

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

**Грицевич Мария Игоревна**

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ НАЗЕМНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ  
МЕТЕОРОВ И БОЛИДОВ

01.02.05. Механика жидкости, газа и плазмы

01.03.04. Планетные исследования

Диссертация

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

д.ф.- м.н., проф. В.П. Стулов

Москва 2008

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
Глава 1. Метод интерпретации фотографических наблюдений.....	28
1.1. Аналитическое решение основных дифференциальных уравнений движения .....	28
1.2. Новый метод определения динамических параметров метеорных тел по данным наблюдений.....	31
1.3. Интерпретация наблюдений дробящихся метеорных тел.....	36
1.4. Сопоставление оценок, полученных при помощи различных методов по одним и тем же наблюдательным данным .....	40
Глава 2. Определение основных параметров метеороидов Прерийной и Канадской сетей .....	48
2.1. Аппроксимация светящегося участка траектории.....	48
2.2 Оценка внеатмосферной массы метеорного тела .....	49
2.3. Оценка характерных высот, соответствующих различным режимам обтекания.....	52
2.4. О динамической массе в нижней части траектории болида .....	56
Глава 3. Модель движения болида Нойшванштайн в атмосфере .....	60
3.1. Краткое описание болида Нойшванштайн .....	60
3.2. Ранние модели .....	62
3.3. Подбор динамических параметров и оценка начальной массы болида Нойшванштайн .....	63

Глава 4. Признаки выпадения метеоритов (по светлой части траектории) ....	65
4.1. Данные наблюдений.....	65
4.2. Аппроксимация наблюдаемых траекторий .....	68
4.3. О форме метеорных тел и возможной роли вращения в полете ....	69
4.4. Оценки начальной массы.....	73
4.5. Вычисление ускорения метеорного тела .....	77
4.6. Значение массы в нижней точке аппроксимируемых наблюдений .....	79
4.7. Обсуждение результатов .....	81
 Заключение .....	 83
 Список литературы .....	 86
 Приложение 1. Таблицы.....	 97
 Приложение 2. Рисунки.....	 109

## Введение

Для наблюдений метеоров организовывается работа фотографических патрульных служб, состоящих из нескольких станций. Станции располагают на достаточно большом расстоянии (порядка 100 км) и снабжают специальными камерами, непрерывно фотографирующими значительную часть неба. Такого рода наблюдения ведутся в географически различных регионах уже более полувека, при этом интенсивно развиваются как сами болидные сети, так и инструментальные методы наземных наблюдений. К сожалению, гораздо более скромными темпами совершенствуются методы обработки зарегистрированных наблюдателями данных. Так, при помощи существующих методов интерпретации наземных наблюдений метеоров и болидов, до сих пор удалось найти всего лишь несколько метеоритов, полет которых в атмосфере успели зарегистрировать специальные фотографические камеры.

Впервые наблюдения с двух станций начали в Гарвардской обсерватории, США (Harvard Meteor Project) в 1936 году и под руководством Ф. Уиппла регулярно проводили до 1951 (*Jacchia, Whipple, 1956*). С 1951 года аналогичная работа выполнялась в Чехословакии (*Ceplecha, 1961*), где 7 апреля 1959 года камеры метеорного патруля Астрономического института Академии наук зафиксировали яркий болид Пржибрам (CZ 19590407). Экстраполяция наблюдаемого участка траектории на поверхность Земли привела к обнаружению четырех фрагментов метеоритного тела общей массой 5,8 кг. Атмосферная траектория и орбита в Солнечной системе этого метеорита были точно вычислены. После этого, специально для фотографической регистрации ярких метеоров, было решено создать сеть станций на среднем западе США. Работой системы, состоящей из 16 станций, руководила Смитсоновская астрофизическая обсерватория (*Мак-Кроски и др., 1978, 1979*). За все

время работы, с 1963 по 1975 год, Прерийная сеть зарегистрировала более 2700 базисных метеоров, из которых на поверхности Земли обнаружили только Лост Сити (PN 40590), полет которого был сфотографирован 3 января 1970 года.

Достаточно подробное описание Канадской сети MORP (Meteorite Observation and Recovery Project), дано в работе (*Halliday* и др., 1978). С 1971 по 1985 год шестьдесят камер, установленных на 12 станциях этой сети, следили за небом, собирая информацию о притоке метеорного вещества. Более тысячи ярких болидов были зарегистрированы с двух и более различных станций. Успех по обнаружению выпавших метеоритов пришелся на Канадскую наблюдательную сеть лишь при регистрации болида Иннисфри (MORP 285) 6 февраля 1977 года (рис. 1б). Спустя 12 дней авторами (*Halliday* и др., 1977) был найден первый фрагмент метеорита.

Одновременно с Прерийной сетью США с 1963 года развивалась Чешская болидная сеть, превратившаяся позже в Европейскую сеть из 43 станций на территориях Чехии, Словакии, Германии, Бельгии, Нидерландов, Австрии и Швейцарии. Сеть действует по настоящее время. Очень яркий болид (EN 060402), был сфотографирован камерами Европейской сети 6 апреля 2002 года (рис. 1а). Спустя три месяца был обнаружен метеорит, получивший название Нойшванштайн (*Spurný* и др., 2002, 2003). Таким образом, за все время это четвертый метеорит, полет которого в атмосфере Земли успели запечатлеть специальные фотографические камеры.

Отметим, что несколько болидов, после которых также были найдены метеориты, были сняты видеокамерами случайных наблюдателей: Пикскилл, США, 1992 (*Brown* и др., 1994), Моравка, Чехия, 2000 (*Borovička* и др., 2003), Вильябето де ла Пенья, Испания, 2004 (*Llorca* и др., 2005).

В настоящее время развивается спутниковая система наблюдений, оснащенная инфракрасными и оптическими датчиками, регистрирующими яркие вспышки в атмосфере. Серьезным недостатком этой системы является отсутствие динамических данных о движущихся болидах. Спутниковой сетью было отмечено падение метеоритов Сэнт Роберт, Канада, 1994 (*Brown* и др., 1996), Юанченг, Китай, 1997 (*Wacker* и др., 1998), Тэгиш Лэйк, Канада, 2000 (*Brown* и др., 2002), Парк Форест, США, 2003 (*Simon* и др., 2004) и др. Болиды Моравка, Сэнт Роберт, Тэгиш Лэйк, Парк Форест, кроме того, наблюдались большим количеством очевидцев. В таблице 1 приведена общая информация для 9 метеоритов, падения которых инструментально зафиксированы с достаточной для определения орбит точностью.

Помимо перечисленных болидных сетей в 1997 году была создана наземная сеть в Испании (*Trigo-Rodriguez* и др., 2005) - Spanish Photographic Meteor Network (SPMN). С 2002 года регулярные наблюдения осуществляет Polish Fireball Network (PFN) в Польше (*Wiśniewski* и др., 2003) и с 2003 года Desert Fireball Network в Австралии (*Bland*, 2004). Существует также болидная сеть Великобритании, организованная астрономами-любителями в 1973 году (*Hindley, Houlden*, 1977). Регистрация метеоров активно проводилась Институтом астрофизики Академии наук Таджикистана (*Babadzhanov*, 1986). За время функционирования болидных сетей сфотографированы тысячи болидов. Много раз анализ кинематических, динамических и фотометрических характеристик болидов, полученных в результате изучения наблюдаемых данных, указывал на факт выпадения метеорита на поверхность Земли (*Wetherill, ReVelle*, 1981; *Cepplecha* и др., 1983; *Halliday* и др., 1989а, 1996 и др.). К сожалению, метеориты не были обнаружены. А между тем основной целью болидных сетей было снабжение точными данными об атмосферной траектории, с помощью которых вероятное место выпадения метеорита на

поверхности может быть вычислено с большей достоверностью и гораздо быстрее, чем путем сбора и анализа показаний случайных очевидцев падения (Halliday и др., 1978). Прерийная сеть США в принципе некоторое время фигурировала под названием «Prairie Meteorite Network» (McCrosky, Boeschstein, 1965), затем название изменилось на менее оптимистичное: «Prairie Network» (Мак-Кроски и др., 1978; Мак-Кроски и др., 1979; Wetherill, ReVelle, 1981).

Качественные снимки наиболее ярких и длительных метеоров подвергаются последующей обработке. В результате, информация об их спуске в атмосфере подается сразу в виде таблиц, содержащих детальные динамические и фотометрические данные наблюдений на светящемся участке траектории. Опубликованные табличные данные служат основой для дальнейшего, более глубокого анализа.

Существующие методы интерпретации фотографических данных можно условно разделить на две группы. К первой относятся фотометрические методы, использующие светимость метеора. До последнего времени в большинстве работ по исследованию метеорных явлений принимался следующий подход к определению начальной массы тела по данным наблюдений. Предполагалось, что в каждый момент времени наблюдаемая интенсивность свечения метеора пропорциональна изменению его кинетической энергии, а именно:

$$I = -\tilde{\tau} \cdot \frac{d(MV^2 / 2)}{dt} = -\tilde{\tau} \cdot \left( \frac{V^2}{2} \frac{dM}{dt} + MV \frac{dV}{dt} \right), \quad (0.1)$$

где  $M$  – масса,  $V$  – скорость,  $\tau$  – коэффициент эффективности излучения. Далее начинался решительный отход от физического содержания явления метеора. Во-первых, предполагалось, что расходом энергии на торможение можно пренебречь, и второе слагаемое в правой части (0.1) отбрасывалось.

Во-вторых, величина коэффициента эффективности излучения  $\tau$  считалась универсальной, т.е. применимой для всех метеоров. В результате начальная масса метеорного тела вычислялась по известной фотометрической формуле:

$$M_{ph} = - \int_{t_1}^{t_0} \frac{I}{\tau V^2} dt \quad (0.2)$$

где интеграл берется по всему видимому участку атмосферной траектории: от времени погасания  $t_1$  до времени появления метеора  $t_0$ . Одним из аргументов в пользу применимости формулы (0.2) считается качественное свойство метеорных спектров, состоящее в преобладании линий элементов, входящих в состав большинства метеоритов. Отсюда делается вывод, что преобладающий вклад в свечение метеора при его движении в атмосфере с большой скоростью дает излучение паров материала тела, возникающих вследствие испарения его поверхности. При этом игнорируются другие возможные источники излучения, в частности, излучение атмосферного газа ударного слоя около обтекаемого тела. В научных статьях формула (0.2) используется без каких-либо ссылок на первоисточник, а в ряде работ приводятся сразу готовые расчеты фотометрических оценок, без упоминания самой формулы (например, *Halliday* и др., 1996). Другими словами, при анализе метеорных явлений, в том числе сопровождающихся заметным торможением, фотометрическая формула получила достаточно широкое распространение.

На ранних этапах интерпретации светимости метеорных тел величина коэффициента эффективности излучения  $\tau$  вычислялась согласно работе Эпика (*Öpik*, 1955, 1963) на основе простейшей модели свободно-молекулярного обтекания сферы (*Öpik*, 1933) с экспериментальной калибровкой для масс порядка 1 грамма (*Ayers* и др., 1970), где по наблюдаемым кривым блеска искусственных метеоров из никеля и железа пытались аппроксимировать  $\tau$  линейной зависимостью от  $V$ . В результате чего приняли:  $\tau = \tau_0 V$ ,



где  $\tau_0=10^{-19}$ , а непосредственные расчеты проводили по табличным данным по формуле (McCrosky, Posen, 1968 и др.):

$$M_{ph} = \frac{2}{\tau_0} \sum \frac{I}{V^3} \Delta t \quad (0.3)$$

Затем предположение свободно-молекулярного обтекания было естественным образом перенесено на крупные метеорные тела, проникающие и продолжающие свечение в достаточно глубоких слоях атмосферы, вплоть до 15-20 км над уровнем моря. Под воздействием явного несоответствия расчетов, произведенных по формулам (0.2)-(0.3), другим оценкам динамической массы, обеспечивающей наблюдаемое торможение (см., например, работу (McCrosky и др., 1971) по оценке начальной массы метеороида Лост-Сити), конструировались более сложные выражения для  $\tau$  (Halliday и др., 1996; Seplecha, ReVelle, 2005) в виде все усложняющихся зависимостей от переменных метеора на траектории. Однако ошибочной сути дела это не меняло, так как нет никаких оснований считать величину коэффициента  $\tau$  универсальной, не зависящей от конкретных условий развития метеорного явления. Физически понятно, что коэффициент эффективности излучения  $\tau$  должен существенно зависеть не только от скорости тела, но и от других параметров: плотности атмосферы, размеров тела, его химического состава (в случае, когда вклад излучения паров материала тела ощутим) и др.

В работах (Грицевич, Стулов, 2006; Грицевич, 2008б) при помощи различных динамических подходов показано, что основная часть светящегося сектора траекторий крупных болидов лежит в условиях обтекания в режиме сплошной среды, а условие свободно-молекулярного обтекания, необходимое для корректной интерпретации светимости, находится вне его пределов. Поэтому физико-механические параметры крупных болидов, полученные на основе вычисленной фотометрическим методом массы, крайне не надежны.

Наглядным примером здесь служит исследуемый ниже болид Пржибрам. Наибольший найденный фрагмент, Луги, был приписан второй по яркости траектории, в результате чего полагали, что в области падения должен быть найден метеорит весом примерно 100 кг, соответствующий наиболее яркой траектории (*Ceplecha*, 1960). Вероятность того, что метеорит такого размера не нашли, с учетом тщательности поисков, крайне мала. В аннотации к следующей работе (*Ceplecha*, 1961) сказано, что “определение общей массы всех метеоритов, а в частности массы основного, не найденного тела, не надежны”.

«Динамическую» группу образуют методы, в которых масса тела определяется на основе анализа наблюдаемого торможения в атмосфере. Основным недостатком этих методов служит необходимость априорного задания плотности тела и коэффициента его формы, которые прямо из наблюдений не определяются. Динамические методы часто применяются в случаях, когда ожидается выпадение метеоритов, например, в работах (*Цеплеха*, 1978; *Weatherill, ReVelle*, 1981; *Halliday* и др., 1989а; *Halliday* и др., 1996), где масса оценивается непосредственно из проекции уравнения движения (в пренебрежении силой притяжения) на касательную к траектории:

$$M \frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2} c_d \rho_a V^2 S \quad (0.4)$$

Здесь  $M$ ,  $V$ ,  $S$  – масса, скорость и площадь миделева сечения тела,  $c_d$  – коэффициент сопротивления,  $\rho_a$  – плотность атмосферы, соответствующая рассматриваемой высоте. Опишем несколько алгоритмов определения динамических масс, встречающихся в литературе и не использующих величину коэффициента эффективности излучения  $\tau$ . Первый приведен в (*Halliday* и др., 1996). В таблице 6 работы (*Halliday* и др., 1996) содержатся динамические и фотометрические данные, полученные в результате обработки сним-

ков Канадской наблюдательной фотографической сети для 62 болидов «со значительной конечной массой». Форма тела во время движения считалась постоянной, что позволяет, вводя коэффициент формы тела –  $A = S \cdot \rho_m^{2/3} / M^{2/3}$ , переписать уравнение торможения (0.4) следующим образом:

$$M_d = \frac{(A \cdot c_d)^3}{\rho_m^2} \left( -\frac{\rho_a V^2}{2\dot{V}} \right)^3 \quad (0.5)$$

Кроме того, для каждого из рассмотренных авторами болидов полагалось, что  $c_d = 1$ , плотность тела  $\rho_m = 3,5 \text{ г/см}^3$ , а его форма – прямоугольный параллелепипед, со сторонами  $2L$ ,  $3L$  и  $5L$  и фронтальной плоскостью  $3L \times 5L$  (вообще говоря, при обтекании тела такой формы коэффициент сопротивления  $c_d$  больше единицы (Ждан и др., 2007)). Подстановка этих значений в (0.5) дает (Halliday и др., 1996):

$$M_d = 0,306 \left( -\frac{\rho_a V^2}{2\dot{V}} \right)^3 \quad (0.6)$$

Значения ускорения  $\dot{V}$  в работе (Halliday и др., 1996) были получены численным дифференцированием. Относительно самой возможности получения динамических оценок массы авторы высказываются весьма скептически: “оценки динамической массы имеют значение только когда ускорение достаточно велико и может быть вычислено с некоторой точностью. Поэтому метод применим только для нижней части наблюдений, но не вплоть до последней точки, где значение ускорения хорошо не известно”. Авторами приводятся оценки динамической массы не более чем в нескольких точках движения, так например, для болида MORP 925, летевшего с небольшим, относительно других, ускорением, результаты расчетов для ускорения и динамической массы отсутствуют. На основании полученных таким образом оценок, авторы приводят значение конечной массы наибольшего фрагмента метеоро-

роида. Предполагаемая общая масса выпавших фрагментов вычислялась на основании работы (Halliday и др., 1989b), где предложено рассчитывать массу, достигшую поверхности Земли, как произведение динамической оценки конечной массы наибольшего фрагмента на некоторый коэффициент  $T$ . Значения  $T$  меняются в пределах от 1,25 до 4, в зависимости от массы наибольшего фрагмента (от 0,05 до 20 кг), более подробное соответствие указано в (Halliday и др., 1989b, table 3). Например, значение конечной массы наибольшего фрагмента для Иннисфри, согласно расчетам (0.6), оказалось 1,7 кг (Halliday и др., 1996), суммарная «выпавшая масса» – 5 кг. Внеатмосферная масса тела оценивалась авторами как сумма фотометрической и конечной динамической (с поправкой в  $T$  раз) масс.

Похожий алгоритм описан в работе (Wetherill, ReVelle, 1981). Исследование данных Прерийной сети США основано на предположении, что среди сфотографированных болидов присутствует достаточное число хондритов, с плотностью около  $3,7 \text{ г/см}^3$ . При расчетах авторами использовалась модель сферической формы метеороида с  $A=1,209$ ,  $c_d = 0,92$ . Как и прежде, использовалось предположение о неизменности формы тела. Подстановка этих значений в (0.5) позволяет однозначно вычислить значения динамической массы болида в заданной точке по известным значениям скорости, ускорения и плотности атмосферы:

$$M_d = 0,101 \left( -\frac{\rho_a V^2}{2\dot{V}} \right)^3 \quad (0.7)$$

В (Wetherill, ReVelle, 1981) далее определялась внеатмосферная масса следующим образом: коэффициент абляции  $\sigma$  для всех рассматриваемых болидов полагался одинаковым и равным  $0,02 \text{ с}^2/\text{км}^2$ , далее независимо вычислялись оценки начальной массы тела по формуле:

$$M_{d\infty} = M_d \exp\left(\frac{\sigma}{2(V_e^2 - V^2)}\right) \quad (0.8)$$

После чего внеатмосферная масса тела приравнивалась среднему значению полученных оценок.

Специалисты Европейской болидной сети долгое время предлагали вычислять наряду с фотометрическими массами динамические массы зарегистрированных болидов по формуле (Цеплеха, 1978; Ceplecha и др., 1987 и др.):

$$M_d = \frac{1}{\rho_m^2} \left( \frac{1,2 \cdot \rho_a V^2}{|\dot{V}|} \right)^3 \quad (0.9)$$

где значение  $\rho_m$ , в зависимости от введенного и определяемого ими по атмосферной траектории типа метеорного тела, принималось равным  $3,7 \text{ г/см}^3$ ;  $2,2 \text{ г/см}^3$ ;  $0,6 \text{ г/см}^3$  и  $0,2 \text{ г/см}^3$  для типов I, II, IIIA и IIIB соответственно. Из структуры выражения (0.9) и, в частности, из сопоставления (0.9) и (0.5), видим, что значение произведения  $A \cdot c_d$ , предлагаемое авторами (Цеплеха, 1978; Ceplecha и др., 1987), постоянно вдоль траектории и составляет 2,4. В дальнейшем (Ceplecha и др., 1993) был развит метод гросс-фрагментации, учитывающий дробление (результат применения которого дал невероятный результат при обработке наблюдательных данных по болиду Моравка (*Borovička, Kalenda, 2003*): масса тела внезапно исчезает в одной точке, в то время, как на самом деле было обнаружено 6 индивидуальных фрагментов метеорита), а также другой подход (Ceplecha, ReVelle, 2005), изначально включающий фотометрическую формулу в решаемую численно систему основных уравнений метеорной физики.

Наконец, отметим целесообразность динамических подходов, введенных в работах (Кулаков, Стулов, 1992; Стулов и др., 1995 и др.). В цитируе-

мых работах сначала, путем сравнения расчетной траектории в переменных  $v$ ,  $y$  (безразмерные скорость и высота) с наблюдаемой, определяются динамические параметры, позволяющие потом оценить массу тела. С этой целью было описано несколько различных схем метода наименьших квадратов, построенных, в качестве теоретической траектории, на основе приближенного решения уравнений метеорной физики (аппроксимирующем зависимость самого решения от параметра  $\beta$  линейной функцией):

$$y = \ln \alpha - \ln(-\ln v) + 0,83\beta(1 - v) \quad (0.10)$$

Так, при обработке данных наблюдений болидов Прерийной сети США, в том числе и Лост Сити, в (Стулов и др., 1995) составлялась сумма квадратов разностей между  $v_{Hi}$ , вычисленными из наблюдений и  $v_{Hi}(y_{Hi}, \alpha, \beta)$ , рассчитанных с помощью функции, обратной (0.10):

$$Q_2(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n [v_{Hi} - v_{Hi}(y_{Hi}, \alpha, \beta)]^2$$

Бесспорным преимуществом подхода (Кулаков, Стулов, 1992; Стулов и др., 1995) является необходимость априорного задания лишь начального коэффициента формы тела. К недостаткам можно отнести ограниченность области допустимых значений параметра  $\beta$ , при которых выражение (8) имеет физический смысл (Грицевич, 2006).

Поскольку запуск новых искусственных метеоров с заранее известной массой потребовал бы больших материальных затрат, в литературе по физике метеоров большой популярностью пользуется так называемая «калибровка» величины коэффициента эффективности излучения  $\tau$ , призванная согласовать обе шкалы масс. Так, при моделировании траекторий болида Иннисфри (Halliday и др. 1978, 1981) было обнаружено, что величина  $\tau$  меняется вдоль траектории более чем на порядок, предположили о возможной связи между

значениями коэффициента эффективности излучения и массой тела, и предложили некоторую новую, по сравнению с (Ayers и др., 1970), формулу  $\tau = \tau(V, M)$ . Также было обнаружено, что значение  $\tau$  являются большими, чем традиционно используемые при вычислении массы метеорного тела. В дальнейшем авторы отказались от «полученного» результата и в своей работе 1996 г. по обработке данных болидов Канадской сети использовали уже другие значения (Halliday и др., 1996):

$$\tau = 0, V \leq 10 \text{ км/с}; \tau = 0.04, 10 < V < 36 \text{ км/с};$$

$$\tau = 0.069(36/V)^2, 36 \text{ км/с} \leq V.$$

С аналогичными трудностями столкнулись исследователи при анализе болидов Прерийной сети, США (McCrosky и др., 1971), в частности, при изучении атмосферной траектории метеорита Лост Сити. Сопоставление полной фотометрической массы с суммарной массой найденных фрагментов метеорита свидетельствует о непомерно большом уносе массы в процессе движения в атмосфере. Косвенные исследования уноса массы по измерениям следов космических лучей в метеоритах, а также радиоизотопными методами показывают более умеренные величины потери массы вследствие абляции. Для уменьшения отмеченного расхождения авторы варьировали величину  $\tau$  в фотометрической формуле. Для получения разумных значений внеатмосферной массы метеороида Лост Сити (порядка 50-100 кг) величину  $\tau$  пришлось увеличить в восемь раз. Исследование величины  $\tau$  для Лост Сити в работе (Ceplecha, 1996a) привело к тому, что используемый коэффициент эффективности излучения составил приблизительно 6% при скорости 13 км/с, в то время как значения, используемые для большинства метеоров Прерийной сети были менее 1% при той же самой скорости (Ceplecha, 1996b). В этой же работе автор пишет: “Я представляю здесь серьезное предупреждение не использовать так называемые «фотометрические массы», основанные на эф-

фективности излучения, без полного знания того, как они были получены, и используя их, соответствующее утверждение должно быть сделано в каком-нибудь изданном материале. Исходные достаточно точные данные, полученные фотографической, радарной или теле-регистрацией метеоров, позволяющие определить массы на основе движения тела, называемые «динамическими массами», несомненно, являются предпочтительными, особенно если эффекты фрагментации приняты во внимание”.

В настоящее время при оценке массы фотометрическим методом популярны значения  $\tau$ , полученные на основе анализа данных наблюдений Прерийной и Европейской болидных Сетей, калиброванных по падению метеорита Лост Сити (*Ceplecha*, 1996; *Ceplecha, ReVelle*, 2005). В зависимости от скорости движения болида:  $V < 25,372$  км/с,  $V \geq 25,372$  км/с предложены различные полуэмпирические формулы для вычисления  $\tau$  по величинам скорости, массы тела, а также плотности атмосферы, отнесенной к значению плотности атмосферы в точке максимальной яркости болида (*Ceplecha, ReVelle*, 2005).

Обозначим еще два распространенных способа приближения фотометрических оценок массы к динамическим. Во-первых, в некоторых работах интерпретация наблюдений не ограничивается вычислением  $M_{ph}$ , а сводится далее к подбору «подходящего» значения плотности метеорного вещества, получаемого из условия равенства динамической и фотометрической масс (*Jacchia* и др., 1965; *Verniani*, 1965; 1966; *Halliday* и др., 1996). Действительно, если масса тела известна, т.е. если принять, что  $M_{ph}$  соответствует истинной начальной массе метеорного тела, то соотношение (0.5) без труда можно переписать в следующем виде (*Jacchia* и др., 1965; *Verniani*, 1965):



$$\rho_m = \frac{1}{M^{1/2}} \left( \frac{c_d \rho_a V^2 A}{2|\dot{V}|} \right)^{3/2}. \quad (0.11)$$

Основным недостатком формулы (0.11) считалась низкая точность значения торможения.

По результатам обработки наблюдений метеоров в (*Jacchia* и др., 1965) среднее значение плотности метеорного вещества составило для спорадического фона и большинства поточных метеоров около  $0,28 \text{ г/см}^3$ .

Полученные таким образом оценки плотности стали основой для более глобальных выводов: «Плотность метеоритов: железные  $7,5-8,0 \text{ г/см}^3$ , железно-каменные  $5,5-6,0 \text{ г/см}^3$ , каменные  $3,0-3,5 \text{ г/см}^3$ . Плотность вещества метеоров  $\rho = 0,25 \text{ г/см}^3$ . У некоторых спорадических метеоров  $\rho \sim 1 \text{ г/см}^3$ » (*Аллен*, 1977) или «Метеорные тела с массой более 10 грамм, идентичны каменным метеоритам с плотностью  $\sim 3 \text{ г/см}^3$  и железным с плотностью  $\sim 8 \text{ г/см}^3$ . Плотность потоковых метеорных тел  $\sim 1 \text{ г/см}^3$ . Есть указания на существование спорадических метеорных тел с плотностью меньше  $1 \text{ г/см}^3$ » (*Вернов*, 1983). В недавней работе (*Borovička*, 2006) находим следующее заключение: «В итоге, рассчитанные плотности метеорных тел покрывают большой диапазон приблизительно от  $0,1 \text{ г/см}^3$  до  $3,7 \text{ г/см}^3$ . Железные метеорные тела с плотностями  $\sim 7 \text{ г/см}^3$ , конечно, также существуют, но они не были непосредственно зафиксированы». Другими словами, расхождения данных научной литературы на эту тему, включая справочники (*Аллен*, 1977), не сводятся к экспериментальным неточностям, а имеют принципиальный характер.

Второе распространенное объяснение состоит в том, что движется не одиночное тело, а рой близких по размерам фрагментов (например, *Волощук* и др., 1989). Рой тормозится как одиночный фрагмент, а светится как совокупность фрагментов, т.е. значительно ярче одиночного фрагмента. Такая

интерпретация была предложена, например, при изучении наблюдений болида Бенешов, одного из самых ярких болидов (– 21 абсолютной звездной величины; для сравнения: блеск Луны примерно – 13, Солнца – 26 абсолютной звездной величины), зафиксированного 7 мая 1991 года чешскими станциями, входящими в состав Европейской болидной сети. Оценка внеатмосферной массы болида по наблюдаемому торможению (*Barri, Стулов, 2003*), а также с помощью метода гросс-фрагментации (*Ceplecha* и др., 1993) дала значения не более 100 кг. С другой стороны, расчеты по фотометрической формуле, а также методом радиационного радиуса показывают, что внеатмосферная масса болида Бенешов составляет 4000-15000 кг (*Borovička* и др., 1998). В связи с этим фактом в работе (*Немчинов, Попова, 1998*) сказано: “Вместе с сотрудниками Чешской Одржейовской обсерватории (главный центр Европейской болидной сети) мы проанализировали данные наблюдений. По торможению тела массу можно оценить в 80 – 200 кг, что противоречит высокой интенсивности излучения болида. Оставалось принять, что метеороид разрушился на большой высоте. Фрагменты летят отдельно, торможение определяется лидирующим фрагментом, и полная масса метеороида гораздо больше, чем масса лидера. Излучение фрагментов суммируется, соответствуя практически всей массе”.

В данной работе для определения параметров метеорного тела на основе наблюдений используется решение газодинамической задачи о движении твердого тела с очень большими скоростями в среде с сопротивлением. Внеатмосферная масса определяется путем подбора параметров, характеризующих торможение и абляцию метеорного тела вдоль всего видимого участка траектории. При этом для идентификации динамических параметров метеорных тел используется новый, более совершенный метод обработки наблюдений, развитый автором в работе (*Грицевич, 2008а*). Представлены слу-

чаи, когда разногласия полученных динамических оценок с фотометрическими не могут быть объяснены с помощью перечисленных выше аргументов. В частности, обнаружены крупные болиды с динамической массой, на порядок и более превышающей фотометрическую. Результаты обработки данных для болидов Прерийной и Канадской сетей подтверждают несостоятельность существующей фотометрической шкалы масс.

Сопутствующие явления, состоящие в переходах кинетической энергии тормозящегося и аблирующего тела в другие виды энергии (расходы на диссоциацию, ионизацию воздуха, излучение, образование фрагментов тела и т.п.) следует рассчитывать также на основе достижений современной газовой динамики больших скоростей.

Правильное математическое моделирование метеорных явлений в атмосфере необходимо для последующей оценки ключевых параметров: внеатмосферной массы, коэффициента абляции, эффективной энтальпии испарения вторгающихся тел. В свою очередь, эти данные имеют значение для ряда приложений - исследования астероидно-кометной безопасности, разработки мер планетарной защиты, а также для поиска тел, способных достичь поверхности планеты.

«Масштаб» существующих на сегодня расхождений в оценках массы дополнительно проиллюстрирован в таб. 13 этой работы, где, наряду с полученными автором оценками, приведены опубликованные ранее начальные массы для метеоритов Иннисфри, Лост Сити и Пржибрам из разных источников. Описание таб. 13 дано в разделе 4.4.

### Цели и задачи работы

Главной целью работы является построение концептуально нового метода обработки наблюдений метеоров и болидов, позволяющего изучать движение метеорных тел и правильно определять их основные параметры. На основе разработанного метода анализируются доступные экспериментальные данные. В частности, в работе проводится:

- исследование и сопоставление основных теоретических зависимостей, используемых при аппроксимациях наблюдаемых траекторий движения метеорных тел,
- определение области допустимых значений параметров задачи, при которых использование применяемого ранее приближенного решения имеет физический смысл,
- расчет по одним и тем же начальным данным новым и предшествующим способом, с целью оценки относительной погрешности последнего на конкретных примерах,
- получение надежных числовых значений параметра уноса массы и баллистического коэффициента по реальным наблюдениям ярких метеоров Канадской болидной сети и Прерийной сети США,
- оценка массы метеорных тел в начальной и в последующих точках траектории,
- оценка характерных высот, соответствующих различным режимам обтекания метеорного тела

### Научная новизна работы

Научная новизна работы заключается в разработанном методе обработки наблюдений метеоров и болидов. В основу метода впервые положена и реализована идея аппроксимации данных наблюдений непосредственно ана-

литическим решением уравнений метеорной физики. В новом методе полностью снято ограничение на величину параметра уноса массы (и на величину коэффициента абляции), что позволило изучить движение метеорных тел и корректно определить их параметры, в том числе и в условиях значительного уноса массы.

Автором впервые получены и выносятся на защиту следующие основные положения:

Получено предельное значение параметра уноса массы, при котором приближенное решение применимо для описания траектории в рамках рассматриваемой модели во всем теоретически возможном диапазоне скоростей.

Сформулирована система уравнений, решением которой определяются искомые параметры метеорных тел; получено достаточное условие, позволяющее проверить корректность найденного решения.

Путем численного решения полученной системы определены значения параметра уноса массы и баллистического коэффициента для ряда фотографически зарегистрированных метеорных тел. Построены новые модели входа для болидов Пржибрам, Лост Сити, Иннисфри, Нойшванштайн.

На основе аналитического решения уравнений метеорной физики получена формула для вычисления ускорения метеорного тела.

#### Достоверность результатов

Достоверность результатов, представленных в диссертации, базируется на использовании общепризнанных моделей физических явлений, методов и подходов газовой динамики, проверенных численных методов. Все численные методы и программы, использованные при получении результатов, тщательно проверялись на известных решениях и специальных тестах. Правиль-

ность выбранных теоретических подходов подтверждается результатами, полученными в работе на основе анализа атмосферных траекторий известных болидов, после фотографической регистрации которых на поверхности Земли были найдены метеориты. В частности, оценки массы болидов, оставшейся в заключительной части траекторий, хорошо согласуются с общей массой обнаруженных метеоритов во всех рассмотренных случаях.

### Практическая ценность

Полученные достаточно надежные числовые значения параметра уноса массы и баллистического коэффициента позволяют аппроксимировать имеющиеся наблюдательные данные. Эти значения необходимы для последующей оценки других ключевых параметров таких, как внеатмосферная масса, размерный коэффициент абляции, эффективная энтальпия испарения метеорных тел. Кроме того, владея информацией о массе тела на заданной высоте, в зависимости от его плотности, можно оценить его характерный размер, определяющий режим течения в лобовой части ударного слоя.

Развитый метод по определению динамических оценок, убедительно показывает несостоятельность концепции существующего фотометрического подхода, господствующего сегодня в литературе, и в дальнейшем мог бы способствовать развитию более правильной интерпретации светимости метеорных тел, с учетом основных физических факторов, способных влиять на эту величину.

### Апробация

Работы, вошедшие в диссертацию, обсуждались на научных семинарах кафедры аэромеханики и газовой динамики (под руководством академика РАН Г.Г.Черного), кафедры газовой и волновой динамики (под руководством

академика РАН Е.И.Шемякина) механико-математического факультета МГУ, на научных семинарах в НИИ Механики МГУ (под руководством академика Г.Г.Черного, проф., д.ф.-м.н. В.П.Стулова), в Институте астрономии РАН (под руководством д.ф.-м.н. М.А.Смирнова), в Институте Небесной механики и расчета эфемерид ИМССЕ (Париж, Франция), в Институте Математического Моделирования РАН (под руководством проф., д.ф.-м.н. Е.И.Леванова), в Вычислительном центре РАН им. А.А.Дородницына (под руководством д.ф.-м.н. В.И.Зубова), где получили высокую оценку.

Основные положения и результаты, вошедшие в диссертацию, докладывались в школе-семинаре “Современные проблемы аэрогидродинамики”, Туапсе, “Буревестник” МГУ, 2006 г., на Ломоносовских чтениях МГУ, 2006 г., на конференции-конкурсе молодых ученых, Москва, НИИ Механики МГУ, 2005, 2006, 2007 гг., на VI-й научно-технической конференции «Молодежь в науке», Саров, ФГУП РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2007 г., а также были представлены на ряде международных конференций, в том числе на Европейском конгрессе по науке о планетах в 2006 (Берлин, Германия), в 2007 (Потсдам, Германия) и в 2008 гг. (Мюнстер, Германия), на конференции по Планетарной защите, 2007 г., (Вашингтон, США), на Международной Метеорной конференции ИМС, в 2007 (Бареж, Франция) и в 2008 гг. (Банска-Быстрица, Словакия), на конференции Метеороиды, 2007 г., (Барселона, Испания), на 37-ой Научной Ассамблее Комитета по Космическим Исследованиям (Монреаль, Канада) в 2008 г.

Опубликованные работы отмечены дипломами победителя конкурсов научных работ на присуждение грантов поддержки талантливых студентов, аспирантов и молодых ученых МГУ им. М.В. Ломоносова 2006 и 2007 гг. (цикл статей «Исследование метеорных явлений в атмосфере Земли методами математического моделирования» в 2006 г. и цикл работ «Определение внеатмосферных масс метеороидов на основе наблюдений» в 2007 г.). Ди-

пломная работа автора «Определение внеатмосферных масс болидов Канадской сети» заняла второе место на ежегодном конкурсе курсовых и дипломных работ механико-математического факультета МГУ в 2007 г.

#### Публикации и личный вклад автора

Представленные в диссертации результаты опубликованы в 25 научных работах. Все основные результаты диссертации опубликованы в ведущих рецензируемых журналах из перечня ВАК. Автором осуществлялась идейная постановка развитого метода интерпретации наблюдений метеоров и болидов, его реализация; написание программы для решения полученных трансцендентных уравнений; проведение численных расчетов; анализ экспериментальных данных и их сравнение с результатами, полученными в рамках других моделей; подготовка текстов публикаций, а также переписка с редакциями журналов и рецензентами.

#### Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Работа изложена на 118 страницах, включает в себя 12 рисунков, 14 таблиц, 108 библиографических ссылок.

#### КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность исследуемой проблемы, приведен обзор существующих методов и предположений, применяемых при оценке параметров метеорных тел, сформулированы цели и задачи диссертационной работы, ее научная новизна, представлены положения, выносимые на защиту.



В главе 1 сформулирована газодинамическая задача о движении метеорного тела с очень большими скоростями в среде с сопротивлением, приведены основные дифференциальные уравнения движения и их известное аналитическое решение.

В первом разделе уделено внимание также вопросу об эффективности замены аналитического решения уравнений метеорной физики приближенным (0.10). Показано, что использование приближенного решения (0.10) законно лишь при ограниченных значениях параметра уноса массы.

Во втором разделе предложен новый метод решения обратной задачи – нахождения параметров метеорных тел по данным наблюдений. Задача решается методом наименьших квадратов. Изложен строгий математический алгоритм подбора параметров, при которых теоретическая зависимость высоты от скорости движения болида наилучшим образом аппроксимирует данные наблюдений на светящемся участке траектории. Основным отличием от предшествующих методов, является приближение заданных точек непосредственно аналитическим решением уравнений метеорной физики.

В третьем разделе приведены аргументы в пользу возможности применения построенной модели к наблюдениям дробящихся метеорных тел. Фактически, величина параметра уноса массы  $\beta$ , определяемая в данной работе, отражает интенсивность потери массы метеорным телом, происходящего на всем исследуемом участке траектории как вследствие испарения и оплавления наружного слоя с последующим сдуванием жидкой пленки набегающим воздушным потоком, так и вследствие отделения от родительского тела вторичных по размерам фрагментов.

В четвертом разделе описаны предшествующие методы интерпретации наблюдений, часть из которых была развита с участием автора. Методы, изложенные в этом разделе, подразумевают изначальную замену аналитическо-

го решения уравнений метеорной физики приближенным (0.10). С целью сравнения результатов, при помощи различных методов проведен расчет по одним и тем же начальным данным.

В главе 2 новый метод был применен к наблюдениям ярких метеоров Канадской болидной сети, Прерийной сети, США, а также к наблюдениям болида Бенешов, одного из крупнейших, зарегистрированных Европейской сетью. Результаты расчета позволяют оценить внеатмосферную массу метеорного тела по интенсивности его торможения в атмосфере.

Полученные оценки указывают на то, что в большинстве случаев фотометрическая формула неверно предсказывает внеатмосферную массу метеороидов. Объяснена одна из причин этого обстоятельства. С этой целью вычисляются характерные высоты для траекторий крупных болидов Канадской сети:

- высота, на которой характерный размер тела  $L$  равен длине свободного пробега молекул воздуха,
- высота, ниже которой обтекание эквивалентной сферы радиуса  $R$  происходит в так называемом режиме тонкого вязкого ударного слоя, т.е. высота, на которой впервые (с уменьшением высоты после свободно-молекулярного обтекания) образуется тонкая ударная волна,
- высота, соответствующая образованию тонкого пограничного слоя на эквивалентной сфере.

Далее полученные значения сравниваются с высотами начала светящегося сектора траектории, максимальной светимости и окончания светящегося сектора, заимствованными из наблюдений. Результаты расчетов свидетельствуют, что основная часть светящегося сектора траекторий крупных болидов лежит в условиях обтекания в режиме сплошной среды, а условие свободно-

молекулярного обтекания, необходимое для обоснования применимости фотометрической формулы, находится вне его пределов.

В главе 3 построена новая модель входа в атмосферу болида Нойшванштайн, сфотографированного в Германии 6 апреля 2002 года и найденного в виде трех фрагментов метеорита в ходе последующих поисков на территории, предсказанной в наблюдениях. Форма метеорного тела задана в виде куба со скругленными вершинами и ребрами. Оценка массы метеорного тела при входе в атмосферу оказалась близка к литературным данным, полученным в результате сейсмического, акустического и инфразвукового анализа. Отмечено, что впервые в анализе данного болида фотометрический подход в мировой литературе не использовался.

В главе 4 исследуются атмосферные траектории болидов, после фотографической регистрации полета которых на поверхности Земли были найдены метеориты. С учетом последних результатов численных экспериментов по сверхзвуковому обтеканию тел различных форм вычислена внеатмосферная масса тел, также получены динамические оценки массы в других точках траектории. В частности, значения оставшейся массы болидов в нижней части анализируемых траекторий хорошо согласуются с общей массой найденного метеоритного вещества во всех рассмотренных случаях. Кроме того, предложена новая аналитическая формула для вычисления ускорений метеорных тел, позволяющая сравнить полученные теоретические зависимости скорости и высоты от времени с данными наблюдений.

В заключении приведены основные результаты диссертации, выносимые на защиту, сформулированы выводы и обозначены перспективы для дальнейшей работы.

## Глава 1.

### Метод интерпретации фотографических наблюдений

#### 1.1. Аналитическое решение основных дифференциальных уравнений движения

Изложим основные теоретические зависимости, используемые при аппроксимациях наблюдаемых траекторий движения метеорных тел.

В монографии (Стулов и др., 1995) рассмотрена задача о прямолинейном торможении затупленного тела в верхних слоях атмосферы при большой скорости входа. Сконструирована динамическая система третьего порядка, фазовыми переменными которой являются масса болида  $M(t)$ , его высота над поверхностью планеты  $h(t)$  и скорость  $V(t)$ . Уравнения движения в проекции на касательную и нормаль к траектории имеют вид:

$$M \frac{dV}{dt} = -D + P \sin \gamma, \quad (1.1)$$

$$MV \frac{d\gamma}{dt} = P \cos \gamma - \frac{MV^2}{R} \cos \gamma - L, \quad (1.2)$$

$$\frac{dh}{dt} = -V \sin \gamma, \quad (1.3)$$

где  $D = \frac{1}{2} c_d \rho_a V^2 S$  – лобовое сопротивление,  $L = \frac{1}{2} c_L \rho_a V^2 S$  – подъемная сила,  $P = Mg$  – сила притяжения. Здесь  $M$ ,  $V$  – масса и скорость тела,  $t$  – время,  $h$  – высота над поверхностью планеты,  $\gamma$  – местный угол траектории с горизонтом,  $S$  – площадь миделева сечения тела,  $\rho_a$  – плотность атмосферы,  $g$  –

ускорение свободного падения,  $R$  – радиус планеты,  $c_d$ ,  $c_L$  – коэффициенты сопротивления и подъемной силы.

В уравнениях (1.1)-(1.2) радиус планеты много больше рассматриваемой высоты тела над поверхностью планеты, гравитационное поле считается однородным. Кроме того, пренебрегается реактивной силой в силу малой относительной скорости отделяющейся от метеороида массы (Апштейн и др., 1979).

Уравнения (1.1)-(1.3) дополняются уравнением для переменной массы тела:

$$H^* \frac{dM}{dt} = -\frac{1}{2} c_h \rho_a V^3 S, \quad (1.4)$$

где  $H^*$  – эффективная энтальпия разрушения,  $c_h$  – коэффициент теплообмена. Предполагается, что весь тепловой поток от окружающего газа расходуется на испарение материала поверхности тела.

Во введении было отмечено, что масса метеорного тела часто оценивается наблюдателями в дискретных точках непосредственно из проекции уравнения движения на касательную к траектории (1.1). С другой стороны, при ряде предположений, система уравнений (1.1)-(1.4) имеет известное аналитическое решение.

Уравнение (1.3) позволяет перейти от  $t$  к новой независимой переменной  $h$ . Далее переходим к безразмерным величинам следующим образом:  $M=M_e m$ ,  $V=V_e v$ ,  $h=h_0 y$ ,  $\rho_a=\rho_0 \rho$ ,  $S=S_e s$  ( $h_0$  – высота однородной атмосферы,  $\rho_0$  – плотность атмосферы у поверхности планеты).

Поскольку значения скорости в рассматриваемой задаче достаточно велики (от 11 до 72 км/с) силой притяжения в (1.1) обычно пренебрегают. Из-за неопределенности формы метеорного тела коэффициент подъемной силы

$c_L$  считается неизвестным, так что уравнение (1.2) изменения угла  $\gamma$  не рассматривается. С учетом изложенного, уравнения движения тела принимают простой вид:

$$m \frac{dv}{dy} = \frac{1}{2} c_d \frac{\rho_0 h_0 S_e}{M_e} \frac{\rho v s}{\sin \gamma}, \quad \frac{dm}{dy} = \frac{1}{2} c_h \frac{\rho_0 h_0 S_e}{M_e} \frac{V_e^2}{H^*} \frac{\rho v^2 s}{\sin \gamma} \quad (1.5)$$

Для получения аналитического решения уравнений (1.5) принимается также предположение изотермической атмосферы. Следуя Б. Ю. Левину, вводится параметр изменения формы метеороида  $\mu$ , позволяющий записать закон изменения формы тела в следующем виде:  $\mu = \log_{ms}$  (Левин, 1956). Величина параметра  $\mu$  характеризует возможную роль вращения в полете:  $\mu = 0$  – вращение отсутствует,  $\mu = 2/3$  – абляция тела за счет вращения происходит равномерно по всей поверхности, так что коэффициент формы тела  $A$  сохраняется.

Тогда решение уравнений (1.5) с начальным условием  $y = \infty, v = 1, m = 1$  имеет вид:

$$m = \exp\left(-\frac{\beta}{1-\mu}(1-v^2)\right) \quad (1.6)$$

$$y = \ln \alpha + \beta - \ln \frac{\Delta}{2}, \quad \Delta = \bar{\text{Ei}}(\beta) - \bar{\text{Ei}}(\beta v^2), \quad \bar{\text{Ei}}(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^z dz}{z}, \quad (1.7)$$

Решение (1.6)-(1.7) имеет смысл при естественных ограничениях:  $m > 0, v > 0, y > 0$  и отражает зависимость формы светлой части траектории от двух безразмерных параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , характеризующих торможение и абляцию метеорного тела в атмосфере:

$$\alpha = \frac{1}{2} c_d \frac{\rho_0 h_0 S_e}{M_e \sin \gamma}, \quad \beta = (1-\mu) \frac{c_h V_e^2}{2 c_d H^*}. \quad (1.8)$$

При построении метода интерпретации наблюдений в данной работе далее в качестве теоретической зависимости высоты от скорости будет использоваться аналитическое решение (1.7).

Отметим, что при ограниченных значениях параметра уноса массы  $\beta$  аналитическое решение (1.7) ранее заменялось более простым выражением (0.10). В частности, при реализации метода наименьших квадратов, в качестве пробной функции ранее использовалось это приближенное решение. Существует естественное ограничение указанной аппроксимации (Грицевич, 2006; Грицевич, Стулов, 2007). Функция (0.10) имеет точку перегиба при  $v = e^{-1}$ . Производная функции (0.10) в точке перегиба равна  $Y'(e^{-1}, \beta) = e - 0.83\beta$ . Так что при, что при любом  $\beta > e/0.83 = 3.275$ , функция (0.10) имеет на интервале  $0 < v < 1$  два локальных экстремума и корректно использовать ее, в качестве приближения монотонной функции (1.7), возможно лишь на отрезке  $v_{min} \leq v \leq 1$ , где  $v_{min}$  – точка локального минимума функции (0.10) (локальный максимум в данном случае всегда оказывается левее). На рис. 2 приведено графическое сопоставление функций (0.10) и (1.7) для  $\beta = 1, 3, 5$  (построены графики функций  $Y(v, \beta) = y(v, \alpha, \beta) - \ln \alpha$ ).

## **1.2. Новый метод определения динамических параметров метеорных тел по данным наблюдений**

Как отмечалось во введении, для фотографической регистрации полетов метеорных тел в атмосфере Земли организовывается работа специальных болидных сетей. С этой целью формируются различные станции, на которых устанавливается достаточное число широкоугольных фотографических камер так, чтобы они перекрывали значительную часть неба. На рис. 1а приведен

типичный снимок, полученный с австрийской станции Европейской наблюдательной сети при движении болида Нойшванштайн. Значения высот точек атмосферной траектории над уровнем моря определяются по нескольким фотографиям, произведенным одновременно камерами различных станций. Объектив камеры открывается и закрывается специальными затворами с известной периодичностью, например, при помощи вращающегося обтюратора (диск с лопастями), вследствие чего след метеора выглядит как ряд черточек (рис. 1б), по длине которых можно рассчитать скорость в отдельные моменты времени. При определении скорости используют классическую схему редукции метеоров Ф. Уиппла и Л. Яккиа (*Whipple, Jacchia, 1957*), слегка модифицированную Р. Мак-Кроски и А. Позен (*McCrosky, Posen, 1968*). Для некоторых ярких болидов, погасающих на относительно небольшой высоте, например для Лост Сити, конечный участок пути предлагается аппроксимировать формулой для равноускоренного движения (*Мак-Кроски и др., 1971, 1979*). Детальное описание методов обработки фотографий болидов, полученных камерами Европейской сети, приведено в работах (*Ceplecha, 1987*) и (*Borovička, 1990*).

Благодаря математической обработке фотографий, проводимой наблюдателями, необходимые экспериментальные данные, могут быть заимствованы из опубликованных таблиц, содержащих детальные динамические и фотометрические данные наблюдений в отдельных точках светящегося участка траектории.

Итак, пусть известны значения высоты и скорости полета в отдельных точках –  $h_i$  и  $V_i$ , ( $i=1, \dots, n$ ),  $n \geq 3$ , где  $V_e=V_1$  – начальная скорость входа. Тогда задача о приближении наблюдаемого движения болида сводится к поиску значений параметров, при которых теоретическая зависимость высоты от скорости наилучшим образом аппроксимирует данные наблюдений. Балли-



стический коэффициент  $\alpha$  характеризует интенсивность торможения, так как он пропорционален отношению массы столба атмосферы с поперечным сечением  $S_e$  вдоль траектории к массе тела. Параметр уноса массы  $\beta$  пропорционален отношению доли кинетической энергии единицы массы тела, поступающей к телу в виде тепла, к эффективной энтальпии испарения. Поэтому при подборе этих параметров основной акцент следует делать на наилучшую аппроксимацию именно того участка траектории, где торможение и абляция достаточно четко выражены. Другими словами, особую ценность представляют собой наблюдения на заключительном этапе, предшествующем полному погасанию болида. Универсальным алгоритмом решения такой задачи является применение взвешенного метода наименьших квадратов, позволяющего регулировать вклад тех или иных данных в результат. С другой стороны, расстановка весов вручную затруднила бы исследование, сделала бы его недостаточно объективным. Заметим, что по мере приближения метеорного тела к поверхности Земли значения высоты и скорости полета уменьшаются, поэтому к корректному результату удастся прийти, переходя от рассмотрения самих  $y$  к  $e^{-y}$ , т.е. путем использования зависимости (1.7) в следующей форме:

$$2\alpha \exp(-y) - \Delta \exp(-\beta) = 0, \quad \Delta = \bar{E}_i(\beta) - \bar{E}_i(\beta v^2), \quad \bar{E}_i(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^t dt}{t} \quad (1.9)$$

Если бы существовали такие значения параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , при которых все пары  $y_i = h_i/h_0$ ,  $v_i = V_i/V_e$  в точности удовлетворяли (1.9), то, очевидно, теоретическая кривая (1.7) с этими параметрами проходила бы через все точки наблюдений. Будем искать оценки для  $\alpha$  и  $\beta$ , основываясь на минимизации суммы квадратов значений левой части соотношения (1.9):

$$Q_4(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n (F_i(y_i, v_i, \alpha, \beta))^2, \quad (1.10)$$

где  $F_i(y_i, v_i, \alpha, \beta) = 2\alpha \exp(-y_i) - \Delta_i \exp(-\beta)$ ,  $\Delta_i = \bar{\text{Ei}}(\beta) - \bar{\text{Ei}}(\beta v_i^2)$ .

Поскольку параметр уноса массы – положительное действительное число, далее используется представление интегральной экспоненты в виде ряда:

$$\bar{\text{Ei}}(x) = c + \ln x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot n!},$$

где  $c = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln n \right) \approx 0.5772$  – постоянная Эйлера.

Тогда  $\Delta_i = \bar{\text{Ei}}(\beta) - \bar{\text{Ei}}(\beta v_i^2) = -2 \ln v_i + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta^k}{k \cdot k!} (1 - v_i^{2k})$ .

Параметр  $\alpha$ , соответствует нулю частной производной

$$\frac{\partial Q_4(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} = 4 \sum_{i=1}^n (2\alpha \exp(-y_i) - \Delta_i \exp(-\beta)) \cdot \exp(-y_i) = 0$$

и определяется следующим выражением:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n e^{-\beta - y_i} \cdot \Delta_i}{2 \sum_{i=1}^n e^{-2y_i}}, \quad \Delta_i = -2 \ln v_i + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta^k}{k \cdot k!} (1 - v_i^{2k}). \quad (1.11)$$

Далее,

$$\frac{\partial Q_4(\alpha, \beta)}{\partial \beta} = 2 \sum_{i=1}^n F_i(y_i, v_i, \alpha, \beta) \cdot (\Delta_i - (\Delta_i)'_{\beta}) \exp(-\beta) = 0,$$

что, после подстановки (1.11), приводит к необходимому условию экстремума в следующем виде:

$$f(\beta) = \sum_{i=1}^n \left[ \left( \Delta_i \left( \sum_{i=1}^n \exp(-2y_i) \right) - \left( \sum_{i=1}^n \Delta_i \exp(-y_i) \right) \exp(-y_i) \right) \cdot \left( \Delta_i - (\Delta_i)'_{\beta} \right) \right] = 0 \quad (1.12)$$

где  $(\Delta_i)'_{\beta} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta^{k-1}}{k!} (1 - v_i^{2k})$ .

Решение (1.12) найдено численно, методом Ньютона. Для реализации этого метода в качестве начального приближения  $\beta_0$  можно взять  $\beta$ , вычисленное методом  $Q_3(\alpha, \beta)$  (Грицевич, Стулов, 2006, 2007).

Проанализируем полученное решение. Известно, что в точке минимума функции  $Q_4$ , квадратичная форма  $d^2 Q_4(\alpha, \beta)$  положительно определена. Ясно, что

$$\frac{\partial^2 Q_4(\alpha, \beta)}{\partial \alpha^2} = 8 \sum_{i=1}^n e^{-2y_i} > 0$$

Следовательно, при найденных оценках для  $\alpha$  и  $\beta$ , для положительной определенности остается проверить выполнение следующего условия:

$$\frac{\partial^2 Q_4(\alpha, \beta)}{\partial \alpha^2} \frac{\partial^2 Q_4(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2} - \left( \frac{\partial^2 Q_4(\alpha, \beta)}{\partial \alpha \partial \beta} \right)^2 > 0 \quad (1.13)$$

Подстановка в (1.13) выражений для вторых частных производных даст достаточное условие локального минимума функции  $Q_4$  в виде:

$$\frac{\sum_{i=1}^n e^{-2y_i} \sum_{i=1}^n (((\Delta_i)'_{\beta} - \Delta_i)^2 + (\Delta_i - 2\alpha \exp(\beta - y_i))((\Delta_i)''_{\beta} - 2(\Delta_i)'_{\beta} + \Delta_i))}{\left( \sum_{i=1}^n \exp(-y_i) (\Delta_i - (\Delta_i)') \right)^2} > 1 \quad (1.14)$$

где  $(\Delta_i)'_{\beta} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta^{k-1}}{k!} (1 - v_i^{2k})$ ,  $(\Delta_i)''_{\beta} = \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\beta^{k-2}}{(k-2)! k} (1 - v_i^{2k})$ .

Если левая часть этого неравенства оказывается меньше правой, то квадратичная форма знакопеременная, т. е. исследуемое решение уравнений (1.11)-(1.12) не является точкой экстремума  $Q_4$ . В этом случае процедуру по-

иска решения следует повторить, начиная с другого начального приближения  $\beta_0$ .

Как показывает практика, существует два различных решения уравнения (1.12), при этом искомой точке минимума соответствует меньшее значение  $\beta$ . Второе значение, вместе с вычисленным по нему параметром  $\alpha$  (1.11), определяет для функции  $Q_4$  седловую точку.

Численный результат практически не меняется при включении в  $Q_4$  наблюдаемых точек траектории с близкими к единице значениями  $v_i$ , эти точки вносят близкие к нулю слагаемые в саму сумму (1.10) и, как следствие, в соотношение (1.12). Это обстоятельство дополнительно свидетельствует о целесообразности применения пробной функции в форме (1.9), позволяющей включать в (1.10) весь имеющийся наблюдательный базис  $(y_i, v_i)$ , не отбрасывая заранее точки с малым торможением и абляцией.

### **1.3. Интерпретация наблюдений дробящихся метеорных тел**

Важным физическим фактором при определении траекторий метеорных тел является их возможное разрушение в процессе движения под действием аэродинамической нагрузки. Существующие подходы к решению этой проблемы сводятся либо к простейшим моделям, в которых предлагаются полуэмпирические правила деления исходного тела на фрагменты, либо к решению задачи теории прочности твердого тела при переменной внешней нагрузке. Описание конкретных идей, заложенных в различные модели, дано, например, в работе (Стулов, 2006) и можно согласиться с ее автором, что все они лишь частично отражают реальные явления. Возникает естественный вопрос о возможности применения изложенной здесь модели (1.10)-(1.14) к на-

блюдениям дробящихся тел. В данном случае более правильно говорить не об описании, а об аппроксимации реального физического процесса. Как абляция, так и фрагментация обтекаемого метеорного тела являются следствием воздействия на него потока кинетической энергии воздуха. Поэтому величина параметра  $\beta$  отражает интенсивность уноса массы, происходящего как вследствие испарения и оплавления наружного слоя с последующим сдуванием жидкой пленки набегающим воздушным потоком, так и вследствие отделения от родительского тела вторичных по размерам фрагментов. При этом сопоставление полученных кривых с данными наблюдений показывает хорошее соответствие (см. рис. 6, 9, 11а, 11в). Кроме того, во многих случаях непосредственных наблюдений раздробившегося болида, выделяют основное тело, зачастую превышающее остальные фрагменты по размеру и массе (Halliday и др., 1984, 1989b). Этот факт может быть продемонстрирован на примере болидов Иннисфри и Пржибрам, подробно исследуемых в главе 4 этой работы. В таблице 2 приведены оценки масс, полученных в работе (Ceplecha, 1961) путем анализа диаметров видимых траекторий, для семнадцати зафиксированных фрагментов болида Пржибрам. Напомним также показания одного из очевидцев, находившегося на расстоянии 77 км от места, над которым наблюдалась максимальная яркость болида Иннисфри: «...Была одна большая движущаяся вспышка и около шести маленьких. Они перемещались в восточном направлении. Они все были чисто белыми и очень яркими. Большая была размером с огромную машину, остальные были только маленькие, размером с баскетбольный мяч...» (Halliday и др., 1978).

Минимальное расстояние, необходимое для визуальной идентификации различных фрагментов метеорного тела, при фотографической регистрации их полета составляет около 20 м. При дроблении на неравные части более мелкие фрагменты отстают, растягиваясь вдоль пути метеорного тела и

вывод об имеющем место дроблении можно сделать непосредственно по фотографиям явления, как например, при регистрации полета Пикскилл. В ряде работ, из-за существенного различия между массами, вычисленными динамическим и фотометрическим методами, сделано предположение о дроблении тела на  $n$  весьма близких друг к другу по размерам фрагментов (Волощук и др., 1989; *Borovička J., Kalenda, 2003* и др.). Торможение определяется лидирующим фрагментом, свечение – совокупностью фрагментов, а число  $n$  – отношением фотометрической массы к динамической. Рассмотрим эту ситуацию с чисто академической точки зрения. Пусть тело дробится на  $n$  фрагментов и все они примерно равны. Пусть масса тела, обеспечивающая наблюдаемое торможение, согласно модели (1.10)-(1.14) равна  $M$  и, если допустить, что все фрагменты движутся с одной стороны, геометрически близко друг к другу, с другой – аэродинамически независимо, то торможение действительно определяется любым из них,  $M$  соответствует массе одного фрагмента, а общая масса равна  $nM$ . Вероятность такого события крайне мала, уменьшается с ростом  $n$ , и очевидно равна произведению вероятности того, что тело разделилось на  $n$  одинаковых фрагментов на вероятность того, что фрагменты движутся аэродинамически независимо. Последняя вовсе не равна единице, что можно показать на следующем простом примере. Рассмотрим сверхзвуковое обтекание двух одинаковых фрагментов с линией центров вдоль набегающего потока, тогда коэффициент сопротивления для «заднего» фрагмента будет в несколько раз меньше (Ждан и др., 2004), в результате чего он догонит «передний» фрагмент и будет оказывать давление на него, а торможение такой системы будет эквивалентно торможению тела с массой, равной сумме масс рассматриваемых фрагментов. В свою очередь величине вероятности образования одинаковых фрагментов при дроблении метеорного тела в атмосфере, скорее всего можно сопоставить величину вероятности выпадения одинаковых фрагментов на поверхность Земли (речь идет о стан-

дартном определении вероятности, равной отношению числа исходов, благоприятствующих обозначенному событию, к общему числу всех несовместных элементарных исходов, образующих полную группу и в том и в другом случае). Известно, что размер частиц при дроблении какого-либо материала (камня и т. п.), с хорошим приближением подчиняется логарифмически-нормальному распределению (*Колмогоров, 1941*). Такое же распределение было обнаружено для масс индивидуальных экземпляров железокамennого дождя Лович, Сихотэ-Алинского железного метеоритного дождя, а также для фрагментов яркого метеора 20 июля 1977 года (по фотографиям), интенсивное дробление которого произошло на высоте 69 км (оригинальные ссылки даны в книге (*Бронштэн, 1981*)). При выпадении метеоритного дождя (обычно это 4-5 и более индивидуальных экземпляров) в метеоритике в принципе говорят об эллипсе рассеяния, образованном выпавшими фрагментами: направление большей оси эллипса приблизительно, а иногда и точно, совпадает с направлением проекции пути болида на поверхность Земли; крупные фрагменты, испытывают меньшее торможение и достигают поверхности быстрее, располагаясь в головной части эллипса, затем приземляются более мелкие фрагменты и, наконец, самые маленькие выпадают в тыловой части эллипса рассеяния. Так что, по мнению автора этой работы, дробление метеорного тела в полете на  $n$  весьма близких друг к другу по размерам фрагментов крайне маловероятно и едва ли реализуемо уже при значениях  $n$  порядка 3-4. Кроме того, даже в таких, неблагоприятных для применения динамических моделей случаях, вряд ли стоит рассчитывать на то, что существующие на сегодня методы анализа наблюдаемой кривой блеска дадут более надежный результат.

В качестве дополнения к поднятому вопросу, отметим, что полное разрушение тела на сопоставимые по размерам фрагменты, сопровождаемое их

быстрым разлетом и торможением, происходит, как правило, уже на сравнительно небольшой высоте, т.е. в конце светящегося участка траектории. При достаточно большой массе такие фрагменты выпадают на землю в виде метеоритов, имеющих обломочную форму. Их поверхности, отличаются неровностями, характерными для свежего раскола и непохожими на типичные регмаглипты. Так, найденные четыре фрагмента метеорита Лост Сити имеют форму осколков плиты, и 3 из них, кроме фрагмента массой 640 г, можно подогнать один к другому с образованием общей плиты, этот вывод сделан и проиллюстрирован в работе (*Clarke* и др., 1971). На основании этого можно предположить, что родительское тело разделилось на большие фрагменты в то время, когда процесс абляции был уже практически завершен. Аналогичное предположение можно сделать и для Нойшванштайн. Максимальная яркость длительностью  $\sim 0.1$  с. была зафиксирована во время вспышки на завершающем этапе - на высоте 21 км. Авторы (*Spurný* и др., 2003) отмечают вероятное совпадение вспышки с разрушением метеороида на несколько фрагментов.

#### **1.4. Сопоставление оценок, полученных при помощи различных методов по одним и тем же наблюдательным данным**

В монографии (*Стулов* и др., 1995) на основе приближенного решения (0.10) описаны две схемы метода наименьших квадратов.

В первом случае для безразмерных переменных составляется сумма

$$Q_1(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n (y_i(v_{Hi}, \alpha, \beta) - y_{Hi})^2, \quad (1.15)$$



где  $y_{Hi}=h_i/h_0$ ,  $v_{Hi}=V_i/V_e$ , в качестве функции  $y(v, \alpha, \beta)$  предлагается использовать решение (0.10). При этом точки неопределенности функции сразу отбрасываются, т. е. в (1.15) могут входить наблюдения, для которых  $0 < v < 1$ . Значения  $\alpha$  и  $\beta$ , при которых  $Q_I$  достигает минимума, определяются в явном виде:

$$\alpha = \exp \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-0,83\beta(1-v_{Hi}) + \ln(-\ln v_{Hi}) + y_{Hi}) \right], \quad (1.16)$$

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n \left[ -\ln(-\ln v_{Hi}) - y_{Hi} + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\ln(-\ln v_{Hj}) + y_{Hj}) \right] \cdot v_{Hi}}{0,83 \sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (1-v_{Hj}) - (1-v_{Hi}) \right] \cdot v_{Hi}}. \quad (1.17)$$

Во втором случае ищется минимум суммы

$$Q_2(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n [v_{Hi}(y_{Hi}, \alpha, \beta) - v_{Hi}]^2, \quad (1.18)$$

где значения  $v(y, \alpha, \beta)$  вычисляются с помощью функции, обратной (0.10).

Здесь условия равенства нулю частных производных приводят к системе из  $n+2$  уравнений относительно  $n+2$  неизвестных –  $\alpha, \beta, v_i (i=1, \dots, n)$ :

$$y_{Hi} = \ln \alpha - \ln(-\ln v_i) + 0.83(1-v_i)\beta \quad (1.19)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{(v_{Hi} - v_i)v_i^2 \ln v_i}{0,83\beta \cdot v_i \ln v_i + 1} = 0 \quad (1.20)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{(v_{Hi} - v_i)v_i \ln v_i}{0,83\beta \cdot v_i \ln v_i + 1} = 0 \quad (1.21)$$

Для решения системы берется начальное приближение  $\alpha, \beta$  вычисленное по первой схеме. При этом в (1.18) включаются только точки наблюдения, для которых  $v < 0.9$ . Из уравнения (1.19) методом Ньютона определяются

значения  $v_i^{(0)}$ . После этого (1.20) и (1.21) решаются также методом Ньютона с использованием полученного начального приближения и обратной функции  $v_i = v_i(y_{Hb}, \alpha, \beta)$ , получаемой на каждой итерации численно из уравнения (1.19).

Недостатком второй схемы является ее громоздкость.

Непосредственное применение формул (1.16)–(1.17) показывает, что найденные с их помощью параметры  $\alpha$  и  $\beta$  существенно зависят от количества точек наблюдения – расчетного базиса, учитываемого в формуле (1.15). Это хорошо видно при исключении из  $Q_I(\alpha, \beta)$  начальных точек траектории, где еще нет заметного уменьшения скорости метеороида. Так, например, для болида CN 018, параметры уноса массы, посчитанные по формуле (1.17) для семи и десяти последних наблюдаемых точек соответственно равны 0,9391 и 0,3119. Геометрически это означает, что «восстановленная» методом  $Q_I$  траектория движения проходит в непосредственной окрестности начальных точек базиса, то есть эти точки для  $Q_I$  являются определяющими. Отметим, что наилучшее приближение данных именно на участке выраженного торможения тела есть достаточно важный критерий при получении оценок для  $\alpha$  и  $\beta$ . В связи с этим при расчете методом  $Q_I$  на расчетный базис накладываются некоторые ограничения, например, учитываются лишь те наблюдения, для которых  $v < 0.9$ .

В работе (Грицевич, Стулов, 2006) оценки основных параметров находились путем использования приближенного решения (0.10) в следующей форме:

$$\alpha \exp(-y) + \ln v \exp[-0,83\beta(1-v)] = 0 \quad (1.22)$$

Тогда искомые параметры  $\alpha$  и  $\beta$  определяются значениями, на которых достигается минимальное значение следующего выражения

$$Q_3(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n F^2(y_i, v_i, \alpha, \beta), \quad (1.23)$$

где  $F(y_i, v_i, \alpha, \beta)$  – левая часть (1.22), а  $y_i, v_i$  – данные наблюдений. Аналогичный вариант метода наименьших квадратов использовался ранее в работах (Стулов, 2000; Барри, Стулов, 2003), где в качестве пробных функций кроме (1.22) использовались аналитические выражения для траекторий с учетом последовательного дробления.

Минимум функции  $Q_3(\alpha, \beta)$  определяется соотношениями

$$\left. \frac{\partial Q_3}{\partial \alpha} \right|_{\beta} = 0, \quad \left. \frac{\partial Q_3}{\partial \beta} \right|_{\alpha} = 0 \quad (1.24)$$

Первое соотношение (1.24) дает явное выражение для параметра  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{-\sum_{i=1}^n \exp[-0.83\beta(1-v_i) - y_i] \ln v_i}{\sum_{i=1}^n \exp(-2y_i)} \quad (1.25)$$

Далее,  $\frac{\partial Q_3(\alpha, \beta)}{\partial \beta} = 2 \sum_{i=1}^n F_i(y_i, v_i, \alpha, \beta) \cdot \ln v_i \cdot e^{-0.83\beta(1-v_i)} (-0.83(1-v_i))$ , для

простоты дальнейшего изложения введем новую переменную  $b$ :

$$b = e^{-0.83\beta} \quad (1.26)$$

Из  $\frac{\partial Q_3(\alpha, \beta)}{\partial \beta} = 0 \Rightarrow \alpha \cdot \sum_{i=1}^n b^{1-v_i} \cdot e^{-y_i} (1-v_i) \ln v_i + \sum_{i=1}^n b^{2-2v_i} (1-v_i) \ln^2 v_i = 0$ ,

подставляя сюда вместо  $\alpha$  выражение (1.25) получим трансцендентное уравнение:

$$\sum_{i=1}^n b^{1-v_i} \cdot e^{-y_i} \ln v_i \sum_{i=1}^n b^{1-v_i} \cdot e^{-y_i} (1-v_i) \ln v_i = \sum_{i=1}^n e^{-2y_i} \sum_{i=1}^n b^{2-2v_i} (1-v_i) \ln^2 v_i \quad (1.27)$$

Поскольку  $\beta \geq 0$ ,  $b \in (0,1]$ . Пусть  $x=b-1=e^{-0,83\beta}-1$ ,  $x \in (-1,0]$ . Разложим в ряд Тейлора в окрестности точки  $x$  все множители следующего вида:

$$b^{1-v_i} = (1+x)^{1-v_i} = 1 + (1-v_i)x + \frac{(1-v_i)(-v_i)}{2}x^2 + \overset{=}{o}(x^2) \quad (\text{Грицевич, 2007a}).$$

Тогда (1.27) с точностью до  $\overset{=}{o}(x^2)$  есть квадратное уравнение

$$Ax^2 + Bx + C = 0, \quad (1.28)$$

где коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $C$  определяются соотношениями (1.29):

$$\begin{aligned} A &= \sum_{i=1}^n e^{-y_i} (1-v_i) \ln v_i \sum_{i=1}^n e^{-y_i} \left(1 - \frac{5}{2}v_i + \frac{3}{2}v_i^2\right) \ln v_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n e^{-y_i} \ln v_i \sum_{i=1}^n e^{-y_i} (v_i - v_i^2 + v_i^3) \ln v_i - \\ &- \sum_{i=1}^n e^{-2y_i} \sum_{i=1}^n (1 - 4v_i + 5v_i^2 - 2v_i^3) \ln^2 v_i \\ B &= \left( \sum_{i=1}^n e^{-y_i} (1-v_i) \ln v_i \right)^2 + \sum_{i=1}^n e^{-y_i} \ln v_i \sum_{i=1}^n e^{-y_i} (1-v_i)^2 \ln v_i - 2 \sum_{i=1}^n e^{-2y_i} \sum_{i=1}^n (1-v_i)^2 \ln^2 v_i \\ C &= \sum_{i=1}^n e^{-y_i} \ln v_i \sum_{i=1}^n e^{-y_i} (1-v_i) \ln v_i - \sum_{i=1}^n e^{-2y_i} \sum_{i=1}^n (1-v_i) \ln^2 v_i \end{aligned} \quad (1.29)$$

Выбираем корень (1.28), попадающий на полуинтервал  $(-1, 0]$ , иско-  
мый параметр уноса массы:  $\beta = -(\ln(x+1)) / 0,83$ .

Преимущество описанного алгоритма нахождения приближенного значения  $\beta$  состоит, во-первых, в отсутствии необходимости варьировать расчетным базисом (по сравнению с  $Q_I$  – здесь можем брать все точки), во-вторых, в возможности аналитической записи результата.

Точное решение уравнения (1.27) находится численно методом Ньютона. В качестве начального приближения выбирался либо корень описанного выше квадратичного приближения, либо значение  $b_0 = 1$ ; в среднем это не приводит к значительному увеличению количества итераций.

Из (1.26) находим  $\beta = -(\ln b) / 0.83$ , что позволяет рассчитать  $\alpha$  согласно (1.25).

Результат расчета описанными методами частично приведен в таб. 3, где метод  $Q_1$  подразумевает расчет  $\alpha, \beta$  по формулам (1.16)–(1.17) для двух различных базисов; в методе  $Q_3$   $\alpha$  вычислялось согласно (1.25),  $\beta$  - решение квадратного уравнения (1.28) и решение (1.27) методом Ньютона соответственно. При расчете  $Q_3$  учитывались все наблюдения. Результат расчета методом  $Q_2$  для некоторых болидов Прерийной сети США, в том числе и Лост Сити, представлен в (Стулов и др., 1995). В таб. 4 приведены оценки, найденные методами  $Q_3$  и  $Q_4$  по одним и тем же начальным данным. В первом столбце в таблицах 3-4 приведены номера болидов, присвоенные им наблюдателями при регистрации. В таб. 4 указано также количество наблюденных точек - во втором столбце. Основной акцент при сравнении оценок  $Q_3$  и  $Q_4$  был сделан на обработке наиболее качественных наблюдений Канадской сети MORP (см. комментарии в работе (Грицевич, Попеленская, 2008)).

В разделе 1.1 уже отмечалось, что при  $\beta > 3.275$  у функции (0.10) появляется интервал, на котором она монотонно убывает. Это неверно физически, поскольку по мере спуска метеорного тела в атмосфере и высота, и скорость уменьшаются. Поэтому приближать реальное движение этой функцией возможно лишь вне этого интервала, что накладывает некоторые ограничения на возможность применения метода  $Q_3$ . Метод нельзя использовать, в частности, в случаях, когда точка минимума приближенного решения (0.10) принадлежит заданному интервалу наблюдаемых скоростей. Для точек экстремума функции (0.10) справедливо соотношение:

$$\beta = -(0.83v \ln v)^{-1}$$

Это выражение позволяет построить область допустимых значений  $\beta$  в зависимости от заданного интервала скоростей (рис. 3).

Графическое сопоставление оценок, найденных методами  $Q_3$  и  $Q_4$  по одним и тем же начальным данным дано на рис. 4 для болидов MORP 229 (а) и PN 39785C\* (б). Видно, что графически близкие кривые (0.10) и (1.7) задаются параметрами  $\alpha$ ,  $\beta$ , существенно отличающимися друг от друга (таб. 4). Штрихпунктирная линия, напротив, показывает график функции (0.10) при искомым параметрах  $\alpha(Q_4)$ ,  $\beta(Q_4)$ . Таким образом, на рис. 4 продемонстрированы случаи, когда функция (1.7) не может быть заменена приближенной (0.10).

Можно заключить, что более значительное отличие функций (1.7) и (0.10) на рассматриваемом отрезке приводит к получению более грубых оценок методом  $Q_3$ . При этом реальное значение  $\beta$  заранее неизвестно и следует учитывать, что метод  $Q_3$ , как правило, дает для  $\beta$  несколько заниженные оценки. В целом, сопоставляя начальные наблюдения с полученными значениями параметра уноса массы, можно отметить, что по мере увеличения  $\beta$  действительно отмечается тенденция к сокращению интервала наблюдаемых скоростей. Другими словами, тела с большими  $\beta$  характеризуются более интенсивным испарением, при этом, в большинстве случаев, скорость на видимом участке траектории близка к начальной скорости входа в атмосферу. Следовательно, применение метода  $Q_3$  в ряде случаев возможно при условии более тщательного анализа полученного результата. (Например, имеет смысл отслеживать соответствие наблюдений и траектории (1.7), построенной с параметрами  $\alpha(Q_3)$ ,  $\beta(Q_3)$ ).

Данные таблицы 4 показывают, что при использовании метода  $Q_3$  во всех случаях оценки для баллистического коэффициента  $\alpha$  оказались завышены, в среднем отличие составляет около 5%, за исключением тех случаев,

где значение  $\beta$  больше 3. Отметим, что при небольших  $\beta < 1$ , когда уравнение движения (1.7) можно надежно заменить соотношением (0.10), метод  $Q_3$  можно применять с хорошей точностью.

Величина параметра  $\beta$  характеризует относительную роль дробления и испарения метеора. Поскольку результаты расчетов приведены в таб. 4 лишь частично, целесообразно привести гистограмму, отражающую количество значений параметра уноса массы в различных диапазонах (рис. 5). Видно, что большая часть тел обладает малыми либо умеренными значениями  $\beta$ .

Однако следует отметить, что параметры быстрых метеоров, скорость которых на светящемся участке траектории постоянна (т. е.  $v = V/V_e = 1$  во всех точках) не могут быть вычислены описанным здесь алгоритмом. При обработке исходных данных такие случаи, соответствующие большим значениям  $\beta$  (Стулов, 2006), не рассматривались и, как следствие, в приведенной здесь гистограмме не учтены.

## Глава 2.

### Определение основных параметров метеороидов Прерийной и Канадской сетей

#### **2.1. Аппроксимация светящегося участка траектории**

Численный расчет по представленной в разделе 1.2 модели был проведен практически для всех доступных динамических данных: болидов Прерийной (PN) и Канадской сетей (MORP), а также для болида Бенешов, одного из крупнейших, зарегистрированных Европейской сетью, поскольку для этого болида имеются достаточно подробные наблюдения (46 точек).

В первых трех столбцах в таблицах 5а, 5б представлены сведения об идентификации, количестве точек наблюдения и о начальной скорости болидов соответственно (*Мак-Кроски* и др., 1979; *Halliday* и др., 1996). Далее даны значения параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , рассчитанные методом  $Q_4$  с учетом всех опубликованных в (*Мак-Кроски* и др., 1979; *Halliday* и др., 1996) точек наблюдений. В последней колонке даны значения размерного коэффициента абляции, вычисленного согласно монографии (*Стулов* и др., 1995) по формуле  $\sigma = 2\beta/V_e^2$  (указаны значения  $10^2 \cdot \sigma$ ). В таб. 5в приведен результат расчета для болида Бенешов.

Примеры аппроксимации наблюдений с использованием найденных значений  $\alpha$ ,  $\beta$  показаны на рис.6. Из аналитической записи уравнения (1.7) хорошо видно, что форма траектории полностью определяется параметром уноса массы. Значение баллистического коэффициента показывает лишь насколько «поднята» кривая над осью абсцисс. Поэтому при построении гра-



фиков разобрано несколько принципиально различных случаев, в зависимости от величины параметра  $\beta$ .

## 2.2 Оценка внеатмосферной массы метеорного тела

Используя формулу для вычисления коэффициента формы тела при входе в атмосферу:  $A_e = S_e / W_e^{2/3}$ , перепишем выражение (1.8) для баллистического коэффициента  $\alpha$  следующим образом

$$\alpha = \frac{1}{2} c_d \frac{\rho_0 h_0}{\sin \gamma} \frac{A_e}{\rho_m^{2/3} M_e^{1/3}} \quad (2.1)$$

Другими словами, внеатмосферную массу  $M_e$  можно оценить так:

$$M_e = \left( \frac{1}{2} c_d \frac{\rho_0 h_0}{\alpha \sin \gamma} \frac{A_e}{\rho_m^{2/3}} \right)^3 \quad (2.2)$$

В формуле (2.2) используются известные параметры: плотность атмосферы на уровне моря  $\rho_0 = 1.29 \cdot 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup>, высота однородной атмосферы  $h_0 = 7.16 \cdot 10^5$  см, угол траектории с горизонтом –  $\gamma$ , а также параметры, определяемые на основе физических теорий или специальных гипотез: коэффициент сопротивления  $c_d$ , плотность болида  $\rho_m$ , коэффициент формы  $A_e$ .

При нахождении массы на основе торможения основным недостатком является отсутствие сведений о форме метеороида и его физико-механических свойствах. В таб. 6а, 6б масса  $M_I$  была вычислена для случая сферической формы с  $A_e = 1,21$ ,  $c_d = 1$ . При вычислении  $M_I$  значение плотности было принято равным реальной плотности каменных метеоритов Иннисффри, Нойшванштайн  $\rho_m = 3,5$  г/см<sup>3</sup>.

Для возможности дальнейшего сопоставления с результатами работы (Halliday и др., 1996), дополнительно был проведен расчет масс  $M_2$  описанным здесь алгоритмом при тех же предположениях: считалось, что метеороид имеет форму прямоугольного параллелепипеда со сторонами  $2L$ ,  $3L$  и  $5L$  и фронтальной плоскостью  $3 \times 5$ , так что коэффициент формы  $A = 15L^2 / (30L^3)^{2/3} = 1.5536$ ; кроме того,  $\rho_m = 3.5 \text{ г/см}^3$ ,  $c_d = 1$  (Halliday и др., 1996).

Помимо значений  $M_1$ ,  $M_2$  в таблицах ба, бб приведены значения начальной массы болидов  $M_{ph}$ , определенные фотометрическим методом (МакКроски и др., 1979; Halliday и др., 1996). В таблице бб приведены также значения внеатмосферной массы  $M_I$ , полученная авторами (Halliday и др., 1996) путем сложения фотометрической массы с предполагаемой общей массой выпавших фрагментов (подробнее об этом было сказано во введении).

Столбец со значениями отношений  $M_{ph} / M_I$  в таблицах ба, бб опровергает предположение о том, что отношение фотометрической и динамической масс определяет «эффективное число фрагментов, участвующих в данный момент в создании явления метеора» (Волощук и др., 1989). Не менее красноречивы значения плотности  $\rho_T$ , определенные из условия  $M_I = M_{ph}$  (последний столбец в таб. ба, бб). Таким образом, принятие фотометрического значения  $M_{ph}$  в качестве массы, определяющей торможение тела, приводит к неадекватным значениям плотности вещества метеороидов.

Добавим, что современные результаты расчетов сверхзвукового обтекания тел, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда (Ждан и др., 2007) свидетельствуют о том, что величина коэффициента сопротивления превышает единицу, это обстоятельство учтено в разделе 4.4, где оценивается масса тел, достигших поверхности Земли и найденных в виде метеоритов. Следуя (Halliday и др., 1996), авторы (Ждан и др., 2007) данную форму тела

обозначают термином кирпич. Предполагается, что при движении в атмосфере метеорное тело такой формы ориентировано так, что его лобовая часть совпадает с наибольшей гранью. Рассчитано обтекание тела совершенным газом при числе Маха  $M = 6$ , отношении теплоемкостей  $\gamma = 1.4$ . Результаты расчетов (Ждан и др., 2007) приведены в таблице, где указаны размеры тела, коэффициент сопротивления  $c_x$  и отход ударной волны  $\varepsilon$  в критической точке, расположенной в точке пересечения линий симметрии лобовой части тела. За характерный размер задачи в расчетах принимается размер тела в направлении, продольном по отношению к потоку. Коэффициент сопротивления вычисляется по формуле

$$c_x = \frac{1}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S} \int_{S_t} p ds, \quad (2.3)$$

где  $S$  – площадь миделева сечения,  $S_t$  – полная поверхность. Из заключений авторов (Ждан и др., 2007) следует, что коэффициент сопротивления незначительно изменяется с уменьшением продольного размера кирпича.

В общем случае, вероятно, разумнее сначала оценить массу метеорного тела в предположении, что его начальную форму можно считать сферической. Тогда в дальнейшем, при отказе от этого предположения, достаточно будет использовать формулу для пересчета динамической массы в случае изменения коэффициентов  $A_e$ ,  $c_d$  и/или  $\rho_m$ :

$$\frac{M_{e1}}{M_{e2}} = \left( \frac{c_{d1} A_{e1}}{c_{d2} A_{e2}} \right)^3 \left( \frac{\rho_{m2}}{\rho_{m1}} \right)^2. \quad (2.4)$$

Отметим, что это не меняет общего вывода, следующего из результатов расчетов, приведенных в таблицах ба, бб, и состоящего в существенном различии внеатмосферных масс  $M_1$ ,  $M_2$ , определенных по величине торможения

ния на всем наблюдаемом участке траектории и масс, полученных на основе интенсивности свечения болидов  $M_{ph}$ .

Для болидов с выраженным торможением концепция существующего фотометрического подхода легко опровергается. Аналитическая зависимость (1.6) изменения безразмерной массы от скорости болида позволяет переписать изменение кинетической энергии в следующем виде:

$$\frac{d(MV^2 / 2)}{dt} = M_e V_e^2 m(v) \cdot \left( \frac{v^2 \beta}{1 - \mu} + 1 \right) \frac{dv}{dt} \quad (2.5)$$

поскольку слагаемые в скобках в формуле (2.5) являются величинами соизмеримыми, переход от (0.1) к известной фотометрической формуле (0.2) представляется весьма сомнительным.

Следует отметить, что параметры быстрых метеоров, скорость которых на светящемся участке траектории постоянна (т. е.  $v = V / V_e = 1$  во всех точках) не могут быть вычислены представленным здесь алгоритмом, поэтому возможность получения оценок другими обоснованными методами достаточно актуальна. Светимость метеора легко регистрируется и, безусловно, несет в себе много ценной информации. Выход из сложившейся ситуации частично состоит в будущем более обоснованном анализе уже имеющегося наблюдательного материала с учетом основных физических факторов, способных влиять на величину светимости метеора.

### **2.3. Оценка характерных высот, соответствующих различным режимам обтекания.**

К настоящему времени проведено значительное число экспериментальных и теоретических исследований в области аэродинамики гиперзвуко-

вых течений. Как правило, их можно отнести к одной из двух хорошо изученных областей общей газовой динамики. Первая – обычная газовая динамика сплошной среды. Подробное изложение теории гиперзвуковых течений в этой области с ее многочисленными приложениями содержится в монографиях (Черный, 1959; Хейз, Пробстин, 1962). Вторая область – динамика свободно-молекулярной и примыкающей к ней среды, где рассматривается течение разреженного газа (Коган, 1967). Более узкий класс исследований посвящен анализу особенностей гиперзвукового обтекания тел в переходной области, лежащей между областью свободно-молекулярных течений и областью течений газа как сплошной среды (Гусев и др., 1972). Достижения в области аэродинамики гиперзвуковых течений крайне важны для реализации движения летательных аппаратов с очень большой скоростью. В частности, они позволяют оценивать условия обтекания тел на конкретных траекториях.

Очевидно, что тело, при движении в атмосфере с гиперзвуковой скоростью, может по-разному обтекаться набегающим воздушным потоком. Сначала тело вступает во взаимодействие с разреженными верхними слоями атмосферы. Для крупных объектов эффективное торможение начинается в уже достаточно плотных слоях атмосферы, на высотах менее 100 км. Основным параметром при классификации различных режимов обтекания служит число Кнудсена  $Kn$ , равное отношению средней длины свободного пробега молекул в газе к характерному размеру течения. Численная величина  $Kn$  характеризует степень разреженности газового потока. Если  $Kn \gg 1$ , аэродинамические характеристики обтекаемых разреженным газом тел можно рассчитывать, не рассматривая столкновений молекул между собой, а учитывая лишь удары молекул о твердую поверхность (свободно-молекулярное течение). Практически такие методы становятся применимыми и используются уже при  $Kn \sim 1$ . Если  $Kn \ll 1$ , справедливо основное предположение гидроаэромеханики о

сплошности (континуальности) среды и при расчете течения можно пользоваться уравнениями Эйлера или уравнениями Навье - Стокса с соответствующими граничными условиями. Практически эти методы справедливы и используются уже при  $Kn \sim 10^{-3}$ . В области значений числа Кнудсена  $10^{-3} < Kn < 1$  реализуются различные промежуточные между свободно-молекулярным и континуальным режимы течения разреженного газа с новыми граничными условиями.

Для обоснования применимости той или иной модели необходимо обладать по крайней мере минимальными сведениями о характеристиках метеорного тела (его скорость, размер), которые можно получить только в результате правильной интерпретации светящегося участка траектории.

Отметим, что одной из причин несоответствий оценок в таб. ба, бб, помимо несовершенства самой фотометрической формулы (0.2), может служить незаконность ее применения в рассматриваемых случаях. В работах (Грицевич, Стулов, 2006; Грицевич, 2008б) при помощи различных динамических подходов показано, что основная часть светящегося сектора траекторий крупных болидов лежит в условиях обтекания в режиме сплошной среды, а условие свободно-молекулярного обтекания, необходимое для корректной интерпретации светимости, находится вне его пределов. Поэтому физико-механические параметры крупных болидов, полученные на основе вычисленной фотометрическим методом массы, крайне не надежны.

По высотам появления  $h_b$  и полного погасания  $h_t$  малых метеорных тел с массой порядка 1 г было показано (Грицевич, 2008б), что их движению на всем светящемся участке траектории характерны условия свободно-молекулярного обтекания. Фотометрические оценки массы таких метеороидов превосходят динамические на три порядка и более (таб. ба, бб), что при-

водит к однозначному выводу о неправильной существующей интерпретации свечения метеоров.

Для наглядной иллюстрации этого вывода вычислим характерные высоты для крупных болидов Канадской сети. В таб. 7 значения  $h_b$ ,  $h_{ml}$ ,  $h_t$  – высоты начала светящегося сектора траектории, максимальной светимости и окончания светящегося сектора, заимствованные из наблюдений (*Halliday* и др., 1996). Величины  $L$  и  $R$  соответствуют характерным размерам метеороидов, определенным по внеатмосферным массам  $M_2$ .

$$L = \left( \frac{M_2}{30\rho_m} \right)^{1/3}, \quad R = \left( \frac{30L^3}{4\pi/3} \right)^{1/3}$$

Здесь  $R$  – радиус сферы, равной по объему прямоугольному параллелепипеду  $2L \times 3L \times 5L$ , размер которого  $L$  определяется по массе входа. Следующие три столбца в таблице 7 показывают:  $h_l$  – высоту, на которой размер  $L$  равен длине свободного пробега молекул воздуха,  $h_{sw}$  – высоту, ниже которой обтекание эквивалентной сферы радиуса  $R$  происходит в так называемом режиме тонкого вязкого ударного слоя, т.е. высоту, на которой впервые (с уменьшением высоты после свободно-молекулярного обтекания) образуется тонкая ударная волна. Наконец,  $h_{bl}$  – высота, соответствующая образованию тонкого пограничного слоя на эквивалентной сфере. Высота  $h_l$  вычислялась по следующей формуле:

$$h_l = h_0 \ln(L / l_0), \text{ км}$$

Здесь  $l_0 = 0,19 \cdot 10^{-4}$  см – длина свободного пробега молекул воздуха на уровне моря. Значения высот  $h_{sw}$  и  $h_{bl}$  вычислялись по оценочным данным, приведенным на основе анализа экспериментальных исследований в работе (*Авдеевский, Иванов, 1968*), а также в монографии (*Стулов и др., 1995*). Аппроксимация приведенных там оценок дает следующие формулы:

$$h_{sw} = 53 + 17.05 \log R, \quad h_{bl} = 40.7 + 15 \log R, \text{ км}$$

Данные таблицы 7 свидетельствуют, что основная часть светящегося сектора траектории исследуемых болидов лежит в условиях обтекания в режиме сплошной среды, а условие свободно-молекулярного обтекания ( $l \geq L$ ) находится вне его пределов, за исключением болида 567,  $h_b = 91,4$  км,  $h_l = 87,5$  км, где это условие относится лишь к самому началу траектории.

Для всех рассмотренных болидов (таб. 7) - высота максимального свечения меньше высоты образования мощной головной ударной волны. Это позволяет предположить, что в данных условиях существенный вклад в светимость болида дает воздух в сжатом ударном слое, а не свечение паров материала тела, как это требуется для обоснования применимости известной фотометрической формулы (Лебединец, 1980).

Известно, что фотометрические оценки массы метеороидов ранее превосходили динамические, зачастую на несколько порядков. Как уже отмечалось во введении (стр. 14-15), в работе (Halliday и др., 1996) в качестве коэффициента эффективности излучения  $\tau$  рассматривалась «новая» переменная величина, зависящая от скорости движения болида. Это, с одной стороны, привело к некоторому сближению оценок, полученных при помощи различных подходов, с другой стороны, в некоторых случаях, динамическая масса теперь может на порядок и более превышать фотометрическую (таб. 6б).

#### **2.4. О динамической массе в нижней части траектории болида**

В некоторых случаях наблюдатели вычисляют динамическую массу метеороида в нижней части траектории с целью получить оценки массы возможных метеоритов (Цеплева, 1978; Halliday и др., 1996). Эти вычисления



проводятся на основе торможения (отрицательного ускорения) тела, получаемого численным дифференцированием наблюдаемой зависимости  $V(t)$ , и никак не связаны с понятием фотометрической массы.

Полезно сопоставить эти вычисления с величинами, зависящими от полученных здесь внеатмосферных масс болидов Канадской сети (см. таблицу 6б). Будем иметь дело с описанным выше аналитическим аппаратом точных и приближенных решений уравнений метеорной физики.

Определим вначале величину торможения вдоль траектории. Простые вычисления с использованием (0.10) дают

$$\frac{dV}{dt} = \frac{V_e^2 \sin \gamma}{h_0} \frac{v^2 \ln v}{1 + 0.83\beta v \ln v} \quad (2.6)$$

Численные значения торможения (2.6) и сравнение с вычислениями наблюдателей (*Halliday* и др., 1996, Table 6) приведены в таблице 8. Там же для контроля приведены результаты численного дифференцирования данных наблюдений  $V_i(t_i)$  с использованием центральной разности для внутренних точек

$$\frac{dV_i}{dt} = \frac{V_{i+1} - V_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (2.7)$$

В таблице 8 использовалось локальное значение  $\sin \gamma$ , определяемое по формуле (1.3), причем производная также вычислялась центральной разностью. Знак минус у величин торможения опущен. Данные таблицы 8 показывают, что приближенная формула (0.10) также неплохо аппроксимирует величину изменения скорости по времени, и ее можно использовать для расчетов торможения.

В работе (*Halliday* и др., 1996) масса болида в нижней части траектории определялась путем численного дифференцирования наблюдаемого рас-

пределения скорости по времени в предположении заданного постоянной формы метеороида (см. описание к формуле (0.6)). Представленные здесь решения уравнений метеорной функции (1.6), (1.7), (0.10) позволяют выразить изменение массы в зависимости от скорости как в виде точного решения (1.6) так и через торможение (2.6), причем при различных предположениях о типе абляции. Простые вычисления дают следующую формулу

$$m^{1-\mu} = (1 + 0.83\beta v \ln v) \exp[-0.83\beta(1-v)] \quad (2.8)$$

Здесь, как и в формуле (1.6), имеем:  $\mu = 0$  – движение с постоянной площадью миделева сечения  $S = S_e = \text{const}$ ,  $\mu = 2/3$  – движение с постоянным коэффициентом формы  $A = A_e = \text{const}$ .

Итак, сравнение динамических масс в нижней части траектории  $m_d$  (правая колонка таблицы 6 из работы (Halliday и др., 1996)) проводится с результатами вычислений по формуле (1.6) и формуле (2.8) при  $\mu = 2/3$ . Сопоставление данных показано на рис.7 для болидов MORP 872 (рис.7, (a)), 219 (б), 567 (в), 204 (г), 840 (д), 018 (е). Сплошные линии показывают массу

$$M = M_e f(v, \beta) = M_e \exp[-3\beta(1-v^2)] \quad (2.9)$$

(см. формулу (1.6)), причем  $M_e$  рассчитывается по (2.2), при этом были использованы значения  $\alpha$ , полученные методом  $Q_3$  с учетом всех опубликованных в (Halliday и др., 1996) точек наблюдений. Штриховыми линиями показаны массы  $M = MI f(v, \beta)$ , где  $MI$  берется из работы (Halliday и др., 1996). Напомним, что преобладающую часть величины  $MI$ , согласно расчетам авторов (Halliday и др., 1996), составляет фотометрическая масса. Во всех случаях зависимости  $M(v)$  построены при  $v \geq v_t$ , где  $v_t$  – скорость болида в конечной точке светящегося участка траектории. Штрихпунктирной линией на рис.7 показаны результаты вычислений по формуле (2.8), где  $m = M/M_e$ . Отличие

от сплошных линий в левой части рисунка – это результат дифференцирования аппроксимации (0.10) при вычислении торможения.

Кружки на рис.7 показывают значения  $m_d$  (Halliday и др., 1996). Отметим прежде всего «притяжение» значений  $m_d$  к сплошным линиям, а не к штриховым. Это обстоятельство еще раз косвенно опровергает соответствие значений  $MI$  внеатмосферным массам метеорных тел. Другими словами, даже весьма приближенный подход, требующий численного дифференцирования наблюдаемых зависимостей  $V_i(t_i)$ , приводит к выводу о том, что вычисление фотометрической массы  $M_{ph}$  на основе существующих представлений, не может дать правильные значения внеатмосферных масс.

## Глава 3.

### Модель движения болида Нойшванштайн в атмосфере

#### 3.1. Краткое описание болида Нойшванштайн

Результаты наблюдений Нойшванштайн (EN 060402) даны в работе (Spurný и др., 2003). Скорость входа составила 20,95 км/с, это измерение проведено на высоте 84,95 км. Последняя точка светящегося участка траектории зафиксирована на высоте 16,04 км при скорости болида около 2,4 км/с. Угол траектории с горизонтом  $\gamma$  менялся в следующих пределах:  $49,23^{\circ} < \gamma < 49,75^{\circ}$ . Максимальная яркость, равная -17,2 абсолютной звездной величины, была зафиксирована на высоте 21 км. К сожалению, предпринятые авторами (Грицевич, Стулов, 2008) усилия для получения зарегистрированной траектории болида в переменных «скорость-высота» не привели к желаемому результату. Поэтому в качестве материала при подборе параметров траектории были использованы начальная и конечная точка наблюдений (Spurný и др., 2003) и сконструированная в (ReVelle и др., 2004) зависимость  $V(h)$  (эти данные приведены в работе (Грицевич, Стулов, 2008), таб. 2). Отметим, что в работе (Spurný и др., 2002) наряду с начальными данными при входе в атмосферу приведены значения скорости и высоты тела в заключительной точке светящегося участка траектории, а также в точке максимальной яркости болида, эти значения составляют:  $3,1 \pm 0,8$  км/с;  $16,06 \pm 0,05$  км; 13,5 км/с и 22,2 км соответственно. С теоретической точки зрения динамические параметры Нойшванштайн могли бы быть оценены из условия наилучшего соответствия этим точкам, согласно применяемому здесь алгоритму (Грицевич, 2008а). Однако недостаточная точность приведенных значений и

их отличие от данных работы (*Spurný* и др., 2003) лишают эту процедуру практического смысла.

Значение плотности метеорита Нойшванштайн  $\rho_m = 3,492 \text{ г/см}^3$  (*Kohout* и др., 2004).

Было обнаружено три экземпляра метеорита общей массой 6,215 кг (*Oberst* и др., 2004):

- 14 июля 2002      1750 г
- 27 мая 2003      1625 г
- лето 2003        2840 г

В работе (*Oberst* и др., 2004) дано краткое описание трех найденных метеоритов в предсказанной области падения болида Нойшванштайн. Оказалось, что метеорит представляет собой энстатитовый хондрит класса EL6. Отметим два обстоятельства, использованные в (*Грицевич, Стулов, 2008*) при моделировании болида и фактически проигнорированные авторами более ранних моделей (подробнее об этом в следующем разделе). Во-первых, в работе (*Oberst* и др., 2004) приведены многочисленные фотографии найденных фрагментов. Во всех случаях они имеют форму, близкую к прямоугольным параллелепипедам. Относительно первого метеорита авторы (*Oberst* и др., 2004) прямо пишут, что он имеет форму камня для мощения улиц (брусчатка, «a paving stone»). Во-вторых, в подписи к Fig.10 статьи (*Oberst* и др., 2004) отмечается, что одна из граней второго метеорита имеет характерные радиальные следы стекания жидкой пленки, образованной вследствие абляции. Эти следы показывают, что движение метеорита было ориентированным.

### 3.2. Ранние модели

Остановимся здесь на некоторых литературных данных по оценке параметров метеорного тела при входе в атмосферу и его трансформациях в течение светящегося участка траектории.

Первые оценки внеатмосферной массы болида Нойшванштайн даны в (*Spurný* и др., 2002), (*Spurný* и др., 2003) и составляют 600 кг и  $300 \pm 100$  кг соответственно. Полная масса выпавших метеоритов оценивается в 20 кг (обнаружено 6,215 кг, см. таб. 1). К сожалению, метод оценки начальной и конечной масс в работах (*Spurný* и др., 2002), (*Spurný* и др., 2003) не приводится. В работе (*ReVelle* и др., 2004) для сферической формы тела был получен диапазон  $\sim 400 \div 530$  кг. Отметим, что оценки массы Нойшванштайн, получаемые с использованием светимости болида в литературе не приводятся, что объясняется недостаточным качеством зарегистрированной световой кривой.

Моделирование входа болида в атмосферу проводится в работе (*ReVelle* и др., 2004). Следует отметить, что исходные предположения, принятые в самом начале процесса моделирования, явно противоречат реальным данным и потому вызывают серьезные возражения. Это прежде всего предположение о сферической форме исходного метеороида и его возможных фрагментов. Это предположение явно противоречит найденным метеоритам. Далее, параметр изменения формы тела (the shape change factor)  $\mu$  принимается равным  $2/3$ , что, как известно, соответствует хаотическому и чрезвычайно быстрому вращению метеорного тела при полете в атмосфере. Это предположение также противоречит наблюдениям. Вызывает удивление замечание авторов в том же абзаце статьи (*ReVelle* и др., 2004), что значение  $\mu = 0,1$  не изменит значительно результаты, полученные для  $\mu = 2/3$ . Это утверждение противоречит решению уравнений метеорной физики (1.6).

Далее в работе (*ReVelle* и др., 2004) проводится оценка начальной кинетической энергии болида. Оказалось, что начальная энергия не превышает 0,0276 kt (1 kt =  $4,185 \cdot 10^{12}$  J), а ее среднее (ожидаемое) значение составляет  $\sim 0,02$  kt. Данные работы (*Spurný* и др., 2003) отвечают значению 0,0157 kt. При известной скорости входа  $V_e = 20,95$  км/с эти оценки дают следующие значения массы входа:  $M_e = 509$  кг, 381 кг и 299 кг, соответственно.

На основе сделанных предположений, часть из которых вызывает серьезные возражения, в работе (*ReVelle* и др., 2004) сконструированы характеристики светящегося участка траектории. Представлены светимость и масса тела в зависимости от времени (Fig 3 и Fig 2), а также звездная величина и скорость в зависимости от высоты полета (Fig 1 и Fig 4). Детали этих расчетов в статье не приводятся.

### **3.3. Подбор динамических параметров и оценка начальной массы болида Нойшванштайн**

В данной работе представлены результаты оценки начальной массы болида Нойшванштайн, полученные с использованием нового, представленного в разделе 1.2 метода.

Получены следующие значения параметров, обеспечивающих минимум функции (1.10):  $\alpha = 3,92$ ,  $\beta = 2,565$ . Графическое сопоставление данных для Нойшванштайн с найденными параметрами дано в работе (*Грицевич, Стулов, 2008*).

В отличие от предположений работы (*ReVelle* и др., 2004) здесь принимается, что метеорное тело при входе в атмосферу имело форму куба со скругленными вершинами и ребрами, поэтому  $c_d = 1,2 \div 1,3$  (*Ждан* и др., 2007),

$A_e = 1$ . Средний по траектории угол входа  $\gamma = 49,5^\circ$  (Spurný и др., 2003), плотность энстатитового хондрита  $\rho_m = 3,5 \text{ г/см}^3$ . Учитывая (2.2), получим, что масса  $M_e$  находится в пределах  $M_e = 525 \div 667 \text{ кг}$ . Это несколько превышает оценки работы (Spurný и др., 2003), однако примерно соответствует оценкам начальной кинетической энергии метеороида, представленным в работе (ReVelle и др., 2004).

Разумеется, самым узким местом приведенных здесь оценок служит величина произведения  $c_d A_e$  в формуле (2.2). В метеорной литературе для сферического тела иногда принимается  $c_d A_e = 1.1$  (Spurný и др., 2000). Кроме того, использование реально наблюдаемой зависимости  $v = v(h)$  вместо данных ((Грицевич, Стулов, 2008), таб. 2) позволило бы уточнить коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$ . Однако авторы (Грицевич, Стулов, 2008), считают, что указанные уточнения не изменят сильно приведенные здесь оценки.

Зависимость массы метеорного тела в килограммах от безразмерной скорости (1.6) представлена на рис. 8. Здесь принято  $M_e = 600 \text{ кг}$ . Сплошная линия показывает  $M(v)$  при  $\mu = 0$ , т.е. при ориентированном движении, которое авторы (Грицевич, Стулов, 2008) считают наиболее вероятным. Штриховая линия соответствует  $\mu = 0.1$  (ReVelle и др., 2004), а штрих-пунктирная – значению  $\mu = 2/3$ , т.е. движению с хаотическим вращением, обеспечивающим постоянство коэффициента формы в процессе абляции. Оценки массы в конце траектории (Spurný и др., 2003) и суммарная масса фрагментов метеорита Нойшванштайн отвечают малым значениям  $\mu$  и показывают, что предположение  $\mu = 2/3$  (ReVelle и др., 2004) является ошибочным. Кроме того, утверждение (ReVelle и др., 2004) о том, что значение  $\mu = 0.1$  незначительно изменит результаты, полученные для  $\mu = 2/3$ , без труда опровергается данными, приведенными на рис. 8.



## **Глава 4.**

### **Признаки выпадения метеоритов (по светлой части траектории)**

Метеориты, в зависимости от способа их обнаружения, делят на две группы: падения и находки. Падениями называют метеориты, наблюдавшиеся при падении и подобранные через некоторое время после него. Подавляющая часть метеоритов – это находки, т. е. метеориты, найденные случайно. Уникальные представители первой группы вызывают особый интерес в тех редких случаях, когда их движение в атмосфере было зафиксировано инструментально. Помимо качественных фотографических снимков движения в атмосфере для таких болидов достоверно известны значения плотности, а также форма частей метеорных тел, достигших поверхности Земли.

Интерес к анализу атмосферных траекторий болидов, достигших поверхности Земли, объясняется еще и тем, что в процессе движения, с момента входа в атмосферу до падения, такие болиды испытывают все возможные режимы обтекания. Приведем вкратце данные наблюдений по зарегистрированным болидам, после падения которых были обнаружены метеориты.

#### **4.1. Данные наблюдений**

Основные результаты наблюдений падения Пржибрам приведены в работе (Сеплеча, 1961). Скорость болида при входе в атмосферу составила около 20,9 км/с. Угол траектории с горизонтом  $\gamma$  оценен в  $43^{\circ}$ . Время свечения - 7 с. Максимальная яркость, равная -19,2 абсолютной звездной величины, была зафиксирована на высоте 46 км. Результаты обработки базисных

фотографий падения и динамические значения скорости для основного тела и одного из фрагментов были получены в работе (*Ceplecha, 1961*) и приведены здесь в таб. 9. Метеорит представляет собой плотный перекристаллизованный хондрит, ввиду неоднородности которого приведенные в литературе значения плотности различны. Так, средняя величина, полученная пикнометрическим методом из 6 измерений двух образцов, составила  $3,57 \text{ г/см}^3$  (*Алексеева, 1962*), для исследования физических свойств был использован осколок Велка массой 13 г. Близкое значение удельного веса хондрита Велка  $3,62 \text{ г/см}^3$  приводится в работе (*Rost, 1965*). Значения  $3,69$  и  $3,766 \text{ г/см}^3$  приводятся в (*Clarke и др., 1971*) и (*Харитонова, 1965*) соответственно. Всего было обнаружено четыре экземпляра, общей массой 5,8 кг:

- 9 апреля 1959      4480 г (Луги)
- 24 апреля 1959      772 г (Велка)
- 19 августа 1959      428 г (Гойшин)
- 25 августа 1959      105 г (Дразков)

Описание болида Лост Сити дано в работе (*McCrosky и др., 1971*). Угол траектории с горизонтом  $\gamma$  составил около  $38^{\circ}$ . Динамические данные представлены в таб. 10 (*Мак-Кроски и др., 1979*). Величина скорости входа уточнена до  $14,1485 \pm 0,0012 \text{ км/с}$  (*Ceplecha, 1996*). Время свечения составило 9 с. Максимальная яркость, равная -12 абсолютной звездной величины, была зафиксирована на высоте 28 км. Значение плотности метеорита Лост Сити, согласно (*McCrosky и др., 1971; Clarke и др., 1971*), составляет  $\rho_m = 3,73 \text{ г/см}^3$ . Всего было обнаружено четыре экземпляра, общей массой 17,232 кг, помимо дат находок и соответствующих им масс в (*Clarke и др., 1971*) приведены также линейные размеры метеоритов:

- 9 января 1970      9830 г    22x17x14 см

- 17 января 1970      272 г      6x6x2 см
- 2 февраля 1970      6580 г      18x14x10 см
- 4 мая 1970            640 г      8x6x4 см

Детальное описание болида Иннисфри, включая показания очевидцев и подробности поисков, представлено в (Halliday и др., 1978). Скорость входа в атмосферу - 14.54 км/с, время свечения составило 4,09 с. Угол траектории с горизонтом  $\gamma$  оценен в  $67,8^{\circ}$ . Максимальная яркость, равная -12.1 абсолютной звездной величины, была зафиксирована на высоте 36 км (Halliday и др., 1981). Первый результат обработки фотографических снимков светящегося участка траектории представлен в работе (Halliday и др., 1981), несколько отличающиеся и более краткие динамические данные опубликованы в более поздней работе авторов (Halliday и др., 1996). Здесь эти данные приведены в таб. 11а и 11б соответственно. Дальнейший расчет проведен для обоих вариантов. Значение плотности метеорита Иннисфри  $\rho_m = 3,5 \text{ г/см}^3$ . Наибольший экземпляр был обнаружен вскоре после падения; следующие пять меньших частей были найдены после исчезновения снега в апреле. В течение 3 месяцев с момента падения было обнаружено 9 фрагментов общей массой 4,58 кг (Halliday и др., 1981):

- 17 февраля 1977      2070 г
- 9 апреля 1977        33 г
- 10 апреля 1977       120 г
- 10 апреля 1977       345 г
- 11 апреля 1977       894 г
- 21 апреля 1977       330 г
- 1 мая 1977            22 г

- 3 мая 1977            387 г
- 8 мая 1977            375 г

#### **4.2. Аппроксимация наблюдаемых траекторий**

Результат численного расчета параметров  $\alpha$  и  $\beta$  по формулам (1.11), (1.12), (1.14) для рассматриваемых в этой работе болидов приведен в таблице 12. В последней колонке даны значения размерного коэффициента абляции, вычисленного согласно монографии (Стулов и др., 1995) по формуле  $\sigma = 2\beta/V_e^2$  (указаны значения  $10^2 \cdot \sigma$ ).

Для сравнения приведем ранее опубликованные оценки коэффициента абляции  $\sigma$  для наиболее часто исследуемого болида Лост Сити:  $1,002 \cdot 10^{-2} \text{ с}^2/\text{км}^2$  (Стулов и др., 1995);  $1,14 \cdot 10^{-2} \div 1,46 \cdot 10^{-2} \text{ с}^2/\text{км}^2$  (Сеплеча и др. 1993; Сеплеча, 1996);  $8 \cdot 10^{-2} \text{ с}^2/\text{км}^2$  (Сеплеча, ReVelle, 2005).

При вычислениях была отброшена последняя точка наблюдений таб. 11б, по причине резкого изменения угла траектории с горизонтом на последнем участке: путем вычисления центральной разностной производной функции  $h(t)$  для точки с  $V = 5,3 \text{ км/с}$  получим значение  $\sin \gamma \sim 0,64$  (формальный расчет по всем 9-ти точкам таб. 11б дает следующий результат:  $\alpha = 7,66$ ;  $\beta = 1,95$ ). С учетом найденных значений на рис. 9 представлены графики теоретической зависимости размерной высоты от размерной скорости (для удобства сопоставления с приведенными здесь размерными данными наблюдений) трех исследуемых болидов.

### **4.3. О форме метеорных тел и возможной роли вращения в полете**

Для дальнейшего получения более точных оценок начальной массы метеорных тел по найденным параметрам большое значение имеет величина произведения коэффициента сопротивления на коэффициент формы тела  $c_d A_e$ . Для уточнения этой величины важно определить наиболее вероятную форму родительского тела. Чтобы оценить динамическую массу в других точках траектории, согласно (1.6), кроме того, важно оценить величину параметра изменения формы тела  $\mu$ .

В большинстве работ по физике метеоров форма тела на протяжении всего времени движения в атмосфере принимается постоянной, поэтому коэффициент формы равен начальному  $A = A_e = S_e / W_e^{2/3}$  ( $W$  – объем, нижним индексом «е», как и прежде, обозначены значения параметров в момент входа в атмосферу Земли), а значение параметра  $\mu = 2/3$  ( $s = m^{2/3}$ ). Это предположение существенно упрощает рассматриваемое явление и позволяет быстро получить оценки массы тела посредством перехода от рассмотрения исходного дифференциального уравнения (0.4) к его частному случаю (0.5), однако оно представляет собой скорее исключение, а не правило; ему противоречат, в частности, результаты непосредственных исследований некоторых выпавших метеоритов. В качестве двух контрастных примеров отметим метеориты Каракол и Забродье, об ориентации которых во время полета свидетельствует их выраженная коническая форма со сферическим закруглением (фотографии этих метеоритов можно найти в книге (Бронштэн, 1981), на сайте «Метеоритная коллекция Российской Академии Наук» - <http://geo.web.ru/db/meteorites/> и др.). Далее, на основе анализа Сихотэ-Алинского метеоритного дождя в работах (Кринов, 1955, 1963) для ориенти-

рованных метеоритов было показано, что регмаглипты образуются в основном на головной и боковых сторонах. Поэтому, прямым следствием ориентированного движения многих индивидуальных экземпляров служит также их неравномерный регмаглиптовый рельеф, отчетливо выраженный на некоторых сторонах и отсутствующий на других. В § 7 гл. 1 книги (Бронштэн, 1981) сказано, что необходимым условием для допущения  $\mu = 2/3$  является быстрое беспорядочное вращение метеорного тела, поскольку абляция идет в основном на лобовой части; если же тело сохраняет ориентацию или вращается медленно (период вращения больше времени интенсивного испарения), то  $\mu < 2/3$ . Быстрое вращение крупных метеорных тел, необходимое для равномерного уноса массы с сохранением исходной формы, представляется маловероятным согласно оценкам, приведенным в (Волощук и др., 1989). А при ориентированном движении метеорного тела без вращения, максимальный нагрев и, следовательно, наибольший унос массы приходится на окрестность критической точки тела (Вислый и др., 1985). Поэтому в ряде случаев предположение о постоянстве площади миделева сечения  $S = S_e = const$ , т. е.  $\mu = 0$ , близко к действительности (Стулов и др., 1995).

Основную трудность при расчетах представляет неопределенность формы тела. Как правило, наиболее популярна модель сферической формы с  $A_e = 1,209$ ;  $c_d = 1$  (Бронштэн, 1981; Стулов и др., 1995). В метеорной литературе для сферического тела иногда принимается  $c_d A_e = 1.1$  (Wetherill, ReVelle, 1981). Значение коэффициента формы  $A = 1,55$  («a brick-like shape») используется в (Halliday и др., 1996). В работах (Jacchia и др., 1965; Verniani, 1966) предположение делается сразу не о форме тела, а о величине коэффициента формы  $A = 1,5$ . В (Ceplecha, 1996; Ceplecha, ReVelle, 2005) и (Borovička, Kalenda, 2003) расчеты проведены при значениях  $c_d A = 2,2$  и  $c_d A = 2,0$  соответственно.

С другой стороны, известно геологическое понятие отдельности - характерной формы блоков (глыб, кусков) горных пород, образующихся при выветривании либо искусственном раскалывании, обусловленной наличием в породах видимых или скрытых пересекающихся систем трещин. Подробная классификация различаемых видов отдельностей представлена, например, в геологическом словаре, 1978. Было бы естественно попытаться расширить понятие отдельности и на взеземные твердые материалы, полагая, что при разрушении трещины идут не случайным образом, и форма родительского тела могла быть подобна формам отделившихся частей. Это предположение подтверждается характером многократного атмосферного дробления, имеющим место при падении Сихотэ-Алинского метеоритного дождя: отмечено, что оно происходило по границам структурных элементов, представляющих собой камаситовые балки и пластины, которые связаны между собой так, что прочность этих соединений намного меньше прочности самих элементов (Кринов, Цветков, 1979). В подробном описании одного из найденных индивидуальных экземпляров сказано: «Повсюду видны многочисленные тонкие трещины, совпадающие с границами между структурными элементами. Трещины хорошо показывают внутреннюю кусковатую структуру метеорита» (Кринов, 1963). Аналогичные заключения были сделаны и при исследовании других выпавших метеоритов, как каменных, так и железных (Кринов, 1955).

Перейдем теперь к реальным фактам, полученным в результате морфологического анализа исследуемых метеоритов. На рис. 10а изображены найденные экземпляры Пржибрам (*Cepulecha*, 1961). Значения площади миделева сечения могут быть заимствованы из работы (Vlášek, 1963), где с целью измерения аэродинамических характеристик были построены модели этих метеоритов. Если взять значение плотности Пржибрам  $3,7 \text{ г/см}^3$ , для метеоритов Луги, Велка, Гойшин и Дразков получим следующие значения коэффи-

циента формы:  $A = 1,45; 1,90; 1,80$  и  $1,77$  соответственно. Внешний вид метеоритов не позволяет сделать вывод о вращении либо об ориентированном полете болида Пржибрам (*Ceplecha*, 1961).

Фрагменты Лост Сити имеют формы, близкие к прямоугольным параллелепипедам (*Clarke* и др., 1971). Фактор формы для метеоритов с массами 9830 г; 272 г; 6580 г; 640 г приближенно оценен по приведенным здесь (в разделе 4.1) их линейным размерам:  $A = 1,24; 2,08; 1,36; 1,44$ . Это несколько заниженные величины, поскольку отношение максимального сечения к объему в степени  $2/3$  для самого тела будет больше, чем для описанного около этого тела прямоугольного параллелепипеда. В работе (*Clarke* и др., 1971) на основе анализа внешнего вида поверхностей найденных образцов, в частности, по местам сосредоточения следов оплавления, для трех фрагментов (9830 г; 6580 г и 640 г) сделан вывод о том, что движение было ориентированным на протяжении некоторых участков траектории полета.

В таблице 2 (*Halliday* и др., 1981) для четырех наибольших фрагментов Иннисфри приведены отношения массы к площади миделева сечения. С учетом этих величин для метеоритов с массами 2070 г; 345 г; 894 г и 387 г получим значения коэффициента формы:  $A = 1,59; 1,70; 1,95$  и  $1,34$  соответственно. На рис. 10б приведен наибольший метеорит (*Halliday* и др., 1978). По мнению самих авторов, наиболее вероятная форма болида Иннисфри - прямоугольный параллелепипед со сторонами  $2L$ ,  $3L$  и  $5L$  и фронтальной плоскостью  $3L \times 5L$ , т. е. с коэффициентом формы  $A = 15L^2 / (30L^3)^{2/3} = 1,55$  (*Halliday* и др., 1989а). Такое же предположение о форме используется в их последующих работах при анализе движения других метеорных тел (например, *Halliday* и др., 1996).

Напомним, что найденные фрагменты Нойшванштайн также имеют форму, близкую к прямоугольным параллелепипедам (*Oberst* и др., 2004).



Отмечено, что одна из граней второго метеорита имеет характерные радиальные следы стекания жидкой пленки, образованной вследствие абляции, что является результатом ориентированного движения метеорного тела (*Oberst* и др., 2004). Малым значениям  $\mu$  отвечают также оценки массы в конце светящегося участка траектории (*Spurný* и др., 2002, 2003) и суммарная масса фрагментов метеорита Нойшванштайн (таб. 1).

Разумеется, в общем случае теоретическое изменение массы будет происходить по кривой, располагающейся между кривыми  $m = \exp(-3 \cdot (1 - v^2)\beta)$  и  $m = \exp(-(1 - v^2)\beta)$  которая, с учетом рассуждений, изложенных вначале этого раздела, более приближена к последней, поскольку значение  $\mu = 0$  (или  $S = const$ ) более вероятно. Другими словами, значение  $\mu = 2/3$  определяет оценку снизу, в то время как значение  $\mu = 0$  дает, при заданных  $\beta$  и  $M_e$ , несколько завышенное значение оставшегося вещества. Расчеты динамической массы в заключительной части этой работы проведены для значений  $\mu = 0; 0,1$  и  $0,2$ .

#### **4.4. Оценки начальной массы**

После того, как значение баллистического коэффициента  $\alpha$  определено, внеатмосферную массу метеороида  $M_e$  можно оценить по формуле (2.2). Поскольку в данном случае речь идет о найденном материале, есть возможность использовать точные значения плотности тел.

В таблице 13 оценка массы  $M_1$  была получена для классической модели начальной сферической формы с  $A_e = 1,209$ ,  $c_d = 1$ . В более общем случае, с большей степенью достоверности можно считать, что геометрическая форма метеороида не имеет преимущественных направлений (*Стулов* и др.,

1995), а реальные значения массы превышают  $M_1$ . Это связано с более сложной формой родительского тела, в результате чего при сверхзвуковом полете оно стремится сориентироваться так, чтобы его максимальное сечение расположилось поперек набегающего потока (Halliday и др., 1981). Так что коэффициент формы «в среднем» превышает аналогичное значение для сферы  $A_e = 1,209$ . Этот вывод хорошо согласуется с мнением выдающегося американского астронома Ф. Уиппла, состоящем в том, что среднее значение коэффициента формы метеорного тела  $A = 1,5$  (оригинальная ссылка дана в (Jacchia и др., 1965)). После вычислений (Jacchia и др., 1965), такое же значение использовалось в работе (Verniani, 1966), в которой автор пишет: «наиболее разумное среднее значение для коэффициента формы  $A$  это 1,5, с погрешностью порядка 10 процентов». Еще одним аргументом в пользу увеличения произведения  $c_d A_e$  служат результаты численного расчета работы (Ждан и др., 2007), где при анализе обтекания тел плиточных форм были получены значения коэффициента сопротивления  $c_d \sim 1,5 \div 1,6$ , причем в случае округления вершин и ребер такого тела коэффициент сопротивления резко падает до значений  $c_d$  порядка  $1,2 \div 1,3$ . Учитывая эту закономерность, дополнительно был проведен расчет масс  $M_2$  (таб. 13), при следующих предположениях: метеорные тела при входе в атмосферу имели форму прямоугольного параллелепипеда со скругленными вершинами и ребрами, коэффициент сопротивления  $c_d = 1,3$  (Ждан и др., 2007), коэффициент формы родительского тела принят равным среднему значению коэффициентов найденных фрагментов, с учетом их веса:

$$A_e = \frac{\sum_{i=1}^N A_i \cdot M_i}{\sum_{i=1}^N M_i} \quad (4.1)$$

где  $N$  – число фрагментов рассматриваемого тела. Формула (4.1) предложена на основе следующего тривиального соображения: если от тела откололся

небольшой фрагмент, то форма этого фрагмента, ввиду малых размеров, не должна оказывать существенного влияния на величину коэффициента формы родительского тела. Безусловно, если мы перейдем от этого примера к рассмотрению роя или цепочки фрагментов, как, например, при падении Пикскилл, значение коэффициента формы, полученное таким образом будет менее надежно. Однако было бы неверно пренебрегать имеющимися данными о форме найденных метеоритов. Выход состоит в проведении серии оценочных расчетов при различных предположениях об исходной форме тела. Учитывая, что плотности исследуемых метеоритов известны достаточно точно, несложно получить формулу для пересчета начальной динамической массы в случае изменения коэффициентов  $A_e$  и/или  $c_d$ .

$$\frac{M_{e1}}{M_{e2}} = \left( \frac{c_{d1}A_{e1}}{c_{d2}A_{e2}} \right)^3 \quad (4.2)$$

Согласно результатам предыдущего раздела, по формуле (4.1) получим следующие значения  $A_e = 1,66; 1,31; 1,54$  для болидов Иннисфри, Лост Сити и Пржибрам соответственно. Как уже отмечалось, реальное значение коэффициента формы Лост Сити, как и его фрагментов, вероятно несколько выше, поэтому предлагается пересмотреть коэффициент формы Лост Сити до  $A_e \sim 1,5$ . Тогда  $c_d A_e \sim 2$ . Конечно, точные значения площади миделева сечения найденных фрагментов позволили бы уточнить эту величину. Отметим, что полученная оценка близка к значению  $c_d A_e \sim 2,2$  (Сеплеча, 1996; Сеплеча, ReVelle, 2005). В работе (Biberman и др., 1980), где выводы о характерных геометрических размерах и массе болидов сделаны на основе ряда предположений о светимости болида и сопоставления с наблюдаемой кривой блеска, для Лост Сити были получены следующие диапазоны значений произведения  $c_d A - 1,87 \div 3,39$  и массы входа  $M_e - 85 \div 280$  кг.

Кроме значений  $M_1$ ,  $M_2$  в таблице 13 приведены значения начальной массы болидов, определенные по динамике входа (*ReVelle, Rajan, 1979*);  $M_{ph}$  – фотометрическим методом; внеатмосферные массы, полученные на основе анализа следов, вызванных космическим излучением, опубликованные в (*Wetherill, ReVelle, 1981*) и в (*Bagolia* и др., 1980); а также оценки (*Ceplecha, ReVelle, 2005*), полученные путем пошагового пересчета параметров из уравнений метеорной физики (включая фотометрические зависимости), с учетом массы выпавшего вещества в качестве начальных данных. В последней строке таблицы 13 даны «начальные скорректированные фотометрические массы» из таб. 1 (*Wetherill, ReVelle, 1981*).

Следы, вызванные космическим излучением, подробно исследовались на трех метеоритах - Луги, Велка и Гойшин в (*Bagolia* и др., 1980). Для определения вклада процесса деления в плотность следов была измерена внутренняя концентрация урана в зернах Пржибрамских пироксенов и оливинов. Эти результаты четко указали на преобладающее происхождение следов от космического излучения (*Bagolia* и др., 1980). Плотности следов соответствуют глубине экранирования в пределах 7-14 см. Доатмосферный радиус Пржибрам был оценен в 25 см на основе распределения плотности следов космического излучения по осколкам, плотности следов и отношения  $^{22}\text{Ne}/^{21}\text{Ne}$  вследствие распада в метеорите Велка и плотности радиоизотопов  $^3\text{H}$ ,  $^{22}\text{Na}$  и  $^{26}\text{Al}$  в Велка. Диапазон значений внеатмосферной массы Пржибрам, полученный авторами (*Bagolia* и др., 1980) оказался 100-250 кг.

Помимо приведенных в таб. 13 опубликованы и другие оценки начальных масс рассматриваемых болидов. Так, в (*Halliday* и др., 1996), после калибровки величины коэффициента эффективности излучения  $\tau$  (подробнее об этом написано во введении), фотометрическая масса Иннисфри составила уже 46 кг, а внеатмосферная масса, определяемая авторами (*Halliday* и др.,

1996) путем сложения фотометрической и «суммарной выпавшей» масс, 51 кг. Фотометрическая оценка массы болида Пржибрам была снижена до 11000 кг в (Ceplecha, 1994) и до 1300 кг в (Borovička, Kalenda, 2003).

Динамическая оценка начальной массы метеороида Лост Сити, полученная для сферической формы составила 32÷50 кг (Стулов и др., 1995), после учета плиточной формы фрагментов метеорита Лост Сити получен другой диапазон значений  $M_e$ : 157÷245 кг (Стулов, 2000).

#### **4.5. Вычисление ускорения метеорного тела**

Как было замечено во введении, в некоторых случаях, с целью получения оценок масс возможных метеоритов, наблюдатели вычисляют динамическую массу метеороида в нижней части траектории (например, Цеплеха, 1978; Halliday и др., 1996). Эти вычисления проводятся с использованием локальных значений ускорения тела  $\frac{dV}{dt}$ , получаемого численным дифференцированием наблюдаемой зависимости  $V(t)$ .

Отметим, тем не менее, что существует возможность аналитически определить величину торможения (отрицательного ускорения) вдоль всего светящегося участка траектории. В разделе 2.4 на основе приближенного решения (0.10) была приведена формула (2.6). С другой стороны, величина  $\frac{dy}{dv}$  может быть определена непосредственно из самого решения (1.7). Используя соотношение (1.3), а также представление для интегральной экспоненты  $\bar{E}_i(x)$  при действительных значениях аргумента в виде ряда (Янке и др., 1964), для расчета ускорения как функции скорости метеорного тела получим следующее выражение:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{V_e^2 \cdot v^2 \sin \gamma}{h_0} \cdot \frac{\ln v - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta^k (1 - v^{2k})}{2k \cdot k!}}{1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta^k v^{2k}}{k!}} \quad (4.3)$$

или

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{V_e^2 \cdot v^2 \sin \gamma}{2h_0} \cdot \frac{\Delta}{1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta^k v^{2k}}{k!}}, \quad \Delta = \bar{E}_i(\beta) - \bar{E}_i(\beta v^2)$$

В частности, если масса тела не меняется (параметр уноса массы  $\beta$  равен нулю), выражение для ускорения (4.3) запишется следующим образом:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{V_e^2 \cdot v^2 \ln v \cdot \sin \gamma}{h_0},$$

что совпадает с выражением для ускорения (2.6), полученным ранее на основе приближенного решения при подстановке в него условия  $\beta = 0$ .

В общем случае, когда значение угла  $\gamma$  не приведено в данных наблюдений, чтобы оценить  $\sin \gamma$  достаточно вычислить разностную производную функции  $h(t)$  по формуле (1.3), например, с использованием центральных разностей для внутренних точек, после чего взять среднее арифметическое значение. (Рассматриваемая задача сводится к прямолинейному торможению болида в атмосфере, так что изменение угла  $\gamma$  в отличие от величины ускорения, во время движения не значительно.)

Численное решение дифференциального уравнения (4.3) позволяет полностью реконструировать движение на светящемся участке траектории. В частности, полученные с помощью этого решения графики теоретической зависимости размерной скорости, ускорения и размерной высоты от времени для исследуемых болидов представлены на рис. 11. В качестве начального

условия при решении уравнения (4.3) для каждого случая была выбрана первая точка исходных данных, в которой наблюдаемая скорость в достаточной степени отличалась от начальной скорости входа. Под такой точкой будем понимать первую «общую» точку наблюдений и аналитического решения (1.7): функция (1.7) имеет вертикальную асимптоту  $v = 1$ , в то время как в реальных наблюдениях точке со значением скорости  $v = 1$  соответствуют конечные значения высоты, заведомо заданные с определенной погрешностью. При этом если начальные данные приведены с плохой точностью ( $\sim 0,1$  км/с), помимо первых точек с  $v = 1$ , последующие наблюдения, со скоростью, близкой к скорости входа, также следует опустить по причине неустойчивости решения дифференциального уравнения (4.3) в окрестности точки  $v = 1$ .

#### **4.6. Значение массы в нижней точке аппроксимируемых наблюдений**

Найденные здесь значения параметра  $\beta$  и внеатмосферной массы метеорного тела согласно зависимости (1.6) позволяют рассчитать его массу в других точках траектории как функцию скорости (или, с учетом (4.3), как функцию времени). Подстановка (1.6) в (1.7), кроме того, дает возможность количественно оценить массу метеорного вещества, оставшегося на заданной высоте. Таким образом, получим следующую аналитическую зависимость между текущей высотой  $h$  и массой метеорного вещества  $M$ :

$$\frac{h}{h_0} = \ln 2\alpha + \beta - \ln(\bar{E}_i(\beta) - \bar{E}_i(\beta + (1 - \mu) \ln \frac{M}{M_e})) \quad (4.4)$$

Графики функций (4.4) для болидов Нойшванштайн, Иннисфри, Лост Сити и Пржибрам при найденных значениях баллистического коэффициента и параметра уноса массы (таб. 12) приведены на рис. 12. Штрих-пунктир соответствует случаю с начальной массой равной  $M_1$  (таб. 13), при условии  $\mu = 0$ . Эти кривые следует воспринимать как нижнюю оценку массы, оставшейся на заданной высоте. Более реалистичный сценарий изображен пунктиром, что соответствует случаю с начальной массой  $M_2$  (таб. 13), полученной с учетом особенностей форм индивидуальных фрагментов, при условии умеренного вращения  $\mu = 0,2$ .

В таб. 14 даны оценки оставшейся массы болидов на завершающем этапе представленных здесь наблюдений (таб. 9-11). В первом столбце приведены значения скорости тела в точке расчета. Значения масс во втором и последнем столбцах таб. 14 соответствуют отдельным точкам штрихпунктирной и пунктирной кривых на рис. 12 соответственно. Кроме того, даны результаты вычислений при других значениях параметра  $\mu$ , демонстрирующие относительную близость результатов. Оценки конечных масс в последнем столбце таб. 14 превышают общую массу обнаруженных метеоритов (таб. 1) в 2,5; 5,8 и 4,5 раза для Лост Сити, Иннисфри, и Нойшванштайн соответственно. Для Иннисфри, это значение в действительности несколько ниже: общее время свечения болида составило около 4 с (*Halliday* и др., 1981, *Halliday* и др., 1996), а анализируемый здесь участок траектории соответствует первым 3,3 с (таб. 11а). По этой же причине аналогичное сравнение не проводится для Пржибрам: опубликованные в (*Ceplecha*, 1961) данные (таб. 9) позволяют аппроксимировать здесь лишь начальный этап длительностью около 3 с, что составляет менее половины от общего времени свечения болида. Удовлетворительное соответствие значений конечных масс во втором столбце таб. 14 значениям масс обнаруженных метеоритов (таб. 1) показыва-



ет, что даже такой универсальный подход, подразумевающий предположение об ориентированном движении тела с начальной сферической формой, может быть использован в общем случае как критерий возможного выпадения метеоритов.

Как отмечалось в разделе 1.3, используемая модель учитывает не только различные механизмы абляции, но и отражает процессы разрушения (дробления) метеорного тела. С помощью преобладающей роли последнего, в частности, можно интерпретировать полученное, достаточно большое значение параметра уноса массы  $\beta$  для хондрита Пржибрам (таб. 12). Было бы не совсем корректно полагать, что метеорное тело продолжало активно дробиться и вне исследуемого здесь интервала скоростей. Чтобы избежать подобного рода недоразумений, расчеты, приведенные в таб. 14, были ограничены нижней точкой аппроксимируемых в этой работе наблюдений (таб. 9-11)

#### **4.7. Обсуждение результатов**

В первую очередь подчеркнем, что значения баллистического коэффициента  $\alpha$  и параметра уноса массы  $\beta$  (таб. 12) определены в этой работе по темпу торможения метеорных тел в атмосфере с высокой точностью. Для Лост Сити близкий результат был получен ранее на основе приближенного решения уравнений метеорной физики (0.10) в монографии (Стулов и др., 1995):  $\alpha = 12,05$ ;  $\beta = 1,01$ .

Надежные числовые значения  $\alpha$  и  $\beta$  не только позволяют аппроксимировать имеющиеся наблюдательные данные, они необходимы для последующей оценки других ключевых параметров таких, как внеатмосферная масса, размерный коэффициент абляции, эффективная энтальпия испарения вторгающихся тел. В свою очередь, эти данные имеют большое значение для

ряда приложений: исследования астероидно-кометной безопасности, разработки мер планетарной защиты и др. Кроме того, владея информацией о массе тела на заданной высоте, в зависимости от его плотности, можно оценить его характерный размер, определяющий режим течения в лобовой части ударного слоя (Грицевич, Стулов, 2006; Грицевич, 2008б).

По величинам параметра уноса массы и баллистического коэффициента, как было показано выше, можно судить о том, способно ли тело достичь поверхности Земли и какова ожидаемая масса выпавших метеоритов; можно формулировать условия, обеспечивающие образование кратера при выпадении крупных метеоритов (Грицевич, 2006). Наконец, расчеты (Грицевич, Попеленская, 2008), проведенные для наблюдений метеорных тел в условиях значительного уноса массы, показали, что реальные значения высоты погасания могут быть аппроксимированы следующей простой формулой:  $h_t = 7,16 \cdot \ln(2\alpha\beta)$ , км. Значения высот погасания, оцененные таким образом по данным таблицы 12 для болидов Нойшванштайн, Иннисфри, Лост Сити и Пржибрам соответственно равны 21,50 км; 23,87 км; 23,27 км и 38,86 км.

Между тем, в других работах, посвященных изучению физики метеорных явлений, практически не встречаются альтернативные предложенному алгоритмы для расчета этих важных параметров. Гораздо чаще исследователи переходят сразу к оценке масс метеорных тел. В некоторых подходах размерный коэффициент абляции  $\sigma$  метеорного тела вычисляется по фотометрической оценке его массы (Бронштэн, 1981).

Разумеется, принятые в этой работе значения коэффициентов сопротивления и коэффициентов начальной формы тел ориентировочны и полученные с их помощью начальные массы тел  $M_1$ ,  $M_2$  (таб. 13) могут быть пересмотрены согласно формуле (4.2).

## Заключение

Создан и обоснован концептуально новый подход к обработке фотографических наблюдений метеорных явлений в атмосфере. Метод, развитый автором в рамках этого подхода, позволяет получить наиболее точные на сегодня значения динамических параметров метеоров и болидов и может служить эталоном при расчетах другими способами.

Показано, что найденные «динамические» начальные массы, при тех же значениях всех прочих параметров, не соответствуют фотометрическим значениям. К этому же выводу приходим путем оценки массы в других точках траектории: в большинстве случаев фотометрическая масса не соответствует массе, обеспечивающей наблюдаемое торможение метеорного тела.

Обнаружено, что траектории крупных метеороидов Канадской сети лежат в условиях, соответствующих обтеканию тела в режиме сплошной среды. В этих условиях применение фотометрической формулы нельзя считать обоснованным. Расчеты показали, что модификация выражений для коэффициента эффективности излучения  $\tau$  не приводит к сближению результатов, а лишь изменяет отношения динамических и фотометрических значений массы. Это обстоятельство подчеркивает необоснованность существующей фотометрической шкалы масс, господствующей сегодня в литературе, и в дальнейшем может способствовать развитию более правильной интерпретации светимости метеоров, с учетом основных физических факторов, способных влиять на эту величину.

Любопытно, что при обработке данных удалось обнаружить достаточно термостойкие объекты, значения параметра уноса массы которых малы, либо вообще практически равны нулю (например, MORP № 498, 580). На основании этого можно сделать важное замечание о том, что преобладающий

вклад в свечение таких метеоров дает не испарение материала тела, а излучение атмосферного газа в ударном слое около обтекаемого тела.

Наряду со случаями  $\beta = 0$ , в качестве существенного результата этой работы отметим факт обнаружения реальных метеоров с большими значениями  $\beta$ . Объем обработанного материала позволяет заключить, что область значений параметра уноса массы гораздо шире, чем интервал, на котором аналитическое решение можно было бы надежно заменить приближенным. Возможность получения более точных оценок для параметра уноса массы и баллистического коэффициента приводит, в частности, к уменьшению погрешности при последующем вычислении внеатмосферной массы тел, эффективной энтальпии испарения, размерного коэффициента абляции и других параметров. Например, внеатмосферная масса, пропорциональная  $\alpha^{-3}$ , для болида PN 39143 при расчете параметров методом  $Q_3$  окажется в 2 раза меньше аналогичного значения по  $Q_4$ .

Полученные в работе оценки массы болидов, оставшейся в заключительной части траекторий для падений Пржибрам, Лост Сити, Иннисфри, Нойшванштайн, хорошо согласуются с общей массой обнаруженных метеоритов во всех рассмотренных случаях. Это подчеркивает адекватность используемой модели и возможность ее применения в будущем в качестве одного из критериев вероятного выпадения метеоритов.

### Основные результаты и выводы работы

На основе аппроксимации наблюдений аналитическим решением уравнений метеорной физики (1.7), предложен оригинальный алгоритм подбора динамических параметров метеорного тела, существенно повышающий точность их оценки. Аналитически получена формула для вычисления уско-

рения метеорного тела. Показано, что при значениях параметра уноса массы  $\beta > 3,275$  приближенное решение (0.10) неприменимо для описания траектории метеорного тела без дополнительных ограничений на диапазон наблюдаемых скоростей.

Новым методом определены значения параметра уноса массы и баллистического коэффициента для болидов Прерийной и Канадской наблюдательных сетей. Проведена оценка внеатмосферных масс метеорных тел. Получены оценки массы в других точках траектории. Детально проанализированы атмосферные траектории болидов Пржибрам, Лост Сити, Иннисфри, Нойшванштайн; оценена масса, оставшаяся в точке погасания болида.

Показано, что основная часть светящегося сектора траекторий крупных болидов лежит в условиях обтекания в режиме сплошной среды, а условие свободно-молекулярного обтекания, необходимое для корректной интерпретации светимости, находится вне его пределов.

## Список литературы

- Авдусевский В.С., Иванов А.В.* Течение разреженного газа вблизи передней критической точки затупленного тела при гиперзвуковых скоростях // Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 3, стр. 26-34.
- Алексеева К.Н.* Метеоритный дождь Пржибрам сфотографирован. 4. Физические свойства каменного метеорита Пржибрам // Bulletin of the Astronomical Institute of Czechoslovakia, 1962, т. 13, № 5, стр. 175-176.
- Апштейн Э.З., Пилюгин Н.Н., Турский Г.А.* Унос массы и изменение формы трехмерного тела при движении в атмосфере Земли // Космические исследования, 1979, т. 17, № 2, стр. 246-255.
- Барри Н.Г., Стулов В.П.* Особенности дробления болида Бенешов // Астрон. вестник, 2003, т. 37, № 4, стр. 332-335.
- Бронштэн В.А.* Физика метеорных явлений. М.: Наука, 1981, 416 с.
- Вислый А.И., Мирский В.Н., Стулов В.П.* Траектории торможения тел в атмосфере планет с учетом уноса массы и изменения формы под действием радиационного и конвективного нагрева // Гидроаэромеханика и космические исследования. М.: Наука, 1985, стр. 42-53.
- Волощук Ю.И., Кащеев Б.Л., Кручиненко В.Г.* Метеоры и метеорное вещество. Киев: Наук. Думка, 1989, 294 с.
- Геологический словарь. М.: Недра, 1978, т. 1, 245 с.
- Грицевич М.И.* Анализ траекторий болидов и условия образования кратеров // Труды конференции-конкурса молодых ученых 12-17 октября 2005 г. Под ред. академика РАН *Черного Г.Г.*, профессора *Самсонова В.А.* Изд-во МГУ, 2006, стр. 158-165.
- Грицевич М.И.* Определение внеатмосферных масс болидов Канадской сети. Изд-во механико-математического факультета МГУ, 2007а, 40 с.

- Грицевич М.И.* Вычисление параметров метеорных тел по дискретным значениям скорости и высоты полета // Труды конференции-конкурса молодых ученых 11-16 октября 2006 г. Под ред. академика РАН *Черного Г.Г.*, профессора *Самсонова В.А.* Изд-во МГУ, 2007б, стр. 122-135.
- Грицевич М.И.* Приближение наблюдаемого движения болидов аналитическим решением уравнений метеорной физики // *Астрон. вестник*, 2007в, т. 41, № 6, стр. 548-554.
- Грицевич М.И.* Идентификация динамических параметров болидов // *Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика*, 2008а, № 1, стр. 38-42.
- Грицевич М.И.* О применимости фотометрической формулы при оценке массы болидообразующих тел // *Доклады РАН*, 2008б, т. 418, № 5, стр. 624–630.
- Грицевич М.И.* Анализ атмосферных траекторий для падений Пржибрам, Лост Сити, Иннисфри, Нойшванштайн // *Астрон. вестник*, 2008, т.42, № 5, стр. 397–417.
- Грицевич М.И.* Оценка конечной массы крупных метеорных тел // *Доклады РАН*, 2008, т. 423, № 1, стр. 44-50.
- Грицевич М.И.* Оценка массы болидообразующих тел // В сб. докладов шестой научно-технической конференции «Молодежь в науке». Под ред. д.ф.м.н. *Незнамова В.П.* Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2008, стр. 68-81.
- Грицевич М.И., Попеленская Н.В.* Траектории метеоров и болидов при больших значениях параметра уноса массы // *Доклады РАН*, 2008, т. 418, № 4, стр. 477–481.
- Грицевич М.И., Стулов В.П.* Внеатмосферная масса болидов Канадской сети // *Астрон. вестник*, 2006, т. 40, № 6, стр. 522-529.
- Грицевич М.И., Стулов В.П.* Нойшванштайн. Отчет НИИМ МГУ № 4859 о научно-исследовательской работе, Москва, 2006, 22 с.

- Грицевич М.И., Стулов В.П.* Масса входа болидов Канадской сети // Доклады РАН, 2007, т. 413, № 4, стр. 472-477.
- Грицевич М.И., Стулов В.П.* Модель движения болида Нойшванштайн в атмосфере // Астрон. вестник, 2008, № 2, стр. 126-131.
- Гусев В.Н., Климова Т.В., Липин А.В.* Аэродинамические характеристики тел в переходной области при гиперзвуковых скоростях потока // В сб. работ "Динамика разреженного газа и молекулярная газовая динамика". Под ред. М.Н. Когана. Изд. ЦАГИ, 1972, Вып. 1411, стр. 3-53.
- Ждан А.И., Стулов В.П., Стулов П.В., Турчак Л.И.* Коэффициенты сопротивления тел метеоритных форм // Астрон. вестник, 2007, т. 41, № 6, стр. 544-547.
- Ждан И.А., Стулов В.П., Стулов П.В.* Характерные элементы разрушенного тела в сверхзвуковом потоке // Доклады РАН, 2004, т. 399, № 2, стр. 199-201.
- Коган М.Н.* Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967, 440 с.
- Колмогоров А.Н.* О логарифмически-нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении // Доклады АН СССР, 1941, т. 31, Вып. 2, стр. 99-101.
- Кринов Е.Л.* Основы метеоритики. М.: Гостехиздат, 1955, 391 с.
- Кринов Е.Л.* Сихотэ-Алинский железный метеоритный дождь. М.: АН СССР, т. 2, 1963, стр. 3-239.
- Кринов Е.Л., Цветков В.И.* Сихотэ-Алинский метеоритный дождь как классическое метеоритное падение // Метеоритика. Изд-во АН СССР, 1979, Вып. 38, стр. 19-26.
- Кулаков А.Л., Стулов В.П.* Определение параметров метеорных тел по данным наблюдений // Астрон. вестник, 1992, т. 26, № 5, стр. 67-75.
- Лебединец В.Н.* Пыль в верхней атмосфере и в космическом пространстве. Метеоры. Л.: Гидрометеиздат, 1980, 250 с.



- Левин Б.Ю.* Физическая теория метеоров и метеорное вещество в солнечной системе. М.: АН СССР, 1956, 296 с.
- Мак-Кроски Р.Е., Шао Ц.И., Позен А.* Болиды Прерийной сети. 1. Общие сведения и орбиты // Метеоритика. Изд-во АН СССР, 1978, Вып. 37, стр. 44-59.
- Мак-Кроски Р.Е., Шао Ц.И., Позен А.* Болиды Прерийной сети. 2. Траектории и кривые блеска // Метеоритика. Изд-во АН СССР, 1979, Вып. 38, стр. 106-156.
- Немчинов И.В., Попова О.П.* Суперболиды // Природа, 1998, № 7, стр. 20-23.
- Стулов В.П.* Взаимодействие кометного ядра с атмосферой планеты // Тез. докл. на Межд. конф. "Современные проблемы теоретической астрономии". СПб, 1994, т. 3, стр. 82-83.
- Стулов В.П.* Крупные болиды: испарение и дробление // Астрон. вестник, 2006, т. 40, № 3, стр. 220-229.
- Стулов В.П.* Определение параметров разрушающихся метеороидов по торможению в атмосфере // Астрон. вестник, 2000, т. 34, № 6, стр. 545-549.
- Стулов В.П., Мирский В.Н., Вислый А.И.* Аэродинамика болидов. М.: Наука, 1995, 236 с.
- Харитонов В.Я.* Метеоритный дождь Пржибрам сфотографирован. 8. Химический анализ каменного метеорита Пржибрам // Bulletin of the Astronomical Institute of Czechoslovakia, 1965, т. 16, № 2, стр. 101.
- Хейз У.Д., Пробстин Р.Ф.* Теория гиперзвуковых течений М.: Изд. иностр. лит. 1962, 606 с.
- Цеплеха З.* Болиды Европейской сети // Метеоритика. Изд-во АН СССР, 1978, Вып. 37, стр. 60-68.
- Цянь Сюэ-сэнь.* Физическая механика. М.: Мир, 1965, 544 с.
- Черный Г.Г.* Течение газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959, 220 с.

- Янке Е., Эмде Ф., Лэш Ф.* Специальные функции. М.: Наука, 1964, 344 с.
- Ayers W.G., McCrosky R.E., Shao C.-Y.* Photographic Observations of 10 Artificial Meteors // SAO Special Report № 317 (1970).
- Babadzhanov P.B.* Astronomy in Tadjikiustan // IAU, Asian-Pacific Regional Meeting, 3rd, Kyoto, Japan, 30 Sept. - 5 Oct., 1984. Astrophysics and Space Science, 1986, V. 118, № 1-2, p. 95-97.
- Bagolia C., Bhandari N., Sinha N., Goswami J.N., Lal D., Lorin J.C., Pellas P.* Multiple fall of Příbram meteorites photographed. XII - Pre-atmospheric size of the Příbram meteorite based on studies of fossil cosmic ray tracks and spallation products // Bulletin of the Astronomical Institute of Czechoslovakia, 1980, V. 31, p. 51-58.
- Biberman L.M., Bronin S.Ya., Brykin M.V.* Moving of a blunt body through the dense atmosphere under conditions of severe aerodynamic heating and ablation // Acta Astronautica, 1980, V. 7, p. 53-65.
- Bland P.A.* The Desert Fireball Network // Astronomy and Geophysics, 2004, 45, p. 20-23.
- Borovička J.* The comparison of two methods of determining meteor trajectories from photographs // Bulletin of the Astronomical Institute of Czechoslovakia, 1990, V. 41, p. 391-396.
- Borovička J., Kalenda P.* The Morávka meteorite fall: 4 Meteoroid dynamics and fragmentation in the atmosphere // Meteoritics & Planetary Science, 2003, V. 38, № 7, p. 1023-1043.
- Borovička J., Spurný P., Kalenda P., Tagliaferri E.* The Morávka meteorite fall: 1. Description of the events and determination of the fireball trajectory and orbit from video records // Meteoritics & Planetary Science, 2003, V. 38, № 7, p. 975-987.

- Borovička J.* Physical and chemical properties of meteoroids as deduced from observations // Proc. of the 229th Symposium of the International Astronomical Union, 2006, p. 249-271.
- Brown P.G., ReVelle D.O., Tagliaferri E., Hildebrand A.R.* An entry model for the Tagish Lake fireball using seismic, satellite and infrasound records // *Meteoritics & Planetary Science*, 2002, V. 37, № 5, p. 661-675.
- Brown P., Ceplecha Z., Hawkes R., Wetherill G., Beech M., Mossmann K.* The orbit and atmospheric trajectory of the Peekskill meteorite from video records // *Nature*, 1994, V. 367, p. 624-626.
- Brown P., Hildebrand A.R., Green D.W., Page D., Jacobs C., ReVelle D., Tagliaferri E., Wacker J., Wetmiller B.* The fall of the St-Robert meteorite // *Meteoritics*, 1996, V. 31, p. 502-517.
- Ceplecha Z.* Note on the mass-determination of the Příbram meteorites // *Bulletin of the Astronomical Institute of Czechoslovakia*, 1960, V. 11, p. 164.
- Ceplecha Z.* Multiple fall of Příbram meteorites photographed. 1. Double-station photographs of the fireball and their relations to the found meteorites // *Bulletin of the Astronomical Institute of Czechoslovakia*, 1961, V. 12, p. 21-47.
- Ceplecha Z.* Fireballs photographed in central Europe // *Bulletin of the Astronomical Institute of Czechoslovakia*, 1977, V. 28, № 6, p. 328-340.
- Ceplecha Z.* Geometric, dynamic, orbital and photometric data on meteoroids from photographic fireball networks // *Bulletin of the Astronomical Institute of Czechoslovakia*, 1987, V. 38, p. 222-234.
- Ceplecha Z.* Impacts of meteoroids larger than 1 m into Earth's atmosphere // *Astronomy and Astrophysics*, 1994, V. 286, p. 967-970.
- Ceplecha Z.* Luminous efficiency based on photographic observations of the Lost City fireball and implications for the influx of interplanetary bodies onto Earth // *Astronomy and Astrophysics*, 1996a, V. 311, p. 329-332.

- Ceplecha Z.* The Physics of Meteors // Physics, chemistry, and dynamics of interplanetary dust Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Proceedings of the 150th colloquium of the International Astronomical Union held in Gainesville, Florida, USA, 14-18 August 1995, San Francisco: Astronomical Society of the Pacific, V. 104, 1996b, edited by Bo A. S. Gustafson and Martha S. Hanner, p. 53-64.
- Ceplecha Z., Bocek J., Novakova M., Polnitzky G., Jezkova M.* Photographic data on the Traunstein Fireball (EN290181, Jan. 29, 1981) and suspected meteorite fall. // Bulletin of the Astronomical Institute of Czechoslovakia, 1983, V. 34, № 3, p. 162-167.
- Ceplecha Z., ReVelle D.O.* Fragmentation model of meteoroid motion, mass loss, and radiation in the atmosphere // Meteoritics & Planetary Science, 2005, V. 40, № 1, p. 35-54.
- Ceplecha Z., Spurný P., Boček J., Novakova M., Polnitzky G.* European Network fireballs photographed in 1978 // Bulletin of the Astronomical Institute of Czechoslovakia, 1987, V. 38, p. 211-222.
- Ceplecha Z., Spurný P., Borovička J., Keclikova J.* Atmospheric fragmentation of meteoroids // Astronomy and Astrophysics, 1993, V. 279, № 2, p. 615-626.
- Clarke R.S., Jarosewich E., Nelen J.* The Lost City, Oklachoma, meteorite: an introduction to its laboratory investigation and comparisons with Příbram and Ucera // Journal of Geophysical Research, 1971, V. 76, № 17, p. 4135-4143.
- Gritsevich M.I., Stulov V.P.* Corrections for Initial Masses of Large Fireballs from the Canada Network // Proc. of the 2007 Planetary Defense Conference, 5-8 March, 2007, George Washington University, Washington.  
<http://www.aero.org/conferences/planetarydefense/2007papers/P1-1--Gritsevich-Paper.pdf>
- Halliday I., Blackwell A.T., Griffin A.A.* Photographic Observations and Orbit of the Innisfree Meteorite // Meteoritics, 1977, V. 12, № 3, p. 248-249.

- Halliday I., Blackwell A.T., Griffin A.A.* The Innisfree meteorite and the Canadian camera network // *Journal Royal Astronomical Society of Canada*, 1978, V. 72, № 1, p. 15-39.
- Halliday I., Griffin A.A., Blackwell A.T.* The Innisfree meteorite fall - A photographic analysis of fragmentation, dynamics and luminosity // *Meteoritics*, 1981, V. 16, №. 2, p. 153-170.
- Halliday I., Blackwell A.T., Griffin A.A.* The frequency of meteorite falls on the earth // *Science*, 1984, V. 223, p. 1405-1407.
- Halliday I., Blackwell A.T., Griffin A.A.* Detailed records of many unrecovered meteorites in western Canada for which further searches are recommended // *Journal Royal Astronomical Society of Canada*, 1989a, V. 83, № 2, p. 49-80.
- Halliday I., Griffin A.A., Blackwell A.T.* The flux of meteorites on the Earth's surface // *Meteoritics*, 1989b, V. 24, p. 173-178.
- Halliday I., Griffin A.A., Blackwell A.T.* Detailed data for 259 fireballs from the Canada camera network and inferences concerning the influx of large meteoroids // *Meteoritics & Planetary Science*, 1996, V. 31, p. 185-217.
- Hindley K.B., Houlden M.A.* The British fireball network // *Meteoritics*, 1977, V. 12, № 3, p. 257-258.
- Jacchia L.G., Verniani F., Briggs R.E.* An analysis of the trajectories of 413 precisely photographic meteors // *SAO Special Report № 175*, (1965)
- Jacchia L.G., Whipple F.L.* The Harvard photographic meteor programme // *Vistas in Astronomy*, 1956, V. 2, Is. 1, p. 982-994.
- Kohout T., Donadini F., Pesonen L.J.* Petrophysical Characteristic of Neuschwanstein EL-6 Chondrite // *Meteoritics & Planetary Science*, 2004. Supplement 39 (4), A54.
- Llorca J., Trigo-Rodríguez J.M., Ortiz J.L., Docobo J.A., García-Guinea J., Castro-Tirado A.J., Rubin A.E., Eugster O., Edwards W., Laubenstein M., Casanova I.* The Villalbeto de la Peña meteorite fall: I. Fireball energy, meteor-

- ite recovery, strewn field, and petrography // *Meteoritics & Planetary Science*, 2005, V. 40, № 6, p. 795-804.
- McCrosky R.E., Boeschenstein H.Jr.* The Prairie Meteorite Network // *SAO Special Report № 173* (1965).
- McCrosky R.E., Posen A.* Special data-reduction procedure for Prairie Network meteor photographs and Prairie Network meteor data // *SAO Special Report № 273*, (1968).
- McCrosky R.E., Posen A., Schwartz G., Shao C.-Y.* Lost City meteorite - Its recovery and a comparison with other fireballs // *SAO Special Report № 336* (1971).
- Oberst J., Heinlein D., Koehler U., Spurný P.* The multiple meteorite fall of Neuschwanstein: Circumstances of the event and meteorite search campaigns // *Meteoritics & Planetary Science*, 2004, V. 39, № 10, p. 1627-1641.
- Oberst J., Molau S., Heinlein D., Gritzner C., Schindler M., Spurný P., Ceplecha Z., Rendtel J., Betlem H.* The "European Fireball Network": Current status and future prospects // *Meteoritics & Planetary Science*, 1998, V. 33, № 1, p. 49-56.
- Öpik E.J.* Atomic Collisions and Radiation of Meteors // *Harvard Reprint Ser*, 1933, Is. 100, p. 1-39.
- Öpik E.J.* Meteor Radiation, Ionization and Atomic Luminous Efficiency // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1955, V. 230, Is. 1183, p. 463-501.
- Öpik E.J.* Tables of Meteor Luminosities // *Irish Astronomical Journal*, 1963, V. 6, № 1, p. 3-11.
- ReVelle D.O.* A predictive macroscopic integral radiation efficiency model // *Journal of Geophysical Research*, 1980, V. 85, p. 1803-1808.
- ReVelle D.O., Brown P.G., Spurný P.* Entry dynamics and acoustics/infrasonic/seismic analysis for the Neuschwanstein meteorite fall // *Meteoritics & Planetary Science*, 2004, V. 39, № 10, p. 1605-1626.

- ReVelle D.O., Rajan R.S.* On the luminous efficiency of meteoritic fireballs // Journal of Geophysical Research, 1979, V. 84, p. 6255-6262.
- Rost R.* Multiple fall of Příbram meteorites photographed. 9. Chemical composition and microscopic investigation in reflected light of Velká chondrite near Příbram // Bulletin of the Astronomical Institute of Czechoslovakia, 1965, V. 16, № 2, p.102-107.
- Simon S.B., Grossman L., Clayton R.N., Mayeda T.K., Schwade J.R., Sipiery P.P., Wacker J.F., Wadhwa M.* The fall, recovery, and classification of the Park Forest meteorite // Meteoritics & Planetary Science, 2004, V. 39, № 4, p.625-634.
- Spurný P.* Exceptional fireballs photographed in central Europe during the period 1993-1996 // Planetary and Space Science, 1997, V. 45, p. 541-555.
- Spurný P., Betlem H., Leven Jaap van't, and Jenniskens P.* Atmospheric behavior and extreme beginning heights of the thirteen brightest photographic Leonid meteors from the ground-based expedition to China // Meteoritics & Planetary Science, 2000, V. 35, p. 243-249.
- Spurný P., Heinlein D., Oberst J.* The atmospheric trajectory and heliocentric orbit of the Neuschwanstein meteorite fall on April 6, 2002 // Proceedings of Asteroids, Comets, Meteors - ACM 2002. International Conference, 29 July - 2 August 2002, Berlin, Germany. Ed. Barbara Warmbein. ESA SP-500. Noordwijk, Netherlands: ESA Publications Division, 2002, p. 137 – 140.
- Spurný P., Oberst J., Heinlein D.* Photographic observations of Neuschwanstein, a second meteorite from the orbit of the Příbram chondrite // Nature, 2003, V. 423, p. 151-153.
- Trigo-Rodríguez J.M., Castro-Tirado A., Llorca J., Fabregat J.* The Spanish Fireball Network: Popularizing Interplanetary Matter // EAS Publications Series, 2005, V. 16, p.129-133.
- Verniani F.* On the luminous efficiency of meteors // Smithsonian Contribution to Astrophysics, 1965, V. 8, № 5, p. 141-142.

- Verniani F.* Meteor masses and luminosity // SAO Special Report № 219 (1966)
- Vlášek J.* Multiple fall of Příbram meteorites photographed. VI. Some results of aerodynamic measurements // Bulletin of the Astronomical Institute of Czechoslovakia, 1963, № 6, V. 14, p. 222-225.
- Wacker J.F., Hildebrand A.R., Brown P., Crawford D., Boslough M., Chael E., ReVelle D., Doser D., Tagliaferri E., Rathbun D., Cooke D., Adcock C., Karner J.* The Juancheng and El Paso Superbolides of February 15 and October 9, 1997: Preatmospheric Meteoroid Sizes // Meteoritics & Planetary Science, 1998, V. 33, p. A160.
- Wetherill G.W., ReVelle D.O.* Which fireballs are meteorites — A study of the Prairie Network photographic meteor data // Icarus, 1981, V. 48, p. 308-328.
- Whipple F.L., Jacchia L.* Reduction methods for photographic meteor trails // Smithsonian Contribution to Astrophysics, 1957, V. 1, p. 183-206.
- Wiśniewski M., Kędzierski P., Mularczyk K., Złoczewski K.* Polish Automated Video Observations (PAVO) // WGN, Journal of the International Meteor Organization, 2003, V. 31, № 1, p. 33-34.



## Приложение 1. Таблицы.

**Таблица 1.** Падения, зафиксированные инструментально.

Название метеорита	Страна падения	Год падения	Найденная масса, кг	Тип
Пржибрам	Чехословакия	1959	5,8	H5
Лост Сити	США	1970	17,2	H5
Иннисфри	Канада	1977	4,58	L5
Пикскилл	США	1992	12,57	H6
Тэгиш Лэйк	Канада	2000	5-10	CI
Моравка	Чехия	2000	1,4	H5
Нойшванштайн	Германия	2002	6,2	EL6
Парк Форест	США	2003	18	L5
Вильябето де ла Пенья	Испания	2004	5	L6

**Таблица 2.** Оценки масс фрагментов Пржибрам, полученные путем анализа диаметров видимых траекторий <sup>1</sup>(*Ceplecha*, 1961).

Траектория	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$M^I$ , кг	150	4,48	0,8	0,4	0,06	0,002	0,8	0,01	0,01
Траектория	10	11	12	13	14	15	16	17	
$M^I$ , кг	0,104	0,2	0,3	0,04	0,2	0,03	0,04	0,004	

**Таблица 3.** Значения параметров  $\alpha$  и  $\beta$  при расчете различными методами.

MORP	10 точек, $Q_1(\alpha, \beta)$		7 посл. точек, $Q_1(\alpha, \beta)$		Тейл. прибли- жение $Q_3(\alpha, \beta)$		численный расчет $Q_3(\alpha, \beta)$	
	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$
018	39,55	0,31	30,6	0,94	28,42	1,13	25,50	1,36
223	11,67	2,95	19,78	1,65	23,28	1,24	19,98	1,60
567	98,66	1,64	111,62	1,34	120,57	1,16	107,15	1,43
925	48,27	1,27	44,49	1,39	48,68	1,26	45,11	1,39

**Таблица 4.** Сопоставление результатов расчетов методами  $Q_3$  и  $Q_4$

на примере реальных наблюдательных данных.

№ болида	n	$\alpha(Q_4)$	$\alpha(Q_3)$	$\beta(Q_4)$	$\beta(Q_3)$
MORP 18	12	24,13	25,50	1,475	1,361
MORP 169	10	50,52	53,45	1,575	1,453
MORP 189	23	34,47	35,31	0,757	0,741
MORP 195	12	35,22	37,17	1,486	1,375
MORP 204	13	10,13	11,18	3,620	3,127
MORP 205	8	36,84	37,60	0,716	0,709
MORP 219	9	12,51	13,40	2,060	1,860
MORP 223	13	18,33	19,98	1,809	1,596
MORP 229	10	43,73	53,44	4,564	3,373
MORP 276	10	18,15	19,06	1,237	1,153
MORP 285	9	7,56	8,20	1,977	1,746
MORP 288	12	9,05	9,48	1,215	1,144
MORP 307	13	12,08	13,05	1,760	1,566
MORP 331	11	37,94	38,41	0,598	0,616

№ болида	n	$\alpha(Q_4)$	$\alpha(Q_3)$	$\beta(Q_4)$	$\beta(Q_3)$
MORP 364	10	20,34	20,64	0,567	0,575
MORP 498	17	104,72	104,72	0,000	0,000
MORP 544	16	30,86	30,86	0,000	0,000
MORP 567	20	101,02	107,15	1,560	1,434
MORP 580	13	51,57	51,57	0,000	0,000
MORP 672	11	22,79	23,09	1,243	1,310
MORP 683	9	37,46	38,66	1,340	1,314
MORP 687	13	42,83	43,55	0,534	0,532
MORP 840	8	22,35	24,22	1,766	1,567
MORP 872	12	12,34	12,59	0,631	0,625
MORP 888	9	31,85	33,27	1,171	1,105
MORP 897	9	40,48	40,48	0,000	0,000
MORP 925	16	42,87	45,11	1,503	1,387
PN 39785C*	10	193,37	238,94	6,884	4,033

**Таблица 5а.** Значения параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\sigma$  для болидов Прерийной сети.

№ болида	n	$V_e$ , км/с	$\alpha(Q_4)$	$\beta(Q_4)$	$\sigma$ , с <sup>2</sup> /км <sup>2</sup>
38737*	10	16,9	14,03	3,513	2,460
38768*	10	17,6	12,30	3,194	2,062
39113А	9	15,0	11,43	2,125	1,889
39138В	10	30,7	20,76	2,807	0,596
39406А	10	17,1	14,42	2,448	1,674
39434	10	14,5	17,43	1,440	1,370
39470*	10	23,6	4,12	3,800	1,365
39499	10	12,4	54,85	1,416	1,842
39512*	9	21,1	17,60	0,885	0,39

№ болида	n	$V_e$ , км/с	$\alpha(Q_4)$	$\beta(Q_4)$	$\sigma$ , с <sup>2</sup> /км <sup>2</sup>
39681*	10	20,8	20,28	3,860	1,784
39921С*	10	14,5	16,31	0,606	0,576
39935	9	17,9	14,61	0,543	0,339
40151А	10	13,4	15,59	0,902	1,005
40161	10	17,0	27,57	2,459	1,702
40405	9	14,8	26,40	2,399	2,190
40503	10	20,6	7,44	1,142	0,538
40590	10	14,2	11,34	1,129	1,120
40617	8	13,3	25,80	0,957	1,082
41275*	10	13,1	7,97	1,625	1,894

**Таблица 5б.** Значения параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\sigma$  для болидов Канадской сети.

№ болида	n	$V_e$ , км/с	$\alpha(Q_4)$	$\beta(Q_4)$	$\sigma$ , с <sup>2</sup> /км <sup>2</sup>
18	12	18,5	24,13	1,475	0,862
169	10	22,9	50,52	1,575	0,601
189	23	14,5	34,47	0,757	0,720
195	12	25,2	35,22	1,486	0,468
204	13	13,0	10,13	3,620	4,284
205	8	19,7	36,84	0,716	0,369
219	9	18,4	12,51	2,060	1,217
223	13	27,1	18,33	1,809	0,493
276	10	23,5	18,15	1,237	0,448
285	9	14,5	7,56	1,977	1,881
288	12	12,4	9,05	1,215	1,580
307	13	21,0	12,08	1,760	0,798
331	11	13,3	37,94	0,598	0,676
364	10	11,3	20,34	0,567	0,888
498	17	13,7	104,72	0,000	0,000
544	16	14,4	30,86	0,000	0,000

№ болида	n	$V_e$ , км/с	$\alpha(Q_4)$	$\beta(Q_4)$	$\sigma$ , с <sup>2</sup> /км <sup>2</sup>
567	20	23,4	101,02	1,560	0,570
580	13	14,2	51,57	0,000	0,000
672	11	13,7	22,79	1,243	1,325
683	9	17,6	37,46	1,340	0,865
687	13	16,7	42,83	0,534	0,383
840	8	23,6	22,35	1,766	0,634
872	12	14,8	12,34	0,631	0,576
888	9	25,5	31,85	1,171	0,360
897	9	25,1	40,48	0,000	0,000
925	16	26,4	42,87	1,503	0,431

**Таблица 5в.** Значения параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\sigma$  для болида Бенешов.

n	$V_e$ , км/с	$\alpha(Q_4)$	$\beta(Q_4)$	$\sigma$ , с <sup>2</sup> /км <sup>2</sup>
46	21,1	7,25	1,754	0,788

**Таблица 6а.** Оценка внеатмосферной массы для некоторых болидов

Прерийной сети.

PN	$\sin\gamma$	$\alpha$	$\beta$	$M_1$ , г	$M_2$ , г	$M_{ph}$ , г	$M_{ph}/M_1$	$\rho_m$ , г/см <sup>3</sup>
39794В	0,89	18,70	4,75	3080	6519	110	0,04	18,52
39138А	0,86	7,74	28,99	48005	101612	34000	0,71	4,16
39122	0,89	68,07	0,79	63,91	135,28	59000	923	0,12
39833	0,28	1079,9	3,32	0,53	1,12	1300	2455	0,07
39423	1,00	212,33	1,53	1,49	3,15	6400	4301	0,05
39043	0,67	473,24	3,46	0,44	0,93	3400	7746	0,04
39276	0,56	597,96	14,60	0,37	0,79	3100	8341	0,04
39469А	0,89	727,62	2,39	0,05	0,11	990	18649	0,03

**Таблица 66.** Оценка внеатмосферной массы для некоторых болидов Канадской сети.

<b>MORP</b>	<b><math>\sin\gamma</math></b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\beta</math></b>	<b><math>M_1</math>, г</b>	<b><math>M_2</math>, г</b>	<b><math>M_{ph}</math>, г</b>	<b><math>M_{ph}/M_1</math></b>	<b><math>\rho_m</math>, г/см<sup>3</sup></b>
204	0,54	10,13	3,62	88489	187305	2900	0,03	19,33
307	0,66	12,08	1,76	27852	58956	3500	0,13	9,87
884	0,63	26,37	2,57	3136	6639	650	0,21	7,69
288	0,72	9,05	1,22	52354	110819	13000	0,25	7,02
873	0,53	927,96	5,17	0,12	0,26	230	1877,74	0,08
829	0,64	359,02	0,87	1,18	2,50	4800	4068,75	0,05
947	0,58	771,47	32,92	0,16	0,34	1000	6256,83	0,04
390	0,55	958,47	1,34	0,10	0,21	10200	104902	0,01

**Таблица 7.** Характерные значения высот (км) для траекторий крупных болидов.

<b>№</b>	<b><math>L</math>, см</b>	<b><math>R</math>, см</b>	<b><math>h_l</math></b>	<b><math>h_{sw}</math></b>	<b><math>h_{bl}</math></b>	<b><math>h_b</math></b>	<b><math>h_{mI}</math></b>	<b><math>h_t</math></b>
18	4,8	9,2	89,0	69,4	55,2	75,5	44,9	27,5
169	3,9	7,5	87,5	67,9	53,8	78,9	44,2	34,0
189	4,9	9,5	89,3	69,7	55,4	75,5	55,6	27,9
195	3,2	6,1	86,1	66,4	52,5	77,4	40,6	30,4
204	12,1	23,4	95,7	76,3	61,2	61,9	40,6	29,5
205	1,8	3,4	81,9	62,1	48,7	72,5	38,0	28,9
219	6,8	13,2	91,6	72,1	57,5	67,7	33,5	26,1
223	11,1	21,3	95,0	75,6	60,6	78,5	49,0	27,1
276	4,3	8,3	88,2	68,6	54,4	81,8	32,4	24,4
285	10,0	19,2	94,3	74,9	60,0	58,8	35,0	19,8
288	10,2	19,6	94,5	75,0	60,1	68,6	29,2	20,2
307	8,3	15,9	93,0	73,5	58,7	78,2	36,0	22,0

331	3,6	6,9	87,0	67,3	53,3	71,4	50,7	31,0
364	3,8	7,4	87,4	67,8	53,7	65,8	41,4	25,4
567	3,9	7,4	87,5	67,9	53,8	91,4	56,4	38,7
672	4,9	9,4	89,2	69,6	55,3	65,5	35,9	32,7
683	3,0	5,8	85,7	66,0	52,2	73,4	45,0	33,1
687	4,6	8,8	88,7	69,1	54,8	77,3	49,0	28,9
840	3,9	7,5	87,6	68,0	53,9	78,7	42,2	27,7
872	6,3	12,1	91,0	71,5	57,0	67,7	35,9	20,8
888	3,4	6,6	86,6	66,9	52,9	75,1	49,5	29,2
925	15,5	30,0	97,5	78,2	62,8	91,2	47,6	29,8

**Таблица 8.** Торможение метеорных тел

<b>MORP 018</b>				
<i>t</i> , с	<i>V</i> , км/с	<i>dV/dt</i> , км/с <sup>2</sup>		
		(2.6)	(2.7)	Table 6*
3,50	16,4	2,87	2,40	–
4,00	14,8	4,87	3,98	–
4,3	13,1	6,38	5,82	5,7
4,67	10,9	7,39	7,16	7,1
5,07	7,8	7,34	7,57	7,4
5,41	5,3	5,48	7,35	–
<b>MORP 223</b>				
<i>t</i> , с	<i>V</i> , км/с	<i>dV/dt</i> , км/с <sup>2</sup>		
		(2.6)	(2.7)	Table 6*
4,77	22,1	5,29	7,70	–
5,38	17,4	10,04	7,79	7,8
5,63	15,4	10,15	7,80	7,8
5,88	13,5	10,70	7,80	7,8
6,13	11,5	9,56	8,00	7,8
6,38	9,5	7,59	8,00	–

<b>MORP 567</b>				
<i>t</i> , с	<i>V</i> , км/с	<i>dV/dt</i> , км/с <sup>2</sup>		
		(2.6)	(2.7)	Table 6*
12,6	15,3	3,12	2,80	–
13,1	13,9	3,36	3,00	–
13,6	12,3	3,38	3,22	3,2
14,2	10,2	3,33	3,30	3,2
14,6	9,0	2,85	3,50	–
14,8	8,1	2,56	3,60	–
<b>MORP 925</b>				
<i>t</i> , с	<i>V</i> , км/с	<i>dV/dt</i> , км/с <sup>2</sup>		
		(2.6)	(2.7)	Table 6*
4,77	22,1	2,38	2,88	–
5,38	17,4	2,22	1,83	–
5,63	15,4	0,87	0,80	–
5,88	13,5	0,85	0,80	–
6,13	11,5	0,59	0,62	–
6,38	9,5	0,54	0,50	–

\* (Halliday и др., 1996)

**Таблица 9.** Данные наблюдений Пржибрам (Серлеча, 1961).

<i>t</i> , с	<i>h</i> , км	<i>V</i> , км/с
0	88,594	20,887
0,856	76,318	20,86
1,732	63,837	20,838
2,494	52,97	20,773
2,692	50,164	20,717
3,0676	44,858	20,459



**Таблица 10.** Данные наблюдений Лост Сити (*Мак-Кроски* и др., 1979).

$t, \text{с}$	$h, \text{км}$	$V, \text{км/с}$
0,05	85,9	14,2
1,05	77,1	14,2
2,05	68,5	14,2
3,05	59,9	14,1
4,05	51,3	14,0
5,05	42,8	13,8
6,05	34,6	12,9
7,05	27,5	10,3
8,00	22,6	6,1

**Таблица 11а.** Данные наблюдений Иннисфри (*Halliday* и др., 1981).

$t, \text{с}$	$h, \text{км}$	$V, \text{км/с}$
0,0	58,8	14,54
0,2	56,1	14,49
0,4	53,5	14,47
0,6	50,8	14,44
0,8	48,2	14,40
1,0	45,5	14,34
1,2	42,8	14,23
1,4	40,2	14,05
1,6	37,5	13,79
1,8	35,0	13,42
2,0	32,5	12,96
2,2	30,2	12,35
2,4	27,9	11,54
2,6	25,9	10,43

$t, \text{с}$	$h, \text{км}$	$V, \text{км/с}$
2,8	24,2	8,89
3,0	22,6	7,24
3,2	21,5	5,54
3,3	21,0	4,70

**Таблица 11б.** Данные наблюдений Иннисфри (Halliday и др., 1996).

$t, \text{с}$	$h, \text{км}$	$V, \text{км/с}$
0,00	58,8	14,5
0,60	50,8	14,4
1,20	42,8	14,2
1,80	35,0	13,4
2,20	30,2	12,4
2,60	25,9	10,4
3,00	22,6	7,2
3,32	21,7	5,3
3,82	19,8	2,7

**Таблица 12.** Полученные значения динамических параметров болидов.

Название метеорита	$V_e, \text{км/с}$		$\alpha$	$\beta$	$10^2 \cdot \sigma, \text{с}^2/\text{км}^2$
Пржибрам	20,887	0,68	8,34	13,64	6,25
Лост Сити	14,1485	0,61	11,11	1,16	1,16
Иннисфри (таб.11а)	14,54	0,93	8,25	1,70	1,61
Иннисфри (таб.11б) <sup>1</sup>	14,54	0,93	7,86	1,87	1,77
Нойшванштайн <sup>2</sup>	20,95	0,76	3,92	2,57	1,17

<sup>1</sup> Расчет по 8-ми первым точкам таб. 11б.

<sup>2</sup> (Грицевич, Стулов, 2008)

**Таблица 13.** Оценки начальной массы метеоритов.

	Пржибрам	Лост Сити	Иннисфри (таб.11а)	Нойшванштайн
$\rho_m, \text{г/см}^3$	3,7	3,73	3,5	3,49
$M_I, \text{кг}$	69,81	40,17	31,44	540,44
$M_2, \text{кг}$	316,97	168,53	178,77	671,89
$M^I, \text{кг}$	1300	52	18	–
$M_{ph}, \text{кг}$	21500 <sup>2</sup>	490 <sup>3</sup>	318 <sup>4</sup>	?
$M^5, \text{кг}$	320	65	?	–
$M^6, \text{кг}$	–	165	42	–
$M^7, \text{кг}$	250	210	–	–
$M^5, \text{кг}$	1700	38	25	–

<sup>1</sup>(*ReVelle, Rajan, 1979*),

<sup>2</sup>(*Ceplecha, 1977; Oberst u др., 1998*),

<sup>3</sup>(*Мак-Кроски u др., 1978*),

<sup>4</sup>(*ReVelle, 1980*),

<sup>5</sup>(*Wetherill, ReVelle, 1981*),

<sup>6</sup>(*Ceplecha, ReVelle, 2005*),

<sup>7</sup>(*Bagolia u др., 1980*).

**Таблица 14.** Оценка массы (кг) в заключительной части исследуемых траекторий.

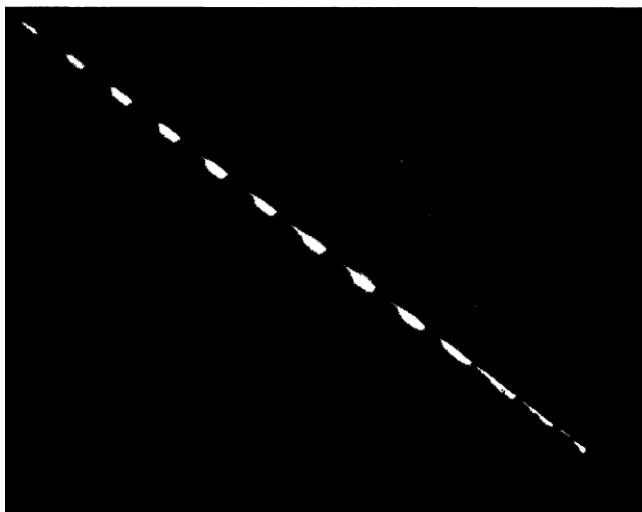
V, км/с	$M_e = M_1$			$M_e = M_2$		
	$\mu=0$	$\mu=0,1$	$\mu=0,2$	$\mu=0$	$\mu=0,1$	$\mu=0,2$
<b>Пржибрам</b>						
20,8870	69,81	69,81	69,81	316,97	316,97	316,97
20,773	60,18	59,19	57,98	273,23	268,76	263,28
20,717	55,96	54,60	52,95	254,09	247,92	240,42
20,459	40,15	37,75	34,96	182,28	171,41	158,73
<b>Лост Сити</b>						
14,1485	40,17	40,17	40,17	168,53	168,53	168,53
10,3	23,29	21,92	20,32	97,70	91,96	85,25
6,1	15,62	14,07	12,34	65,55	59,02	51,76
3,4	13,47	11,93	10,25	56,49	50,03	42,98
<b>Иннисфри</b>						
14,5400	31,44	31,44	31,44	178,77	178,77	178,77
7,24	8,75	7,60	6,36	49,78	43,19	36,16
5,54	7,35	6,26	5,11	41,80	35,57	29,07
4,7	6,86	5,79	4,69	39,01	32,94	26,66
<b>Нойшванштайн</b>						
20,95	540,44	540,44	540,44	671,89	671,89	671,89
4,5	46,57	35,47	25,23	57,90	44,09	31,37
3,5	44,44	33,67	23,80	55,25	41,86	29,58
2,3	42,66	32,18	22,61	53,04	40,00	28,12

## Приложение 2. Рисунки.

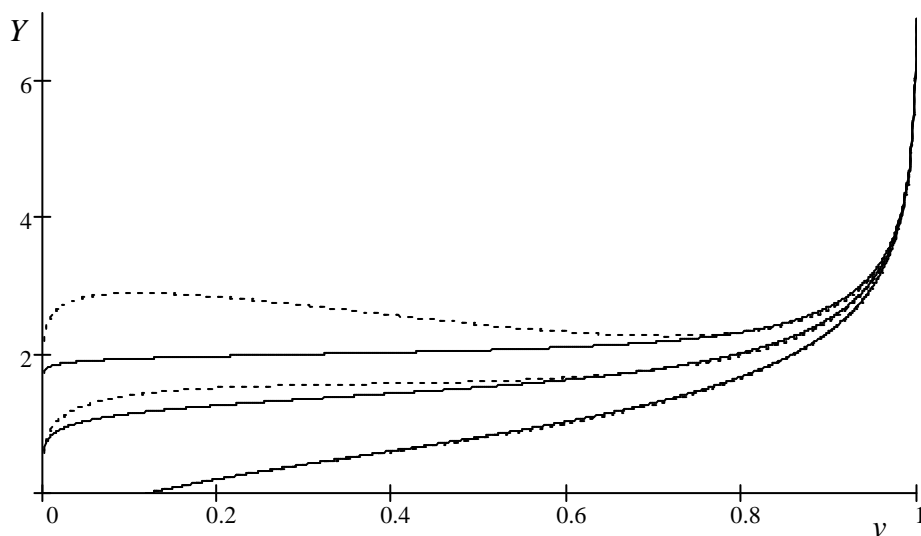
(a)



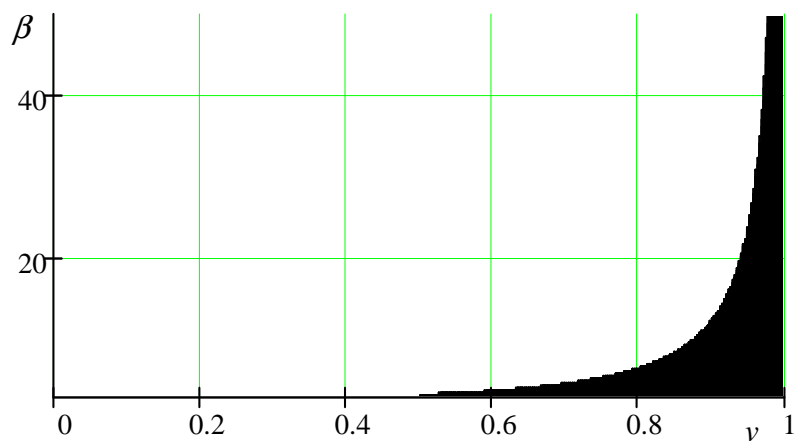
(б)



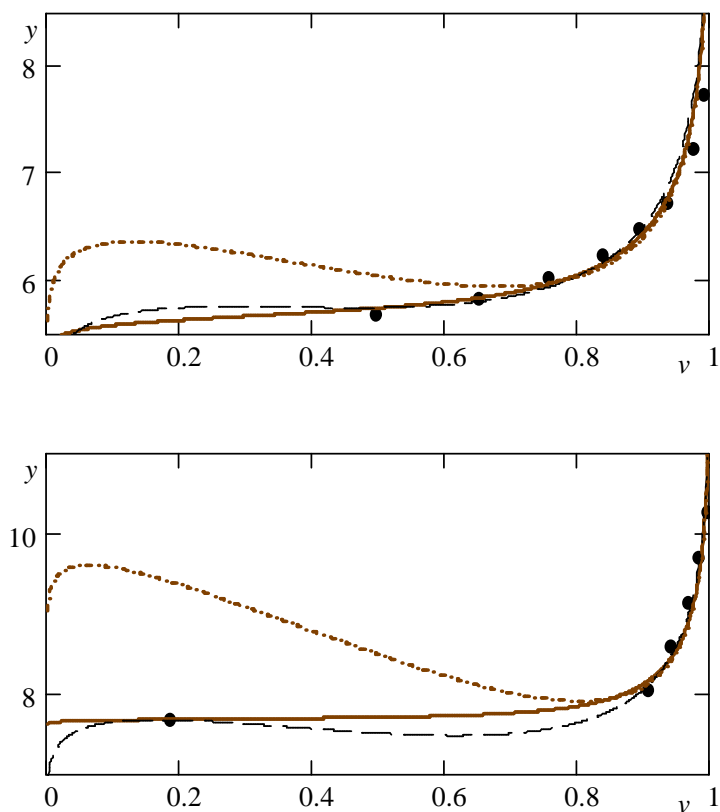
**Рис.1.** Регистрация болидов в атмосфере Земли специальными фотографическими камерами. (а) – Траектория болида Нойшванштайн, снимок австрийской станции Gahberg Европейской сети; (б) - Полет Иннисфри, сфотографированный MORP станцией в Vegreville (Halliday и др., 1978).



**Рис.2.** Аппроксимация траектории функцией  $Y(v, \beta)=y(v, \alpha, \beta) - \ln \alpha$ ; сплошные линии – аналитическое решение (1.7), пунктир – приближенное выражение  $Y(v)$  (0.10). Представлено три пары функций: снизу вверх  $\beta=1, \beta=3, \beta=5$ .



**Рис. 3.** Область допустимых значений параметра уноса массы  $\beta$  в зависимости от заданного интервала скоростей при расчете методом  $Q_3$ , область построена для  $\beta > 3.275$ .



**Рис. 4.** Анализ траекторий для болидов 229 (а), 39785С\* (б). Сплошная линия – аналитическое решение (1.7) с найденными методом  $Q_4$  параметрами  $\alpha$  и  $\beta$ . Штрихпунктирная линия – приближенное решение (0.10) при тех же параметрах. Пунктир – приближенное решение (0.10) с параметрами  $\alpha$  и  $\beta$ , полученными методом  $Q_3$ .

Диапазон $\beta$	0-1	1-2	2-3	3-4	4-6	6-10	>11
Кол-во значений	62	86	39	21	15	10	15

**Рис. 5.** Гистограмма параметра уноса массы.

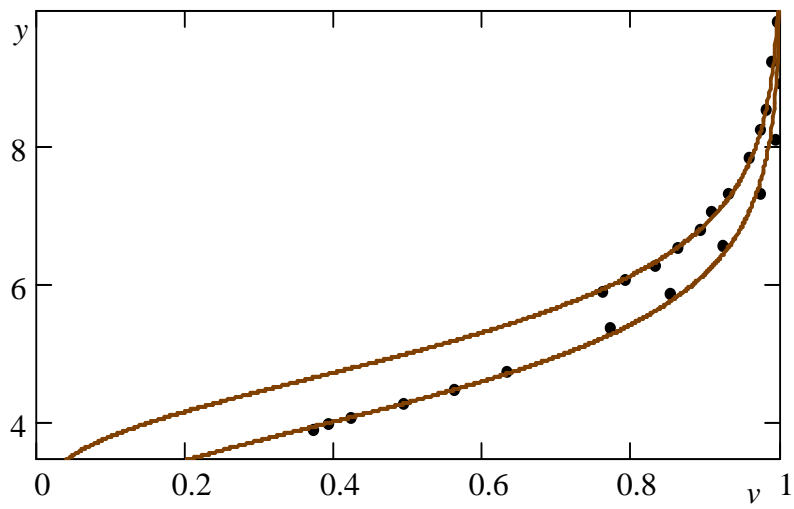


Рис.6 (а)

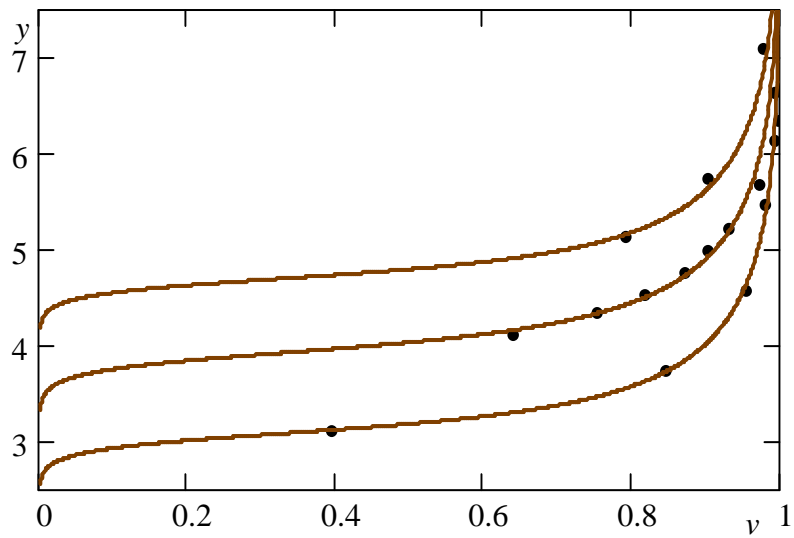


Рис.6 (б)

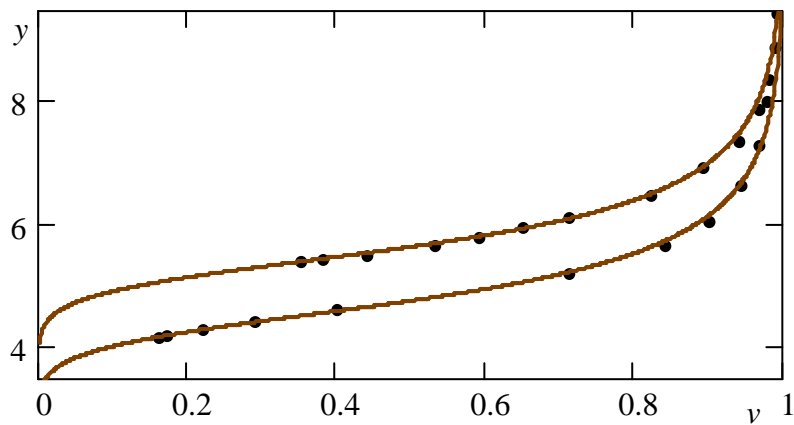
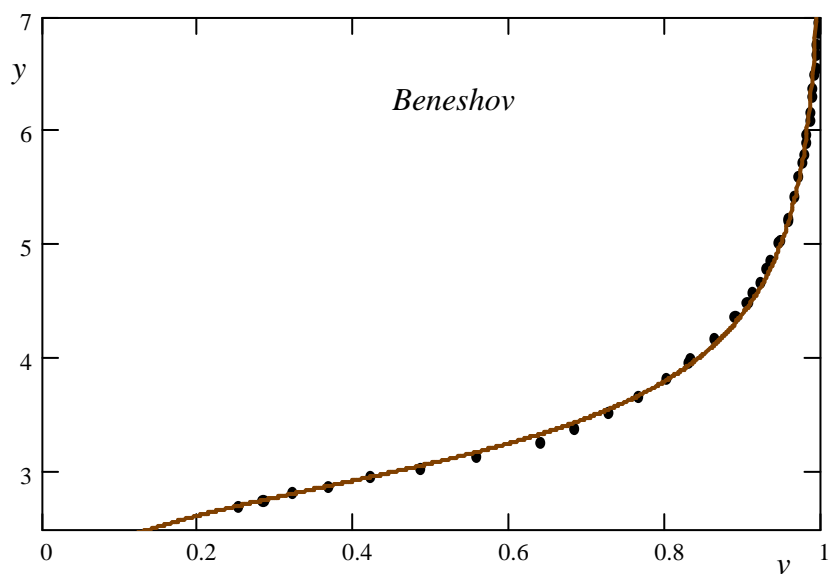


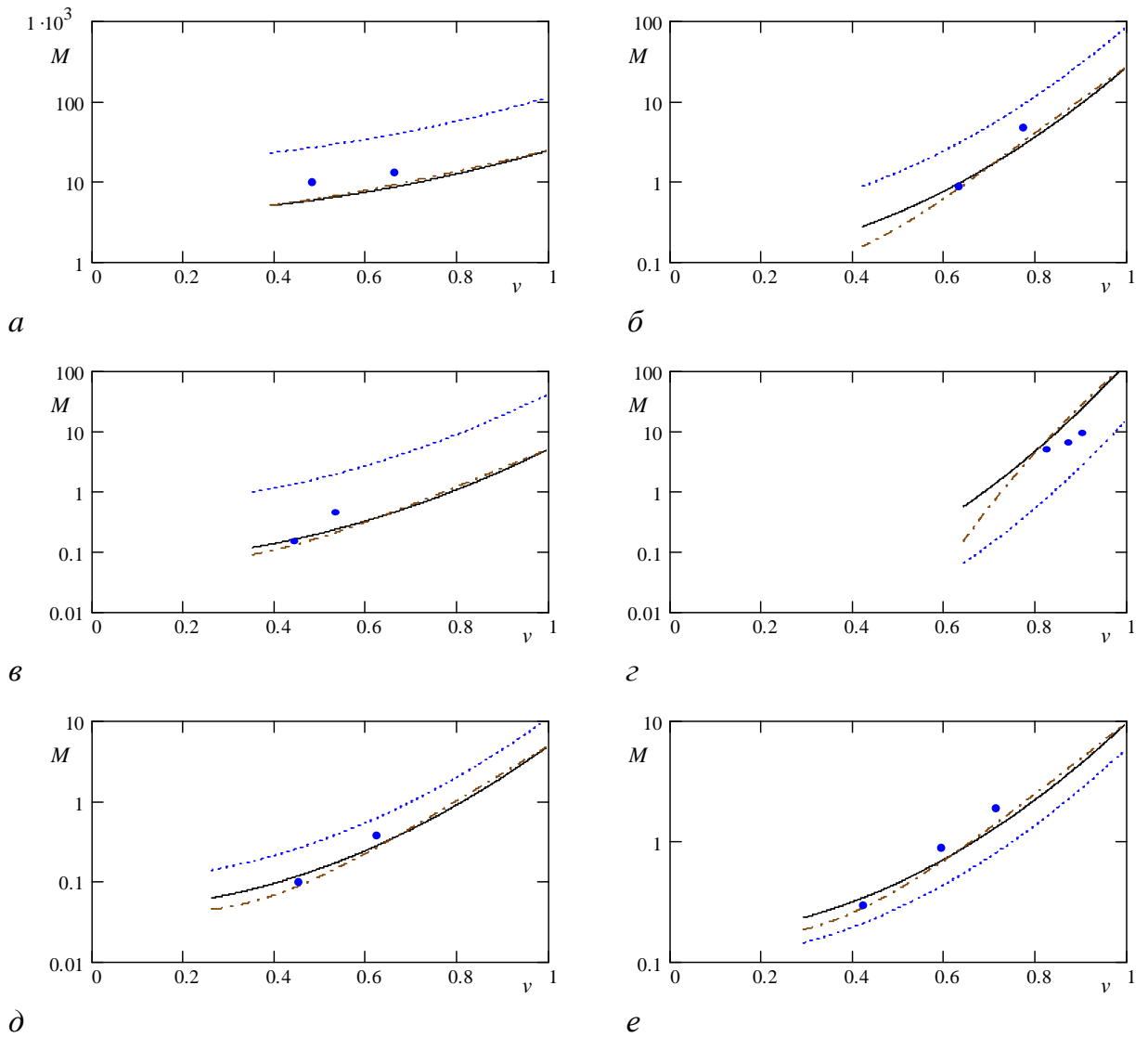
Рис.6 (в)



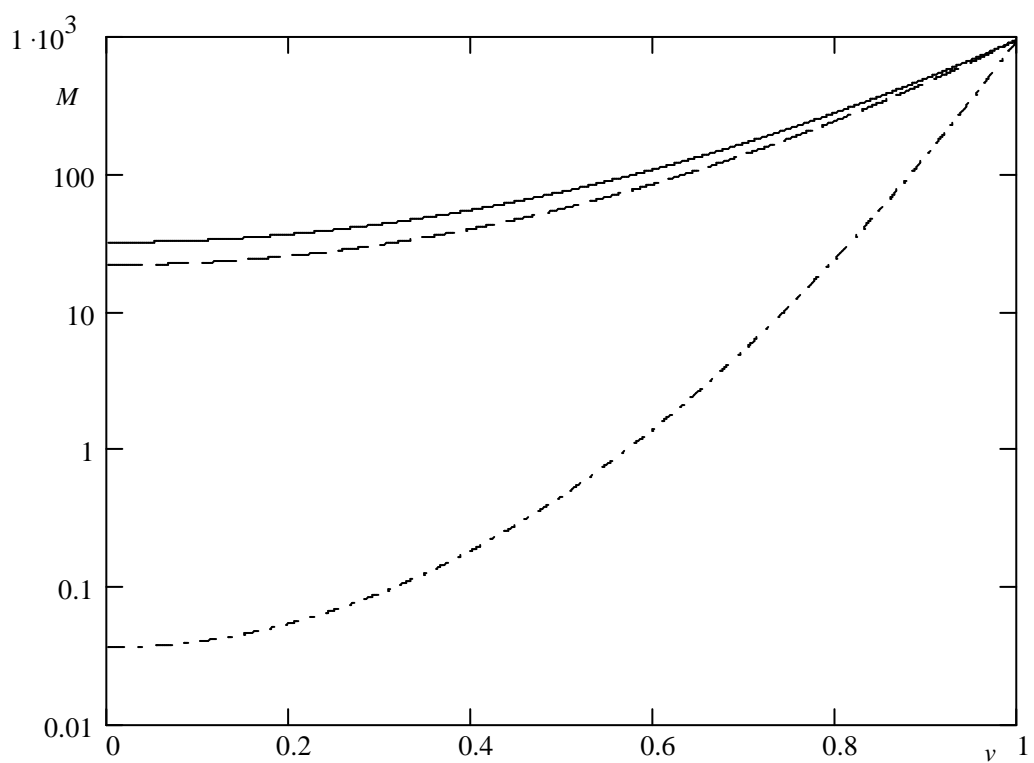


**Рис.6** (z)

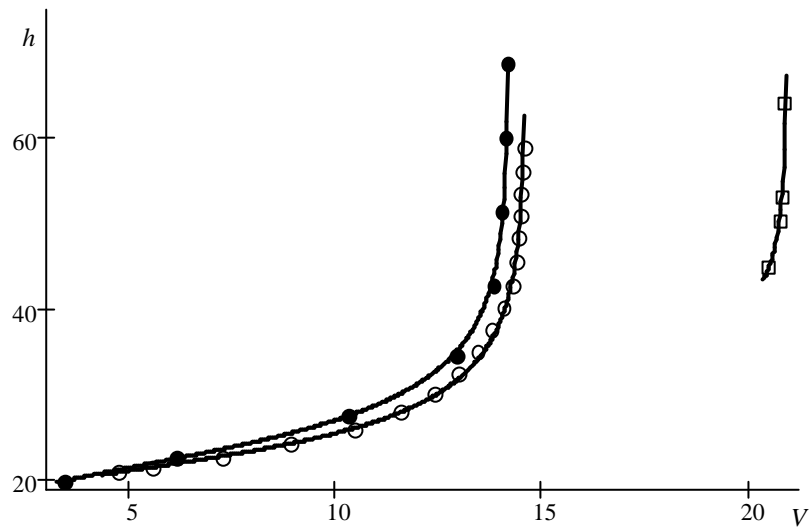
**Рис.6.** Аппроксимация экспериментальных данных для некоторых болидов: сплошная линия – аналитическая зависимость (1.7), точки – данные наблюдений; выбрано 4 случая: (а) – № 498, 580 при  $\beta = 0$ , (б) – № 39681\*, 204, 39470\* при  $\beta > 3$ , (в) – № 567, 925 при  $\beta \sim 1.5$ , (z) – болид Бенешов,  $\beta = 1,754$ .



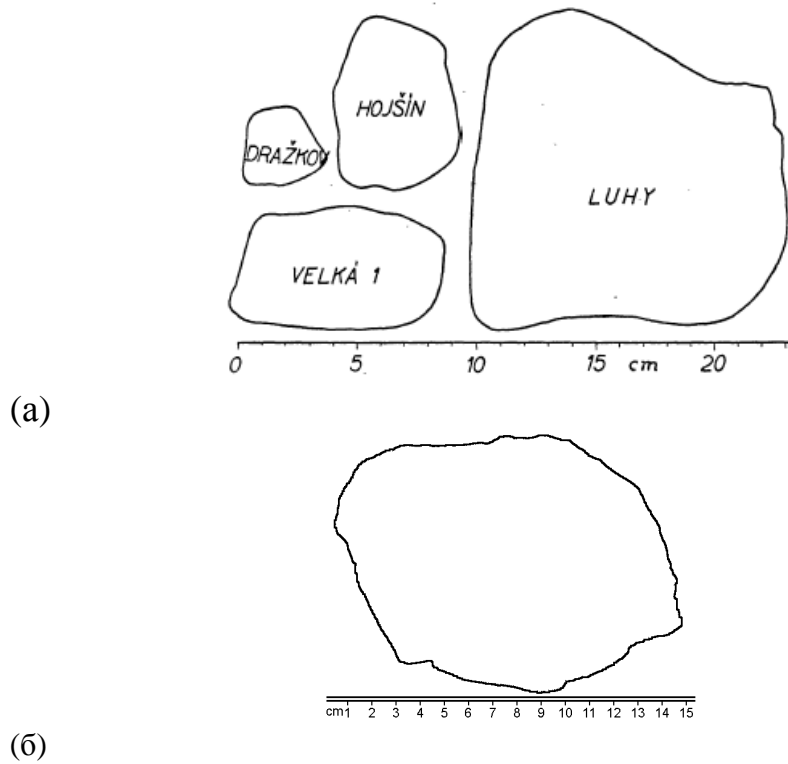
**Рис.7.** Динамические массы болидов 872 (*a*), 219 (*б*), 567 (*в*), 204 (*г*), 840 (*д*), 018 (*е*) в нижней части траектории.



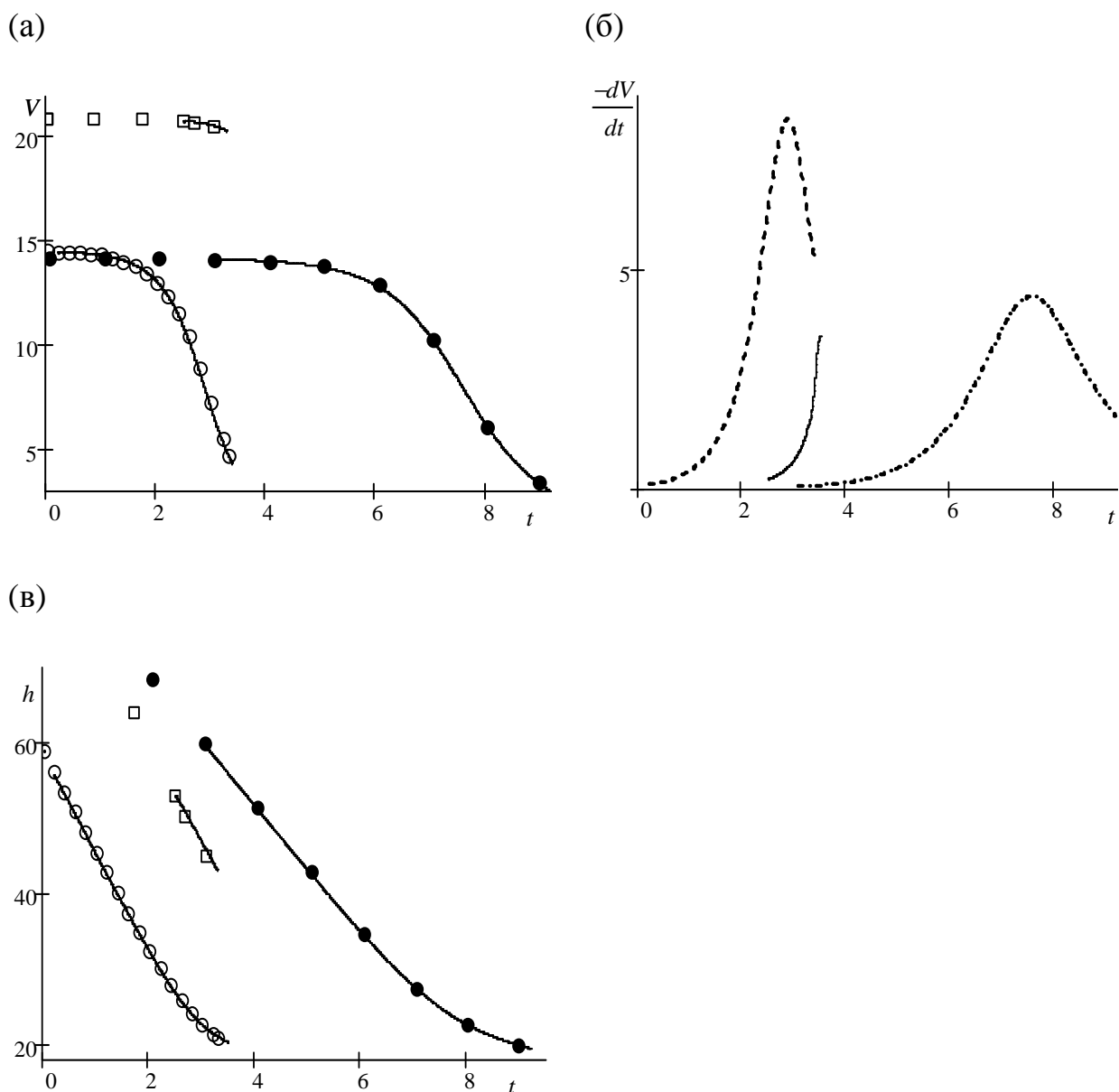
**Рис. 8.** Зависимость массы болида Нойшванштайн (кг) от безразмерной скорости. Сплошная линия показывает  $M(v)$  при  $\mu = 0$ , т.е. при ориентированном движении, штриховая линия соответствует  $\mu = 0.1$  (ReVelle и др., 2004), штрихпунктирная – значению  $\mu = 2/3$ .



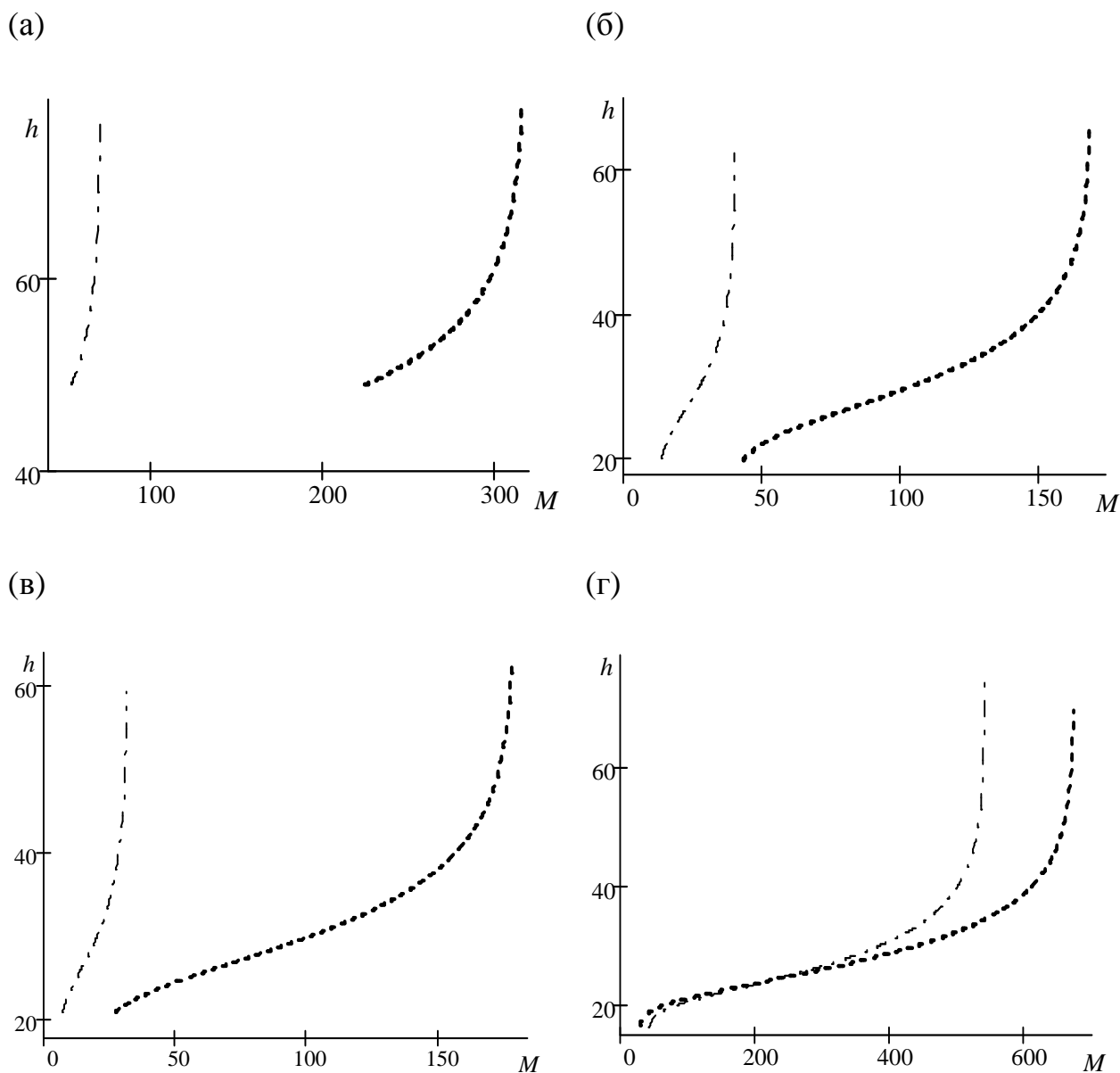
**Рис. 9.** Сопоставление наблюдаемых траекторий с расчетными для болидов Иннисфри (кружки), Лост Сити (точки) и Пржибрам (квадратики).



**Рис. 10.** Найденные экземпляры Пржибрам (а) и метеорит Иннисфри (б).



**Рис. 11.** Графики полученной теоретической зависимости размерной скорости (а), ускорения (б) и размерной высоты (в) от времени для болидов Иннисфри, Лост Сити и Пржибрам. Для сравнения на рис. (а) и (в) нанесены данные наблюдений Иннисфри (кружки), Лост Сити (точки) и Пржибрам (квадратики).



**Рис. 12.** Графики теоретических зависимостей между высотой (км) и оставшейся метеорной массой (кг). Пунктир соответствует случаю  $M_e = M_2$ , с учетом умеренного вращения  $\mu = 0,2$ ; штрих-пунктир – идеализированный случай ориентированного движения тела при условии начальной сферической формы; (а) – Пржибрам, (б) – Лост Сити, (в) – Иннисфри, (г) – Нойшванштайн.