

УДК 521.75+521.73

## ОБ ИЗМЕНЕНИИ ПАРАМЕТРА УНОСА МАССЫ ВДОЛЬ ТРАЕКТОРИИ МЕТЕОРНОГО ТЕЛА

© 2011 г. М. И. Грицевич<sup>1,2,3</sup>, Т. С. Гуслов<sup>3</sup>, Д. М. Кожемякина<sup>3</sup>, А. Д. Новиков<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>2</sup>Отдел поддержки научных исследований Европейского космического агентства,  
Европейский центр космических исследований и технологий, Нордвайк, Нидерланды

<sup>3</sup>Механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Исследована проблема законности использования модели с постоянным параметром уноса массы применительно к реальным метеорным явлениям. Модель с переменным параметром уноса массы, используемая в представленной работе, основана на расчете величины параметра высвечивания и коэффициента лучистого теплообмена в отдельных точках траектории. Согласие результатов применения моделей с постоянным и переменным значениями параметра уноса массы продемонстрировано на примере наблюдений двух крупных метеорных тел (MORP 219 и MORP 872).

### ВВЕДЕНИЕ

Ввиду того, что коэффициенты эффективности излучения, сопротивления, теплообмена, абляции, параметр изменения формы тела, сама его форма, плотность и масса напрямую из наблюдений не определяются, моделирование движения метеорного тела в атмосфере представляет собой далеко не однозначный процесс. Попытки поиска верного пути на практике зачастую приводят к реализации кардинально противоположных решений. Определяющей становится способность выявления ведущих процессов, по сравнению с которыми остальные играют подчиненную роль, а также верное разделение переменных на главные и зависимые.

Один из современных подходов к решению этой задачи представлен в работе (Сеплеча, ReVelle, 2005), где моделирование проводится путем пошагового пересчета параметров из базовых дифференциальных уравнений метеорной физики. Важным элементом теории является развитая ранее “квази-простая модель абляции”, предложенная ReVelle (1979). Основой модели служит положение об изменении коэффициента абляции тела в процессе движения. С другой стороны, значительным источником ошибки в расчетах (Сеплеча, ReVelle, 2005) является неизвестное значение коэффициента эффективности излучения  $\tau$  в фотометрической формуле. Как известно, надежного метода для определения величины  $\tau$  пока нет, что подтверждается путем сопоставления фотометрических оценок с массой, обеспечивающей наблюдаемое торможение тела (Грицевич, 2009). На наш взгляд, источник ошибки при расчете  $\tau$  в первую очередь обусловлен тем, что в условиях движения метеорных тел в средних и нижних слоях атмосферы светимость метеора формируется процессами, не учитываемыми в фотометрическом подходе

(Грицевич, 2008а). Кроме того, выбор схемы численного расчета и шага тоже вносит определенный произвол.

По-видимому, наиболее точная на сегодня “динамическая” модель (не использующая светимость метеорного тела) опубликована в работе (Грицевич, 2008б). Как и в предшествующих работах (Стулов и др., 1995; Грицевич, Стулов, 2007 и др.), коэффициент абляции принимается постоянным вдоль светящегося участка траектории. Это позволяет избавиться от ряда неопределенностей в задаче и, более того, записать решение в аналитическом виде. Разумеется, речь идет скорее не об описании, а об аппроксимации реального физического процесса. Действительно, как абляция обтекаемого метеорного тела, так и унос массы мелкими твердыми частицами являются следствием воздействия на него гиперзвукового потока воздуха. Различные механизмы уноса массы могут быть описаны путем принятия различных значений величины коэффициента теплообмена  $c_h$ . Поэтому величина параметра уноса массы  $\beta$  отражает интенсивность уноса массы, происходящего как вследствие испарения и оплавления наружного слоя с последующим сдуванием жидкой пленки набегающим воздушным потоком, так и вследствие отделения от родительского тела вторичных по размерам фрагментов. Качественный результат применения модели (Грицевич, 2008б) к наблюдениям дробящихся метеорных тел дан в работе (Грицевич, 2008в). На примере реальных падений показано хорошее соответствие теоретически рассчитанной массы метеорных тел общей массе найденного метеоритного вещества. Между тем, обзор литературы, посвященной изучению физики метеорных явлений, позволяет обнаружить альтернативные алгоритмы для расчета  $\beta$  лишь в работах В.П. Стулова и его последователей. Гораздо

Оценка величины параметра уноса массы

$t, c$	$h, км$	$V, км/с$	$\Gamma, кВт/см^2$	$C_h$	$\beta$	$\beta^1$
219						
0	67.7	18.4	0.080	0.029	1.27	2.06
1.58	47.8	17.9	0.326	0.061	2.66	2.06
2.58	33.5	15.6	0.201	0.047	2.06	2.06
3.08	28.1	11.6	0.036	0.019	0.83	2.06
872						
0	67.7	14.8	0.036	0.019	0.53	0.63
1.58	48	14.6	0.155	0.041	1.14	0.63
2.58	35.9	13.7	0.123	0.037	1.01	0.63
3.08	30.4	12.3	0.059	0.025	0.68	0.63
3.58	25.9	9.8	0.007	0.008	0.23	0.63

<sup>1</sup>(Грицевич, 2008б).

чаще исследователи переходят сразу к оценке масс метеорных тел. В некоторых подходах размерный коэффициент абляции  $\sigma$  метеорного тела вычисляется по фотометрической оценке его массы (Серлеха, 1975; Бронштэн, 1981).

Различие результатов применения указанных выше моделей привело авторов к идее независимо оценить коэффициент абляции на основе теории теплообмена, разработанной на кафедре аэромеханики и газовой динамики механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова в 1965–1985 гг. Наиболее полно результаты этой теории изложены в монографии (Стулов и др., 1995), там же приведен ряд оригинальных ссылок на первоначальные работы коллектива.

#### СХЕМА РАСЧЕТА РАДИАЦИОННОГО ПОТОКА ТЕПЛА К ЛОБОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ТЕЛА

В основной части диапазона метеорных скоростей лучистый тепловой поток на тело существенно превосходит конвективный (Стулов, Шапиро, 1970; Стулов, Мирский, 1976). Расчет радиационного потока тепла к лобовой поверхности может быть осуществлен путем оценки коэффициента лучистого теплообмена  $c_{h0}$ . По результатам численных расчетов задачи гиперзвукового обтекания затупленных тел в широком диапазоне изменения размера тела  $R$ , скорости  $V$  и плотности  $\rho$  набегающего потока было установлено, что величина  $c_{h0}$  зависит главным образом от параметра высвечивания  $\Gamma$  и очень слабо зависит от других параметров (Биберман и др., 1972; Мирский, Стулов, 1975; 1979). В частном случае обтекания тел воздухом зависимость  $c_{h0}$  от  $\Gamma$  была оценена следующим образом:

$$c_{h0} = 0.111\Gamma^{0.53}. \quad (1)$$

Значения параметра высвечивания  $\Gamma$ , необходимые для оценки  $c_{h0}$ , могут быть рассчитаны по таблицам равновесных ударных волн и степени черноты плоского слоя рассматриваемой смеси газов. Тогда расчет величины  $\Gamma$  разбивается на два этапа. Сначала при заданных значениях скорости и плотности набегающего потока по таблицам равновесных ударных волн находятся термодинамические функции газа за ударной волной  $T_s, p_s, \rho_s$ . Далее по известному коэффициенту сжатия  $\rho/\rho_s$  находится толщина ударного слоя  $l$ . Причем для тел, близких к сферическим, может быть использована приближенная формула для толщины ударного слоя (Стулов, 1969):

$$l = \frac{0.8\rho}{\rho_s} R, \quad (2)$$

где  $R$  – радиус сферы.

На втором этапе по известным параметрам в ударном слое  $T_s, p_s$  и его толщине  $l$  по табличным данным (Авилова и др., 1970) находится степень черноты однородного слоя  $\epsilon$ . В итоге параметр высвечивания  $\Gamma$  определяется по формуле:

$$\Gamma = \frac{2\epsilon\sigma T_s^4}{0.5\rho_\infty V_\infty^3}.$$

При обтекании воздухом, в диапазоне изменения характерного размера тела  $30 \leq R \leq 300$  см, для нахождения  $\Gamma$  может быть использована следующая аналитическая аппроксимация (Вислый и др., 1985):

$$1) \rho \leq 0.2 \times 10^{-6} \text{ г/см}^3,$$

$$\Gamma = C_i(R) (3.2657 \times 10^6 \rho)^{1.3228} R^{1/2} \left(\frac{V}{10}\right)^{n_i(R)} \text{ кВт/см}^2; \quad (3)$$

$$2) 0.2 \times 10^{-6} < \rho \leq 1.3 \times 10^{-6} \text{ г/см}^3,$$

$$\Gamma = C_i(R) (10^6 \rho)^{0.35} R^{1/2} \left(\frac{V}{10}\right)^{n_i(R)} \text{ кВт/см}^2; \quad (4)$$

$$3) \rho > 1.3 \times 10^{-6} \text{ г/см}^3,$$

$$\Gamma = C_i(R) \times 1.096 R^{1/2} \left(\frac{V}{10}\right)^{n_i(R)} \text{ кВт/см}^2. \quad (5)$$

Здесь  $R$  выражено в см,  $V$  – в км/с. Величины  $C_i(R)$ ,  $n_i(R)$  в формулах определяются следующим образом:

$$C_1(R) = 0.00344(0.00436R + 0.0878)^{1/4},$$

$$n_1(R) = 10(0.0079R + 1.3079)^{-1/4}$$

$$\text{при } 10 \leq V \leq 13 \text{ км/с;}$$

$$C_2(R) = 0.00344(0.3215R + 61.76)^{1/4},$$

$$n_2(R) = 10(0.4355R + 57.52)^{-1/4}$$

$$\text{при } 13 < V < 20 \text{ км/с.}$$

Для расчетов были отобраны два достаточно крупных болида MORP 219 и MORP 872, детально зарегистрированные Канадской наблюдательной сетью. Принималось условие  $\rho = \exp(-y)$  (барометрическая зависимость для изотермической атмосферы). Значения скоростей метеорных тел заимствованы из работы (Halliday и др., 1996), коэффициент сопротивления  $c_d = 1.3$  (Ждан и др., 2007), эффективная энтальпия разрушения  $H^* = 3000$  Дж/г (Стулов и др., 1995). Оценки для  $R$  в 17 и 15 см для болидов MORP 219 и MORP 872 соответственно были получены по аналогии с работой (Грицевич, 2008а) и соответствуют радиусу сферы, равной по объему прямоугольному параллелепипеду  $2L \times 3L \times 5L$ , размер которого  $L$  определяется по массе входа. Напомним, что такая начальная форма тела была выбрана в (Грицевич, 2008а) для возможности более объективного сравнения с результатами авторов (Halliday и др., 1996), использующими указанную форму метеорного тела при оценке массы по наблюдаемому торможению. Для вычислений использовались найденные ранее значения баллистических коэффициентов 12.51 и 12.34 для болидов MORP 219 и MORP 872 соответственно (Грицевич, 2008б). В итоге, параметр уноса массы  $\beta$  оценивался по формуле (Стулов и др., 1995):

$$\beta = \frac{c_h V_e^2}{2c_d H^*}.$$

Результаты вычислений представлены в таблице, а интерпретировать их можно следующим образом. Сначала, при движении метеорного тела в верхних слоях атмосферы, коэффициент теплообмена мал. Далее, в связи с ростом плотности атмосферы при практически неизменной скорости тела, наблюдается его увеличение. Наконец, при достижении более глубоких слоев, скорость тела заметно снижается и величина коэффициента теплообмена начинает убывать.

### РЕШЕНИЯ ДЛЯ ТРАЕКТОРИИ С ПЕРЕМЕННЫМ И ПОСТОЯННЫМ ЗНАЧЕНИЯМИ ПАРАМЕТРА УНОСА МАССЫ

В предположении, что угол траектории  $\gamma$ , а также величины  $c_d$ ,  $c_h$  и  $H^*$  – постоянные величины, известно аналитическое решение уравнений метеорной физики, которое записывается в виде (Стулов и др., 1995; Грицевич, 2007):

$$m = \exp(-(1 - v^2)\beta/(1 - \mu)), \quad (6)$$

$$y = \ln 2\alpha + \beta - \ln \Delta, \quad (7)$$

где  $\Delta = \bar{E}_i(\beta) - \bar{E}_i(\beta v^2)$ ,  $\bar{E}_i(x) = \int_{-\infty}^x e^t dt$ .

Безразмерные переменные  $m$ ,  $v$ ,  $y$ ,  $s$  в формулах (6)–(7) введены следующим образом:

$M = M_e m$ ,  $V = V_e v$ ,  $h = h_0 y$ ,  $S = S_e s$  ( $M$ ,  $V$  – масса и скорость тела,  $M_e$ ,  $V_e$  – масса и скорость тела в момент входа в атмосферу,  $h$  – высота над поверхностью планеты,  $h_0$  – высота однородной атмосферы,  $S$  – площадь миделева сечения тела,  $S_e$  – площадь внеатмосферного миделево сечения тела). Баллистический коэффициент  $\alpha$  пропорционален отношению массы атмосферного столба вдоль траектории тела с постоянным сечением, равным  $S_e$ , к внеатмосферной массе тела  $M_e$  и, следовательно, характеризует интенсивность торможения метеорного тела в атмосфере. В выражении (6) участвует параметр изменения формы метеороида  $\mu$ , введенный, следуя Левину (1956), задающий режим абляции и позволяющий записать закон изменения формы метеороида в следующем виде:  $\mu = \lg_m s$ . Величина параметра  $\mu$  отражает роль вращения метеороида во время движения. Возрастание параметра  $\mu$ , при том же  $\beta$ , приводит к более интенсивному уносу массы. Так, при чрезвычайно быстром и беспорядочном вращении унос массы происходит равномерно по всей поверхности метеороида. Оценка вероятных значений  $\mu$  проведена в работах (Грицевич, 2008в; Gritsevich, Koschny, 2011).

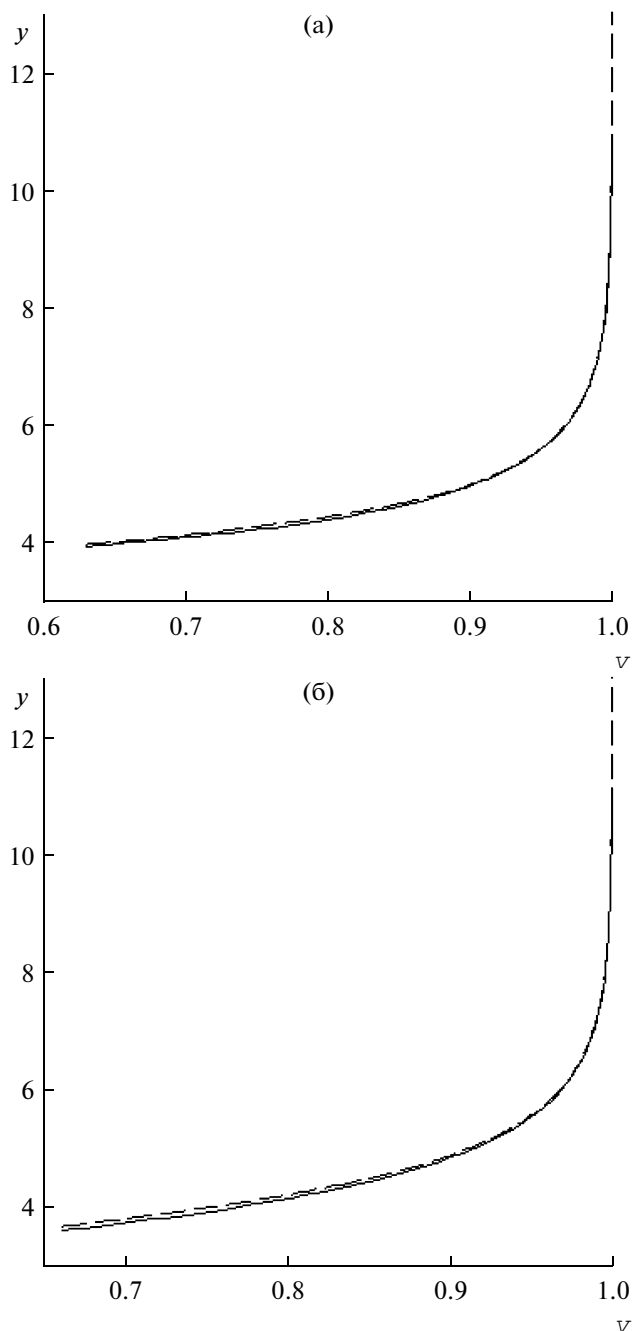
Альтернативный к описанному в предыдущем разделе подход состоит в подборе безразмерных параметров правой части (7) из условия наилучшей аппроксимации данных наблюдений. Решение ищется методом наименьших квадратов. В явном виде формулы для нахождения параметров опубликованы в (Грицевич, 2008б), там же, в качестве примера расчета, даны значения баллистического коэффициента  $\alpha$  и параметра уноса массы  $\beta$  рассматриваемых болидов. Таким образом, с использованием этих величин соотношения (6)–(7) без труда дают теоретические зависимости изменения массы и высоты от скорости метеорного тела. Эти кривые изображены сплошными линиями на рис. 1–2.

Пунктир соответствует модели с переменным  $\beta$ . С этой целью полученные в данной работе значения (предпоследний столбец в таблице) использовались для линейной интерполяции зависимости  $\beta(v)$ . Кривые, соответствующие случаю переменного параметра уноса массы  $\beta$ , получены путем численного решения исходной дифференциальной системы уравнений с переменными коэффициентами, которая в безразмерных переменных записывается в следующем виде:

$$m \frac{dv}{dy} = \alpha \rho v s, \quad (8)$$

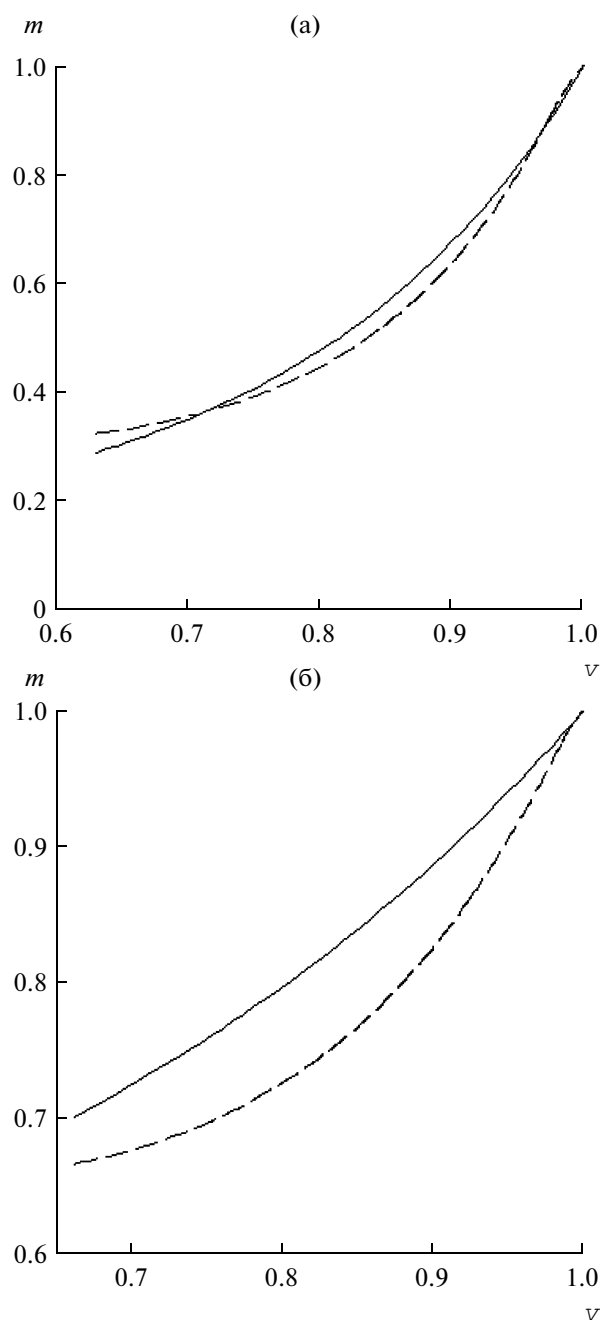
$$\frac{dm}{dy} = \frac{2}{1 - \mu} \alpha \beta \rho v^2 s.$$

Система уравнений (8) решалась методом Рунге–Кутты 8-го порядка, основанного на формулах Дормана–Принса с автоматическим управлением



**Рис. 1.** Зависимость безразмерной высоты от скорости: решения с постоянным и переменным параметром уноса массы: (а) – MORP 219; (б) – MORP 872.

длиной шага. Вычисление ошибки расчета (и, как следствие, получение входных данных для определения следующего шага) осуществлялось путем сопоставления сделанного расчета с расчетом, проведенным методом 7-го порядка точности. Применяемая схема численного метода подробно изложена в монографии (Хайрер и др., 1990). Принимая во внимание, что функция  $\beta(v)$  имеет разрывы производной, уравнение считалось на каждом участке



**Рис. 2.** Зависимость безразмерной массы от скорости: решения с постоянным и переменным параметром уноса массы: (а) – MORP 219; (б) – MORP 872.

дифференцируемости функции, а в точках разрыва производной решение склеивалось по непрерывности.

Поскольку в данной работе мы ограничиваемся расчетом величины параметра уноса массы  $\beta$ , без последующей оценки массы метеорного вещества на различных участках траектории, нет необходимости принимать какое-либо предположение о типе абляции и величине параметра изменения фор-

мы метеороида  $\mu$  (Gritsevich, 2009). При построении графиков 2а, 2б при сопоставлении изменения массы вдоль траектории в рамках различных методик в обоих случаях без ограничения общности принималось предположение  $\mu = 0$ .

По результатам сравнения кривых видим, что учет переменной  $\beta$  практически не влияет на изменение высоты. Более существенно меняется зависимость массы от скорости, что четче выражено на рис. 2б. С другой стороны, модель с переменным  $\beta$ , основанная на расчете коэффициента теплообмена в отдельных точках траектории, требует большей полноты и точности исходного набора данных о метеорном теле, поэтому расхождение кривых на рис. 2б может быть объяснено, например, отличием фактической формы тела от предполагаемой при расчетах. В подходе (Грицевич, 2008б) параметр уноса массы определяется при наличии минимальной информации о явлении, а предположения о форме тела и его плотности могут легко варьироваться, поскольку используются уже на последующих этапах: при оценках массы метеорного тела, эффективной энтальпии разрушения и других параметров.

Сравнение полученных в рамках этих подходов результатов показывает, что каких-либо преимуществ использования моделей с переменным параметром абляции для болидов MORP 219 и MORP 872 не имеет и подтверждает для этих болидов адекватность методов, развитых в работах (Грицевич, Стулов, 2007; Грицевич, 2008б), позволяющих аппроксимировать процесс движения метеорного тела в целом, а не локально.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что величина параметра уноса массы, рассчитанная с применением теории теплообмена для болидов MORP 219 и MORP 872, удовлетворительно соответствует значению этой величины, определенному из наблюдений на основе формы светящегося участка траектории в переменных “скорость–высота”. Близость результатов, полученных с использованием различных методик, показывает, что полученные данные о торможении и абляции рассмотренных метеорных тел в атмосфере характеризуют не только их основные параметры, но и физические процессы, сопровождающие это явление.

Разумеется, для подтверждения сделанного в работе вывода сравнительный анализ двух методик следует провести для большего числа метеорных тел.

Авторы искренне благодарят рецензентов за детальное ознакомление с текстом, полезные комментарии и замечания, которые способствовали улучшению работы. Авторы также выражают признательность профессору кафедры аэромеханики и газовой динамики механико-математического фа-

культета МГУ В.П. Стулову за внимание, проявленное к работе. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проекты №№ 07-01-00009а, 11-08-00009а. Исследования М.И. Грицевич поддержаны грантом Emil Aaltonen Foundation.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Авилова И.В., Биберман Л.М., Воробьев В.С. и др. Оптические свойства горячего воздуха // Ред. Биберман Л.М. М.: Наука, 1970. 320 с.
- Биберман Л.М., Бронин С.Я., Лагарьков А.Н. Радиационно-конвективный теплообмен при гиперзвуковом обтекании затупленного тела // Изв. АН СССР. МЖГ. 1972. № 5. С. 112–123.
- Бронштэн В.А. Физика метеорных явлений. М.: Наука, 1981. 416 с.
- Вислый А.И., Мирский В.Н., Стулов В.П. Траектории торможения тел в атмосфере планет с учетом уноса массы и изменения формы под действием радиационного и конвективного нагрева. Гидроаэромеханика и космические исследования. М.: Наука, 1985. С. 42–53.
- Грицевич М.И. Приближение наблюдаемого движения болидов аналитическим решением уравнений метеорной физики // Астрон. вестн. 2007. Т. 41. № 6. С. 548–554.
- Грицевич М.И. О применимости фотометрической формулы при оценке массы болидообразующих тел // Докл. РАН. 2008а. Т. 418. № 5. С. 624–630.
- Грицевич М.И. Идентификация динамических параметров болидов // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. 2008б. № 1. С. 38–42.
- Грицевич М.И. Анализ атмосферных траекторий для падений Пржибрам, Лост Сити, Иннисфри, Нойшванштайн // Астрон. вестн. 2008в. Т. 42. № 5. С. 397–417.
- Грицевич М.И., Стулов В.П. Масса входа болидов Канадской сети // Докл. РАН. 2007. Т. 413. № 4. С. 472–477.
- Ждан А.И., Стулов В.П., Стулов П.В., Турчак Л.И. Коэффициенты сопротивления тел метеоритных форм // Астрон. вестн. 2007. Т. 41. № 6. С. 544–547.
- Левин Б.Ю. Физическая теория метеоров и метеорное вещество в солнечной системе. М.: АН СССР. 1956. 296 с.
- Мирский В.Н., Стулов В.П. Лучистый теплообмен головной части тела при интенсивном испарении // Изв. АН СССР. МЖГ. 1975. № 2. С. 190–192.
- Мирский В.Н., Стулов В.П. О законе подобия для коэффициента лучистого теплообмена при гиперзвуковом обтекании тел // Инженерно-физический журн. 1979. Т. XXXVI. № 2. С. 244–248.
- Стулов В.П. О законе подобия при сверхзвуковом обтекании затупленных тел // Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 4. С. 142–146.
- Стулов В.П., Мирский В.Н. Течение излучающего газа около затупленного тела при интенсивном испарении // Теплофизика высоких температур. 1976. Т. XIV. № 1. С. 112–119.

- Стулов В.П., Мирский В.Н., Вислый А.И.* Аэродинамика болидов. М.: Наука. Физматлит, 1995. 236 с.
- Стулов В.П., Шапиро Е.Г.* Излучение ударного слоя при гиперзвуковом обтекании затупленных тел воздухом // Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. № 1. С. 154–160.
- Хайпер Э., Нерсетт С., Ваннер Г.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 512 с.
- Ceplecha Z.* Ablation and shape-density coefficients in meteors // Bull. Astron. Inst. Czech. 1975. V. 26. № 4. P. 242–248.
- Ceplecha Z., ReVelle D.O.* Fragmentation model of meteoroid motion, mass loss, and radiation in the atmosphere // Meteoritics and Planet. Sci. 2005. V. 40. № 1. P. 35–54.
- Gritsevich M.I.* Determination of parameters of meteor bodies based on flight observational data // Adv. Space Res. 2009. V. 44. Iss. 3. P. 323–334.
- Gritsevich M., Koschny D.* Constraining the luminous efficiency of meteors // Icarus. 2011 V. 212. Iss. 2. P. 877–884.
- Halliday I., Griffin A.A., Blackwell A.T.* Detailed data for 259 fireballs from the Canada camera network and inferences concerning the influx of large meteoroids // Meteoritics and Planet. Sci. 1996. V. 31. P. 185–217.
- ReVelle D.O.* A quasi-simple ablation model for large meteorite entry – Theory vs observations // J. Atmos. and Terr. Phys. 1979. V. 41. P. 453–473.