создает ситуацию, при которой все существенные параметры известны и поведение машины предсказуемо»<sup>1</sup>.

Мы подошли к очень важному пункту нашего изложения. Онтологический статус физических законов оказывается, по Вигнеру, не столь простым. Законы природы позволяют предсказывать поведение объектов, которые являются референтами базовых физических понятий: твердого тела, обладающего определенной массой (ему более или менее соответствуют твердые тела в природе), функции Шредингера (ей соответствуют мельчайшие части *этих же* тел), релятивистской массы (ей соответствуют эти же тела, если они движутся с большими скоростями). Но само многообразие этих законов и неопределенные границы их применимости ставят под сомнение фундаментальность онтологического статуса референтов этих понятий. Если идея о существовании синтезирующей физической теории — *только идея*, то электроны, кварки, колебания и жидкости, обтекающие цилиндры — это референты разноуровневых локальных теорий равного статуса. Статуса моделей? Решительно — нет! Есть несомненная разница между моделями, параметры которых подгоняются на тестовых данных, чтобы обеспечить более или менее практически ценные предсказания относительно каких-то процессов, и математизированными физическими теориями, в которых комплексные числа, матрицы и гильбертовы пространства получают неожиданную сферу применимости.

Таким образом, особый статус единиц (entities) физических теорий еще нуждается в прояснении, прежде чем статус математических понятий можно будет с ним связывать. Далее мы попробуем взглянуть на проблему с позиции гуссерлевского жизненного мира, и увидим, что это даст продуктивный, но все же недостаточный результат.

3. Можно заметить, что последние процитированные слова Вигнера фактически говорят о том же, о чем с большей определенностью выразился Э. Гуссерль в работе «Кризис европейских наук и трансцендентальная феноменология», написанной за два десятилетия до лекции Вигнера: «Всякое познание законов могло быть только познанием перспектив протекания действительных и возможных феноменов опыта, познанием тех или иных, схватываемых в качестве

<sup>1</sup> Там же. С. 187.

законов, предвидений»<sup>1</sup>. И далее: «Мы изобретаем то или иное особое искусство, геометрическое или галилеевское, которое теперь называется физикой. Что мы можем действительно сделать с его помощью? Именно расширить до бесконечности наше *предвидение*»<sup>2</sup>. Но далее Гуссерль высказывает радикальную мысль, которая говорит нам о статусе физических объектов нечто новое: «Благодаря одеянию идей мы принимаем за *истинное бытие* то, что является *методом*, предназначенным для того, чтобы в бесконечном прогрессе улучшать *грубые предвидения*, которые изначально только и возможны в рамках действительно познанного и познаваемого жизненного мира»<sup>3</sup>.

И наконец, приведу заключительные слова Вигнера в цитируемом докладе: «Нам в принципе неизвестно, почему наши теории “работают” так хорошо. Их точность может еще не свидетельствовать об их правильности и непротиворечивости»<sup>4</sup>. И далее: «Математический язык удивительно хорошо приспособлен для формулировки физических законов, это чудесный дар, который мы не понимаем и которого не заслуживаем»<sup>5</sup>. Я не буду приводить полстраничную цитату из § 9 «Кризиса» Гуссерля, в котором высказана параллельная мысль, лежащая в русле одной из основных задач этой работы<sup>6</sup>. Именно: философская задача состоит в нахождении подлинного смысла этого дара, не отрицающего, разумеется, его практическую продуктивность и идеальную значимость.

Резюмируя, отмечу, что критика аргумента Куайна-Патнема соединила в одном нарративе два контраргумента, подкрепляющих друг друга в данном контексте, но далее подлежащих разделению. Это аргумент о зависимости физической онтологии от математики и аргумент о множественности физико-математических онтологий. Оба они говорят о том, что подкрепление статуса математических объектов их применимостью в физике должно быть освобождено от наивной веры в «предметное» существование референтов физических теорий. Их статус тем меньше похож на статус предметов нашего мира (если пытаться уточнить, то жизненного мира в смысле Гуссерля, разумеется), чем дальше условия их применимости требуют удалиться от привычного нам мезо-мира человека-соразмерных масштабов и скоростей, и коррелятивно, чем более базовые единицы этих теорий оказываются

<sup>1</sup> Гуссерль Э. Кризис европейских наук и трансцендентальная феноменология. СПб.: Владимир Даль, 2004. С. 76.

<sup>2</sup> Там же. С. 77.

<sup>3</sup> Там же. С. 78.

<sup>4</sup> Вигнер Ю. О непостижимой... С. 197.

<sup>5</sup> Там же.

<sup>6</sup> Гуссерль Э. Кризис... С. 79.

связаны с математикой, далеко ушедшей от очевидностей элементарной геометрии и арифметики.

Однако при обсуждении статуса математических идеальностей, к которому мы переходим, их (идеальностей) связь с физикой и, шире, с человеческой деятельностью в мире становится позитивным предметом нашего исследования, а множественность «физик» и «математик», напротив, ставит перед ним дополнительные проблемы, которых не было бы, если бы эти науки представляли собой кумулятивно развивающееся единство.

4. В последних своих работах Э. Гуссерль ставит масштабную задачу: продолжая отстаивать фундаментальный статус математической (в первую очередь геометрической<sup>1</sup>) идеальности от попыток ее релятивизации и сведения к социальным «изобретениям», вместе с тем разъяснить сущность кризиса европейского научного мировоззрения. Творцы европейской науки, несомненно, далеко продвинули математику, однако упустили важнейший и фундаментальный смысл своей науки, что и привело европейское человечество к кризису. В случае геометрии от автора одновременно требовалось (1) продвинуть трансцендентальное обоснование геометрии как коренящегося в жизненном мире проекта развития идеальных коррелятов средств решения жизненных задач и (2) разъяснить сущность ошибок в развитии геометрических идеальностей, связанных с научной идеологией и патологическим пониманием смысла геометрической деятельности современными учеными. Задача, безусловно, очень трудная, и возможно даже невыполнимая.

Убедительная критика самого замысла и его реализации в работе «Начало геометрии» дана в статье З.А. Сокулер. До некоторой «точки бифуркации» мы будем двигаться параллельно. «Гуссерль прямо начинает, как с совершенно очевидного, с очень сильного утверждения: любое геометрическое развитие, любой прогресс этой науки изначально вписаны в определенные рамки, в определенный горизонт. Это и означает, что данный горизонт существует априорно по отношению к реальной истории геометрии»<sup>2</sup>. И далее: «Замысел Гуссерля относительно геометрии является последовательным выражением континуалистского понимания истории науки. Гуссерль не подвергает сомнению посылку о том, что изначальный смысл геометрии не должен был измениться в ходе исторического развития геометрии

<sup>1</sup> Под геометрией здесь Гуссерль понимал всякую математическую теорию о пространстве и времени (Гуссерль Э. Начало геометрии. М.: Ad Marginem, 1996. С. 211).

<sup>2</sup> Сокулер З.А. Э. Гуссерль о геометрической традиции: к смене парадигм в теории познания // Философия науки. Вып. 5. М.: ИФ РАН, 1999.

(фактически он, конечно, изменился. Но с этим Гуссерль и собирается бороться...)»<sup>1</sup>.

Как мне представляется, позиция Гуссерля по отношению к истории диктовалась необходимостью решить одновременно те две задачи, о которых я писал выше, а «континуалистичность» является следствием этого. Он задает определенное единство геометрии как соединения неотменимых идеальностей и практики в жизненном мире, и это соединение задает горизонт будущего *бесконечного* развития. Чтобы точнее понять, что представляет собой это априори подлинной геометрии, надо обратиться к тому, как Гуссерль задает возможность *трансцендентальной патологии* (выражение Ж. Деррида), т.е. непротиворечивого и даже продуктивного, и вместе с тем патологического развития науки. Эти слова в комментарии к «Началу геометрии» Деррида сопровождает сноской, в которой он истолковывает «Кризис» в таких словах: «С точки зрения смысла техническая деятельность как таковая, включая и науку, есть пассивность; она есть болезненная лихорадка, припадки бреда»<sup>2</sup>. Мне представляется, что по отношению к геометрии здесь имеется в виду, что деятельность со знаками осуществляется автоматически, и алгоритмы здесь заменяют творческое усилие. Действительно, многие творцы европейской науки связывали научный метод и с такими надеждами (я имею в виду, например, реально созданную аналитическую геометрию Декарта и лишь задуманную универсальную характеристику Лейбница). Для Гуссерля эта возможность патологии связана с языком, а точнее, с тем, что геометрическая традиция живет в «осаждении и реактивации» идеальных содержаний в форме письменной речи, которое с какого-то исторического момента используется для передачи традиции от поколения к поколению. Именно при считывании идеальностей, осажденных предшествующими геометрами в форме текстов, реактивация может дать сбой и позволить новому геометру чрезмерно увлечься знаковыми опосредованиями как существом дела, поддаться «искушению языком»<sup>3</sup>.

Чтобы четко отделить кризисное развитие науки от возможного положительного, Гуссерль отыскивает акт «первоучреждения» геометрической идеальности, принадлежащий тому самому жизненному миру, который предлагается им в качестве основополагающей смысловой структуры вместе для европейской науки и философии.

Здесь наши пути с той критикой подхода Гуссерля, которую развивает далее З.А. Сокулер, расходятся. В свою очередь, критикуя ее

<sup>1</sup> Там же.

<sup>2</sup> Деррида Ж. Введение // Гуссерль Э. Начало геометрии. С. 96.

<sup>3</sup> Гуссерль Э. Начало геометрии. С. 222.

конвенционалистские установки, я буду пытаться преобразовать идею жизненного мира в таком ключе, чтобы найти там место для непостижимой эффективности физико-математического естествознания и математики самой по себе. Замечу, что Гуссерль хорошо видит эту задачу: «Дело не в том, что *очевидность позитивно-научного метода* обманывает нас, а его достижения суть одна лишь видимость, а в том, что эта очевидность сама является *проблемой*, что этот объективно-научный метод покоится на никогда прежде не исследованном, глубоко скрытом субъективном основании, философское прояснение которого только и выявляет истинный смысл достижений позитивной науки и, коррелятивно, истинный бытийный смысл объективного мира — и именно как трансцендентально-субъективный смысл»<sup>1</sup>. Однако он направляет свои усилия в идеально очищенное прошлое (очищаемое редукцией фактической истории). Тем самым этот важный опыт успешного математического естествознания оказывается под угрозой «заключения в скобки» прежде, чем в скобках окажется и замысел реконструированных изобретателей проекта геометрии, которые находили ей (и ее непатологическим, по Гуссерлю, историческим преемницам) место в том жизненном мире, реконструировать который старается Гуссерль. Он пишет: «Оправданное возвращение к наивности жизни, сопровождаемое, однако, возвышающейся над ней рефлексией, представляет собой единственно возможный путь к преодолению философской наивности, скрытой в “научности” традиционной объективистской философии»<sup>2</sup>.

Таким образом, дело не в изначально континуалистском понимании истории Гуссерлем, как считает З.А. Сокулер. Скорее, его диктуемое общей философской задачей движение «назад к жизненному миру» порождает континуалистские последствия для его исторических реконструкций. А это значит, что современные достижения математики и математической физики, опирающиеся на существенное использование знаковых систем *не в качестве только средств передачи* идеальных содержаний, для Гуссерля могут оказаться только в «патологической» части истории геометрии<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> Гуссерль Э. Кризис... С. 141.

<sup>2</sup> Там же. С. 88. Вопрос, каким образом эта рефлексия включает «неподлинный» опыт математического естествознания.

<sup>3</sup> З.А. Сокулер справедливо отмечает, что для античного геометра многомерное пространство никак не могло быть причастно его идее геометрии. И же замечу, что оно никак не может быть предметом для математика вне развитого алгебраического символизма (изобретенного Виетом и Декартом вопреки античным интуициям (Кричевец А.Н. В какой математике возможны стили математического мышления // Стили в математике: социокультурная философия математики. СПб., 1999. С. 54)). Думаю, для Гуссерля этот вопрос был бы трудным.

Помочь нам в нашей проблемной ситуации может не возвращение к жизненному миру в его наивной изначальности, даже и с возвышающейся над ней рефлексией, а жизненный мир в той полноте, в какой мы можем его *создать*, найдя в нем место и современным достижениям «европейских» наук. Кризис же, как я постараюсь показать в заключительной части статьи, остается и при нынешнем состоянии «европейских наук» на том же самом месте, на каком его ставит анализ ситуации скептического парадокса в научной психологии, проведенный Гуссерлем в § 13 его работы.

5. «В классической рационалистической гносеологии, — пишет З.А. Сокулер, — познание рассматривается как своего рода причащение божественному. Знание вероятное, пусть даже высоковероятное, принципиально не может служить такой цели»<sup>1</sup>. В § 13 «Кризиса» Гуссерль как раз и рассматривает пафос познания столь успешного, какого не могли представить творцы науки предыдущих веков. И однако именно этот пафос «при взгляде *со стороны психологии*, в области которой эти свершения осуществлялись» вступает в противоречие со своими собственными целями: исследуя ученого как предмет, психология не может включать его пафос познания как приближения к истине, его «познание» не релевантно истине<sup>2</sup>. Еще в XVIII в. И. Кант предпринял серьезную попытку ограничения области применимости науки, своей первой Критикой «освобождая место вере». На мой взгляд, раздробление физики, о которой мы вели речь в первой части работы, ничего серьезным образом не добавляет к той проблеме, которую видел уже Кант.

Надо лишь понять различие между математическими моделями, которые благодаря подбору коэффициентов более или менее вероятно предсказывают поведение моделируемых систем (например, в психологии и популяционной биологии), и математизированными физическими *теориями*, в которых физические *единицы* вызываются к существованию математическими средствами, как например, линии тока в двумерной задаче обтекания (см. выше). Здесь знания не достоверны, а вероятны *лишь в силу неопределенности границ применимости* математизированных законов. Если же говорить о квантовой механике, то это совершенно точная наука, несмотря на то, что ее предсказания не являются точными, а лишь вероятностными. Таким образом, *если нам будет угодно*, мы по-прежнему можем рассматривать не менее (а скорее даже более) успешные, чем ньютоновская динамика, современные достижения математизированной физики как свидетельства нашей причастности (в качестве читателей книги

<sup>1</sup> Сокулер З.А. Э. Гуссерль...

<sup>2</sup> Там же. С. 99.

природы) божественному замыслу — и именно эту мысль выразил Вигнер в последней из приведенных в первой части статьи цитате о «незаслуженном даре».

Далее, легко видеть, что в целом верные замечания З.А. Сокулер, подобные приведенному ниже, касаются математической физики в меньшей степени, чем других наук: «Научные теории получают признание в научном сообществе, несмотря на сомнения в их истинности, потому что оказываются во многих отношениях удобными. Соответственно главная функция науки видится в том, чтобы служить руководством для технологических, экономических, политических и пр. решений, ориентиром для социальных действий, но не для решения кардинальных проблем человеческого существования и не для восстановления связи индивида с Абсолютом. Можно было бы сказать, что современное общество, как оно конституировалось после эпохи Просвещения, замыкается на себя. Не жаждет обретения связи с Трансцендентным. Соответственно переопределяется роль и назначение науки. Наука становится социальным институтом в ряду прочих институтов. Она имеет определенную социальную функцию и более или менее успешно выполняет ее. Но, по сравнению с парадигмой классической гносеологии, ее роль оказывается гораздо менее значимой»<sup>1</sup>. Это, несомненно, точное выражение состояния *современной философии науки*, но это не значит, что вопрос *о науке* решен этим окончательно.

В том же смысле верно и утверждение: «Философия науки со времен второго позитивизма осознала, что научные теории не подсаживаются опытом и не выводятся из него, но содержат произвольные конструкции, обусловленные активностью познающего разума и оценивающиеся по критерию удобства. Они оставляют познающих в рамках своей собственной социально организованной познавательной деятельности и не открывают перспектив трансцендирования в сторону подлинной реальности или созерцания Абсолюта»<sup>2</sup>. На мой взгляд, и здесь философия науки может и должна уточнить свое понимание, и прежде всего смысл «произвольности» в конструировании понятий.

<sup>1</sup> Сокулер З.А. Э. Гуссерль... Должен заметить, З.А. Сокулер не считает, что у человека вовсе нет перспективы трансцендирования наличного сущего в сторону подлинной реальности — об этом можно судить по ее прекрасной книге «Герман Коген и философия диалога», в которой эта перспектива связывается, в частности, с отношением с Другим. В данной статье невозможно развивать эту тему, но мне представляется, что интерес субъективности математики не во все чужда теме отношений «Я — Другой», в частности, передача идеальных содержаний с помощью языка обычно происходит в среде этого отношения, а не в чистоте реактивации знаковых осадков в ситуации «Я — текст».

<sup>2</sup> Там же.

Из того, что наука функционирует как социальный институт, не следует, что теорема Пифагора или теорема о собственном базисе для самосопряженного оператора не имеет какого-то внеисторического и внесоциального идеального значения. Больше того, признание социальных условий возможности и социальных мотиваций математической деятельности не может ничего дать для решения проблемы традирования этих идеальностей. Если же признать неудачной попытку Гуссерля опереться в решении проблемы передачи геометрии (к которой он относит и теорию относительности) в ряду поколений только на системы знаков, то можно сказать, что философия науки к проблеме еще и не подступилась.

Как отметил Л. Витгенштейн в пункте 4.112 «Логико-философского трактата», «Философия должна прояснять и строго разграничивать мысли, которые без этого являются как бы темными и расплывчатыми». Я считаю, что проблемное поле, в рамках которого расположилась данная статья, нуждается именно в прояснении и описании, а не в объяснениях и ответах на вопросы «почему», которые, на мой взгляд, здесь и невозможны.

6. Чтобы развести две стороны проблемы, я подвергну редукции то фактическое состояние математики, наук в целом и разнообразных ненаучных движений и достижений культуры, когда ограниченность возможностей человеческого индивида не позволяет ему освоиться во всем указанном пространстве достижений. Результат редукции, которую я назову редукцией интерсубъективности, можно представить себе как разум, многократно превосходящий разум нашего даже самого выдающегося современника — но лишь количественно — так сказать, по быстродействию и по объему памяти, но не качественно. Такой универсальный мыслитель мог бы быть специалистом во всех развитых до современного состояния науках, а также и в других человеческих деятельности. Как бы он ответил на вопрос о статусе математических объектов?

Математика, сказал бы он, прилагается разнообразно к деятельности разного уровня сложности. В жизненном мире, как его представлял Гуссерль, ее способ существования состоит в том, что идеальные ее предметы могут непосредственно сопоставляться с предметами мира, и это сопоставление находится в согласии с деятельностью в предметном мире. Больше того, некоторые деятельности только и становятся возможны благодаря их нормированию математическими средствами. Эту сторону математического существования описывает в своих работах (в частности, в статье в данном сборнике) В.Я. Перминов, а также Г.Б. Гутнер (также в данном сборнике). Замечу, что здесь аналога аргументу Куайна—Патнема не может быть, поскольку

отсутствуют эксплицитные теории этого жизненного мира, а развитые арифметика и геометрия уже возможны.

Над этим слоем возможно качественное развитие математики, связанное с развитием знаковых средств. Арабская цифровая система, алгебраическая символика, дифференциальное исчисление и т.д. выводят за рамки предметной онтологии, по Перминову. Гипотетический универсальный мыслитель не нуждался бы в знаках для передачи традиции, поскольку он и был бы этой традицией, но новая математика не могла бы им развиваться без специальных знаков (пример с многомерными пространствами, которые осваивает линейная алгебра, ясно показывает это). Но знаки позволяют образовывать новые слои предметности, или лучше квазипредметности, развивать формальную сторону математических рассуждений и образовывать тем самым новые слои деятельности (прежде всего, деятельность с письменными знаками на бумаге)<sup>1</sup>, в которой математик усматривает аналогии и аналогии аналогий (именно в таком усмотрении, по преданию, С. Банах видел истинный талант математика). И каждая аналогия может быть удачно выражена и закреплена знаками. Однако назвать эту деятельность «произвольным конструированием», с моей точки зрения, серьезная ошибка. С.Н. Жаров справедливо указывает в статье в данном сборнике, что математика как система возможных математических миров (и соответствующих им связей) представляет собой сверхсубъективный универсум, который не зависит ни от человека, ни от культуры.

С другой стороны, все связи между физикой, математикой и их применением в жизненном мире также оставались бы доступны в каждый момент субъекту научной деятельности<sup>2</sup>. Для этого субъекта умножение регионов математизированного физического знания и коррелирующее, но не связанное жестко развитие математики явно демонстрировали бы свою укорененность в жизненном мире, однако

<sup>1</sup> Шварц А.Ю. Роль чувственных представлений в математическом познании и понимании математики // Психологические исследования: электронный научный журнал [Электронный ресурс]. 2011. № 3 (17).

<sup>2</sup> Мне кажется, мы могли бы назвать этого полученного редукцией интересубъективности субъекта трансцендентальным коррелятом жизненного мира, последний теперь становится, в отличие от гуссерлевского, развивающимся. «Стартуя» от преданного жизненного мира, субъект может расширять жизненный мир, обнаруживая, например, новые априорные принципы, подобно тому как у Канта ньютоновская теория развивалась по предопределенным априорным принципам после образования эмпирического понятия движения (Кант И. Метафизические начала естествознания // Кант И. Соч.: В 6 т. Т. 6. С. 71). О необходимости расширения гуссерлевского понятия жизненного мира говорил Ю. Хабермас, акцентируя, правда, редуцированную нами интересубъективность (Хабермас Ю. От картин мира к жизненному миру. М.: Идея-Пресс, 2011. С. 111).

это возвращение к жизненному миру сопровождалось бы не только рефлексией (как это предлагалось Гуссерлем), но и дополнительным пониманием статуса математики и математического естествознания. А именно: феномен относительно независимого развития математики и ее непостижимой эффективности в физике должен быть отнесен к жизненному миру. Он «виден» из жизненного мира как возможность идеальной предметности, проецирующейся на специальные региональные идеализации физики. И далее, как возможность создания машин, хорошо согласованных с региональными идеализациями и использующих те предвидения, которые эти идеализации делают возможными<sup>1</sup>. Эти возможности принадлежат слою непосредственной очевидности.

Онтологический статус математических объектов<sup>2</sup>, по нашему мнению, полностью определяется системой их причастности к жизненному миру, и тем самым разные роды объектов имеют различающиеся статусы. Арифметика и элементарная геометрия образуют слой идеальных предметов, наиболее тесно взаимодействующих с ядром жизненного мира. Именно такого рода сплетение искал Гуссерль в работе «Начало геометрии». Математические идеальные объекты более высокого уровня не менее ясны, чем геометрические, но конечно, гораздо более сложные. Они «непостижимо эффективны», влетаясь в пропорционально далекую от ядра жизненного мира физическую, сплошь математизированную онтологию. В этом смысле аргумент Куайна—Патнема правильно указывает на онтологический паритет этих двух родов объектов, на равные «онтологические обязательства», которые мы имеем перед ними. В свою очередь математизированные объекты физики «непостижимо эффективно» возвращаются в жизненный мир в виде машин, в настоящее время составляющих значительную часть обыденного мира. Ошибкой будет только приписывание этим физико-математическим объектам фундаментального онтологического статуса, что и ведет (здесь я полностью согласен с Гуссерлем) к кризисным явлениям в науке.

7. Делая теперь попятный шаг и освобождаясь от редукции интересубъективности, т.е. возвращаясь к математике в рамках традиции и ограниченных возможностей отдельных индивидов, мы получаем дополнительно еще одну «непостижимость» — возможность пере-

<sup>1</sup> Подчеркну, что этот феномен относится к сфере математического естествознания в узком смысле — к физике. О других областях, где математика используется в моделях внешних, я здесь не говорю.

<sup>2</sup> Это традиционное выражение я считаю крайне неудачным в силу коннотаций с обыденным словоупотреблением. В самом деле, является ли доказательство теоремы математическим объектом? Нет, пока оно не стало предметом изучения в метаматематическом слое.

дачи идеальных предметностей от человека к человеку. Разумеется, эта передача происходит с помощью языка, но столь же несомненно, что идеальная предметность не сводится к комбинациям языковых знаков. Эта непостижимая передача математических значений не является изолированной загадкой и разделяет непостижимость с передачей языковых значений вообще<sup>1</sup>. *Непостижимость возможности и эффективности математики, языка и деятельности принадлежит слою непосредственных очевидностей жизненного мира.*

### Библиографический список

- Вигнер Е. О непостижимой эффективности математики в естественных науках // Этюды о симметрии. М.: Мир, 1971.
- Гуссерль Э. Кризис европейских наук и трансцендентальная феноменология. СПб.: Владимир Даль, 2004.
- Гуссерль Э. Начало геометрии. М.: Ad Marginem, 1996.
- Деррида Ж. Введение // Гуссерль Э. Начало геометрии. М.: Ad Marginem, 1996.
- Кант И. Метафизические начала естествознания // Кант И. Соч.: В 6 т. Т. 6. С. 53–168.
- Кричевец А.Н. В какой математике возможны стили математического мышления // Стили в математике: социокультурная философия математики. СПб., 1999.
- Сокулер З.А. Э. Гуссерль о геометрической традиции: к смене парадигм в теории познания // Философия науки. Вып. 5. М.: ИФ РАН, 1999 ([http://iph.ras.ru/ps\\_5.htm](http://iph.ras.ru/ps_5.htm)).
- Хабермас Ю. От картин мира к жизненному миру. М.: Идея-Пресс, 2011. С. 111.
- Хлебалин А.В. Онтологические обязательства неустрашимости математики // Вестник Томского гос. ун-та. Философия, социология, политология. 2009. № 4 (8). С. 60–68.
- Шварц А.Ю. Роль чувственных представлений в математическом познании и понимании математики // Психологические исследования: электронный научный журнал [Электронный ресурс]. 2011. № 3 (17).
- Colivan M. Indispensability Arguments in the Philosophy of Mathematics. <http://plato.stanford.edu/entries/mathphil-indis/>

<sup>1</sup> Объем статьи не позволяет развивать эту тему.

Структура физического знания (у которой много общих черт со структурой математического знания), ярко выраженная в 10-томнике «Теоретической физики» Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица, имеет следующий вид. Физика (Ф) представляется как совокупность разделов физики (РФ<sub>j</sub>), имеющих собственные основания (ОРФ<sub>j</sub>)

$$\Phi = \Sigma \text{РФ}_j,$$

в рамках которых задаются базовые понятия раздела, среди которых мы особо выделяем понятие «первичного идеального объекта» (ПИО), примерами которого является механическая частица в классической механике или электромагнитное поле в электродинамике. Среди других базовых идеальных сущностей (идеальные сущности — то, что задается путем определений (явных или неявных) и фигурирует в умозрении), примерами которых служат силы, массы и другие объекты — это то, что «движется» в весьма общем смысле. Под последним имеется в виду то, что в физике (это ее специфика) все процессы («движения») представляются как переход физического объекта (системы) А из одного состояния S<sub>A</sub> в другое: S<sub>A</sub>(1) → S<sub>A</sub>(2) (в большинстве случаев в качестве номера состояния выступает время t). Из ПИО<sub>j</sub> строятся теоретические модели физических объектов — «вторичные идеальные объекты» (ВИО), лежащие в основе соответствующих физических явлений (Я):

$$\{\text{О РФ}_j (\text{ПИО}_j)\} \rightarrow \text{ВИО} \leftarrow \text{Я}.$$

Структура ВИО и место в ней математики определяются структурой оснований (ОРФ<sub>j</sub>) и местом в ней математики, входящих в ВИО через ПИО.

Структура оснований (ОРФ<sub>j</sub>) изображена на схеме 1<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Литкин А.И. Структура современного физического знания // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 7. Философия. 2011. № 1. С. 46–62; Литкин А.И. Основания физики. Взгляд из теоретической физики. М.: УРСС, 2013.