Управление системой с гиперболическим аттрактором посредством обратной связи с запаздыванием

Сергей Т. Белякин , Арсен Р. Джаноев , Александр Ю. Лоскутов

МГУ им.М.В.Ломоносова, физический факультет

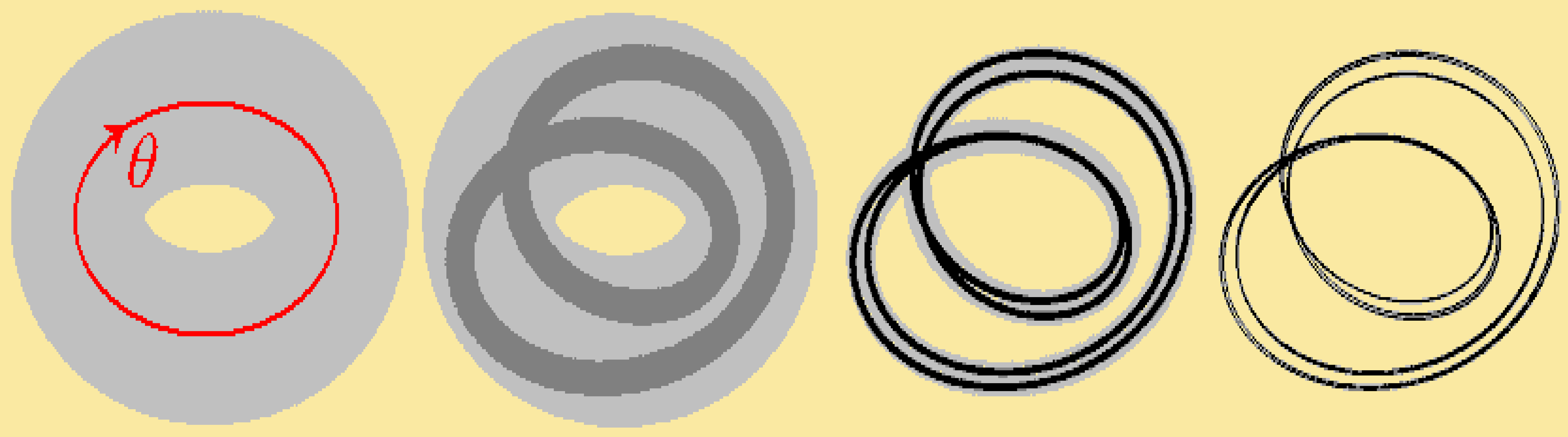
Понятие гиперболического аттрактора

Множество Λ называется гиперболическим аттрактором динамической системы, если Λ – замкнутое топологическое транзитивное гиперболическое множество и существует такая окрестность $U \supset \Lambda$, что $\Lambda = \bigcap_{t\geq 0} f^n U$.

К хорошо известным гиперболическим аттрактором относится соленоид Смейла – Вильямса и аттрактор Плыкина.

Соленоид Смейла – Вильямса получается посредством преобразования в себя тороидальной области $T = S^1 \times D^2$, где S^1- единичная окружность, а D^2 - единичный диск в R^2. Тогда , $f: T \to T$, $f(x,y,\varphi) = (\frac{1}{k}x + \frac{1}{2}\cos\varphi, \frac{1}{k}y + \frac{1}{2}\sin\varphi, 2\varphi)$, где *k>2* определяет сжатие “по толщине”, задает соленоид как подмножество $T \subset R^3$.

Эволюция гиперболического аттрактора



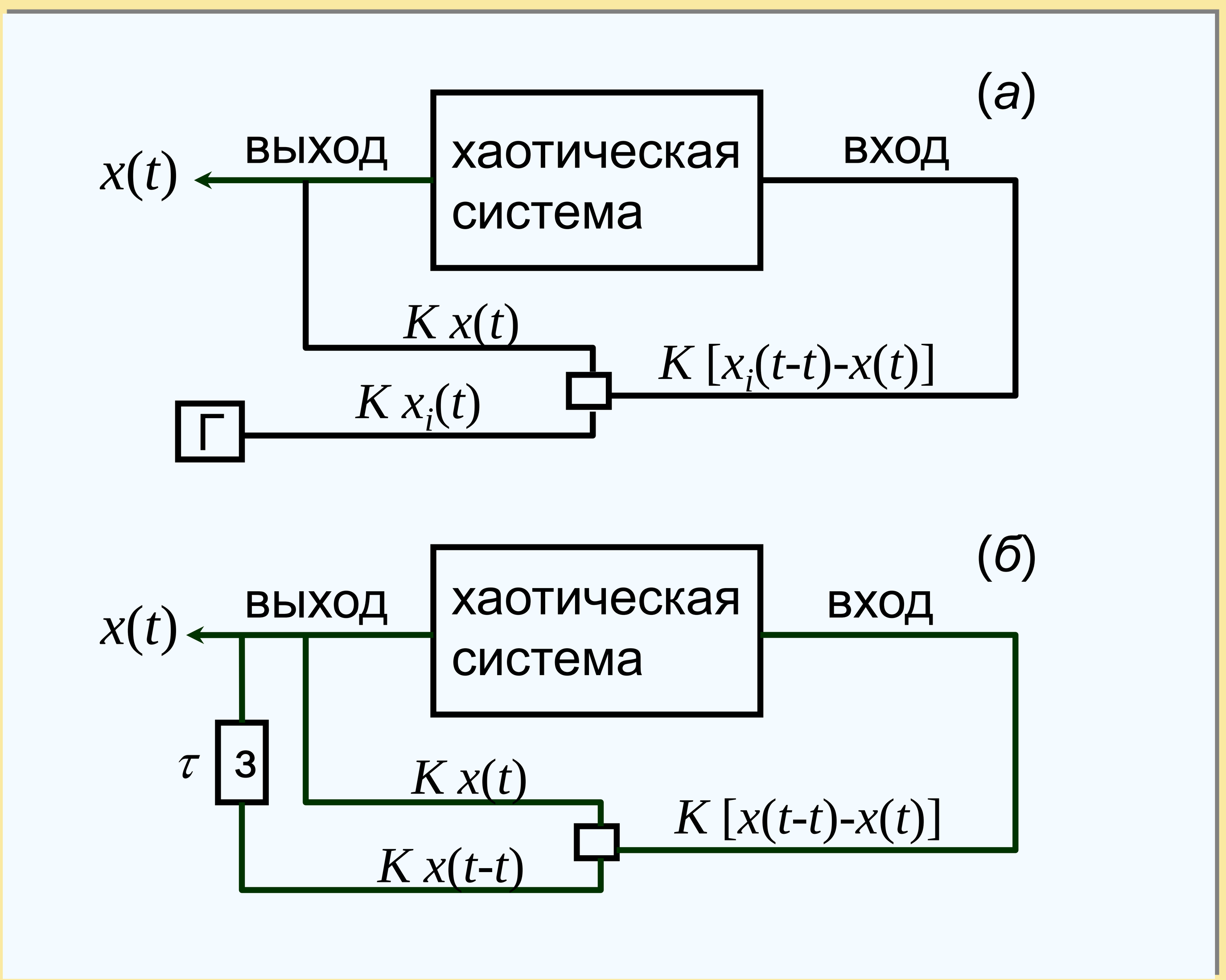
Система уравнений, содержащая гиперболический аттрактор

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= \omega y_1 + (1 - a_2 + \tfrac{1}{2}a_1 - \tfrac{1}{50}a_1^2)x_1 + \varepsilon x_2 y_2,\\
\dot{y}_1 &= -\omega x_1 + (1 - a_2 + \tfrac{1}{2}a_1 - \tfrac{1}{50}a_1^2)y_1,\\
\dot{x}_2 &= \omega y_2 + (a_1 - 1)x_2 + \varepsilon x_1,\\
\dot{y}_2 &= -\omega x_2 + (a_1 - 1)y_2,\\
a_1 &= x_1^2 + y_1^2, a_2 = x_2^2 + y_2^2.
\end{aligned}$$

Система с запаздыванием

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= \omega y_1 + (1 - a_2 + \tfrac{1}{2}a_1 - \tfrac{1}{50}a_1^2)x_1 + \varepsilon x_2 y_2,\\
\dot{y}_1 &= -\omega x_1 + (1 - a_2 + \tfrac{1}{2}a_1 - \tfrac{1}{50}a_1^2)y_1 + D_{t,t-\tau},\\
\dot{x}_2 &= \omega y_2 + (a_1 - 1)x_2 + \varepsilon x_1,\\
\dot{y}_2 &= -\omega x_2 + (a_1 - 1)y_2,\\
a_1 &= x_1^2 + y_1^2, a_2 = x_2^2 + y_2^2.\\
D_{t,t-\tau} &= K(x_{1,t} - x_{1,t-\tau})
\end{aligned}$$

Методы стабилизации хаотических систем



Метод Пирагаса

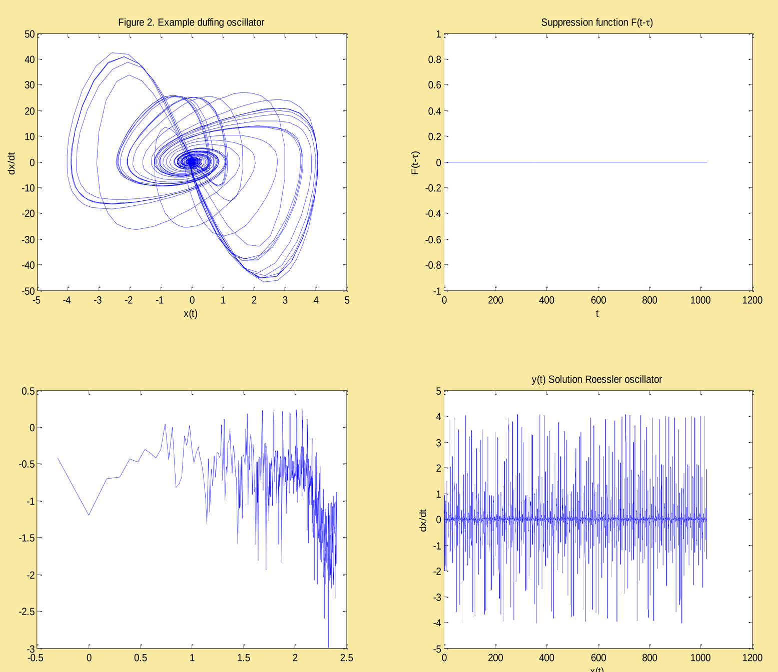
Гладкое семейство нелинейных управляемых систем обыкновенных дифференциальных уравнений

$\dot{x}_1 = F(x, \mu, u)$,

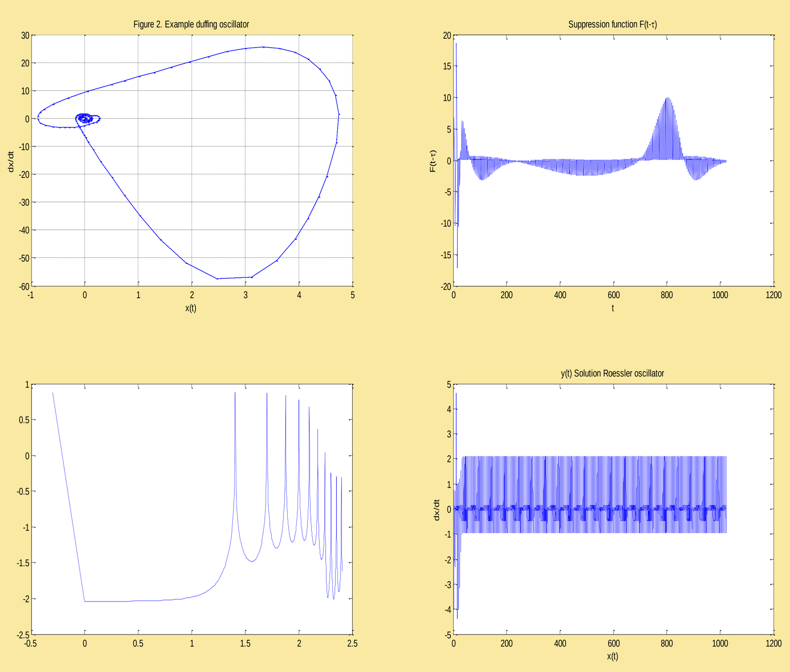
$x \in M \subset R^m, \mu \in L \subset R^k, u \in U \subset R^n, F \in C^\infty$

зависящих от вектора управляющих параметров *u* . Пусть требуется стабилизировать неустойчивый предельный цикл $x^*(t,\mu^*)$ периода *T*, являющийся решением системы семейства при *u=0* и $\mu = \mu^*$.Пусть при тех же значениях параметров *u=0* и $\mu = \mu^*$ семейство имеет регулярный или сингулярный аттрактор. Тогда стабилизация цикла $x^*(t,\mu^*)$ решается по закону обратной связи с запаздыванием вида $u(t) = K(x(t) - x(t-T))$, где *K* — матрица коэффициентов передачи. Начальное условие *x(0)* выбираем в достаточно малой окрестности орбиты цикла, то решение *x(t)* системы $\dot{x} = F(x(t), \mu^*, K(x(t) - x(t-T))$ с обратной связью при $\mu = \mu^*$ может сходиться к искомому неустойчивому циклу $x^*(t,\mu^*)$.

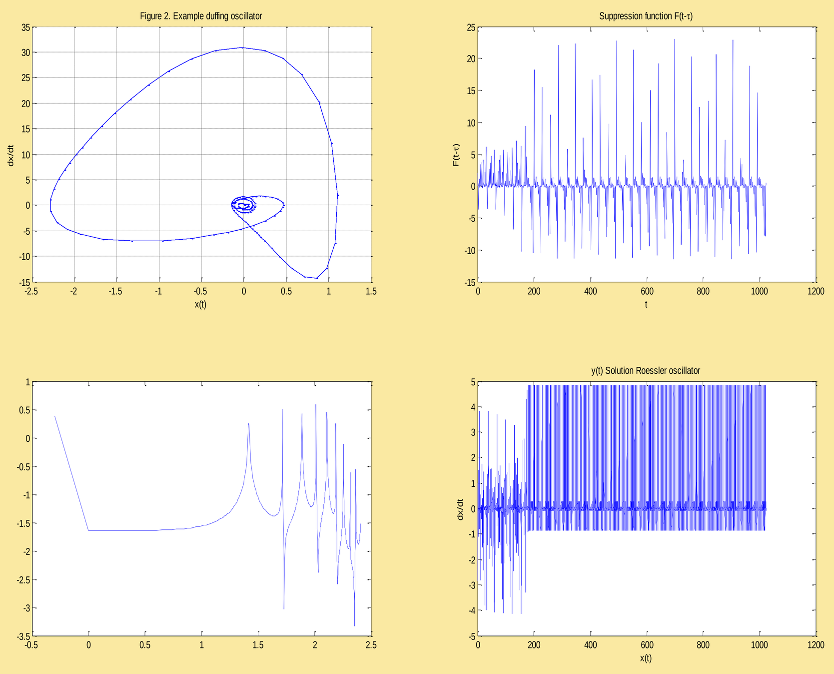
K=0



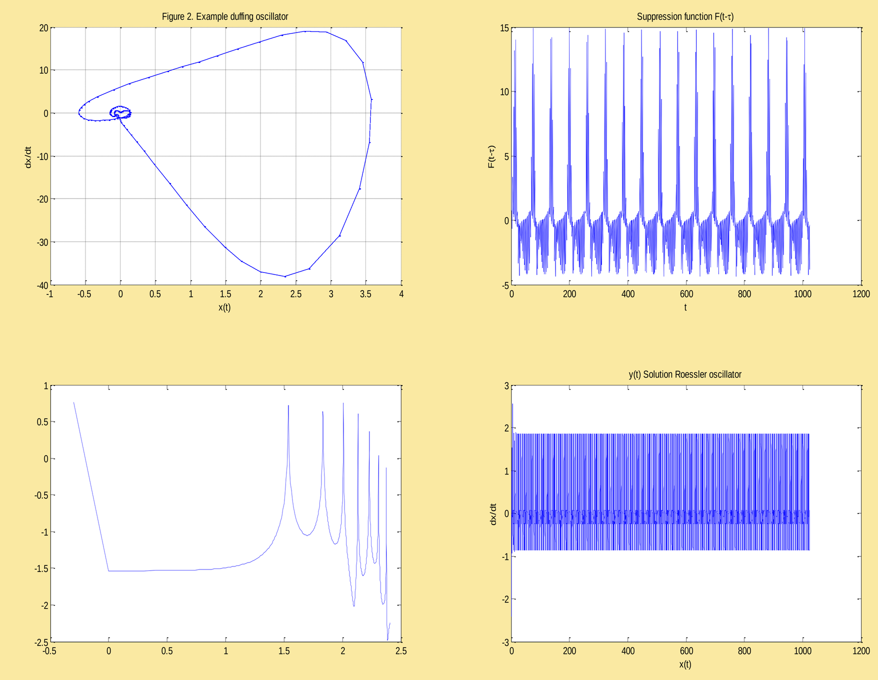
K=2*π* , *τ* =0.06



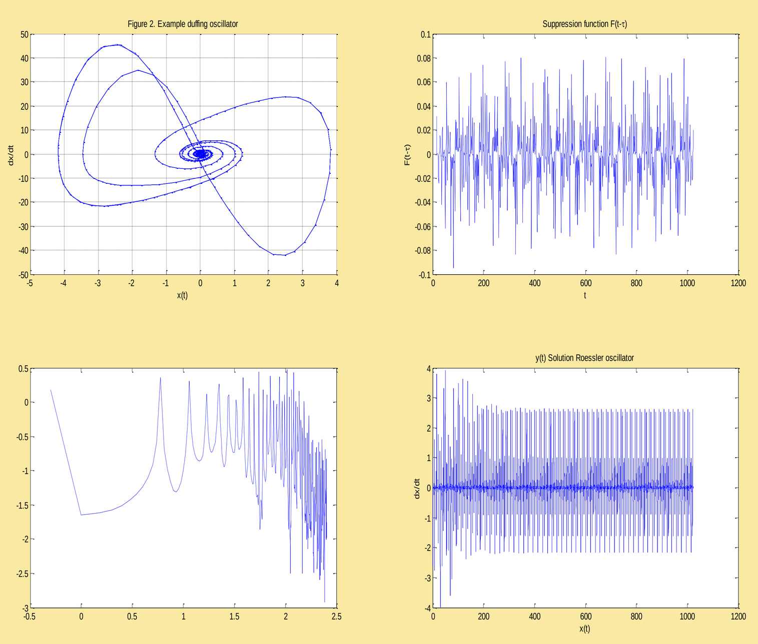
K=2*π* , *τ* =0.07



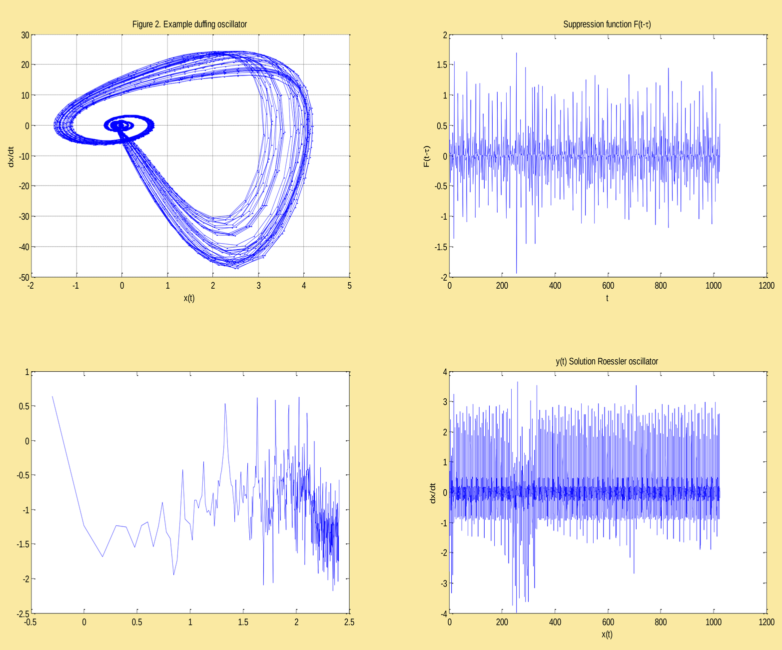
K=2*π* , *τ* =0.15



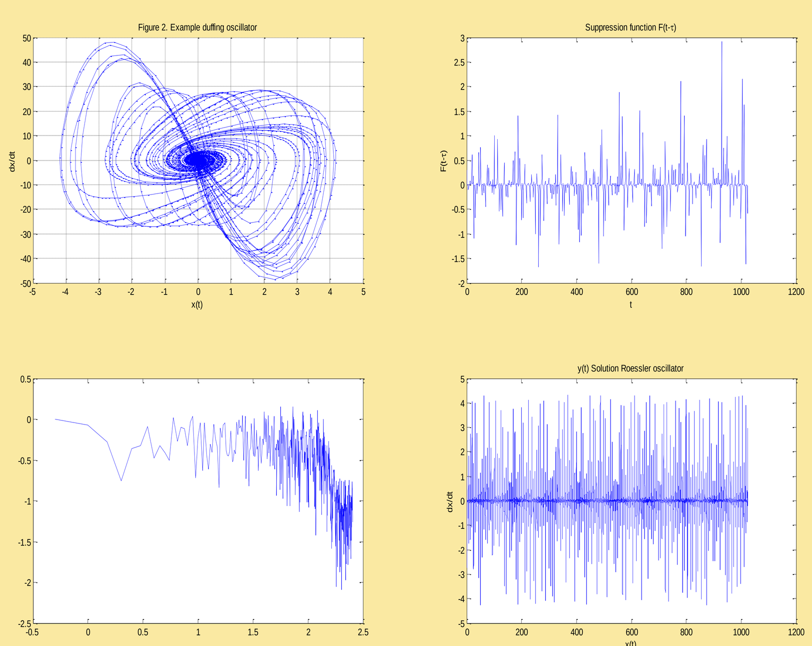
K=0.01*π* , *τ* = 16



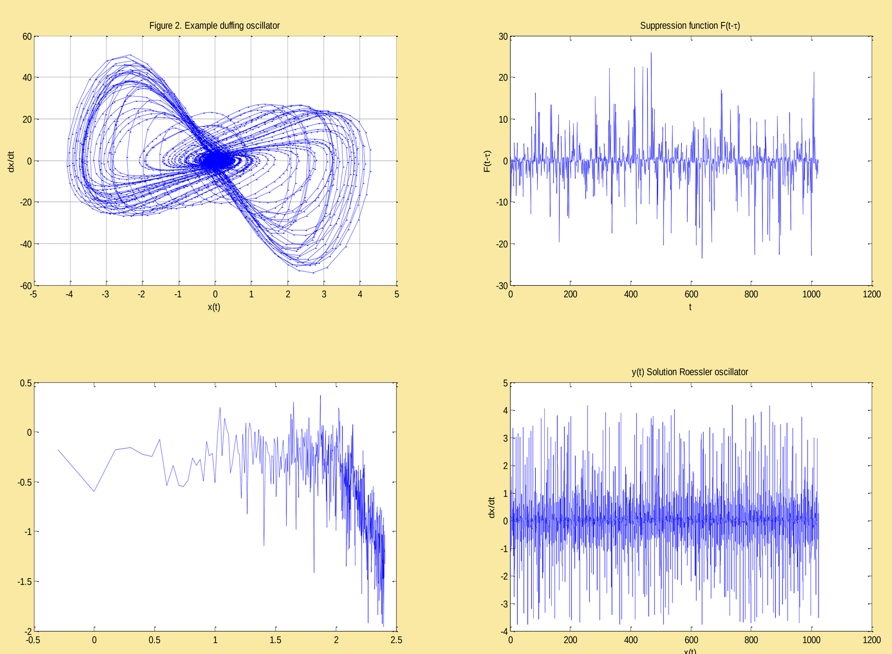
K=0.16*π* , *τ* =1.0



K=2π , *τ* =0.01



K=2π , *τ* =0.21



Литература:

1. Кузнецов С. П., Селезнев Е. П. Хаотическая динамика в физической системе со странным аттрактором типа Смейла – Вильямса. 2005.
2. Pyragas K. Continuous control of chaos by self–controlling feedback. Phys. Lett. A 170 (1992) 421 – 428.
3. Kuznetsov S. P., Pikovsky A . Autonomous coupled oscillators with hyperbolic strange attractors. Physica D 232 (2007) 87 – 102
4. Лоскутов А. Ю., Михайлов А. С. Основы теории сложных систем . М:. 2007.