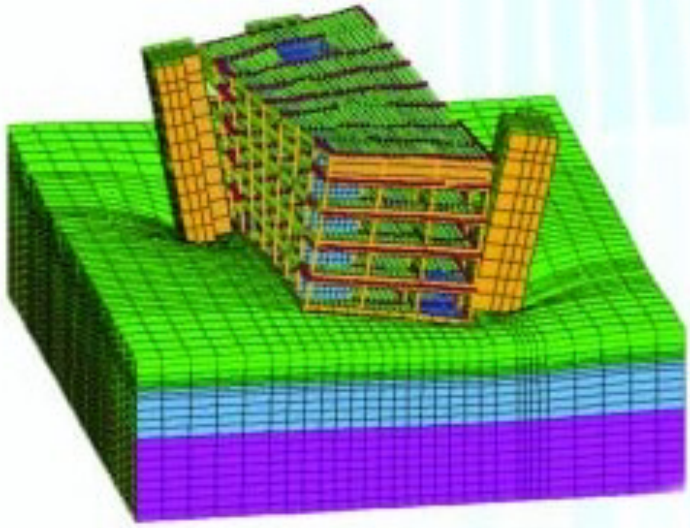
Б.М. Мардонов
С.В. Кузнецов
И. Мирзаев
Г.Х. Хожметов
Ш.М. Тахиров

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ СЕЙСМОДИНАМИКИ СООРУЖЕНИЙ

Книга 3

СЕЙСМОДИНАМИКА СООРУЖЕНИЙ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ГРУНТОВЫХ УСЛОВИЯХ И ЗАКОНАХ ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ



ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ СЕЙСМОДИНАМИКИ СООРУЖЕНИЙ

АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ И СЕЙСМОСТОЙКОСТИ СООРУЖЕНИЙ им. М.Т. УРАЗБАЕВА

АКАДЕМИЯ НАУК РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ им. А.Ю. ИШЛИНСКОГО

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И ИННОВАЦИЙ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ТАШКЕНТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТРАНСПОРТНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

КАЛИФОРНИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ В г. БЕРКЛИ (США)

Б.М. Мардонов, С.В. Кузнецов, И. Мирзаев, Г.Х. Хожметов, Ш.М. Тахиров

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ СЕЙСМОДИНАМИКИ СООРУЖЕНИЙ

Книга 3

СЕЙСМОДИНАМИКА СООРУЖЕНИЙ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ГРУНТОВЫХ УСЛОВИЯХ И ЗАКОНАХ ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Ташкент – 2024

Издательство «Voris-nashriyot»

УДК: 624.042.7
ББК: 26.21
М 75

Б.М. Мардонов, С.В. Кузнецов, И. Мирзаев, Г.Х. Хожметов, Ш.М. Тахиров. «Прикладные задачи сейсмодинамики сооружений. Книга 3. Сейсмодинамика сооружений при различных грунтовых условиях и законах их взаимодействия»
– Ташкент: Изд.«Voris-nashriyot », 2024, – 208 с.

ISBN 978-9910-8885-6-4

Книга 1 монографии была посвящена действию сейсмических волн на подземный трубопровод и фундаменты сооружений, взаимодействующих с грунтовой средой. Основное внимание было уделено вопросам влияния механических свойств окружающей среды на поведение подземного сооружения, а также возможности снижения интенсивности поверхностных сейсмических волн установкой барьеров и сейсмоизоляторов.

Книга 2 была посвящена аналитическим и численным методам решения задач колебания и устойчивости подземных трубопроводов сложной структуры при сейсмических воздействиях. Отдельная глава посвящена использованию сейсмических подушек и барьеров из метаматериалов для защиты зданий и сооружений от сейсмических воздействий.

В книге 3 представлены материалы исследований последних лет. Приведены формулы аналитического определения коэффициента взаимодействия трубопровода с грунтом с учетом деформирования слоя грунта конечной толщины. Численно решены нестационарные задачи воздействия сейсмических волн на подземные трубопроводы. Рассмотрены задачи снижения сейсмических нагрузок в конструкции сооружений с использованием сейсмоизоляторов.

Монография предназначена для молодых инженеров, научных сотрудников, занимающихся вопросами защиты различных объектов от действия сейсмических нагрузок, и магистров высших технических образовательных учреждений, специализирующихся по динамике сооружений.

Ответственный редактор:
доктор физико-математических наук, профессор ***Б. Мардонов***

Рецензенты:
доктор технических наук, профессор ***А. Абдусаттаров***
доктор физико-математических наук, профессор ***И.И. Сафаров***

Рекомендовано к печати решением Научного совета Института механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз (протокол №10 от 21.08.2024)

ISBN 978-9910-8885-6-4

Посвящается памяти
академика Турсунбая Рашидова

Введение

Третью книгу авторы посвящают 90-летию академика Турсунбая Рашидова, основателя изданию серии книг по прикладным задачам сейсмодинамики сооружений. В книге представлены результаты исследований колебаний и волновых процессов в наземных и подземных сооружениях при контакте их с грунтами, представленными различными видами закона деформирования при сдвиге и реализации соответствующих законов взаимодействия с окружающим их слоем грунтовой среды. На основе решения контактной задачи между трубопроводом (жестким и деформируемым) и грунтом, представленным в виде подходящей модели сплошной среды, установлены показатели законов взаимодействия трубопровода с грунтом. В качестве модели слоя грунта приняты: вязкоупругая, стандартное тело, насыщенная упруго-пористая и зернистая среды. Путем правильного выбора динамических характеристик используемых моделей установлена возможность с требуемой точностью применить для теоретического анализа сдвиговых колебаний трубопровода, контактирующего с слоем грунта конечной толщины. На основе вариационного принципа предложена методика изучения колебаний трубопроводов, взаимодействующих со структурно-нелинейным слоистым грунтом.

Представлены результаты численных исследований формирования и распространения волн в трубопроводе от воздействия нестационарных сейсмических волн. Рассмотрены различные модели взаимодействия трубопровода с грунтом, такие как линейная, идеально-упругопластическая, билинейная и нелинейная с структурным разрушением слоя грунта. В случае, если скорость распространения волны в грунте превышает скорость распространения волны в трубопроводе, тогда превышение деформации в трубопроводе деформации в грунте в два раза связано со скачком скорости частиц грунта в заданной волне. Так как в реальных записях велосиграмм землетрясений скачков скорости частиц не наблюдается в рассматриваемом случае деформации в грунте и трубопроводе будут равны, и при этом динамический коэффициент будет равна 1.

С точки зрения уменьшения сейсмических нагрузок рассмотрены использование сейсмоизолирующих устройств, работающих по принципу сухого трения. Задачи механики деформируемого твердого тела с сухим трением являются нелинейными задачами. Представлен алгоритм решения таких нелинейных задач. Показана возможность многократного уменьшения сейсмических нагрузок в четырехэтажном, девятиэтажном зданиях и в турбоагрегате атомной электростанции при использовании скользящего фундамента.

Проведен анализ сейсмограмм недавнего разрушительного землетрясения магнитудой Mw 7.8, произошедшего 6 февраля 2023 года в районе Кахраманмарас (Kahramanmaraş). Выявлено появление на сейсмограмме землетрясения необычно сильного дельта-образного импульса S-волны, который соответствует большому пику, имеющему максимум на нулевой частоте, что делает большинство широко используемых сейсмоизолирующих устройств практически непригодными, или даже опасными при появлении дельта-образных импульсов, поскольку рассматриваемые сейсмоизоляторы усиливают сигналы вблизи нулевой частоты. Предложен способ сейсмозащиты на основе различных сейсмических подушек, содержащих гранулированные метаматериалы, показаны основные преимущества этих способов сейсмозащиты по сравнению с другими видами сейсмоизоляции, особенно в связи с появлением дельта-образных импульсов на сейсмограммах землетрясений. Еще одно интересное применение естественных гранулированных материалов связано с использованием сейсмических подушек из калиброванных камней, уложенных между свайным полем с подошвой ростверка фундаментных конструкций мостовых опор.

В последней главе книги приведено исследование с целью дальнейшего расширения и продвижения применения сейсмозащитных устройств для защиты оборудования высоковольтных подстанций. Описано экспериментальное устройство и сейсмоизоляторы. Представлены результаты обширных компонентных и полномасштабных испытаний сейсмически изолированного высоковольтного оборудования на сейсмоплатформе.

В подготовке материалов главы 3,4 участвовали: Э.А. Косимов, Ж.Ф. Шомуродов и М.С. Турдиев.

Авторы монографии приносят свою благодарность за техническое оформление и подготовку к выпуску монографии старшему научному сотруднику Е.В. Ан лаборатории «Геотехника и сейсмодинамика подземных сооружений» и заместителю директора по науке Института механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз Н.А. Нишонову.

ГЛАВА 1. Определение динамических характеристик колебаний подземного трубопровода, заглубленного в слоистой грунтовой среде

В практике расчета сооружений на сейсмические воздействия связь с грунтом обычно принимается односторонней, реакция основания определяется только перемещением сооружения в данной точке контакта. На самом деле сооружение и грунт образуют связанную динамическую систему, причем существенной может оказаться обратная связь от сооружения к грунту, тогда сейсмическое воздействие не может определяться независимо от характеристик сооружения. Если сооружение достаточно гибкое по сравнению с окружающим или подстилающим его грунтом, то его перемещения и деформации будут соответствовать перемещениям и деформациям грунта как при отсутствии сооружения. В случае движения жесткого сооружения в грунтовой среде возникают вторичные волны излучения, существенно искажающие исходное сейсмическое поле внешнего воздействия вблизи сооружения. Это обстоятельство может сыграть существенную роль при определении контактных сил взаимодействия грунта с элементами подземного сооружения, в частности с трубопроводами. Для определения параметров взаимодействия следует найти решения контактной задачи между элементом сооружения (жестким или деформируемым) и грунтом, представленным в виде подходящей модели сплошной среды, либо произвести большое количество экспериментов для установления закономерностей изменения контактной силы между грунтом и элементом сооружения. Анализ экспериментальных данных по установлению закономерностей взаимодействия трубопровода с грунтом, представленных в работах [1 – 3], показывает, что контактная сила взаимодействия существенно зависит от свойств окружающего трубопровод грунта, причем законы взаимодействия имеют достаточно сложный характер. Сложившаяся ситуация в области развития теории сейсмодинамики подземных сооружений в настоящее время указывает на значительное отставание в части теоретического, особенно экспериментального, изучения динамического поведения подземных конструкций с учетом полного взаимовлияния элементов подземной конструкции и грунтовой среды и их пространственного характера деформирования. Целесообразно в дальнейшем создать методы теоретического определения параметров силового воздействия грунтовой среды на сооружения и далее сравнивать их с данными экспериментов. В связи с вышеизложенным, в этой главе рассматриваются простейшие задачи определения параметров взаимодействия жесткого подземного трубопровода с грунтовой средой при сдвиговых колебаниях. Трубопровод рассматривается как жесткий стержень. При этом наилучшие результаты при изучении реакции системы трубопровод – грунт могут быть получены, если в качестве дополнительного параметра использовать присоединенную массу грунта. Таким образом, модель окружающего трубопровод грунта включает следующие параметры: упругую постоянную пружины, определяемую как зависимость динамической силы от перемещения, присоединенную массу, коэффициент демпфирования, получаемые из рассмотрения безынерционной модели. Путем правильного выбора этих динамических характеристик модель сопротивления грунта при действии на трубопровод осевой силы может быть с требуемой точностью использована для теоретического анализа работы окружающей трубопровод грунтовой средой. В работах [1 – 4] такой подход использован для описания теоретических методов определения динамических параметров колебаний жесткой плиты (круглого и квадратичного сечения).

1.1. Определение коэффициента жесткости колебаний трубопровода, контактирующего с упругим слоем грунта

Рассмотрим осевое перемещение $u_0(t)$ жесткой цилиндрической трубы длиной L и радиуса a параллельно вставленной внутри цилиндрического слоя грунтовой среды толщиной $h = R - a$ под действием осевой силы $P_0(t)$, где R – радиус слоя. Полагаем движение двухслойной среды осесимметричным, где ось Oz направлена вдоль оси цилиндра, а ось Or перпендикулярно к ней. Рассмотрим случай плоской сдвиговой деформации среды и учитываем осевое перемещение частиц среды по направлению оси Oz, зависящее только от переменной r, причем трубопровод вовлекает в движение слой среды толщиной h. Обозначим через $u(r,t)$ и $\tau(r,t)$ перемещение частиц среды и касательное напряжение в слое $a < r < R$. Рассмотрим случай моделирования слоя линейно-упругой средой, где касательное напряжение определяется по закону

$$\tau = G\gamma\,, \tag{1.1.1}$$

где G – модуль сдвига среды в слое; $\gamma = \dfrac{\partial u}{\partial r}$ – деформация сдвига.

Уравнение движения среды с учетом (1.1.1) в слое записывается в виде

$$G\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right) = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\,, \tag{1.1.2}$$

где ρ – плотность среды $n = \eta / G$.

При действии на трубопровод гармонической силы $P_0 = P_{00}\exp(i\omega t)$ (P_{00} – амплитуда; ω – частота) решение уравнения (1.1.2) представим в виде

$$u = U(r)\exp(i\omega t).$$

Здесь функция $U(r)$ удовлетворяет уравнению

$$\left(\frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dU}{dr}\right) = -\frac{\omega^2}{c^2}U\,, \tag{1.1.3}$$

где $c = \sqrt{G/\rho}$, ρ – плотность грунта.

Функция $U(r)$ удовлетворяет граничным условиям

$$U(a) = U_0,\ U(R) = 0, \tag{1.1.4}$$

где U_0 – амплитуда перемещения трубопровода, удовлетворяющего уравнению движения

$$-S\tau(a) = -m\omega^2 U_0 + P_0. \tag{1.1.5}$$

Решение уравнения (1.1.3), удовлетворяющего условиям (1.1.4), представляется в виде

$$U = U_0 \frac{J_0(\omega r/c)N_0(\omega R/c) - J_0(\omega R/c)N_0(\omega r/c)}{J_0(\omega a/c)N_0(\omega R/c) - J_0(\omega R/c)N_0(\omega a/c)},$$

где $S = 2\pi aL$, L – длина трубы; $J_0(z)$ и $N_0(z)$ – функции Бесселя первого и второго рода нулевого порядка.

Вычислив касательное напряжение по формуле (1.1.1) и, поставив его в условие (1.1.5), получим выражение для амплитуды колебаний трубопровода

$$U_0 = \frac{P_0}{\overline{\omega}^2 - \beta C_1(\overline{\omega})},$$

где $\overline{\omega} = \omega R/c$; $\beta = SR\rho/m = \dfrac{2R}{a(1-a_1^2/a^2)}\dfrac{\rho}{\rho_T} \approx \dfrac{R}{h}\dfrac{\rho}{\rho_T}$; $P_0 = P_{00}R^2/mc^2$;

$$C_1 = \overline{\omega}\frac{N_1(\overline{\omega}\overline{a})J_0(\overline{\omega}) - J_1(\overline{\omega}\overline{a})N_0(\overline{\omega})}{J_0(\overline{\omega}\overline{a})N_0(\overline{\omega}) - J_0(\overline{\omega})N_0(\overline{\omega}\overline{a})}.$$

Решение уравнения (1.1.3), удовлетворяющее условиям (1.1.4) можно получить методом рядов в виде

$$U = U_0\left[\frac{\ln(\overline{r})}{\ln(\overline{a})} + \overline{\omega}^2\sum_{k=1}^{\infty}\frac{b_k R_k(\overline{r})}{\overline{\lambda}_k^2 - \overline{\omega}^2}\right].$$

Здесь $R_k = J_0(\overline{\omega}\overline{r})N_0(\overline{\omega}) - J_0(\overline{\omega})N_0(\overline{\omega}\vec{r})$; $b_k = \dfrac{\int_{\overline{a}}^{1}\overline{r}\ln\overline{r}R_k(\overline{r})d\overline{r}}{\ln\overline{a}\int_{\overline{a}}^{1}\overline{r}R_k^2 d\overline{r}}$; $\overline{r} = r/R$, $\overline{a} = a/R$;

$\overline{\lambda}_k$ – корни уравнения $J_0(\overline{\omega}\overline{a})N_0(\overline{\omega}) - J_0(\overline{\omega})N_0(\overline{\omega}\overline{a}) = 0$.

Если использовать модель взаимодействия трубопровода с грунтом по упругому закону с коэффициентом продольного сдвига k, то имеем $\lambda^2 = k/m$, где следует полагать

$$k = \frac{2\pi aLGC_1}{c}\left(\frac{\omega a}{c}\right). \tag{1.1.6}$$

Формулу (1.1.6) можно использовать в качестве теоретической формулой для вычисления коэффициента k и сравнивать его со значениями экспериментальных данных, полученных при известных данных a, R, L, G, c и ω. Наличие специальных функций в формуле (1.1.6) приводит к некоторым трудностям при использовании ее на практике. В связи с этим предлагается упрощенная формула расчета коэффициента k, связанного с представлением закона распределения перемещения частиц в условиях статического равновесия

$$u = U_0 \frac{\ln(r/R)}{\ln(a/R)}. \qquad (1.1.7)$$

При этом коэффициент продольного сдвига вычисляется по формуле

$$k_c = 2\pi GL / \ln(R/a). \qquad (1.1.8)$$

Из формулы (1.1.8) следует, что коэффициент k_c не зависит от частоты воздействия ω. Оценим относительную погрешность в расчетах $\Delta = (k - k_c)100/k$ при использовании формул (1.1.6) и (1.1.8).

В табл. 1.1 представлены значения $\Delta(\%)$ при различных значениях отношения R/a и безразмерной частоты $\overline{\omega} = \omega a/c$. При этом диапазон изменения безразмерной частота $\overline{\omega}$ принят в интервале $0 < \overline{\omega} < 0.2$, что практически соблюдается для значений частоты $\omega = 10 \div 50 (1/\text{с})$, трубы радиусом $a < 0.2$ м и скорости распространения поперечной волны $c > 50$ м/с.

Из анализа табличных данных следует, что с ростом толщины слоя относительная погрешность также увеличивается. При этом рост радиуса трубы приводит к снижению погрешности, и таким образом, указывает на возможность использования при малых отношениях $\overline{R} = R/a$ упрощенную формулу для вычисления коэффициента продольного сдвига в практических расчетах.

Таблица 1.1 – Относительная погрешность Δ (в процентах) для различных значений безразмерных параметров $\overline{\omega} = \omega a/c$ и $\overline{R} = R/a$

$\overline{\omega} / \overline{R}$	0.02	0.04	0.06	0.08	0.1	0.12	0.14	0.16	0.18	0.2
1.5	0.003	0.011	0.024	0.043	0.068	0.098	0.133	0.174	0.220	0.272
2.5	0.019	0.076	0.171	0.304	0.475	0.684	0.932	1.220	1.544	1.910
3.5	0.045	0.179	0.403	0.718	1.124	1.621	2.211	2.897	3.677	4.555
4.5	0.078	0.312	0.703	1.253	1.965	2.841	3.886	5.103	6.877	8.082
6	0.139	0.558	1.260	2.251	3.543	5.146	7.077	9.356	12.00	15.07

1.2. Определение коэффициентов жесткости и демпфирования колебаний трубопровода, контактирующего с упруго-вязким слоем грунта

Рассмотрим случай, когда слой грунта моделируется линейно-вязкоупругой средой, где деформирования среды описывается законом Кельвина [5, 6]

$$\tau = G\gamma + \eta\dot{\gamma}, \tag{1.2.1}$$

где $\dot{\gamma} = \dfrac{\partial \gamma}{\partial t}$ – скорость деформации; $n = \eta / G$, η – динамическая вязкость.

При гармонических колебаниях, в случае выполнения закона (1.2.1), имеем

$$\left(\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dU}{dr}\right) = -\frac{\omega^2}{c^2(1+ni\omega)}U. \tag{1.2.2}$$

Уравнение (1.2.2) интегрируется при граничных условиях $U(a) = U_0$, $U(R) = 0$ и его решение можно получить через функции Бесселя с комплексными аргументами. Здесь предлагается способ представления решения уравнения через функции Бесселя с действительными аргументами. Решение уравнения (1.2.2) представим в виде суммы

$$U = U_1(r,\omega) + U_0 \frac{\ln(r/R)}{\ln(a/R)},$$

где $U_1(r)$ удовлетворяет неоднородному уравнению

$$\left(\frac{d^2U_1}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dU_1}{dr}\right) = -\frac{\omega^2}{c^2(1+ni\omega)}\left[U_1 + U_0\frac{\ln(r/R)}{\ln(a/R)}\right] \tag{1.2.3}$$

и граничным условиям

$$U_1(a,\omega) = U_1(R,\omega) = 0.$$

Функцию $U_1(r)$ представим в виде разложения

$$U_1 = \sum_{k=1}^{\infty} A_k(\omega) R_k(r), \tag{1.2.4}$$

где $R_k = J_0(\lambda_k R) N_0(\lambda_k r) - N_0(\lambda_k R) J_0(\lambda_k r)$, λ_k – корни уравнения

$$J_0(\lambda_k R) N_0(\lambda_k a) - N_0(\lambda_k R) J_0(\lambda_k a) = 0.$$

Функция $R_k(r)$ удовлетворяет условию ортогональности

$$\int_a^R r R_k(r) R_i(r) dr = 0 \ \text{ при } i \neq k. \tag{1.2.5}$$

Подставляя функцию $U_1(r)$ из (1.2.4) в уравнение (1.2.2), получаем

$$\sum_{k=1}^{\infty} A_k\left(\lambda_k^2-\frac{\omega^2}{c^2(1+ni\omega)}\right)R_k(r)=U_0\,\frac{\omega^2}{c^2(1+ni\omega)}\frac{\ln(r/R)}{\ln(a/R)}\,.$$

Пользуясь условием ортогональности (1.2.5), находим коэффициенты разложения A_k

$$A_k=U_0\overline{\omega}^2[A_{1k}(\overline{\omega})-i\overline{n}\,\overline{\omega}A_{2k}(\vec{\omega})]b_b\,,$$

где $A_{1k}=\dfrac{\overline{\lambda}_k^2-\overline{\omega}^2}{[(\overline{\lambda}_k^2-\overline{\omega}^2)^2+\overline{n}^2\overline{\omega}^2\overline{\lambda}_k^4]}$; $A_{2k}=\dfrac{\overline{\omega}^2}{[(\overline{\lambda}_k^2-\overline{\omega}^2)^2+\overline{n}^2\overline{\omega}^2\overline{\lambda}_k^4]}$; $b_k=\dfrac{\int_a^R r\ln(r/R)R_k(r)dr}{\ln(a/R)\int_a^R rR^2(r)dr}$.

Таким образом, выражение функции $U(r,\omega)$ имеет вид

$$U=U_0\left(\frac{\ln(r/R)}{\ln(a/R)}+\overline{\omega}^2\sum_{k=1}^{\infty}b_k[A_{1k}(\overline{\omega})-i\vec{n}\overline{\omega}A_{2k}(\overline{\omega})]R_k(r)\right), \qquad (1.2.6)$$

где $\overline{\omega}=\omega R/c$, $\overline{n}=nc/R$; $\overline{\lambda}_k=\lambda_k R$; $\overline{a}=a/R$.

Касательное напряжение на поверхности трубы вычисляется по формуле

$$\tau=\tau_0 e^{i\omega t}\,.$$

Здесь

$$\tau_0=G(1+i\vec{n}\overline{\omega})\frac{dU(a,\overline{\omega})}{dr}=G\frac{U_0}{R}[C_1(\overline{\omega})+i\overline{n}\,\overline{\omega}C_2(\overline{\omega})], \qquad (1.2.7)$$

где $C_1=\dfrac{1}{\overline{a}\ln\overline{a}}+\overline{\omega}^2\sum_{k=1}^{\infty}\overline{\lambda}_k b_k Z_k(A_{1k}+\vec{n}^2\overline{\omega}^2A_{2k})$; $C_2=\dfrac{1}{\overline{a}\ln\overline{a}}+\overline{\omega}^2\sum_{k=1}^{\infty}\overline{\lambda}_k b_k Z_k(A_{1k}-A_{2k})$
;
$Z_k=-J_0(\overline{\lambda}_k)N_1(\overline{\lambda}_k\overline{a})+N_0(\overline{\lambda}_k)J_1(\overline{\lambda}_k\overline{a})$.

Подставив выражение (1.2.7) в уравнение движения

$$S\tau_0(a)=m\omega^2U_0-P_0\,,$$

получаем

$$SGU_0[C_1(\omega)+i\overline{n}C_2(\omega)]=m\omega^2U_0-P_0\,,$$

где $S=2\pi aL$.

Из этого равенства находим

$$U_0=A_0[f_1(\overline{\omega})-if_2(\overline{\omega})]. \qquad (1.2.8)$$

Здесь $f_1=\dfrac{\overline{\omega}^2-\beta C_1(\overline{\omega})}{\left[\overline{\omega}^2-\beta C_1(\overline{\omega})\right]^2+\overline{n}^2\overline{\omega}^2\beta^2C_2^2(\overline{\omega})}$; $f_2=\dfrac{\overline{n}\,\overline{\omega}\beta C_2(\overline{\omega})}{\left[\overline{\omega}^2-\beta C_1(\overline{\omega})\right]^2+\overline{n}^2\overline{\omega}^2\beta^2C_2^2(\overline{\omega})^2}$

$$A_0 = \frac{P_0 R}{c^2 m}; \ \beta = \frac{S\rho_0 L}{m},$$

где a_1, h – внутренний радиус и толщина трубы; ρ_T – плотность трубы.

На рис. 1.1 представлены кривые зависимости функций f_1 и f_2 от безразмерной частоты $\bar{\omega} = \omega R/c$ при различных значениях параметра $\bar{n} = nc/R$ для двух значений толщины грунтового слоя R. В расчетах принято $a = 0.1$м, $h = 0.05$м, $\rho = 2000$кг/м^3, $\rho_T = 7800$кг/м^3.

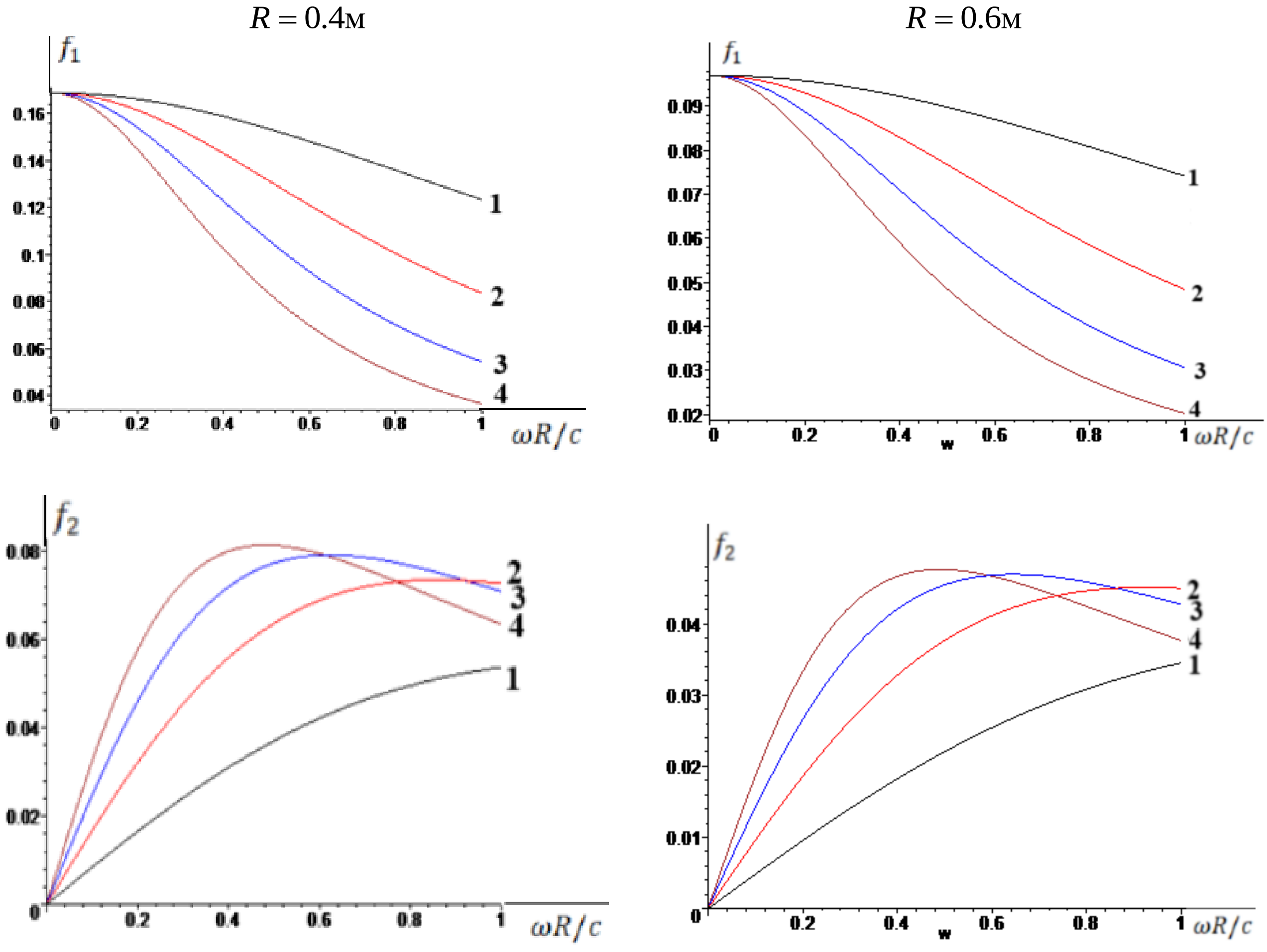


Рис. 1.1. Зависимости функций f_1 и f_2 для двух глубин заложения трубопровода от безразмерной частоты $\bar{\omega} = \omega R/c$ при различных значениях безразмерной динамической вязкости $\bar{n} = nc/R$: $1 - \bar{n} = 0.5$; $2 - \bar{n} = 1$; $3 - \bar{n} = 2$; $4 - \bar{n} = 3$; $5 - \bar{n} = 4$

Формула (1.2.8), представляющая перемещение жесткого трубопровода в комплексной форме, согласно работе [7], позволяет путем правильного выбора динамических характеристик модели вязкоупругой среды одним сосредоточенным параметром с требуемой точностью их использовать на контакте трубопровода с грунтом для теоретического анализа работы конечного слоя вязкоупругой среды. В работах [1,2] приведены теоретические и экспериментальные методы определения динамических характеристик колебаний жесткой плиты (круглой, квадратичной), находящейся на упругом полупространстве. Этот метод используется для изучения вынужденных горизонтальных колебаний трубопровода конечной массы, находящегося в слое вязкоупругой среды.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний трубопровода во всех случаях независимо от выбора модели окружающей среды имеет один тот же вид, отличающийся только коэффициентами

$$m\ddot{z} + F = P_0 e^{i\omega t}, \tag{1.2.9}$$

где $F = S\mu_c \dot{z} + Sk_c z$ – сопротивление окружающей трубопровод грунтовой среды.

Полагая $z = Ue^{i\omega t}, F = F_0 e^{i\omega t}$, получаем

$$F_0 = SU_0(k_c + i\omega\mu_c), \tag{1.2.10}$$

где z – горизонтальное перемещение трубопровода; $n_0 = 2\mu_c / m$– коэффициент демпфирования; $\omega_0 = \sqrt{k_c / m}$ – частота собственных колебаний; k_c и μ_c – коэффициенты жесткости при сдвиге и вязкого сопротивления среды.

При моделировании слоя грунта вязкоупругой среды, полагаем $F_0 = S\tau_0$ и с учетом (1.2.7), получаем

$$F_0 = SG(1 + in\omega)\frac{dU(a,\omega)}{dr} = U_0 \frac{SG}{R}[C_1(\overline{\omega}) + i\overline{\omega}\overline{n}C_2(\overline{\omega})]. \tag{1.2.11}$$

Сравнивая выражения (1.2.10) и (1.2.11), определяем величины k_c и μ_c:

$$k_c = \frac{G}{R}C_1(\overline{\omega}),\ \mu_c = \frac{G}{R}nC_2(\overline{\omega}). \tag{1.2.12}$$

На рис. 1.2 – 1.3 представлены кривые зависимости безразмерных величин $\overline{k}_c = Rk_c / G$ и $\overline{\mu}_c = \mu_c c / G$ от приведенной частоты $\overline{\omega} = \omega R / c$ при различных значениях безразмерного параметра $\overline{n} = nc / R$ для четырёх глубин заложения трубопровода.

Из анализа кривых следует, что с ростом безразмерной частоты $\vec{\omega}$ коэффициент жесткости при малых значениях параметра $\vec{n} < 1$ от частоты практически не зависит, его снижение наблюдается при $\overline{n} \geq 1$.

На рис. 1.4 представлены АЧХ колебаний трубопровода для различных значений параметра $\overline{n}$ для четырёх значений грунтового слоя R

$$\frac{|U_0|}{A_0} = \frac{1}{\sqrt{\left[\overline{\omega}^2 - \beta C_1(\overline{\omega})\right]^2 + \beta^2 \overline{n}^2 \overline{\omega}^2 C_2^2(\overline{\omega})}}.$$

Из графиков видно, что при $\overline{n} < 1$ для амплитуды колебаний трубопровода существует резонансная частота и при $\overline{n} \geq 1$ колебания имеют апериодический характер.

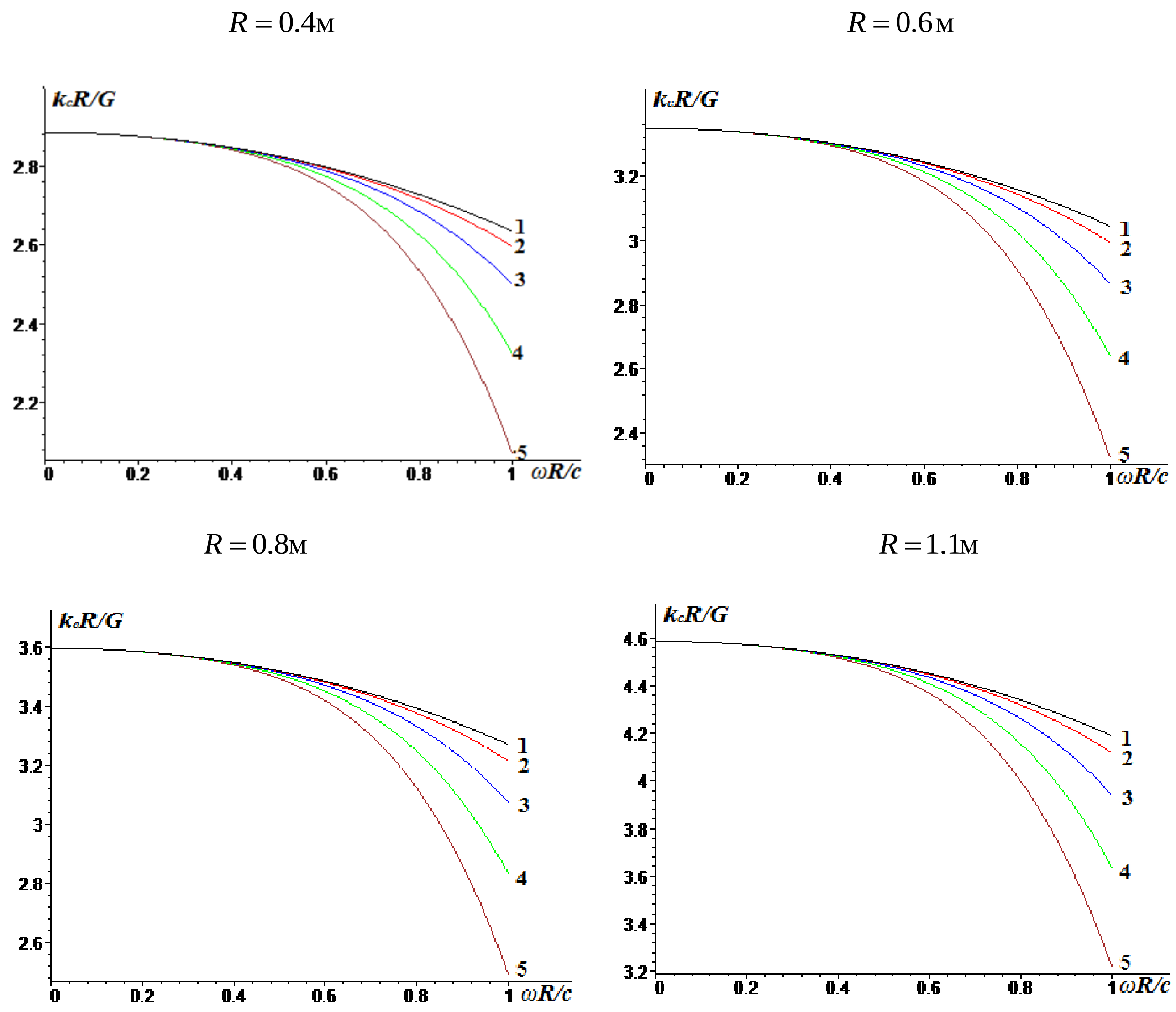
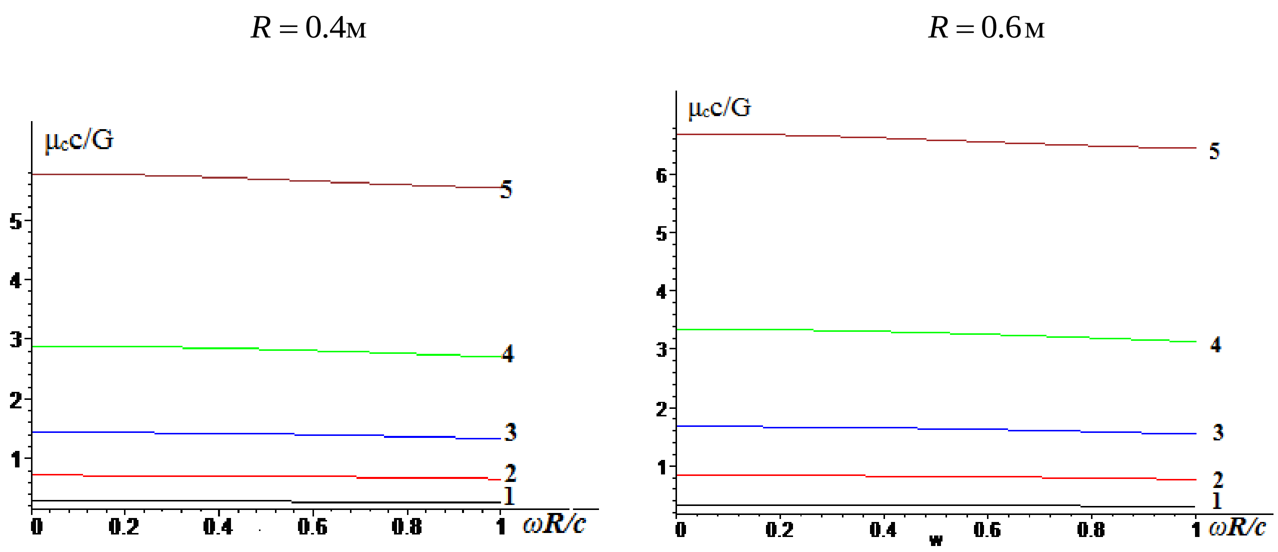


Рис. 1.2. Зависимости безразмерного коэффициента жесткости $\bar{k}_c = Rk_c/G$ для четырёх глубин заложения трубопровода от безразмерной частоты $\bar{\omega} = \omega R/c$ при различных значениях безразмерной динамической вязкости $\bar{n} = nc/R$: $1 - \bar{n} = 0$; $2 - \bar{n} = 1$; $3 - \bar{n} = 1.5$; $4 - \bar{n} = 2$; $5 - \bar{n} = 2.5$



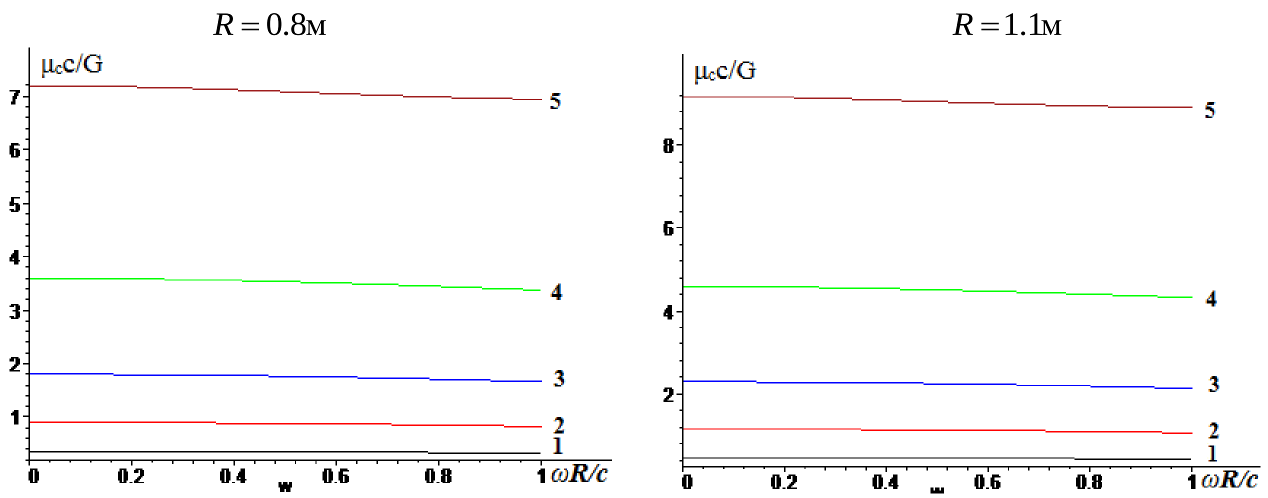


Рис. 1.3. Зависимости безразмерного коэффициента вязкого сопротивления $\overline{\mu}_c = \mu_c c / G$ для четырёх глубин заложения трубопровода от безразмерной частоты $\overline{\omega} = \omega R / c$ при различных значениях безразмерной динамической вязкости $\overline{n} = nc / R$: $1 - \overline{n} = 0.1$; $2 - \overline{n} = 0.25$; $3 - \overline{n} = 0.5$; $4 - \overline{n} = 1$; $5 - \overline{n} = 2$

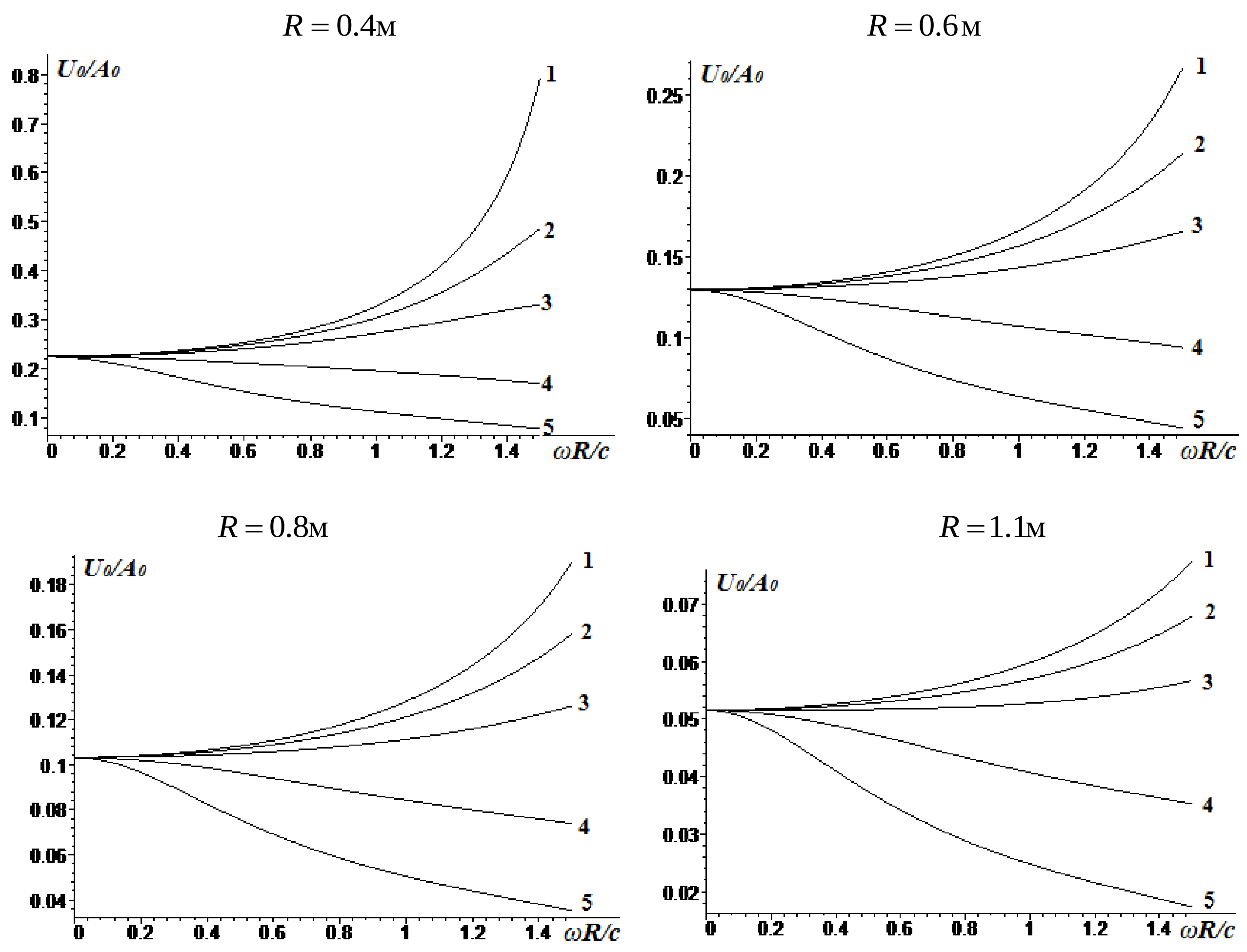


Рис. 1.4. Зависимости безразмерного перемещения U_0/A_0 трубопровода для четырёх глубин его заложения от безразмерной частоты $\overline{\omega} = \omega R / c$ при различных значениях безразмерной динамической вязкости $\overline{n} = nc / R$: $1 - \overline{n} = 0$; $2 - \overline{n} = 0.3$; $3 - \overline{n} = 0.5$; $4 - \overline{n} = 1$; $5 - \overline{n} = 2$

Если использовать статический закон распределения перемещения слоя грунта и использовать формулу (1.1.8) для касательного напряжения, получаем выражение

$$\tau = -(1 + n\omega i)G\frac{U_0}{r\ln(a/R)}. \qquad (1.2.13)$$

Подставив выражение (1.2.13) в уравнение (1.1.5), получаем

$$-2\pi LG(1 + ni\omega)U_0/\ln(a/R) = -m\omega^2 U_0 + P_0.$$

Из последнего равенства определим перемещение U_0

$$U_9 = \frac{P_0}{m\omega^2 - 2\pi LG/\ln(a/R) - i2\pi n\omega LG/\ln(a/R)}.$$

Амплитуда колебаний трубопровода определяется по формуле:

$$A = \frac{P_0}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4n_0^2\omega^2}}, \qquad (1.2.14)$$

где $\omega_0 = \sqrt{2\pi LG/m\ln(R/a)}$; $n_0 = \pi nLG/m\ln(R/a) = \pi L\eta/m\ln(R/a)$.

При использовании силы сопротивления грунта, пропорциональной перемещению и скорости трубопровода, то амплитуда колебаний вычисляется по формуле

$$A_c = \frac{P_0}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega_c^2 - \omega^2)^2 + 4n_c^2\omega^2}}. \qquad (1.2.15)$$

Здесь $\omega_c = \sqrt{k_c/m}$, $n_c = \mu/2m$, где k_c и n_c – коэффициенты жесткости продольного сдвига и сопротивления.

Сравнивая амплитуды колебаний по формулам (1.2.14) и (1.2.15), установим

$$k_c = 2\pi LG/\ln(R/a), \; n_c = \pi\mu L/2\ln(R/a).$$

Из последних формул заметим, что динамические характеристики колебаний трубопровода зависят от модуля сдвига G, коэффициента вязкости среды η, длины трубы и безразмерной величины $\ln(R/a)$.

1.3. Определение коэффициентов жесткости и демпфирования колебаний трубопровода, уложенного в слое грунта, моделируемого стандартным линейно-упругим телом

Моделируем слой грунтовой среды стандартным линейным твердым телом при сдвиге [8]:

$$\eta\dot{\tau}/G_2+(1+G_1/G_2)\tau=\eta\dot{\gamma}+E_1\gamma, \qquad (1.3.1)$$

где $\gamma=\partial U/\partial r$; $\dot{\gamma}=\partial\gamma/\partial t=\partial^2 U/\partial r\partial t$; G_1 – модуль сдвига элемента Кельвина; G_2 – модуль сдвига последовательно соединенного упругого элемента с элементом Кельвина; η – динамическая вязкость.

Полагая $U=U_0(r)\exp(i\omega t)$, зависимость (1.3.1) относительно касательного напряжения τ представим в виде

$$\tau=G\alpha[1+in_1(\overline{\omega})\overline{\omega}]\frac{dU_0}{dr},$$

где $n_1=\frac{\bar{n}\bar{\omega}}{(1+k)^2+k^2\bar{n}^2\bar{\omega}^2}$; $\alpha=\dfrac{1+k(1+\overline{n}^2\overline{\omega}^2)}{(1+k)^2+k^2\overline{n}^2\overline{\omega}^2}$; $n=\dfrac{\eta}{G_1}$, $k=\dfrac{G_1}{G_2}$.

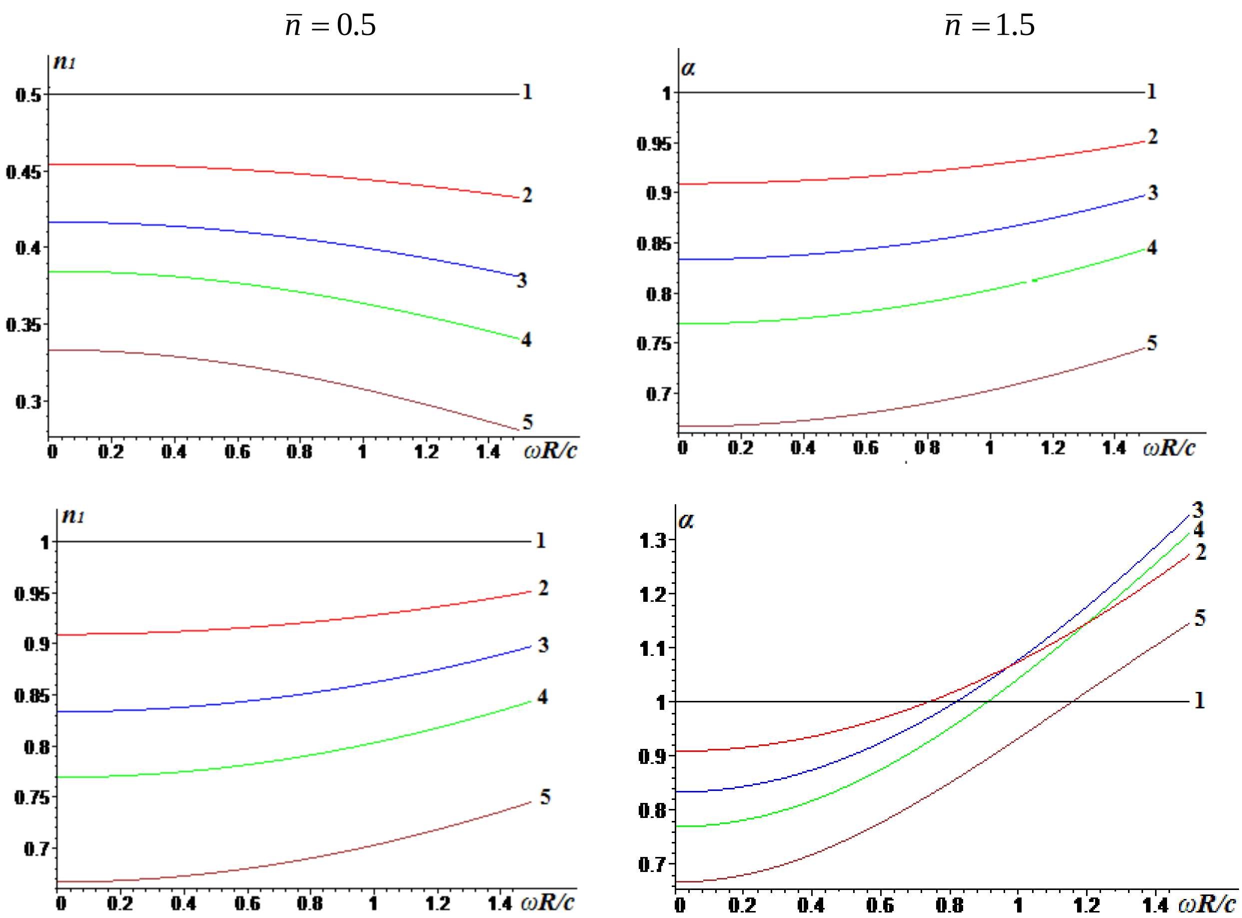


Рис. 1.5. Зависимости параметров n_1 и α от безразмерной частоты $\overline{\omega}=\omega R/c$ при различных значениях отношения $k=G_1/G_2$ для двух безразмерных величин $\overline{n}$: $1-k=0$; $2-k=0.1$; $3-k=0.3$; $4-k=0.4$; $5-k=0.5$

Коэффициенты жесткости при сдвиге k_c и вязкого сопротивления среды μ_c определяются по формулам (1.2.12), где следует заменить G на $G_1 = \alpha G$ и n на n_1.

На рис. 1.6-1.8 представлены кривые зависимости безразмерных величин $\bar{k}_c = Rk_c / G$, $\bar{\mu}_c = \mu_c c / G$ и A / A_0 от приведенной частоты $\bar{\omega} = \omega R / c$ для различных значений отношения $k = G_1 / G_2$ и параметра $\bar{n}$.

Видно, что отношение $k = G_1 / G_2$ существенно влияет на коэффициент жесткости при сдвиге и его рост сначала при $k < 1$ приводит к росту его значения и далее с ростом k наблюдается его снижение. Коэффициент вязкого сопротивления при $k < 1$ практически не зависит от частоты, рост отношения k далее приводит к снижению его значения.

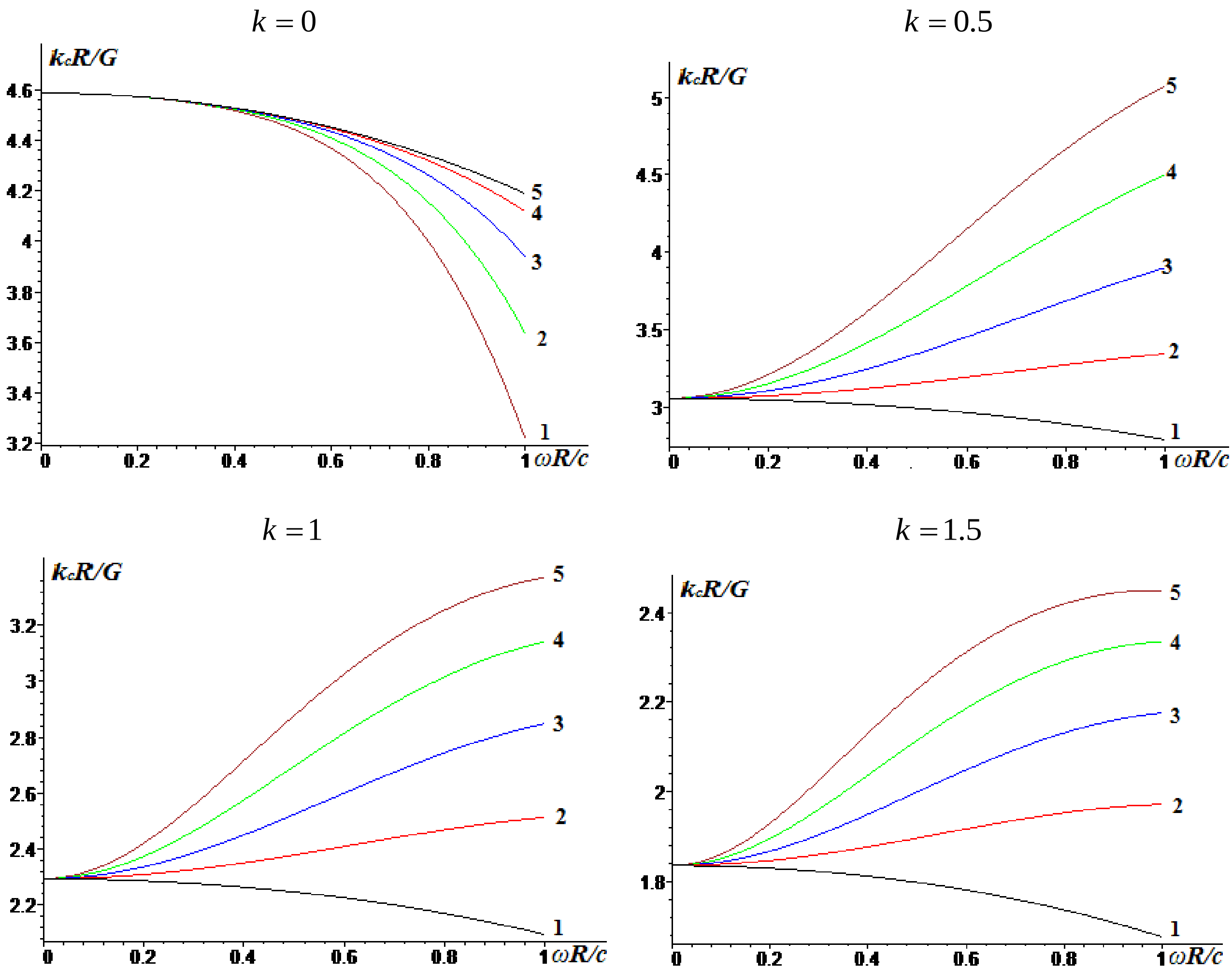


Рис. 1.6. Зависимость коэффициента жесткости $\bar{k}_c = Rk_c / G$ от приведенной частоты $\bar{\omega} = \omega R / c$ для различных значений отношения $k = G_1 / G_2$ и безразмерного параметра $\bar{n} = nc / R$: $1 - \bar{n} = 0$; $2 - \bar{n} = 0.1$; $3 - \bar{n} = 0.5$; $4 - \bar{n} = 1$; $5 - \bar{n} = 2.5$

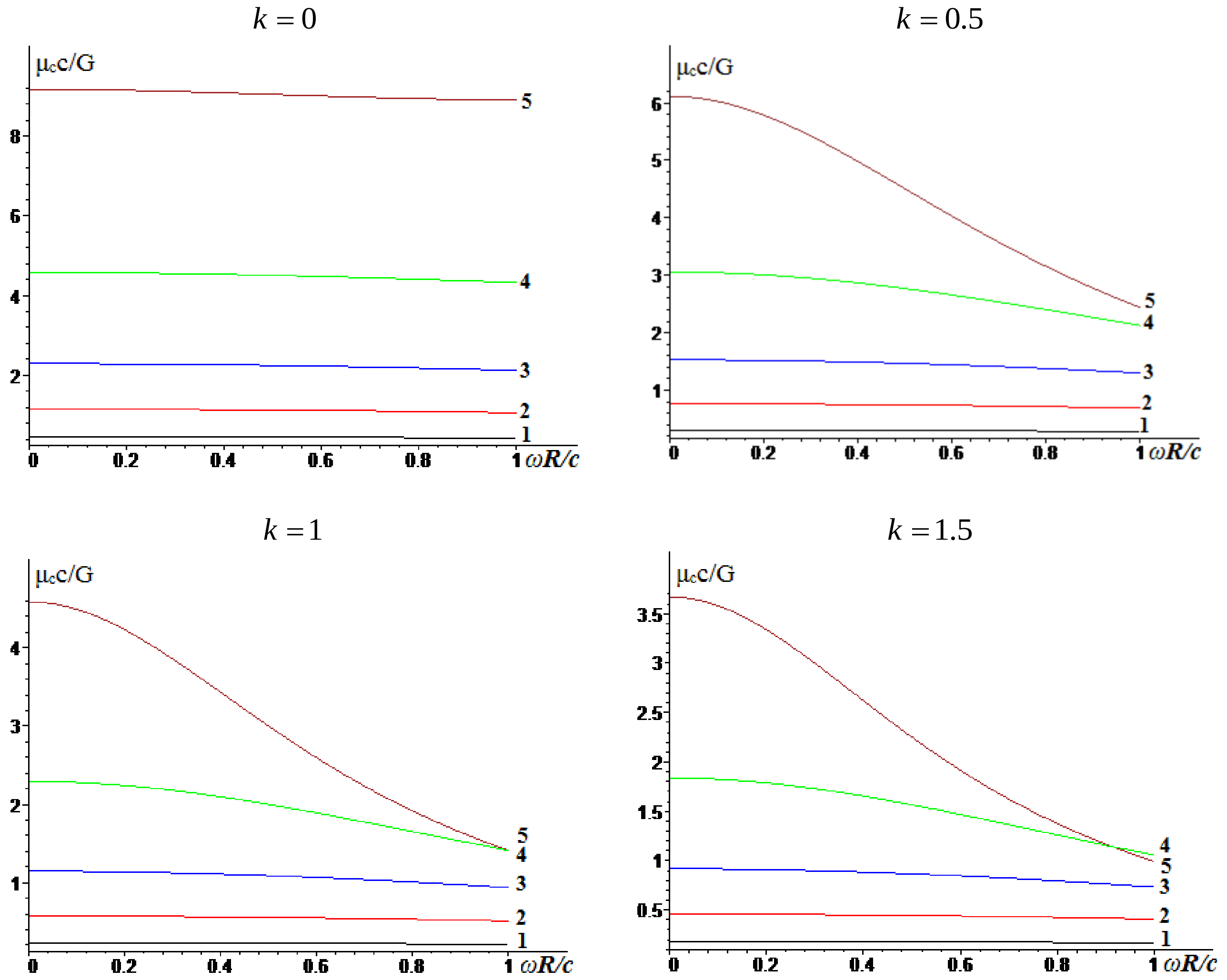
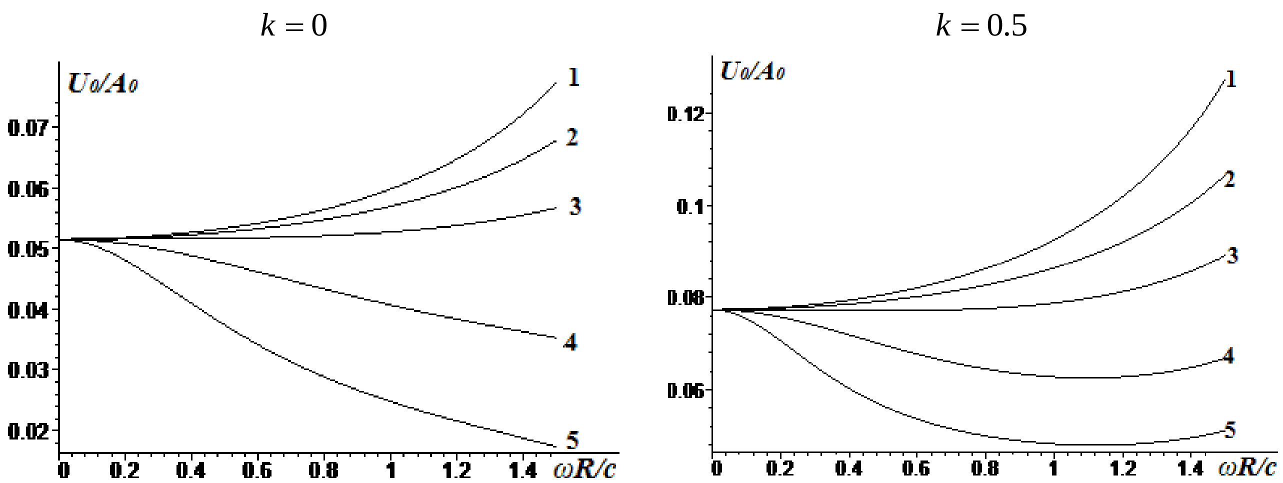


Рис. 1.7. Зависимость безразмерного вязкого сопротивления $\bar{\mu}_c = \mu_c c / G$ от приведенной частоты $\bar{\omega} = \omega R / c$ для различных значений отношения $k = G_1 / G_2$ и безразмерного параметра $\bar{n} = nc / R$: $1 - \bar{n} = 0$; $2 - \bar{n} = 0.1$; $3 - \bar{n} = 0.5$; $4 - \bar{n} = 1$; $5 - \bar{n} = 2.5$



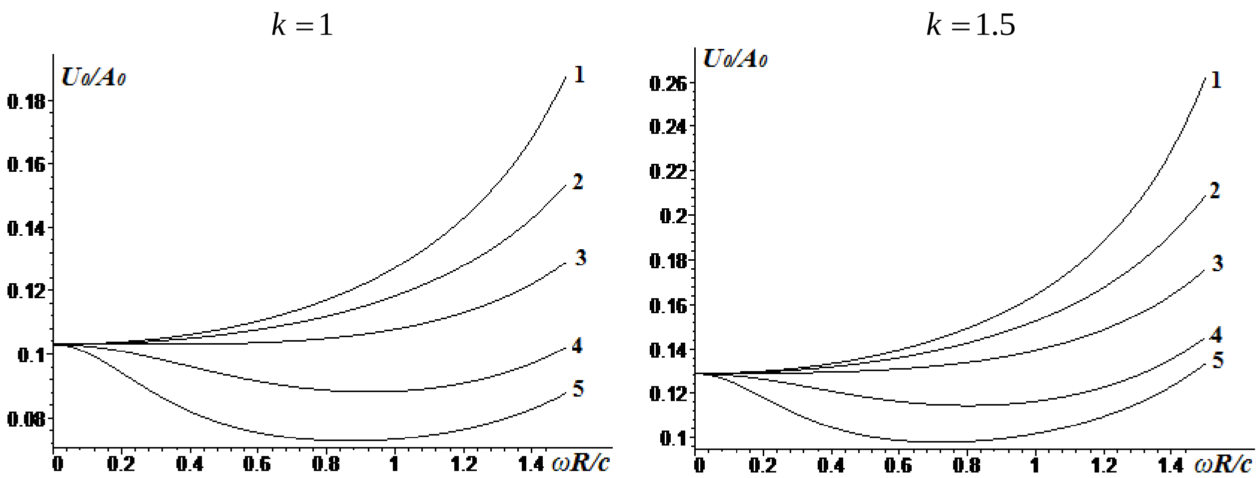


Рис. 1.8. Зависимость отношения U_0 / A_0 от приведенной частоты $\overline{\omega} = \omega R / c$ для различных значений отношения $k = G_1 / G_2$ и безразмерного параметра $\overline{n} = nc / R$: $1 - \overline{n} = 0$; $2 - \overline{n} = 0.1$; $3 - \overline{n} = 0.5$; $4 - \overline{n} = 1$; $5 - \overline{n} = 2.5$

1.4. Определение коэффициента взаимодействия водонасыщенного слоя грунта с трубопроводом при сдвиговых колебаниях

Трубопровод (недеформируемый) длиной L совершает колебания в слое водонасыщенного грунта. Полагаем движение среды осесимметричным и учитываем только осевые перемещения твердой и жидкой компонент среды, независящие от переменной z. Направим ось Oz по оси трубопровода, а ось Or перпендикулярно к ней.

Уравнение движения грунта в принятых допущениях запишем по модели Био-Френкеля [8 – 12]

$$G\left(\frac{\partial^2 W_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial W_1}{\partial r}\right) = \rho_{11}\frac{\partial^2 W_1}{\partial t^2} + \rho_{12}\frac{\partial^2 W_2}{\partial t^2} + b\left(\frac{\partial W_1}{\partial t} - \frac{\partial W_2}{\partial t}\right). \qquad (1.4.1)$$

$$0 = \rho_{12}\frac{\partial^2 W_1}{\partial t^2} + \rho_{22}\frac{\partial^2 W_2}{\partial t^2} - b\left(\frac{\partial W_1}{\partial t} - \frac{\partial W_2}{\partial t}\right), \qquad (1.4.2)$$

где $W_1 = W_1(r,t)$ и $W_2 = W_2(r,t)$ – перемещения частиц твердой и жидкой фаз; G – модуль сдвига твердой фазы; f – пористость; ρ_{11} и ρ_{22} – эффективные плотности твердых и жидких фаз; ρ_{12} – коэффициент динамической связи; η_g – вязкость жидкости; k – проницаемость.

Здесь $\rho_{11} = (1 - f)\rho_s - \rho_{12}$, $\rho_{22} = Ef\rho_f$, $\rho_{12} = -(E-1) f\rho_f$, $b = \eta_g f^2 / k$.

Пусть трубопровод совершает колебания по закону:

$$W = U_0 e^{i\omega t},$$

где W_0 и ω – амплитуда и частота колебаний.

Решение уравнений (1.4.1) и (1.4.2) представим в следующем виде:

$$W_1 = u_1(r)\exp(i\omega t),\ W_2 = u_2(r)\exp(i\omega t).$$

Уравнения (1.4.1) и (1.4.2) принимают вид

$$G\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_1}{\partial r}\right) = -\omega^2 \rho_{11} u_1 - \omega^2 \rho_{12} u_2 + ib\omega\left(u_1 - u_2\right) \qquad (1.4.3)$$

$$0 = -\omega^2 \rho_{12} u_1 - \omega^2 \rho_{22} u_2 - ib\omega\left(u_1 - u_2\right). \qquad (1.4.4)$$

Поскольку перемещения частиц жидкости и твердой фазы согласно уравнению (1.4.4) связаны, то вводится осредненное перемещение по плотности

$$\rho U = \rho_1 u_1 + \rho_2 u_2, \qquad (1.4.5)$$

где $\rho_1 = (1 - f)\rho_s$, $\rho_2 = f\rho_f$.

Перемещение $U(r)$ обозначает совместное перемещение двух фаз и поэтому граничные условия записываются относительно $U(r, z)$

$$U = U_0 \text{ при } r = a \qquad (1.4.6)$$

$$U = 0 \text{ при } r = R, \qquad (1.4.7)$$

где a и R – радиусы трубопровода и слоя грунта.

Пользуясь уравнениями (1.4.4) и (1.4.5), функции $u_2(r)$ и $U(r)$ можно выразить через перемещение $u_1(r)$

$$u_2 = u_1(r)\frac{ib + \rho_{12}\omega}{ib - \rho_{22}\omega}, \qquad (1.4.8)$$

$$U = u_1(r)\frac{ib - \Delta\omega}{ib - \rho_{22}\omega}, \qquad (1.4.9)$$

где $\Delta = (\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2)/\rho$; $\rho = \rho_1 + \rho_2$.

Складывая уравнения (1.4.3) и (1.4.4) с учетом (1.4.9), получаем

$$G\left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r}\right) = -\omega^2 \rho \frac{ib - \Delta\omega}{ib - \rho_{22}\omega} U\ . \qquad (1.4.10)$$

При выполнении граничных условий, полагая

$$U = U_1(r, \omega) + U_0 \frac{\ln(r/R)}{\ln(a/R)},$$

относительно $U_1(r)$ получим неоднородное уравнение в следующем виде:

$$\frac{d^2 U_1}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dU_1}{dr} = -\frac{\omega^2}{c^2}(m_1 + im_2)(U_1 + U_0), \qquad (1.4.11)$$

где $c = \sqrt{G/\rho}$; $m_1 = \dfrac{\Delta\omega^2 \rho_{22} + b^3}{\omega^2 \rho_{22} + b^2}$; $m_2 = \dfrac{b\omega(\rho_{22} - \Delta)}{\omega^2 \rho_{22} + b^2}$.

Решение уравнения (1.4.11) представим в разложении по функциям Бесселя с комплексными постоянными A_k

$$U = U_0\left(\frac{\ln(r/R}{\ln(a/R}+\sum_{k=1}^{\infty}[A_{1k}(\omega)-iA_{2k}(\omega)]R_k(r)\right). \qquad (1.4.12)$$

Здесь $A_{1k} = \dfrac{\omega^2}{c^2}\dfrac{b_k[m_1(\lambda_k^2-m_1\omega^2/c^2)+m_2\omega^2/c^2]}{(\lambda_k^2-m_1\omega^2/c^2)^2+m_2^2\omega^4/c^4}$;

$$A_{2k} = \frac{\omega^2}{c^2}\frac{b_k m_2[(1+m_1)\omega^2/c^2)-\lambda_k^2]}{(\lambda_k^2-m_1\omega^2/c^2)^2+m_2^2\omega^4/c^4};\; b_k = \frac{\int\limits_a^R r\ln(r/R)R_k(r)dr}{\ln(a/R)\int\limits_a^R rR^2(r)dr},$$

где $R_k = J_0(\lambda_k R)N_0(\lambda_k r)-N_0(\lambda_k R)J_0(\lambda_k r)$; λ_k – корни уравнения

$$J_0(\lambda_k R)N_0(\lambda_k a)-N_0(\lambda_k R)J_0(\lambda_k a)=0.$$

Для определения перемещения U_0 составим уравнение движения трубопровода под действием осевой силы $P_0e^{i\omega t}$

$$-2\pi aLG\frac{du_1}{dr} = -\omega^2 mU_0 + P_0 \quad \text{при } r = a, \qquad (1.4.13)$$

где m – масса трубопровода.

Условие (1.4.13) с учетом (1.4.9) приведем к виду

$$\frac{dU}{d\xi} = -\frac{\bar\Delta\bar\omega - i\bar b}{\bar\rho_{22}\bar\omega - i\bar b}[\beta\bar\omega^2U_0 - P_0] \quad \text{при } \xi = 1, \qquad (1.4.14)$$

где $\xi = r/R$; $\bar\Delta = \Delta/\rho_{11}$; $\bar\rho_{22} = \rho_{22}/\rho_{11}$; $\bar b = br_1/c\rho_{11}$; $P = P_0R/2\pi aGL$.

Из равенства (1.4.13) с учетом (1.4.14) находим перемещение U_0

$$U_0 = \bar P_0[f_1(\vec\omega) + if_2(\bar\omega)].$$

Здесь

$$f_1 = \frac{d_1(\bar\omega)}{d_1^2(\bar\omega)+d_2^2(\bar\omega)},\; f_2 = \frac{d_2(\bar\omega)}{d_1^2(\bar\omega)+d_2^2(\bar\omega)}, \qquad (1.4.15)$$

где $d_1 = \bar\omega^2 - \beta[1/\bar a\ln\bar a) + \sum\limits_{k=1}^{\infty}\lambda_k A_{1k}(\bar\omega)Z_k]$; $d_2 = \beta\sum\limits_{k=1}^{\infty}\lambda_k A_{2k}Z_k$.

Частота собственных колебаний $\omega_0 = \sqrt{k_c/m}$ и коэффициент демпфирования $n_0 = 2\mu_c/m$ (k_c и μ_c – коэффициенты жесткости при сдвиге и вязкости) определяются по следующим формулам:

$$\omega_0^2 = \frac{c^2}{La}\frac{\beta}{2\pi}\frac{f_1}{f_1^2+f_2^2},\; n_0 = \frac{c}{L}\frac{\beta}{4\pi\bar\omega}\frac{f_2}{f_1^2+f_2^2}. \qquad (1.4.16)$$

Для дальнейшего упрощения задачи полагаем $\rho_{12}=0$, $\rho_2 << \rho_1$. Последнее условие выполняется при значении $f<0.3$. Тогда приближенно можно полгать $\Delta \approx \rho_{22}$ и (1.4.10) заменить уравнением

$$N\left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r}\right)=-\omega^2\rho U\,. \tag{1.4.17}$$

Решение уравнения (1.4.17), удовлетворяющее условиям (1.4.6) и (1.4.7), имеет вид

$$U=W_0\,\frac{J_0(\overline{\omega}\xi)N_0(\overline{\omega})-J_0(\overline{\omega})N_0(\overline{\omega}\xi)}{J_0(\overline{\omega}s)N_0(\overline{\omega})-J_0(\overline{\omega})N_0(\overline{\omega}s)}\,, \tag{1.4.18}$$

где $\overline{\omega}=\omega r_1/c$; $\xi=r/r_1$; $s=r_0/r_1$; $c=\sqrt{N/\rho_{11}}$.

Для определения перемещения W_0 составим уравнение движения трубопровода под действием осевой силы $P_0e^{i\omega t}$ (m – масса трубопровода)

$$\frac{2\pi r_0 NL}{r_1}\frac{du_1}{d\xi}=-\omega^2 mU+P_0 \qquad \text{при } \xi=s. \tag{1.4.19}$$

Условие (1.4.19) с учетом (1.4.18) приведем к виду

$$\frac{dU}{d\xi}=-\beta\overline{\omega}^2\,\frac{\overline{\Delta}\overline{\omega}-i\overline{b}}{\overline{\rho}_{22}\overline{\omega}-i\overline{b}}W_0+P \quad \text{при } \xi=s, \tag{1.4.20}$$

где $\overline{\Delta}=\Delta/\rho_{11}$; $\overline{\rho}_{22}=\rho_{22}/\rho_{11}$; $\overline{b}=br_1/c\rho_{11}$; $P=P_0r_1/2\pi r_0NL$.

Пользуясь формулой (1.4.10) с учетом условия (1.4 20) для перемещения $U(\xi)$, получим выражение для W_0

$$W_0=\frac{P}{\vec{\omega}}\frac{1}{[J(\overline{\omega})+\beta\overline{\omega}a_0(\omega)-i\beta\overline{b}\,\overline{\omega}b_0(\overline{\omega})]}\,, \tag{1.4.21}$$

где $J=\dfrac{N_1(\overline{\omega}s)J_0(\overline{\omega})-J_1(\overline{\omega}s)N_0(\overline{\omega})}{J_0(\overline{\omega}s)N_0(\overline{\omega})-J_0(\overline{\omega})N_0(\overline{\omega}s)}$; $\beta=\dfrac{mr_1}{2m_0r_9}$, $m_0=\pi r_0^2L\rho_{11}$;

$a_0=\dfrac{\overline{\Delta}\overline{\rho}_{22}\overline{\omega}^2+\overline{b}^2}{\overline{\rho}_{22}^2\overline{\omega}^2+\overline{b}^2}$; $b_0=\dfrac{(\overline{\Delta}-\overline{\rho}_{22})\overline{\omega}}{\overline{\rho}_{22}^2\overline{\omega}^2+\overline{b}^2}$.

Выражение (1.4.21) представим в виде

$$W_0=P[f_1(\overline{\omega})+if_2(\overline{\omega})].$$

Здесь $f_1=\dfrac{J(\overline{\omega})+\beta\overline{\omega}a_0(\overline{\omega})}{\overline{\omega}\{[J(\overline{\omega})+\beta\overline{\omega}a_0(\vec{\omega})]^2+\beta^2\overline{b}^2\overline{\omega}^2b_0^2(\overline{\omega})\}}$;

$f_2=\dfrac{\beta\overline{b}\,b_0(\overline{\omega})}{[J(\overline{\omega})+\beta\overline{\omega}a_0(\vec{\omega})]^2+\beta^2\overline{b}^2\overline{\omega}^2b_0^2(\overline{\omega})}$.

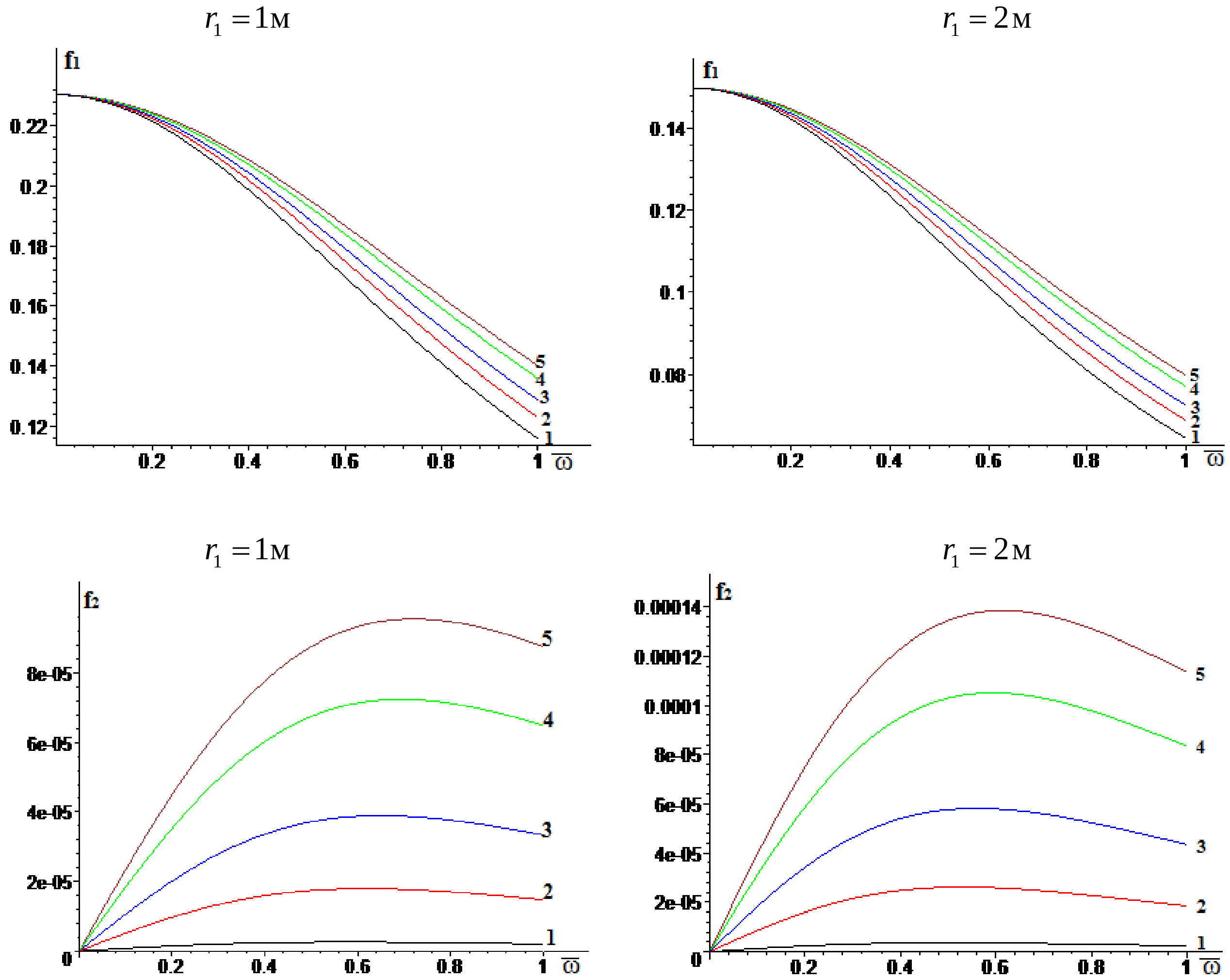


Рис. 1.9. Кривые зависимости функций f_1 и f_2 от безразмерной частоты $\overline{\omega}$ для двух глубин заложения трубопровода r_1 и для различных значений пористости среды f: $1 - f = 0.1$; $2 - f = 0.25$; $3 - f = 0.35$; $4 - f = 0.45$; $5 - f = 0.5$

На рис. 1.9 представлены кривые зависимости функций f_1 и f_2 от безразмерной частоты $\overline{\omega}$ для различных значений пористости f. В расчетах принято $r_0 = 0.1\,\text{м}$, $m/m_0 = 1$, $\rho_s = 1800\,\text{кг/м}^3$, $\rho_f = 1000\,\text{кг/м}^3$, $c = 200\,\text{м/с}$ $\eta = 0.001\,\text{Па}\cdot\text{с}\,(\text{вода})$ $k = 10^{-6}\,\text{м}\,(\text{песчаник})$.

Формула (1.4.21), представляющая перемещение жесткого трубопровода в комплексной форме, согласно работе [7], позволяет путем правильного выбора динамических характеристик модели двухфазной среды одним сосредоточенным параметром с требуемой точностью использовать для теоретического анализа работы конечного слоя двухфазной среды. Этот метод используем для изучения вынужденных горизонтальных колебаний трубопровода конечной массы, находящегося в слое двухкомпонентной среды.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний трубопровода во всех случаях независимо от выбора модели окружающей среды имеет один тот же вид, отличающийся только коэффициентами

$$\ddot{z} + 2n\dot{z} + \lambda^2 z = P_0 e^{i\omega t},$$

где z – горизонтальное перемещение трубопровода; $n = 2\mu_c/m$ – коэффициент демпфирования; $\lambda = \sqrt{k_c / m}$ – частота собственных колебаний. Здесь k_c и μ_c – коэффициенты жесткости при сдвиге и вязкого сопротивления среды.

При моделировании слоя грунта двухфазной средой, согласно работе [5], частота собственных колебаний λ, коэффициент демпфирования связаны n с весом трубопровода, характеристиками слоя грунта и частотой возмущения следующими зависимостями:

$$n = \frac{r_0^2 \sqrt{N\rho_{11}}}{2m\overline{\omega}} \frac{f_2}{f_1^2 + f_2^2}, \quad \lambda^2 = \frac{Nr_0}{m} \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2}.$$

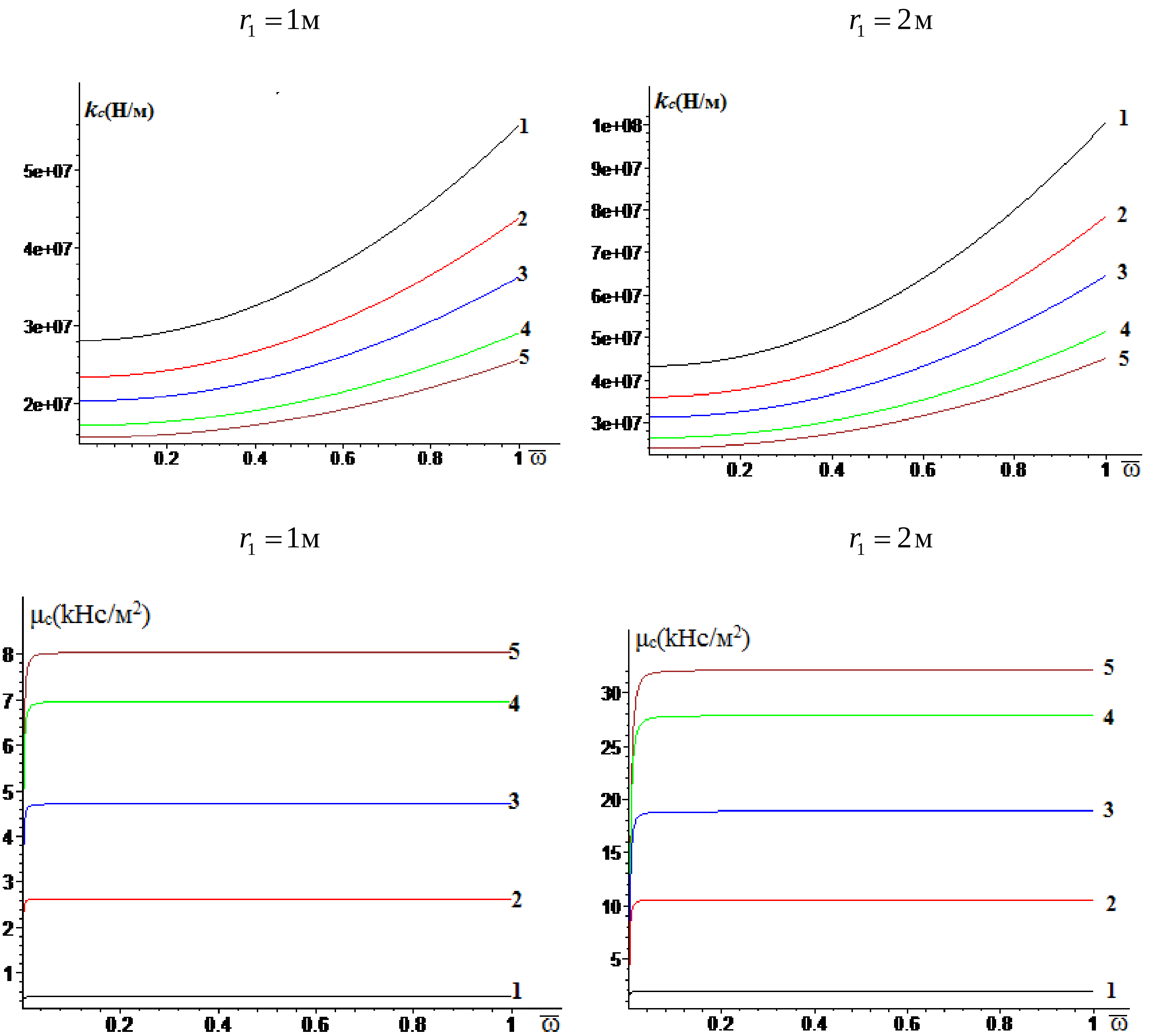


Рис. 1 10. Кривые зависимости коэффициента жесткости при сдвиге k_c(Н/м) и вязкости μ_c(Нс/м) от безразмерной частоты $\overline{\omega}$ для двух глубин заложения r_1 трубопровода и различных значений пористости среды f: $1 - f = 0.1$; $2 - f = 0.25$; $3 - f = 0.35$; $4 - f = 0.45$; $5 - f = 0.5$

На рис. 1.10 представлены кривые зависимости коэффициента упругого взаимодействия $k_c = m\lambda^2$ (Н/м) и вязкости $\mu_c = n/2m$(Нс/м) от безразмерной частоты вынужденных колебаний.

Связь между действующим на трубопровод за единицу поверхности касательным усилием (касательным напряжением) τ(Н/м^2) и перемещением трубопровода u(м) имеет вид:

$$\tau = k_x u + \frac{\mu}{r_1}\dot{u},$$

где k_x – коэффициент упругого взаимодействия, Н/м^3; μ – коэффициент вязкого взаимодействия трубопровода с грунтом, Нс/м^2. Если трубопровод деформируемый, то перемещение его сечения является функцией времени и координаты x, т.е. $u = u(x,t)$. Если полагать k_x и μ постоянными, то контактная сила между трубопроводом и грунтом определяется с помощью интеграла

$$F_0 = 2\pi r_9 k_x \int_0^L u dx + 2\pi r_0 \frac{\mu}{r_1}\int_0^L \dot{u} dx. \qquad (1.4.22)$$

Если рассматривать движение жесткого трубопровода, то следует полагать $u = z(t)$. Полагая контактную силу по формуле ($S = 2\pi r_0 L$)

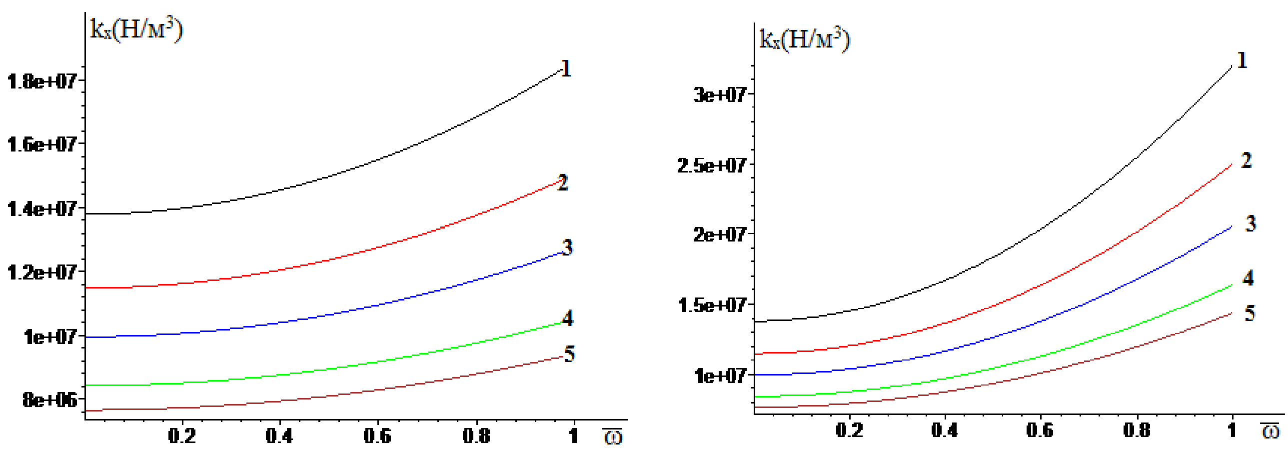
$$F_0 = Sk_x z + \frac{S\mu}{r_1}\dot{z}, \qquad (1.4.23)$$

составим уравнение движения трубопровода

$$m\ddot{z} + Sk_x z + S\mu\dot{z}/r_1 = P_0 e^{i\omega t}.$$

Сравнивая уравнения (1.4.22) и (1.4.23) установим связь между величинами k_c, μ_c и k_x, μ, где $k_x = k_c/S$, $\mu = \mu_c r_1/S$. Результаты расчетов представлены на рис.1.11

$r_1 = 1$м $\qquad\qquad$ $r_1 = 2$м



$r_1 = 1$м $\qquad$ $r_1 = 2$м

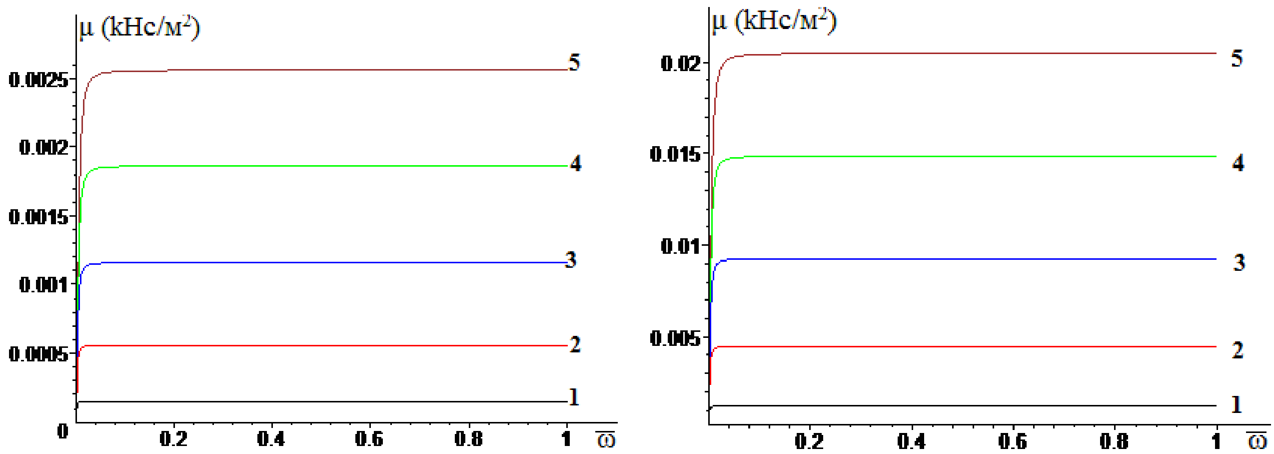


Рис. 1.11. Кривые зависимости коэффициента упругого взаимодействия k_x(Н/м^3) и вязкости μ(Нс/м^2) от безразмерной частоты ϖ для двух глубин заложения r_1 трубопровода и различных значений пористости среды f : $1 - f = 0.1$; $2 - f = 0.25$; $3 - f = 0.35$; $4 - f = 0.45$; $5 - f = 0.5$

Как отмечено в работе [5], в процессе колебаний трубопровода в грунтовой среде вблизи поверхности трубопровода образуется слой, где градиент горизонтального совместного перемещения частиц двухфазной среды равняется отношению перемещения частиц к толщине этого слоя, т.е. выполняется условие

$$\frac{dU}{dr} = \frac{U}{h} \quad \text{при } r = h.$$

Используя решение (1.4.10), составим уравнение для определения толщины $\bar{h} = h / r_1$

$$\bar{h}[(N_1(\bar{h}\vec{\omega})J_0(\varpi) - J_1(\bar{h}\varpi)N_0(\vec{\omega})] - J_0(\bar{h}\varpi)N_0(\varpi) + N_0(\bar{h}\varpi)J_0(\varpi) = 0. \quad (1.4.24)$$

Вычисленные корни уравнения (1.4.24) представлены в табл. 1.2.

Таблица 1.2 – Корни уравнения (1.4.24) для различных значений безразмерной частоты ϖ

ϖ	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$\vec{h} = h / r_1$	0.019	0.036	0.085	0.142	0.200	0.256	0.355	0.398	0.436

Из анализа табличных данных следует, что с ростом частоты вынужденных колебаний толщина активного слоя интенсивно увеличивается.

1.5. Изучение колебаний трубопроводов, взаимодействующих со структурно-нелинейным слоистым грунтом, на основе вариационного принципа

В основе вариационного принципа механики, как известно, лежит утверждение о том, что в реально осуществляющихся процессах некоторые функционалы имеют стационарные значения [13 – 15]. Эти принципы диктуют специальную структуру уравнений механики, отражающей свойства взаимности физических эффектов: действие одного поля на другое порождает обратное, в некотором смысле, симметричное воздействие. Используемые в динамике подземных трубопроводов грунты представляют собой структурно-неоднородную слоистую сплошную среду, состояние которой в общем случае определяется по нелинейным законам деформирования. Связь межу деформацией слоёв, расположенных параллельно оси трубопровода и образующих структурное строение среды, в условиях статики достаточно подробно изучены в работах [16, 17]. Следует отметить о сложном характере деформирования слоев при динамических воздействиях, причем уровень динамического усилия может существенно влиять на изменение структурного строения среды, что является одной из причин появления в ней неоднородности, где, по всей вероятности, необходимо учитывать эффект нелинейности закона деформирования. Применение к такой системе вариационных принципов механики позволяет приближенно оценить состояние среды при кратковременных и периодических силах внешнего воздействия. При этом связь между натяжением и деформацией среды может быть выбрана на основе опытных данных.

Рассмотрим цилиндрическую слоистую среду общей толщиной *H*, состоящей из *n* сопряженных между собой участков, где слой на каждом участке деформируется в общем случае по разным законам. При этом неоднородность структурного строения характеризуется различными значениями механических свойств слоя в каждом участке. Направим ось *Ox* вдоль оси трубопровода слева направо, а ось *Or* перпендиекуляно к ней и установим начало координат в каждом начальном сечении слоя. Обозначим через $u_i(r,t)$ и $\tau_i(r,t)$ продольное перемещение вдоль оси *Ox* и касательное напряжение грунта произвольного сечения *i*-ого слоя. Для применения вариационного принципа механики определяем потенциальную и кинетическую энергии для каждого участка слоя. Общая потенциальная энергия слоя определяется через сумму работ деформации слоев и работу внешних сил. Обозначим через *U* потенциальную энергию деформации, которая в рассматриваемой модели слоя представляется через сумму

$$U = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} F_k \int_{L_{k-1}}^{L_k} \tau_k \gamma_k dr\,, \tag{1.5.1}$$

где $L_s = a + l_1 + l_2 + ... + l_s$, $(L_0 = a)$; $\gamma_i = \frac{\partial u_i}{\partial r}$; F_i – соответственно длина, сдвиговая деформация грунта и площадь поперечного сечения в i-ом участке.

В пределах каждого участка слоя толщины l_i считаем постоянными. Следуя работам [18 – 20], учитываем физическую нелинейность в законах деформирования слоя на каждом участке

$$\tau_i = G_i\left(1 + a_i\gamma_i^2\right)\gamma_i, \tag{1.5.2}$$

G_i – модуль сдвига слоя i-ого участка; a_i – безразмерный параметр, характеризующий нелинейную зависимость напряжения от деформации. Согласно работе [18] можно принять $G_i = E_i/3$ (E_i – модуль Юнга).

Считаем, что до момента нагружения на каждом участке перемещение и напряжение слоя равны нулю, верхнюю границу слоя считаем неподвижной, тогда

$$u_n(L_n, t) = 0. \tag{1.5.3}$$

Нижняя граница слоя совершает движение по закону

$$u_1(a, t) = u_0(t). \tag{1.5.4}$$

Таким образом, суммарная потенциальная энергия с учетом зависимостей (1.5.1) и (1.5.2) записывается в виде

$$U = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} G_k F_k \int_{L_{k-1}}^{L_k} \left(\frac{\partial u_k}{\partial r}\right)^2 \left[1 + a_k\left(\frac{\partial u_k}{\partial r}\right)^2\right] dr. \tag{1.5.5}$$

Кинетическая энергия системы будет равна

$$K = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} \int_{L_{k-1}}^{L_k} \rho_k F_k \left(\frac{\partial u_k}{\partial r}\right)^2 dr, \tag{1.5.6}$$

где ρ_i – плотность грунта i- го слоя.

Выражения (1.5.4) и (1.5.5) представляют собой кинетическую и потенциальную энергии геометрически нелинейного и структурно-неоднородного слоя. Пользуясь вариационным уравнением Эйлера для системы с непрерывно распределенными параметрами, можно составить системы уравнений в частных производных с соответствующими краевыми условиями для определения перемещений частиц грунта в i-ом цилиндрическом слое.

При использовании вариационного уравнения Эйлера, имеем

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{1}{c_i^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{\partial u_i}{\partial r}\left(1 + a_i\left(\frac{\partial u_i}{\partial r}\right)^2\right)\right] + \frac{1}{r}\frac{1}{c_i^2}\left[\frac{\partial u_i}{\partial r}\left(1 + a_i\left(\frac{\partial u_i}{\partial r}\right)^2\right)\right].$$

При этом граничные условия для решения уравнений (1.5.6) и условия сопряжений записываются в виде

$$u_1(a, t) = u_0(t), \tag{1.5.7}$$

$$u_1(L_1,t)=u_2(L_1,t),\ \tau_1(L_1,t)=\tau_2(L_1,t), \tag{1.5.8}$$

$$u_2(L_2,t)=u_3(L_2,t),\ \tau_2(L_2,t)=\tau_3(L_2,t), \tag{1.5.9}$$

- -

$$u_i(L_i,t)=u_{i+1}(L_i,t),\ \tau_i(L_i,t)=\tau_{i+1}(L_i,t),\ i=1,\ldots,n-2, \tag{1.5.10}$$

- -

$$u_{n-1}(L_{n-1},t)=u_n(L_{n-1},t),\ \tau_{n-1}(L_{n-1},t)=\tau_n(L_{n-1},t), \tag{1.5.11}$$

$$u_n(L_n,t)=0, \tag{1.5.12}$$

Граничные условия в равенствах (1.5.8) – (1.5.11) с учетом выражений для напряжений (1.5.2) приводятся к виду

$$G_1\frac{\partial u_1(L_1,t)}{\partial r}\left[1+a_1\left(\frac{\partial u_1(L_1,t)}{\partial r}\right)^2\right]=G_2\frac{\partial u_2(L_1,t)}{\partial r}\left[1+a_2\left(\frac{\partial u_2(L_1,t)}{\partial r}\right)^2\right], \tag{1.5.13}$$

- -

$$G_i\frac{\partial u_i(L_i,t)}{\partial r}\left[1+a_i\left(\frac{\partial u_i(L_i,t)}{\partial r}\right)^2\right]=G_{i+1}\frac{\partial u_{i+1}(L_i,t)}{\partial r}\left[1+a_{i+1}\left(\frac{\partial u_{i+1}(L_i,t)}{\partial r}\right)^2\right],i=1,\ldots,n-1 \tag{1.5.14}$$

- -

$$G_n\frac{\partial u_n(L_n,t)}{\partial r}\left[1+a_n\left(\frac{\partial u_n(L_n,t)}{\partial r}\right)^2\right]=G_{n+1}\frac{\partial u_{n+1}(L_n,t)}{\partial r}\left[1+a_{n+1}\left(\frac{\partial u_{n+1}(L_n,t)}{\partial r}\right)^2\right] \tag{1.5.15}$$

Начальные условия для решения уравнений (1.5.6) будут нулевыми, т.е.

$$u_i(x,0)=0,\ \frac{\partial u_i(x,0)}{\partial t}=0. \tag{1.5.16}$$

Если не учитывать нелинейность, то решения краевых задач (1.5.7) – (1.5.14) для уравнений (1.5.6) можно получить методом Фурье в виде бесконечных рядов [21].

Для решения краевой задачи используем метод конечных элементов. С этой целью перемещения частиц грунта на i-ом слое $u_i(x,t)$ обозначим через $u_{i,i+1}$, которые представим в виде

$$u_{0,1}=N_1(r)q_0+N_2(r)q_1,$$

$$u_{1,2}=N_3(r)q_1+N_4(r)q_2,$$

$$u_{2,3}=N_5(r)q_2+N_6(r)q_3,$$

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$u_{i,i+1}=N_{2i+1}(r)q_i+N_{2i+2}(r)q_{i+1},\ i=0,\ldots,n-1 \tag{1.5.17}$$

$$u_{n-1,n}=N_{2n-1}(r)q_{n-1}+N_{2n}(r)q_n,$$

где функции N_k определяются из условий (1.5.7) – (1.5.12), которые дают

$$N_1=\frac{\ln\left(\frac{r}{L_1}\right)}{\ln\left(\frac{a}{L_1}\right)},\quad N_2=\frac{\ln\left(\frac{r}{a}\right)}{\ln\left(\frac{L_1}{a}\right)},\quad N_3=\frac{\ln\left(\frac{r}{L_2}\right)}{\ln\left(\frac{L_1}{L_2}\right)},\quad N_4=\frac{\ln\left(\frac{r}{L_2}\right)}{\ln\left(\frac{L_2}{L_1}\right)},\ \dots\ ,$$

$$N_{2i-1}=\frac{\ln\left(\frac{r}{L_i}\right)}{\ln\left(\frac{L_{i-1}}{L_i}\right)},\quad N_{2i}=\frac{\ln\left(\frac{r}{L_{i-1}}\right)}{\ln\left(\frac{L_i}{L_{i-1}}\right)}.$$

где q_i – перемещения частиц грунта на начальной границе i-ого слоя.

Условия непрерывности для перемещений частиц грунта (первые условия в равенствах (1.5.8) – (1.5.11)) на границах слоя выполняются. Из граничных условий (1.5.3) и (1.5.4) следует $q_n=0, q_0=u_0(t)$. Граничные условия (1.5.13) – (1.5.15) удовлетворяются для линейного случая (a_i=0), при этом получаем

$$q_2-q_1=(q_1-q_0)b_1\,,$$

$$q_3-q_2=(q_1-q_0)b_2\,,$$

$$q_4-q_3=(q_1-q_0)b_3\,,$$

- - - - - - - - - - - - - - - - -

$$q_i-q_{i-1}=(q_1-q_0)b_{i-1}\,,\ \ i=2,\dots,n-1 \tag{1.5.18}$$

- - - - - - - - - - - - - - - - -

$$q_n-q_{n-1}=(q_1-q_0)b_{n-1}\,,$$

$$b_i=\frac{G_1}{G_i}\frac{\ln\left(\frac{L_{i+1}}{L_i}\right)}{\ln\left(\frac{L_i}{L_{i-1}}\right)},\quad L_0=a\,.$$

Складывая последние равенства, получаем

$$q_n-q_1=S(q_1-q_0), \tag{1.5.19}$$

где $S=\sum_{i=1}^{n-1}b_i$.

Полагая в равенстве (1.5.19) q_n=0, выразим q_1 через q_0

$$q_1=\frac{S}{S+1}q_0\,,$$

q_i (i=2, … , n-1) определяются из формулы (1.5.18), которые дают

$$q_i = q_0 \frac{\sum_{k=1}^{n-1} b_k}{S+1}. \qquad (1.5.20)$$

Подставляя выражения q_i из (1.5.20) в формулы (1.5.2), можно получить нелинейную зависимость напряжений от перемещения q_0

$$\tau_1 = -\frac{q_0 G_1}{r \ln\left(\frac{L_1}{a}\right)(S+1)} \left[1 + \frac{a_1 q_0^2}{r^2 \ln^2\left(\frac{L_1}{a}\right)(S+1)^2}\right],$$

$$\tau_2 = -\frac{q_0 G_2}{r \ln\left(\frac{L_2}{L_1}\right)(S+1)} \left[1 + \frac{a_2 q_0^2}{r^2 \ln^2\left(\frac{L_2}{L_1}\right)(S+1)^2}\right],$$

$$\tau_3 = -\frac{q_0 G_3}{r \ln\left(\frac{L_3}{L_2}\right)(S+1)} \left[1 + \frac{a_3 q_0^2}{r^2 \ln^2\left(\frac{L_3}{L_2}\right)(S+1)^2}\right],$$

$$\tau_n = -\frac{q_0 G_n}{r \ln\left(\frac{L_n}{L_{n-1}}\right)(S+1)} \left[1 + \frac{a_n q_0^2}{r^2 \ln^2\left(\frac{L_n}{L_{n-1}}\right)(S+1)^2}\right].$$

Энергию деформации с учетом выражений для напряжений τ_i и деформаций $\frac{\partial u_i}{\partial r}$ представим в виде

$$U = \frac{q_0^2}{2} \sum_{k=1}^{n} G_k F_k c_k \left(1 + a_k d_k q_0^2\right), \qquad (1.5.21)$$

где $c_k = \dfrac{L_k - L_{k-1}}{L_k L_{k-1}(S+1)^2 \ln^2\left(\dfrac{L_k}{L_{k-1}}\right)}$; $d_k = \dfrac{L_{k-1}^2 + L_k L_{k-1} + L_k^2}{3(S+1)^2 L_{k-1}^2 L_k^2 \ln^2\left(\dfrac{L_k}{L_{k-1}}\right)}$.

Кинетическая энергия вычисляется по формуле

$$K = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\int_{L_{k-1}}^{L_k} \rho_k F_k \left(\frac{\partial u_k}{\partial t}\right) dr = \frac{\dot{q}_0^2}{2(S+1)^2}\Bigg\{\rho_1 F_1 \int_a^{L_1}\left[N_1(r)(S+1) + SN_2(r)\right]^2 dr +$$

$$+\sum_{k=2}^{n-1}\rho_k F_k \int_{L_{k-1}}^{L_k}\left\{\left[\sum_{j=k}^{n-1} b_j N_{2k-1}(r) + \sum_{j=k+1}^{n-1} b_j N_{2k}(r)\right]^2\right\} dr + \rho_n F_n \int_{L_{n-1}}^{L_n} b_{n-1} N_{2n-1}^2(r) dr\Bigg\}. \quad (1.5.22)$$

Пусть на трубопровод действует осевая нагрузка $P = P_0 \sin\omega t$.

Составим уравнение Лагранжа II рода

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dK}{d\dot{q}_0}\right) = \frac{dU}{dq_0}$$

Подставляя выражения U и K

$$\ddot{q}_0 = -\frac{k_1 q_0 + k_2 q_0^3}{M} + \frac{P_0 \sin\omega t}{M},$$

где

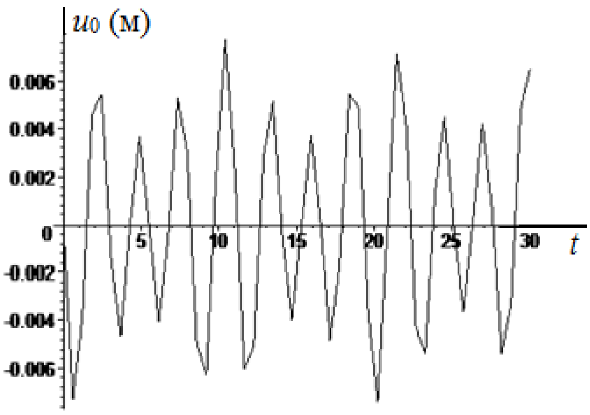
$$k_1 = \sum_{k=1}^{n} G_k F_k c_k;\ k_2 = 2\sum_{k=1}^{n} G_k F_k a_k d_k;\ M = \frac{1}{(S+1)^2}\Bigg\{\rho_1 F_1 \int_a^{L_1}\left[N_1(r)(S+1) + SN_2(r)\right]^2 dr +$$

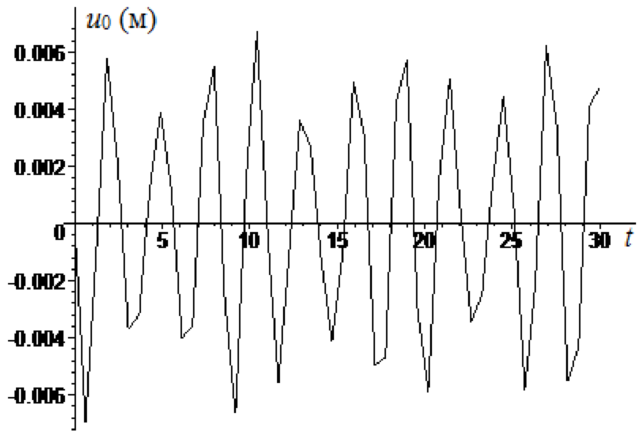
$$+\sum_{k=2}^{n-1}\rho_k F_k \int_{L_{k-1}}^{L_k}\left\{\left[\sum_{j=k}^{n-1} b_j N_{2k-1}(r) + \sum_{j=k+1}^{n-1} b_j N_{2k}(r)\right]^2\right\} dr + \rho_n F_n \int_{L_{n-1}}^{L_n} b_{n-1} N_{2n-1}^2(r) dr\Bigg\}.$$

На рис.1.12 представлены кривые зависимости перемещения трубопровода в трехслойной грунтовой среде общей толщиной L=2м от времени t (сек) для различной толщины l_1 нижнего слоя, где учитывается нелинейное деформирование грунта. Верхние слои линейные и имеют одинаковую толщину. В расчетах принято $G_1=G_2=G_3=10^5$ Па; ρ_1=1600 кг/м^3; ρ_2=2000 кг/м^3; ρ_3=2200 кг/м^3; $P_0=10^4$Н; M=200 кг.

$a_1 = 100$

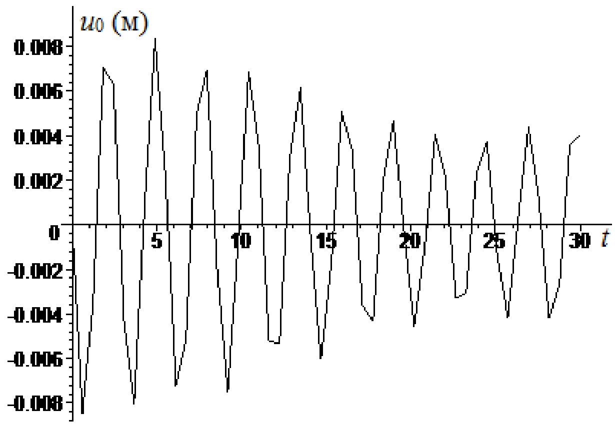
$l_1 = 0.4$м $\qquad$ $l_1 = 0.6$м

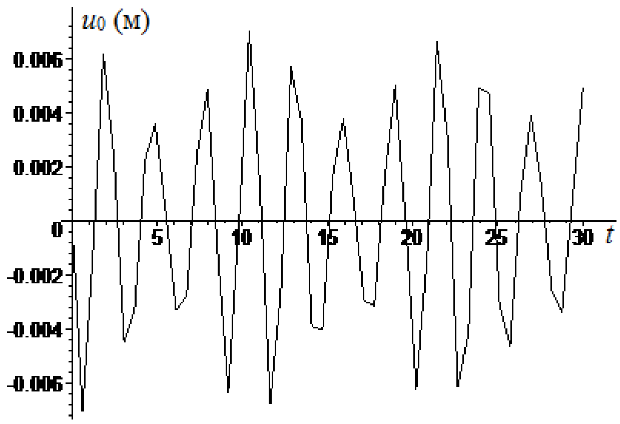




$a_1 = 0$

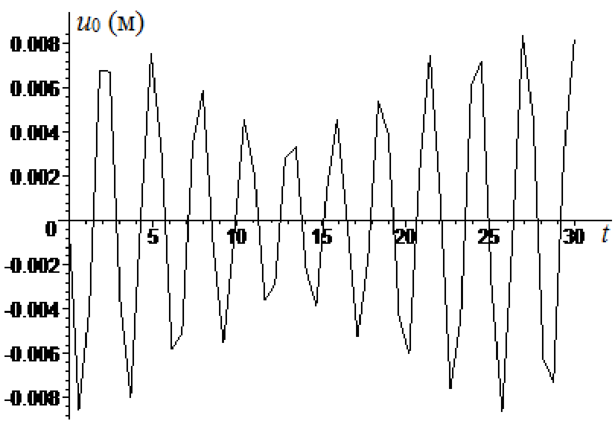
$l_1 = 0.4$м $\qquad$ $l_1 = 0.6$м





$a_1 = -100$

$l_1 = 0.4$м $\qquad$ $l_1 = 0.6$м



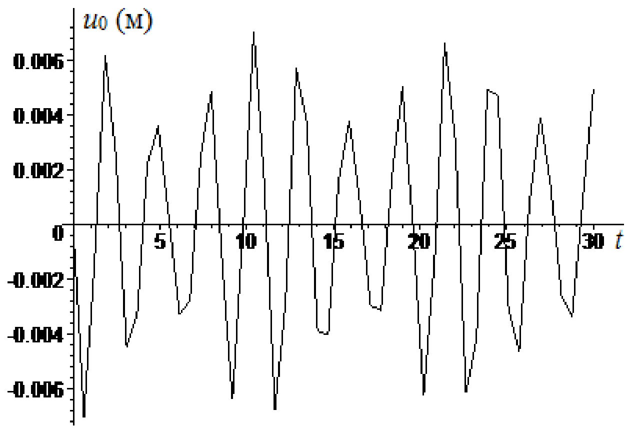


Рис. 1.12. Кривые зависимости перемещения трубопровода u_0 (м) от времени t (сек) при различных значениях параметра a_1 для двух значений l_1 толщины нелинейного грунта

1.6. Колебания жесткого трубопровода, контактирующего со слоем грунта, моделируемого зернистой средой

Для описания теоретической модели механической системы грунтового слоя, состоящего из очень большего числа хаотически упакованных одинаковых абсолютно твердых сферических частиц, используем модель зернистой среды, предложенной в работах [13, 22].

Введем обозначения $\varepsilon = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$ – относительное изменение объема, $\gamma_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3}\varepsilon\delta_{ij}$ – компоненты девиатора тензора деформаций, где $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$, $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i}\right)$ – компоненты тензора деформаций $(i, j = 1,2,3)$, где $u_i(x_1, x_2, x_3, t)$ – компоненты вектора перемещения в декартовых координатах.

Компоненты тензора напряжений σ_{ij} выражаются через среднее давление p и компоненты девиатора тензора напряжений τ_{ij} по формулам

$$\sigma_{ij} = \tau_{ij} - p\delta_{ij} \ , \qquad (1.6.1)$$

где $p = -\frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3}$ – среднее статическое давление.

Зависимости между компонентами тензора напряжения и тензора деформации определяются по уравнению состояния зернистой среды, которое определяется зависимостью объемной деформации от компонентов девиатора тензора деформации. Следуя работе [13, 22] такую зависимость представляем в виде квадратичной формы

$$\varepsilon = \mu \sum_{i,j=1}^{3} \gamma_{ij}^2 \ . \qquad (1.6.2)$$

Тогда из уравнения состояния определяем зависимости компонентов девиатора тензора напряжений от соответствующих компонентов девиатора тензора деформаций

$$\tau_{ij} = 2\mu p \gamma_{ij} \qquad (1.6.3)$$

Здесь μ – безразмерный параметр, характеризующий зависимость касательного напряжения от давления при сдвиговых деформациях. Таким образом, в отличие от упругой среды, где уравнение состояния определяется через постоянные Ламе λ и G для зернистой среды достаточно задавать безразмерный параметр μ.

Используем модель зернистой среды для моделирования состояния окружающего трубопровод слоя грунтовой среды. Считаем, что зернистая среда заполняет цилиндрический слой радиусом R. Задачу считаем осесимметричной, установим начало координат в правом торце цилиндра и направим ось Oz вдоль оси цилиндра, а ось Or перпендикулярно к ней. Составляющие вектора перемещения вдоль координатных осей Or и Oz соответственно обозначим через $u(r,z)$ и $w(r,z)$. Компоненты тензора деформации ε_{ij}, объемная деформация ε, а также девиатора тензора деформации γ_{ij} выражаются формулами

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r},\ \varepsilon_{22} = \varepsilon_\theta = \frac{u}{r},\ \varepsilon_{33} = \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z},$$

$$\gamma_{11} = \gamma_r = \varepsilon_r - \frac{1}{3}\varepsilon = \frac{1}{3}(2\varepsilon_r - \varepsilon_\theta - \varepsilon_z),\quad \gamma_{22} = \gamma_\theta = \varepsilon_\theta - \frac{1}{3}\varepsilon = \frac{1}{3}(2\varepsilon_\theta - \varepsilon_r - \varepsilon_z),$$

$$\gamma_{33} = \gamma_z = \varepsilon_\theta - \frac{1}{3}\varepsilon = \frac{1}{3}(2\varepsilon_z - \varepsilon_r - \varepsilon_\theta),\ \gamma_{13} = \gamma_{rz} = \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \tag{1.6.4}$$

Зависимость объемной деформации от компонентов девиатора деформации и компонентов тензора напряжений σ_{ij} соответственно вычисляются по формулам (1.6.1) и (1.6.3)

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2p\mu\gamma_{ij} = -p\left(1 + \frac{2}{3}\mu\varepsilon\right)\delta_{ij} + 2\mu p\varepsilon_{ij},\ \tau_{ij} = 2\mu p\gamma_{ij} \tag{1.6.5}$$

Компоненты тензора напряжений удовлетворяют уравнениям движения

$$\frac{\partial\sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{1.6.6}$$

$$\frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial\sigma_z}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = \rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \tag{1.6.7}$$

Подставляя в уравнения (1.6.6) и (1.6.7) выражения напряжений с учетом зависимостей (1.6.5), можно получить три уравнения, которые совместно с зависимостью (1.6.4) составляют нелинейную систему для определения перемещений $u(r,z)$, $w(r,z)$ и давления $p(r,z)$. В общем случае решения соответствующих краевых задач для этих уравнений требуют привлечения численных методов.

Исходя из физических соображений, можно сформулировать упрощенные постановки задач, где удается получить точные или приближенные их решения.

Рассмотрим упрощенную постановку задачи, где сдвиговое движение зернистого слоя, окружающего трубопровод, совершается под действием на трубопровод осевого усилия $P(t)$. Считаем, что движение слоя происходит при наличии продольной деформации частиц среды в слое, не зависящем от переменной z, т.е.

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 0,\ \ \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

Таким образом, радиальное и продольное смещения не зависят от переменной *z*. При чисто сдвиговым движении принимаем $u = 0$. Тогда компоненты тензора напряжения будут равны

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = -p\,, \sigma_{12} = \sigma_{23} = 0, \sigma_{13} = \sigma_{rz} = 2\mu p \gamma_{rz} = 2\mu p \frac{\partial w}{\partial r}. \qquad (1.6.8)$$

В случае окружающего трубопровод цилиндрического слоя радиуса *R* и толщиной $h = R - a$ распределение давления с учетом веса зернистой среды по толщине слоя представим в виде

$$p = p_0 + \rho g (R - r).$$

Здесь p_0 – действующее давление на внешнюю границу слоя; ρ – плотность зернистой среды; *a* – внешний радиус трубопровода, давления p_0 можно вычислить по формуле

$$p_0 = \rho_c g (H - R + a), \qquad (1.6.9)$$

где ρ_c – плотность окружающего слоя зернистой среды грунта; *H* – глубина заложения трубопровода.

Уравнеие сдвигового движения частиц зернистой среды записываетс в виде

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \qquad (1.6.10)$$

Вводя безразменые перменные

$$\xi = \frac{r}{R}, \bar{t} = t\sqrt{\frac{2g}{R}}, \bar{a} = \frac{a}{R}, U = \frac{w(\xi, \bar{t})}{R}, \xi_0 = 1 + \bar{p}_0, \bar{p}_0 = \frac{\rho_c h_c}{\rho R}, h_c = H - R + a,$$

где h_c – расстояние от свободной поверхности до верхней границы слоя зернистой среды.

Уравнение (1.6.10) с учетом зависимости (1.6.8) записываем в виде

$$\mu \frac{\partial}{\partial \xi}\left[(\xi_0 - \xi)\frac{\partial U}{\partial \xi}\right] + \mu \frac{\xi_0 - \xi}{\xi}\frac{\partial U}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 U}{\partial \bar{t}^2} \qquad (1.6.11)$$

Функция $U = U(\xi, \bar{t})$ удовлетворяет нулевым начальным и граничным условиям:

$$U = U_0(\bar{t}) \text{ при } \xi = \bar{a}, \quad U = 0 \text{ при } \xi = 1. \qquad (1.6.12)$$

При этом перемещение трубопровода $w = w(a,t)$ удовлетворяет уравнению движения

$$m\ddot{w}_0 = -S\sigma_{rz}(a,t) + P(t), \qquad (1.6.13)$$

где *m*, *S* – масса и площадь боковой поверхности трубопровода.

Вводя новую переменную по формуле $z = \sqrt{\xi_0 - \xi}$, уравнение (1.6.11) приводится к виду

$$\mu \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \mu \left[\frac{1}{z} - \frac{2z}{\xi_0 - z^2} \right] \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\partial^2 U}{\partial \bar{t}^2}.$$

Вводя функцию по формуле

$$v = U(\xi, \bar{t}) - U_0(\bar{t}) \frac{z^2 - \bar{p}_0}{1 - \bar{a}},$$

сведем гранияные условия для функции $v(\xi, \bar{t})$ к однородному виду:

$$v = 0 \quad \text{при } z_0 = \sqrt{p_0} \quad \text{и} \quad z_1 = \sqrt{1 + p_0 - \bar{a}} \qquad (1.6.14)$$

Функция $v(z)$ удовлетворяет неоднородному уравнению

$$\mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \mu \left[\frac{1}{z} - \frac{2z}{\xi_0 - z^2} \right] \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial^2 v}{\partial \bar{t}^2} + U_0(\bar{t}) F_0(z) - \ddot{U}_0(\bar{t}) F_1(z) \qquad (1.6.15)$$

Здесь $F_0(z, \bar{t}) = \dfrac{2\mu}{1 - \bar{a}} + \mu \dfrac{2}{1 - \bar{a}} \left[1 - \dfrac{2z^2}{\xi_0 - z^2} \right], \quad F_1 = \dfrac{z^2 - \bar{p}_0}{1 - \bar{a}}.$

Решение уравнения (1.6.15), удовлетворяющее условию (1.6.14), можно получить численно. Здесь используется метод Бубнова – Галеркина.

Рассмотрим случай действия гармонической силы

$$P = P_0 \sin(\bar{\omega} \bar{t}).$$

Здесь $\bar{\omega} = \omega \sqrt{R/g}$, где ω, P_0 – частота и амплитуда действующей силы.

Полагая

$$U_0(\bar{t}) = A \sin(\bar{\omega} \bar{t}), \quad v = v_0(z) \sin(\bar{\omega} \bar{t}),$$

уравнение (1.6.15) приводится к виду:

$$\mu \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} + \mu \left[\frac{1}{z} - \frac{2z}{\xi_0 - z^2} \right] \frac{\partial v_0}{\partial z} + \bar{\omega}^2 v_0 = A \left[F_0(z) - \bar{\omega}^2 F_1(z) \right]. \qquad (1.6.16)$$

Решение уравнения (1.6.16) находится по методу Бубнова, согласно которому введем функцию $u_1(z)$, удовлетворяющую уравнению

$$\frac{d^2 u_1}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{du_1}{dz} + \beta^2 u_1 = 0$$

и условию (1.6.14).

Решение последнего уравнения представим в виде

$$u_1 = A_1 F_0(\beta z), \tag{1.6.17}$$

где $F(\beta z) = J_0(\beta z) N_0(\beta z_0) - J_0(\beta z_0) N_0(\beta z)$.

Здесь искомый коэффициент β является корнем следующего уравнения:

$$J_0(\beta z_1) N_0(\beta z_0) - J_0(\beta z_0) N_0(\beta z_1) = 0,$$

где $J_0(s)$, $N_0(s)$ – функции Бесселя нулевого порядка.

Подставляя (1.6.17), в уравнение (1.6.16), получаем

$$A_1\left[\left(\overline{\omega}^2 - \mu\beta^2\right)F(\beta z) - \frac{2z\beta\mu}{\xi_0 - z^2} F'(\beta z)\right] = A\left[F_0(z) + \overline{\omega}^2 F_1(z)\right] \tag{1.6.18}$$

Следуя методу Бубнова, умножаем равенство (1.6.18) на функцию $u_1(z)$, и, интегрируя в интервале $z_0<z<z_1$, устанавливаем связь между A и A_1:

$$A_1 = cA,$$

где $$c = \frac{\int\limits_{z_0}^{z_1}\left[F_0(z) + \overline{\omega}^2 F_1(z)\right]F(\beta z)dz}{\int\limits_{z_0}^{z_1}\left[\left(\overline{\omega}^2 - \mu\beta^2\right)F(\beta z) - \frac{2z\mu\beta c F'(\beta z)}{\xi_0 - z^2}\right]F(\beta z)dz}.$$

Касательное напряжение представим в виде

$$\sigma_{rz} = \tau_0(z)\, sin(\bar{\omega}\bar{t}).$$

Согласно (1.6.8) функция $\tau_0(z)$ определяется по формуле:

$$\tau_0(z) = -\mu R\rho g z A c\left[\beta F'(\beta z) + \frac{2z}{1-\bar{a}}\right].$$

Подставляя выражение σ_{rz} в уравнение (1.6.13), получим формулу для амплитуды колебаний трубопровода

$$A = \frac{\overline{P}}{c\mu z_1\left[\beta F'(\beta z) + \frac{2z}{1-\overline{a}}\right] + \alpha\overline{\omega}^2},$$

где $\overline{P} = \frac{P_0}{\rho g R S}, \alpha = \frac{\rho_T L S_T}{\rho R S}, S_T = \pi\left(a_0^2 - a_1^2\right)$, ρ_T – плотность материала трубы; L и a – длина и внутренний радиус трубопровода.

Расчеты проводились для следующих значений геометрических и физических параметров: a=0.2 м, a_1=0.18 м, L=10 м, H=2 м, $P_0=10^4$ Н, ρ_c=1800 кг/м^3, ρ=2500 кг/м^3, ρ_T=7800 кг/м^3.

На рис. 1.13 представлены графики зависимости амплитуды колебаний трубопровода от безразмерной частоты $\bar{\omega} = \omega\sqrt{R/g}$ при различных значениях параметра μ и толщины слоя зернистой среды h(м).

Из анализа кривых следует, что для выбранных параметров задачи и диапазона изменения безразмерной частоты трубопровод имеет резонансную частоту, которая с ростом толщины слоя зернистой среды перемещается в зону высоких частот. При этом увеличение толщины слоя сначала приводит к снижению, а далее с ее ростом растет амплитуда колебаний. Эта закономерность указывает на возможность выбора толщины слоя зернистой среды для снижения амплитуды колебаний трубопровода.

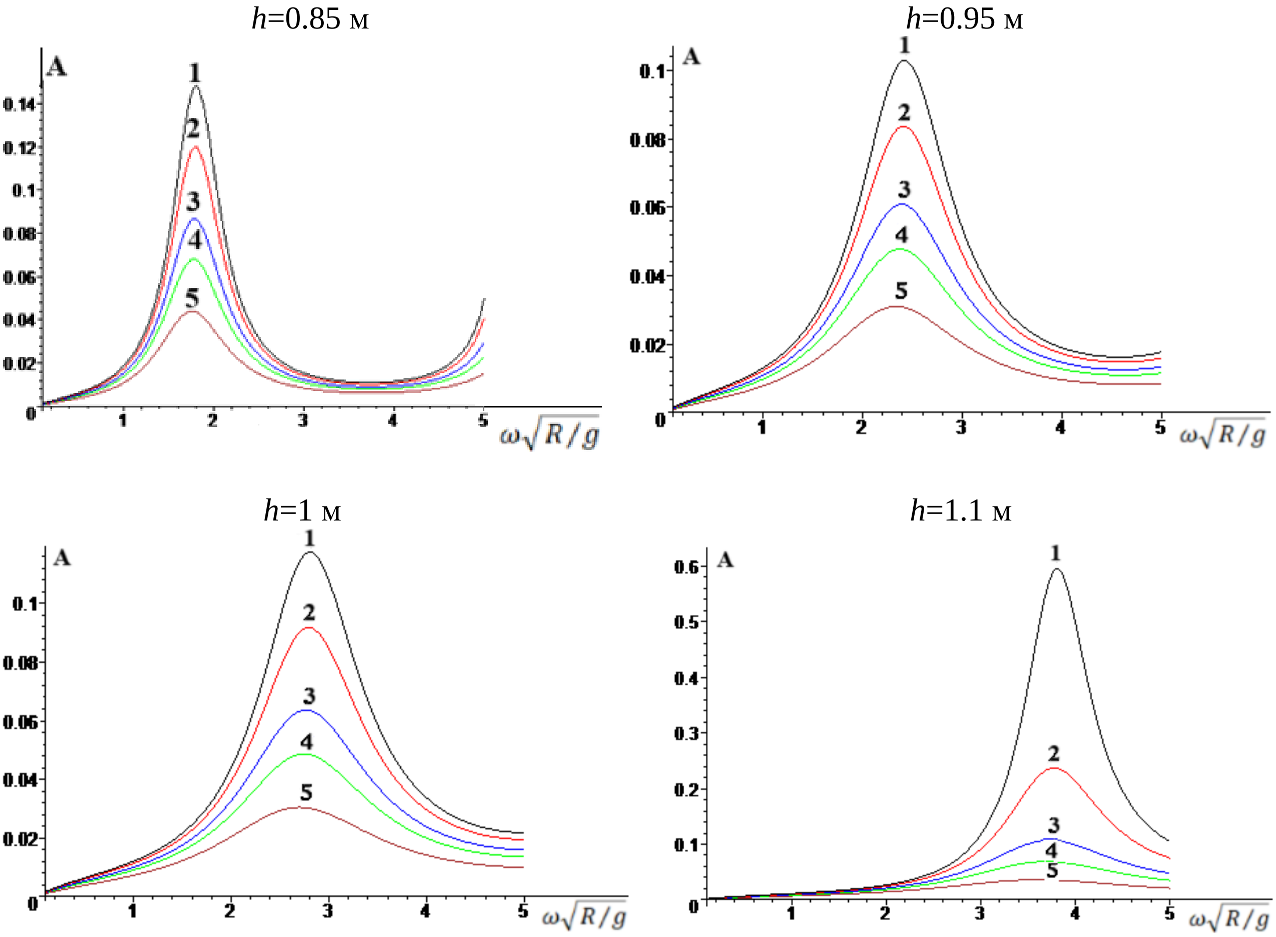


Рис. 1.13. Зависимости амплитуды колебаний трубопровода от безразмерной частоты $\overline{\omega} = \omega\sqrt{R/g}$ при различных значениях параметра μ и толщины слоя зернистой среды h(м):
1 – μ= 0.1; *2* – μ= 0.2; *3* – μ=0.3; *4* – μ= 0.4; *5* – μ= 0.5

ГЛАВА 2. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ СВОЙСТВ ГРУНТА НА ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ПОДЗЕМНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

2.1. Теоретические значения параметров взаимодействия подземного трубопровода с грунтом

Математическое моделирование поведения подземных сооружений под воздействием сейсмических волн приводит к решению трехмерной нестационарной задачи. Трехмерная постановка задачи связана с наличием дневной поверхности, поэтому математическая постановка двумерных и одномерных задач требует обоснования правомерности. Для исследования динамических процессов в подземных протяженных трубопроводах используется одномерная модель трубопровода с различными законами взаимодействия его с грунтом. Одномерная модель трубопровода применима для сравнительно длинных волн, каковыми являются сейсмические волны от землетрясений. Определение закона взаимодействия между трубопроводом и грунтом различного типа должно опираться на результаты экспериментальных исследований.

В последнее время появились статьи [23, 24], посвященные вопросам правомочности применения обобщенной классической модели Винклера – Фойгта для решения задач статики и динамики сложных систем подземных деформируемых трубопроводов. Автор утверждает, что экспериментально установленные зависимости между перемещением недеформируемого тела типа, например, фундамента сооружения, и действующей на него силой нельзя применять для деформируемого тела (трубопровода). Следует отметить, что вышеуказанные зависимости в случае модели Винклера – Фойгта использованы для решения задач статики балок и деформируемых трубопроводов, например, в работах [25, 26], а также динамической стационарной задачи колебаний балки на упругом основании в работе [26]. Отметим, что представленные автором статей [23, 24] решения относятся к стационарным задачам обтекания бесконечного подземного трубопровода продольной волной без учета влияния свободной поверхности. Считаем, что такая постановка задач является несколько идеализированной и далека от реальной ситуации, поскольку результаты полученных решений затруднительно сравнивать с экспериментальными данными. Здесь более интересно было бы, на наш взгляд, более детально провести сравнение результатов, полученных автором [23, 24] с экспериментальными данными, с целью установить значения отношения длины волны к длине трубопровода, при которой результаты расчетов по классической модели мало отличаются от предложенной в этих работах.

Как известно, контактная сила взаимодействия системы «упругий стержень – окружающая среда», в отличие от системы «недеформируемое тело

– окружающая среда», как показывает анализ экспериментальных исследований [27 – 31], в зависимости от механических свойств стержня и среды, условий контакта и величины действующего усилия законы взаимодействия между трубопроводом и грунтом могут иметь различный характер. Проведенные экспериментальные исследования показали, что зависимость касательного напряжения, устанавливающего эту закономерность, от деформации сдвига носит нелинейный характер и зависит от скорости нагружения. На эту зависимость, как показано в работе [31], также влияет величина динамического давления за фронтом волны. Оценка влияния отношения скоростей распространения продольных волн в грунтовой среде и материале трубопровода изучена в работах [32 – 34]. Исследование особенностей формирования и распространения волн в трубопроводе под воздействием сейсмической волны при законе взаимодействия по модели «идеально упругопластического тела» проведено в [35]. Статическая и динамическая устойчивость подземных трубопроводов рассмотрена в работах [33, 36].

В настоящей главе предлагается формула для вычисления коэффициента упругого взаимодействия трубопровода с грунтом по заданным механическим характеристикам грунта [31, 37, 38], в предположении его деформирования по модели упругого тела. Проводится оценка влияния глубины заложения трубопровода на коэффициент взаимодействия.

При малых значениях действующего усилия на поверхности контакта стержн со средой отсутствует проскальзывание, и взаимное смещение контактирующих тел происходит за счет деформации в области контакта. С ростом усилия контактная сила увеличивается, и наступает момент, при котором некоторые сечения стержня будут находиться в состоянии проскальзывания, где силу контакта можно определить, например, в соответствии с законом Кулона.

Экспериментальное определение коэффициента продольного взаимодействия k_x трубы с грунтом проводилось следующим образом.

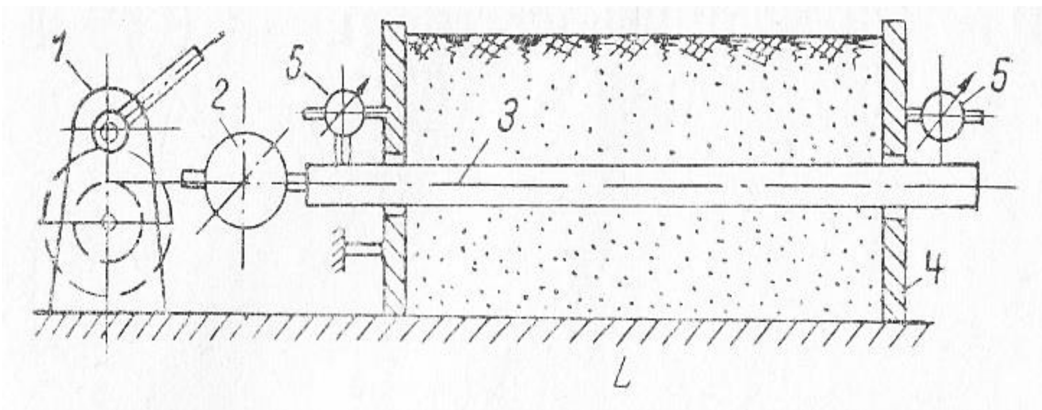


Рис. 2.1. Схема установки для проведения экспериментов:
1 – лебедка; *2* – динамометр; *3* – труба; *4* – грунт; *5* – индикатор

Установка (рис. 2.1) засыпается грунтом до необходимой высоты с послойным уплотнением. Толщина каждого слоя во всех случаях ~ 0,1 м. Горизонтальность расположения трубы устанавливается нивелиром. Через несколько суток вырывается траншея, подготавливается основание и в него укладывается труба. При повторении опытов трубу раскапывали и укладывали заново таким же способом. Продольное усилие P измерялось с помощью динамометра, а перемещения – индикаторами часового типа в передней и задней частях трубы (рис. 2.2).

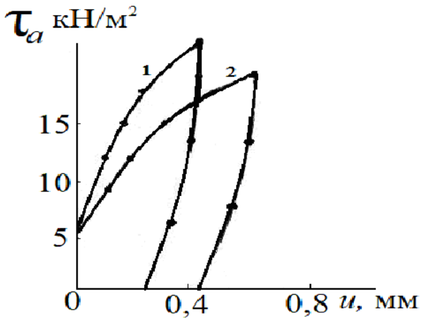


Рис. 2.2. Диаграмма взаимодействия чугунной трубы ($D_н$=0,169 м) с песком:
1 – H=0.6 м; *2* – H=0.4

Длина трубы во всех опытах была равна l, при этом следует заметить, что l<<L, где L – длина сейсмической волны. Обычно длина сейсмической волны вычисляется по формуле $L=C_p \cdot T$. Здесь C_p – скорость распространения продольной сейсмической волны, значение которой для различные грунтов колеблется в пределах 100÷5000 м/с. Период сейсмической волны T, по записям ускорений различных землетрясений, находится в пределах 0.1 – 1 с. Следовательно, длина сейсмической волны в зависимости от свойств грунта может находиться в пределах от 100 м до 300 м. Длина l трубы в различнах опытах была равна (2 – 3) м, намного меньше L. На рис. 2.2 приведены результаты отдельных опытов, где $\tau_a = P/(\pi D_n l)$.

Рассмотрим задачу о равновесии упругого стрежня длиной l, когда в каждой его точке не достигает состояния скольжения, а, следовательно, сила трения за единицу длины стержня не максимальна

$$|\tau_*| \prec fN,$$

где N – нормальная сила на единицу длины стержня, Н/м; f – коэффициент трения. Тогда можно полагать

$$\tau_* = \lambda(x) fN \quad \text{при } -1 \prec \lambda \prec 1,$$

где λ – величина, называемая коэффициентом полноты [9]. Ось Ox направлена вдоль оси стержня, начало координат установлено в сечении x=0.

Уравнение равновесия стержня записывается в виде

$$S\frac{d\sigma}{dx} = -\lambda(x) fN. \qquad (2.1.1)$$

Решение уравнения (2.1.1) при действии осевого усилия P_1

$$S\sigma = P_1 \text{ при } x = l$$

можно представить в виде

$$\sigma = \frac{fN}{S}\int_x^l \lambda(x)dx + \sigma_1 . \qquad (2.1.2)$$

Здесь $\sigma = E\dfrac{du}{dx}$ – осевое напряжение, где u=u(x) – осевое перемещение; E – модуль Юнга материала стержня; $\sigma_1 = P_1 / S$, где S – площадь поперечного сечения стержня.

Полагая в формуле (2.1.1) x=0, найдем напряжение в сечении x=0

$$\sigma_0 = \frac{fN}{S}\int_0^l \lambda(x)dx + \sigma_1 . \qquad (2.1.3)$$

Из формулы (2.1.2) видно, что задача об определении напряжения в произвольном сечении стержня сводится к решению интегрального уравнения 1-ого рода относительно так называемого коэффициента полноты $\lambda(x)$, которое при одних и тех же значениях усилий $P_0 = S\sigma_0$ и P_1 имеет множество решений, поэтому значение напряжения по формуле (2.1.3) определяется неоднозначно. Если будет известен коэффициент полноты $\lambda(x)$, то напряжение по формуле (2.1.3) определяется однозначно. При этом для каждого частного случая коэффициент полноты необходимо определять из физических условий на поверхности контакта, а также характера движения, предшествовавшего покою. Некоторые виды этих физических условий на поверхности контакта при отсутствии взаимного проскальзывания между контактирующими телами рассматривались в теории предварительного смещения [30]. Обозначим через $u_{\max}$ максимальное смещение сечения стержня перед срывом, а через $|\tau^*_{\max}|=fN$ – максимальное значение контактной силы, размерностью $H/\text{м}$, за единицу длины стержня. В первом приближении полагаем $\left|\tau^*_{\max}\right| = k(N)\pi Du$. Если предположить, что нормальная сила меняется мало вдоль оси стержня, то можно принять $k(N)=k_1=\text{const}$, Н/м^3. Максимальное значение $u_{\max}$ соответствует максимальному значению силы трения $|\tau_{*\max}|=fN$, т.е. $u_{\max} = fN/\pi Dk_1$, м.

В данной работе ограничимся принципиальной стороной решения задачи о равновесии стержня в случае линейной зависимости силы контакта от перемещения u, где в уравнении (2.1.1) коэффициент полноты принят $\lambda = -k_1 u\pi D/fN$.

Уравнение равновесия стержня имеет вид

$$S\frac{d\sigma}{dx} = \pi Dk_1 u \text{ при } 0 < x < l . \qquad (2.1.4)$$

Для интегрирования уравнения (2.1.4) считаем, что на торец стержня $x = l$ действует осевое усилие P_1. При этом торец $x = 0$ свободен, т.е.

$$\sigma = 0 \qquad \text{при } x = 0, \qquad (2.1.5)$$

или $$\frac{du}{dx}=0 \text{ при } x=0. \quad (2.1.6)$$

Решение уравнения (2.1.4) при указанных выше граничных условиях имеет вид

$$u=\frac{P_1}{ES}\frac{ch(\alpha x)}{\alpha sh(\alpha l)}, \quad (2.1.7)$$

где $sh(z)$ и $ch(z)$ – гиперболические функции синуса и косинуса, $\alpha=\sqrt{\frac{\pi D k_1}{ES}}$.

Решение (2.1.7) однозначно определяется при заданном значении коэффициента k_1. Экспериментальное определение этого коэффициента в произвольном сечении трубопровода связано с определенными трудностями, поскольку в них необходимо одновременно измерить перемещение сечения трубопровода и действующего в этом сечении продольного усилия. По этой причине полагаем, что существует экспериментально установленная зависимость между приложенной силой P_1 и средним перемещением между сечениями $x=0$ и $x=l$ $u_{cp}=\frac{u(0)+u(l)}{2}$, т.е. полагаем, что имеет место зависимость

$$P_1=F(u_{cp}). \quad (2.1.8)$$

Из равенства (2.1.7) находим $u_{\text{ср}}$ и подставим в экспериментальную зависимость $P_1=F(u_{cp})$, тогда получаем

$$u_{\text{ср}}=\frac{F(u_{cp})(1+ch\alpha l)}{2ES\alpha sh\alpha l}. \quad (2.1.9)$$

Поскольку зависимость (2.1.8) установлена экспериментально, то она характеризует изменение среднего перемещения торцов трубопровода при действии заданного продольного усилия, поэтому равенство (2.1.9) служит трансцендентным уравнением для определения величины α. Минимальный корень этого уравнения $\alpha=\alpha_1$ позволяет вычислить коэффициент продольного сдвига на поверхности трубопровода по формуле

$$k_1=\alpha_1^2\frac{ES}{\pi D}.$$

Из условия $|\lambda(x)|<1$ следует, что для реализации взаимодействия трубопровода по линейному закону для величин α_1 должно выполняться условие

$$\alpha_1<\sqrt{\frac{fN}{ESu_1}}. \quad (2.1.10)$$

Неравенство (2.1.10) служит условием выбора корня уравнения (2.1.9). Из уравнения (2.1.9) находим выражение для продольного усилия $F(u_1)$ при $\alpha=\alpha_1$ и записываем формулу (2.1.7) в виде

$$u = 2u_{\text{ср}} \frac{ch\alpha_1 x}{(1 + ch\alpha_1 l)}.$$

Нарушение условия (2.1.10) указывает на реализацию других законов взаимодействия, в частности, возможность появления зоны скольжения, связанное с законом сухого трения Кулона.

Рассмотрим частный случай. Пусть экспериментальная зависимость (2.1.8) имеет линейный вид

$$P_1 = k_0 u_{\text{ср}}.$$

Для определения величины α=α_1 из (2.1.9) получим трансцендентное уравнение

$$2\beta sh\beta - \gamma(1 + ch\beta) = 0, \tag{2.1.11}$$

где $\beta = \alpha_1 l$, $\gamma = k_0 l / ES$. Наибольший корень этого уравнения должен удовлетворять условию

$$\beta < \beta_k = \sqrt{\frac{fNl^2}{ESu_1}}.$$

Равнодействующая касательной силы на поверхности трубопровода вычисляется по формуле

$$T = \int_0^l k_1 \pi D u dx = S \int_0^1 \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi = S\sigma(1) = 2u_{\text{ср}} \frac{ES}{l} \frac{\beta sh(\beta)}{(1 + ch\beta)}.$$

Эта сила уравновешивается действующей на торец продольной силой $P_1 = k_0 u_{\text{ср}}$, т.е. следует полагать $T = P_1$, из которого получаем уравнение относительно β

$$\gamma = \frac{2\beta sh\beta}{(1 + ch\beta)}, \tag{2.1.12}$$

совпадающее с (2.1.11).

Расчеты были проведены для стального трубопровода ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа) внешним диаметром D=0.2 м, толщиной δ=0.005 м и различной глубиной укладки h. Плотность грунта принято ρ=2000 кг/м^3. Нормальная сила за единицу длины трубопровода вычислялась по формуле $N = \rho g \pi D h$, коэффициент трения f=0.4. Перемещение торца принято $u_0 = 0.001$м. В расчетах использованы, полученные в работе [31], экспериментальные данные зависимости k_0 от глубины укладки h, аппроксимированные функцией

$$k_0 = A\exp[n(h - h_0)], \quad h_0 < h < h_1. \tag{2.1.13}$$

В табл. 2.1 представлены значения $k_1 (H/\text{м}^3)$ для различных значений параметра A и глубины укладки h. Расчеты выполнены для $l = 4$м, $h_0 = 0.3$м, $h_1 = 1.5$м, $n = 0.3$м$^{-1}$.

Таблица 2.1 – Значения коэффициентов продольного сдвига $k_0(\text{Н/м})$, $k_1(\text{Н/м}^3)$ и полноты $\lambda_1 = \lambda(l)$ для различных глубин укладки $h(\text{м})$ и значений параметра $A(\text{Н/м})$

$A = 2 \cdot 10^6 (\text{Н/м})$

$h(\text{м})$	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.5
$k_0 \cdot 10^6 (\text{Н/м})$	2.00	2.15	2.32	2.50	2.70	2.91	3.13	3.38	3.64	4.92
$k_1 \cdot 10^6 (\text{Н/м}^3)$	0.80	0.86	0.92	1.00	1.08	1.16	1.25	1.35	1.45	1.35
λ_1	0.33	0.27	0.23	0.21	0.19	0.18	0.17	0.17	0.17	0.16

$A = 6 \cdot 10^6 (\text{Н/м})$

$h(\text{м})$	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.5
$k_0 \cdot 10^6 (\text{Н/м})$	6.00	6.46	6.97	7.51	8.10	8.73	9.41	10.01	11.0	14.8
$k_1 \cdot 10^6 (\text{Н/м}^3)$	2.40	2.58	2.78	3.00	3.23	3.50	3.75	4.05	4.40	4.05
λ_1	1.00	0.81	0.70	0.63	0.58	0.55	0.53	0.51	0.50	0.50

$A = 10^7 (\text{Н/м})$

$h(\text{м})$	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.5
$k_0 \cdot 10^6 (\text{Н/м})$			11.0	11.6	12.2	12.8	13.5	14.9	15.0	18.2
$k_1 \cdot 10^6 (\text{Н/м}^3)$			4.43	4.65	4.90	5.15	5.41	5.70	6.00	5.70
λ_1			1.00	0.93	0.85	0.78	0.73	0.69	0.66	0.60

Из анализа табличных данных следует, что увеличение глубины укладки трубопровода в грунте приведет к росту значений коэффициентов продольного сдвига k_0, k_1 и снижению коэффициента полноты λ_1. Кроме того, для глубины укладки $h = 0.3\text{м}$ установлено предельное значение параметра $A = 6 \cdot 10^6 (\text{Н/м})$, при котором коэффициент полноты принимает значение $\lambda_1 = 1$. Это указывает на начало отрыва (в сечении $x = l$) поверхности трубопровода от грунтовой среды, причем дальнейший рост значения этого параметра приведет к отрыву от грунта в последующих сечениях трубы.

На рис. 2.3 представлены зависимости осевого напряжения $\sigma(\text{МПа})$ вдоль оси трубопровода для двух данных параметра A и различных глубин укладки трубопровода в грунте. Видно, что напряжения по оси трубопровода растут по линейному закону, и рост глубины укладки и значения параметра A приведет к увеличению напряжения в сечениях трубы.

При определении коэффициента жесткости k_1 была использована модель предварительного смещения, предложенной в работе [9], где не рассматривается контактная задача между трубопроводом и окружающей его грунтовой средой. Отсутствие решения этой задачи, как было отмечено выше, приводит к неопределенности, сводящей к решению интегрального уравнения первого рода для определения функции полноты $\lambda(x)$.

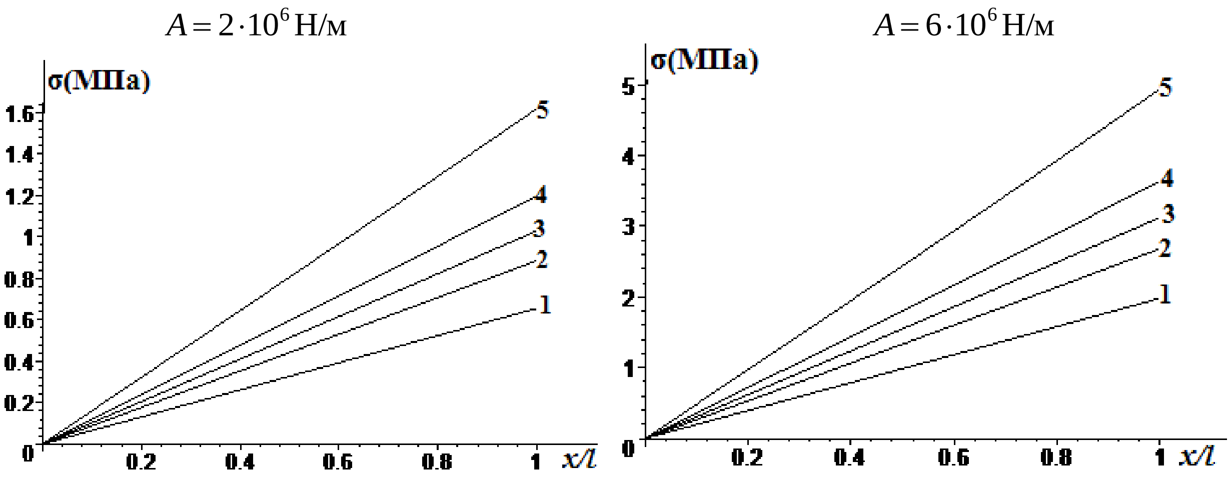


Рис. 2.3. Графики распределения осевого напряжения по длине трубопровода в зоне контакта без скольжения для двух значений параметра A(Н/м) и глубины укладки h(м) : $1-h=0.3$; $2-h=0.7$; $3-h=0.9$; $4-h=1.1$; $5-h=1.5$

Если использовать модель упругой среды для цилиндрического слоя при чистом сдвиге с неподвижной внешней границей радиусом R, то можно получить закон изменения перемещения частиц по толщине слоя

$$w=\frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\ln\left(\frac{a}{R}\right)}u(x).$$

Касательное напряжение вдоль поверхности трубопровода выражается формулой

$$\tau=\mu\frac{dw}{dr}=\frac{\mu u(x)}{a\ln\left(\frac{a}{R}\right)}, \qquad (2.1.14)$$

где μ – модуль сдвига грунтовой среды; a – внешний радиус трубопровода.

Тогда уравнение равновесия (2.1.4) примет вид

$$S\frac{d\sigma}{dx}=-\pi D\tau=\frac{\pi D\mu}{a\ln\left(\frac{R}{a}\right)}u(x) \quad . \qquad (2.1.15)$$

Сравнивая правые части уравнений (2.1.4) и (2.1.15), получим

$$k_1=\frac{\mu}{a\ln\left(\frac{R}{a}\right)}. \qquad (2.1.16)$$

Формулу (2.1.16) можно использовать в качестве теоретического способа определения коэффициента k и провести сравнение с экспериментальным значением. Видно, что коэффициент зависит от модуля сдвига грунта и обратно пропорционален величине логарифма отношения радиуса трубопровода к внешнему радиусу слоя грунта.

Случай учета влияния свободной границы упругого полупространства рассмотрен в работе [33], где для касательного напряжения получено выражение

$$\tau(r,\theta) = \mu\left[\frac{\partial w_1}{\partial r_1} + \frac{\partial w_2}{\partial r_2}\frac{r - 2R\sin\theta}{\psi(r,\theta)}\right],$$

где r, θ – полярные координаты с центром на оси трубопровода; $R = h - a$;

$$\frac{\partial w_1}{\partial r_1} = \frac{u(x)}{r\ln\left(\frac{R}{a}\right)};\ \frac{\partial w_2}{\partial r_2} = \frac{u(x)}{\psi(r,\theta)\ln\left(\frac{R}{a}\right)};\ \psi = \sqrt{r^2 - 4Rr\sin\theta + 4r^2}.$$

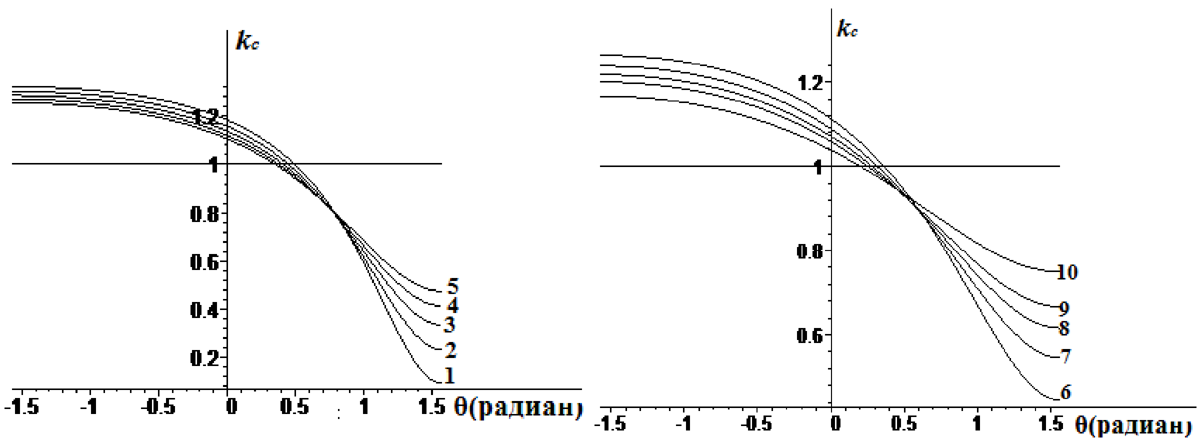
Коэффициент продольного сдвига в рассматриваемом случае зависит от полярного угла θ и вычисляется по формуле

$$k_2 = k_1\left[1 + \frac{1 - 2\bar{R}\sin\theta}{1 - 4\bar{R}\sin\theta + 4\bar{R}^2}\right], \tag{2.1.17}$$

где $\bar{R} = \frac{R}{a}$.

На рис. 2.4 предсавлены зависмости отношения $k_c = k_2 / k_1$ от полярного угла для левой части поверхности трубопровода при различных значениях отношения $\bar{R}$. Прямая линия $k_c = 1$ соответствует случаю отсутствия свободной границы грунта.

Из рис. 2.4 видно, что кривые распределения коэффициента k_c по дуге окружности имеют возрастающие и падающие участки $-\pi/2 < \theta_0$, $\theta_0 < \theta < \pi/2$, симметрично расположенные относительно точки близкой к началу координат, что указывает на рост и снижение этого коэффициента на этих участках.



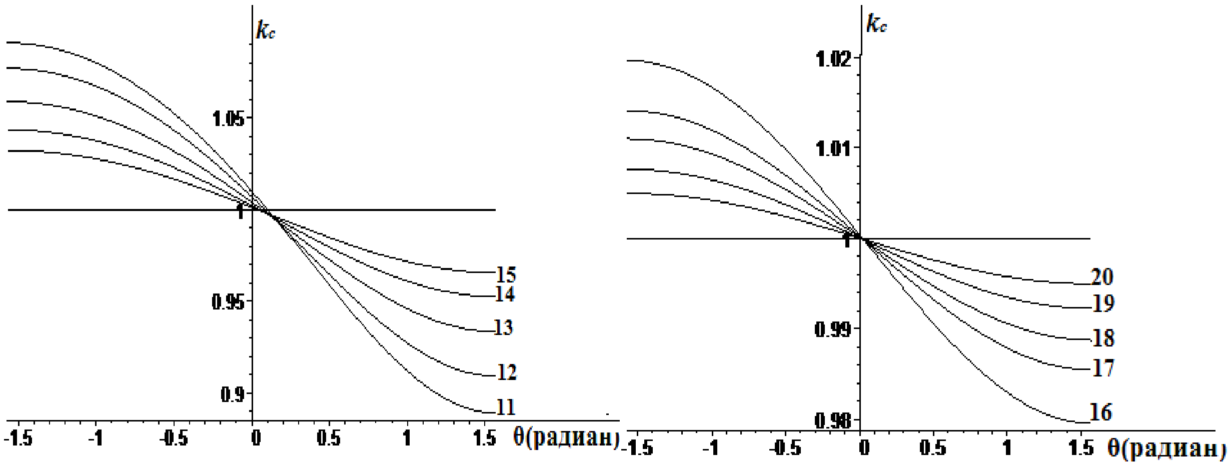


Рис. 2.4. Кривые зависимости коэффициента продольного сдвига от полярного угла θ для различных значений отношения $\overline{R}$: $1-\overline{R}=1.05$; $2-\overline{R}=1.15$; $3-\overline{R}=1.25$; $4-\overline{R}=1.35$; $5-\overline{R}=1.45$; $6-\overline{R}=1.4$; $7-\overline{R}=1.6$; $8-\overline{R}=1.8$; $9-\overline{R}=2$; $10-\overline{R}=2.5$; $11-\overline{R}=5$; $12-\overline{R}=6$; $13-\overline{R}=8$; $14-\overline{R}=11$; $15-\overline{R}=15$; $16-\overline{R}=25$; $17-\overline{R}=35$; $18-\overline{R}=45$; $19-\overline{R}=65$; $20-\overline{R}=100$

Осредненное значение коэффициента продольного сдвига на поверхности трубопровода можно вычислить по формуле

$$\hat{k}_c = k_1[1+J(\overline{R})],$$

где $J=\dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\dfrac{1-2\overline{R}\sin\theta}{1-4\overline{R}\sin\theta+4\overline{R}^2}d\theta$.

Расчетами установлено, что $J<<1$ при $\overline{R}>1$, поэтому можно полагать $k_c \approx k_1$.

Учет свободной поверхности (рис. 2.4) влияет на характер распределения коэффициента взаимодействия по полярному углу. Осреднение значения его по этому углу указывает на то, что при глубине укладки трубопровода h>2a влияние свободой поверхности на коэффициент продольного сдвига может отражаться через давление грунта на трубопровод.

Из анализа результатов расчета можно сделать следующее заключение:

1. Формирование контактной силы взаимодействия деформируемого трубопровода с окружающим грунтом существенно зависит от свойства грунтовой среды, выражающегося через экспериментальный коэффициент k_0.

2. При отсутствии модели окружающего трубопровод грунта и решении соответствующей внешней контактной задачи наиболее достоверным остается экспериментально возможный способ определения зависимости между действующей на торец продольной силы и перемещением сечения этого торца, поскольку эта зависимость содержит первичные данные о физико-механических свойствах грунта вблизи контактной поверхности трубопровода.

3. На заключение автора статей [23, 24], по поводу использования коэффициентов упругого отпора грунтового основания в расчетах фундаментов (жестких тел) сооружений для описания законов взаимодействия трубопровода

с грунтом, следует отнестись с осторожностью, поскольку вывод сделан на основании решения задачи колебаний для бесконечного трубопровода. На значение коэффициента взаимодействия влияют не только свойства грунта и длина трубопровода, а также глубина его заложения. Отсутствуют экспериментальные данные, позволяющие оценить опытным путем влияние длины волны и геометрии трубопровода на формирование коэффициента продольного сдвига k_1.

4. Учет свободной поверхности упругой среды приводит к криволинейному характеру закона распределения коэффициента продольного сдвига по дуге окружности. Осреднение его значения по этому углу указывает на то, что при глубине укладки трубопровода $h>2a$ влияние свободой поверхности на коэффициент продольного сдвига может отражаться через давление грунта на трубопровод.

5. Для инженерных расчетов при действии длинных сейсмических волн можно использовать коэффициент k_1, определенный опытным путем.

2.2. Действие сейсмических волн на трубопроводы при нелинейном законе взаимодействия их с грунтом

Многие задачи механики, математически формулируемые при помощи линейных дифференциальных уравнений, строго говоря, нелинейные. Линеаризация задач механики производится исключительно для того, чтобы избежать математических трудностей, связанных с решением нелинейных дифференциальных уравнений, и воспользоваться для наглядной интерпретации результатов теорией линейных уравнений.

Широкое применение механики стержневых систем в различных областях строительства требует повышения точности анализа, исследуемых в трубопроводных системах, что в свою очередь приводит к необходимости описания эффектов, которые не могут учитываться линейными теориями. Сказанным объясняется все возрастающий интерес, проявляемый в последние годы к математически несравненно более трудным, но зато и более привлекательным не линеаризованным задачам относятся к области, в которой в настоящее время накопилось большое число отдельных исследований. Использование теории упругости в механике стержневых систем сопровождается следующими двумя процессами линеаризации. Первый из них, касающийся геометрии деформированного стержня, основан на предположении, что безразмерные величины, определяющие деформацию, весьма малы. Поэтому можно достаточно точно описать деформированное состояние, отбросив высшие степени в компонентах конечных деформаций как малые величины по сравнению с первыми степенями, и такой процесс линеаризации называется геометрической линеаризацией. Второй процесс линеаризации относится к физическим свойствам материала стержня и кривой зависимости контактной силы взаимодействия стержня с внешней средой. Этот процесс основан на предположении, что напряжения и деформации связаны линейным соотношением (закон Гука), и что сила взаимодействия стержня с внешней средой подчиняется линейному закону (физическая линеаризация). В соответствии со сказанным имеются различные возможности построения нелинейной теории. Во-первых, можно отказаться от геометрической линеаризации, но сохранить физическую линеаризацию, следовательно, предположить, что закон Гука и линейная связь между контактной силой и перемещением сечений стержня (закон Винклера) справедливы для больших значений деформаций и относительного смешения. Во-вторых, можно исходить из предположения о том, что при деформациях, допускающих линеаризацию, имеет место заметное отклонение от закона Гука. Это предположение, подтверждаемое действительным поведением многих материалов, а также зависимостями между контактной силой и перемещениями сечений стержня, заставляет уже при малых деформациях и перемещениях ввести дополнительные нелинейные члены в определяющее уравнение состояния материала стержня и в зависимости контактной силы от перемещения.

В настоящей работе используется модель геометрически нелинейной теории деформации стержня, а также нелинейная зависимость контактной силы на поверхности стержня от перемещений его сечений. Модель линейной деформации стержня и линейной зависимости между контактной силой и перемещением сечений трубы использована при решении задач сейсмодинамики подземных сооружений [27 – 29]. Однако, анализ результатов опытных данных [37] указывает на более сложную зависимость контактной силы взаимодействия от перемещения сечения трубы относительно грунта.

Рассмотрим задачу о действии на вставленный в грунтовую среду бесконечный стержень (трубопровод) стационарной волны, движущейся вдоль его оси. Обозначим через $w(r,Z)$ и $U(Z)$ продольные перемещения частиц грунтовой среды и сечения трубопровода, в цилиндрической системе координат (r,Z). Введем новую переменную

$$Z = c_1 t - z\,.$$

Здесь $c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ – скорость распространения продольных волн в грунтовой среде, где λ, μ – коэффициенты Ламе; ρ – плотность грунта. На поверхности контакта стержня и грунта действует сила взаимодействия, величина которой принимается зависящей от разности перемещений частиц грунта и сечения трубопровода по закону [3]

$$F = \frac{2a\tau}{a^2 - b^2}\,, \tag{2.2.1}$$

где a и b – внутренний и внешний радиусы трубопровода; τ – интенсивность касательной силы на поверхности трубопровода, определяемая зависимостью

$$\tau = f[w_1(Z) - U(Z)], \tag{2.2.2}$$

где $f(u)$ – экспериментальная функция, характеризующая закон взаимодействия трубопровода с грунтом; $w_1 = w_1(Z) = w(a,Z)$ – перемещение частиц грунта на поверхности трубопровода, $w(r,Z)$ определяется по формуле [3]

$$w = w_1(Z) + \frac{w_0(Z) - w_1(Z)}{\ln\left(\frac{R}{a}\right)} \ln\left(\frac{r}{a}\right), \tag{2.2.3}$$

где $w_0(Z)$ – перемещение частиц грунта за фронтом сейсмической волны; R – глубина заложения трубопровода в грунтовой среде.

Учитывая зависимость $\tau = \mu \frac{dw}{dr}$, установим связь между перемещениями $w_1(Z)$, $w_0(Z)$ и $U(Z)$

$$w_1(Z) = w_0(Z) - \frac{a \ln(R/a)}{\mu} f[w_1(Z) - U(Z)]. \tag{2.2.4}$$

Для определения перемещения сечений трубопровода (стержня) используем физическую нелинейность в соотношении между продольным напряжением и деформацией [4]

$$\sigma = E' \frac{dU}{dz}\left[1 + a_3\left(\frac{dU}{dz}\right)^2\right]. \tag{2.2.5}$$

Уравнение движения сечения трубы в переменной $Z = c_1 t - z$ с учетом (2.2.2) записываем в виде

$$\frac{d^2U}{dZ^2}\left[M^2 - 1 - 3a_3\left(\frac{dU}{dZ}\right)^2\right] = \frac{2af[w_1(Z) - U(Z)]}{(a^2 - b^2)E'}, \tag{2.2.6}$$

где a_3 – параметр нелинейности; E' – модуль Юнга материала трубы; $M = c_1 / c'$, c' – скорость распространения продольной волны в стержне.

Дифференцируя (2.2.4) по переменной z, получаем

$$\frac{dw_1}{dZ} = w_0'(Z) - \frac{a \ln(R/a)}{\mu} f'[w_1(Z) - U(Z)]\frac{dU}{dZ}. \tag{2.2.7}$$

Равенства (2.2.6) и (2.2.7) составляют систему уравнений для определения перемещений $U(Z)$ и $w_1(Z)$.

Рассмотрим частные случаи:

1. Стержень геометрически линейный и закон взаимодействия между трубой и грунтом линейный

$$a_3 = 0, \ \tau = f = k[w_1(Z) - U(Z)].$$

Тогда из (2.2.4) находим $w_1(Z)$

$$w_1 = \frac{\mu[w_0(Z) - U(Z)]}{\mu + ak\ln\left(\frac{R}{a}\right)}.$$

Уравнение (2.2.6) приводится к виду, которое получено в работе [2]

$$\frac{d^2U}{dZ^2} \pm p^2U = \pm p^2 w_0(Z).$$

Здесь $p = p_0\beta$; верхние знаки берутся в случае M>1, а нижние – в случае M<1,

где $p_0 = \sqrt{\dfrac{2\mu}{E'\left|1-M^2\right|(a^2-b^2)\ln((R/a)}}$, $\beta = \sqrt{\dfrac{ka\ln(R/a)}{\mu + ka\ln(R/a)}}$.

2. Стержень геометрически нелинейный, а закон взаимодействия линейный. В этом случае относительно $U(Z)$ получаем нелинейное уравнение

$$\frac{d^2U}{dZ^2} = \pm p^2 \frac{(w_0 - U)(M^2-1)}{M^2 - 1 - a_3\left(\dfrac{dU}{dZ}\right)^2}. \qquad (2.2.8)$$

3. Стержень геометрически нелинейный, а закон взаимодействие квадратичный:

$$\tau = k(w_1 - U) + \frac{k_1}{a}(w_1 - U)^2.$$

Здесь k и k_1 – опытные данные.

В этом случае $a_3 \neq 0$, функция $w_1(Z)$ удовлетворяет квадратному уравнению

$$\left(w_1 - U\right)^2 k_1 \ln\left(\frac{R}{a}\right) + \left(w_1 - U\right)\left[\mu + ka\ln\left(\frac{R}{a}\right)\right] - \mu\left(w_0 - U\right).$$

Решая последнее уравнение относительно w_1, получаем

$$w_1 = U + \frac{\sqrt{\left[\mu + ka\ln\left(\dfrac{R}{a}\right)\right]^2 + 4\mu k_1(w_0 - U)\ln\left(\dfrac{R}{a}\right)} - \mu - ka\ln\left(\dfrac{R}{a}\right)}{2k_1\ln\left(\dfrac{R}{a}\right)}.$$

Выражение касательного усилия имеет вид

$$\tau = f\left[w_1(Z) - U(Z)\right] = \frac{ak^2}{2\beta^2k_1}\left[\sqrt{1 + 4\mu k_1\beta^4(w_0 - U)/a^2k^2\ln\left(\frac{R}{a}\right)} - 1\right]. \qquad (2.2.9)$$

При малых значениях отношения $\varepsilon = k_1/k$ имеем разложение

$$\tau = \mu\gamma_1(w_0 - U)[1 - \varepsilon\gamma_2(w_0 - U)],$$

где $\gamma_1 = \dfrac{\beta^2}{a\ln(R/a)}$, $\gamma_2 = \dfrac{\mu\beta^4}{a^2k\ln(R/a)}$ при $\varepsilon \to 0\,(k_1 \to 0)$, получаем [3]

$$\tau = \frac{\mu k(w_0 - U)}{\mu + ka\ln\left(\frac{R}{a}\right)}.$$

Подставляя выражение τ в равенство (2.2.6), получаем нелинейное дифференциальное уравнение для определения $U(Z)$

$$\frac{d^2U}{dZ^2} = \frac{2a\gamma_1\left(\sqrt{1+\gamma_2\varepsilon(w_0 - U)} - 1\right)}{\varepsilon\left(a^2 - b^2\right)E'\left[M^2 - 1 - 3a_3\left(\frac{dU}{dZ}\right)^2\right]}. \qquad (2.2.10)$$

Вид начальных условий для нахождения решения уравнения относительно $U(Z)$ зависит от числа M. Если M>1, то начальные данные определяются из условий покоя сечения стержня на фронте волны, т.е. принимаются условия:

$$U = 0,\ \frac{dU}{dz} = 0 \quad \text{при } Z = 0.$$

При M<1 движение сечения трубопровода происходит по всей его длине. В связи с этим область движения разделяем на два участка: $-\infty < Z < 0$ и $0 < Z < \infty$, где решения уравнения обозначим соответственно через $U_1(Z)$ и $U_2(Z)$, удовлетворяющие условиям:

$$U_1(Z) \text{ ограничено при } Z \to -\infty,$$

$$U_2(Z) \text{ ограничено при } Z \to \infty,$$

а также условиям непрерывности функции $U_1(Z)$ и $U_2(Z)$, и их производных на фронте бегущей волны $Z = 0$, т.е.

$$U_1 = U_2,\ U_1' = U_2' \quad \text{при } Z = 0$$

Рассмотрим случай a_3=0. В этом случае имеем

$$U'' = \frac{2a\gamma_1\left[\sqrt{1+\gamma_2(w_0 - U)} - 1\right]}{(a^2 - b^2)(M^2 - 1)E'}.$$

При малых значениях ε имеем

$$U'' \pm p^2(U - w_0)[1 + \gamma_2\varepsilon(U - w_0)] = 0. \qquad (2.2.11)$$

Можно показать, что уравнение (2.2.11) для разности $U - w_0$ приводится к параметрическому.

На рис. 2.5 представлены кривые зависимости осевого напряжения от переменной Z для M=2; a=0.1 м; b=0.095 м; R=1; γ_1=ka/E'=0.05; γ_2=ka/μ=0.5 и различных значений параметра нелинейности ε=k_1/k при изменении перемещения частиц грунта за фронтом волны по закону $w_0 = A_0 \sin\omega Z$, где в расчетах принято A_0=0.05 м; ω=1/15 м.

ε=0 ε=-50

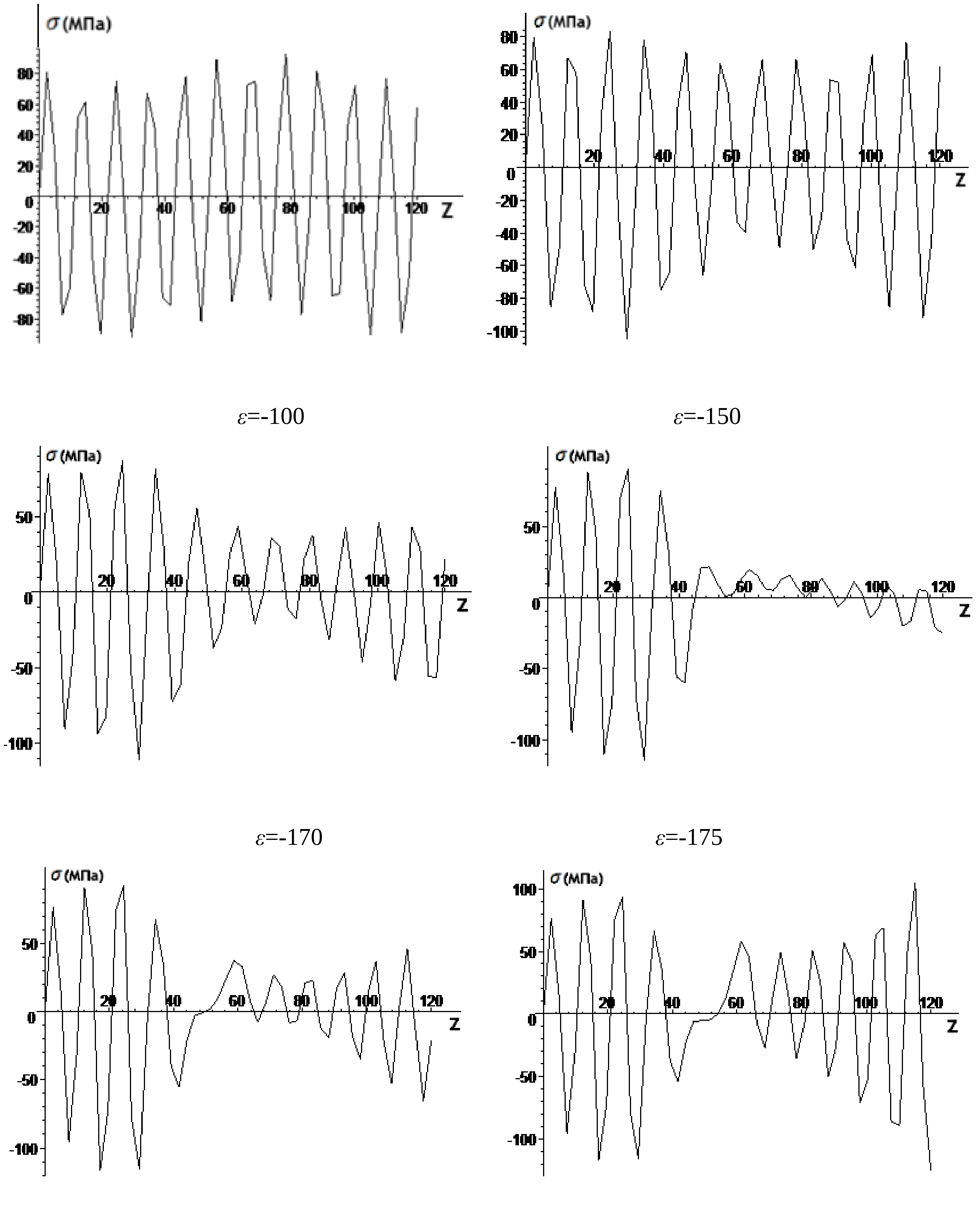


Рис. 2.5. Кривые зависимости осевого напряжения σ (МПа) от переменной Z для различных значений параметра нелинейности $\varepsilon = k_1/k$

2.3. Продольно-изгибные нелинейные колебания трубопровода под действием волны Релея

Используется модель геометрически нелинейной теории деформации стержня для описания продольно-поперечного движения подземного трубопровода в виде стержня постоянного поперечного сечения с учетом физического нелинейного деформирования.

Постановка задачи. Установим начало координат в начальном сечении и направим ось *Ox* вдоль оси трубопровода. Полагаем, что на поверхность трубопровода со стороны окружающего грунта действует контактная сила, пропорциональная вектору перемещения сечений трубопровода. Потенциальную и кинетическую энергии стержня при его продольно-поперечном деформировании представим в виде [18, 19]:

$$U=\frac{EJ}{2}\int_0^L\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)^2 dx+\frac{EF}{2}\int_0^L\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial u}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^4\right]dx, \tag{2.3.1}$$

$$T=\frac{\rho F}{2}\int_0^L\left[\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2\right]dx, \tag{2.3.2}$$

где $u=u(x,t)$ и $v=v(x,t)$ – продольное и поперечное смещения сечения стержня; E и ρ – модуль Юнга и плотность материала стержня; F, L и J – площадь поперечного сечения, длина и момент инерции сечения стержня.

Пользуюсь принципом минимума Эйлера-Лагранжа, получим систему нелинейных уравнений [18]

$$\frac{EF}{2}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2\right]-\rho F\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+P_u(u,x,t)=0 \tag{2.3.3}$$

$$\frac{EJ}{2}\frac{\partial^4 v}{\partial x^4}-EF\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^3+P_v(v,x,t)=0, \tag{2.3.4}$$

где $P_u(u,x,t), P_v(v,x,t)$ – известные выражения сил сопротивления окружающей среды, в продольном направлении. Уравнения (2.3.3) – (2.3.4) составляют связанную нелинейную систему и ее решение можно получить численно. В зависимости от постановки задачи их можно привести к упрошенной форме.

Для анализа устойчивости и оценки напряженного состояния стержня используем подход, предложенный в работе [25].

С целью упрощения постановки задачи считаем, что угол наклона изогнутой оси (стержня) балки к ее оси близко к нулю, поэтому полагаем, что $u(x,t)$ перпендикулярен к оси стержня, за которой перемещения частиц грунта меняются по закону, представленному в работе [28]

$$P_u(x,t)=k_u\left[u(x,t)-u_0(x,t)\right];\quad P_v(x,t)=k_v\left[v(x,t)-v_0(x,t)\right],$$

где k_u, k_v – коэффициенты сдвигового и поперечного взаимодействия трубопровода с грунтовой средой; $u_0(x,t)$ и $v_0(x,t)$ – перемещениия частиц грунта за фронтом волны

$$u_0(x,t) = A_0 \sin(\omega t - \xi_R x), \quad v_0(x,t) = B_0 \cos(\omega t - \xi_R x),$$

где A_0, B_0 – осреднённые по контуру трубопровода перемещения частиц грунта за фронтом волны Релея; ω – частота колебаний; ξ_R – волновое число.

С учетом выражений для u_0, v_0 и условия $(\partial v/\partial x)^2 \approx 0$ система (2.3.3) – (2.3.4) записывается в виде

$$EF\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \rho F\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + k_u\, u(x,t) = k_u\, A_0 \sin(\omega t - \xi_R x) \tag{2.3.5}$$

$$\frac{EJ}{2}\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - EF\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x}\right) + \rho F\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + k_v\, v(x,t) = k_v\, B_0 \cos(\omega t - \xi_R x) \tag{2.3.6}$$

В торцевых сечениях стержня для перемещения $u(x,t)$ выполняются условия

$$EF\frac{\partial u}{\partial x} = k_{01}\left[u - u_0(0,t)\right] \qquad \text{при } x = 0 \tag{2.3.7}$$

$$EF\frac{\partial u}{\partial x} = -k_{02}\left[u - u_0(L,t)\right]H\left(t - \frac{L}{\lambda_R}\right) \qquad \text{при } x = L \tag{2.3.8}$$

где k_{01}, k_{02} – коэффициенты упругого отпора и продольного сдвига грунта; $H(z)$ – функция Хевисайда; $\lambda_R=2\pi/\xi_R$ – длина волны.

Вводя разрывы производных в сечениях $x=0$ и $x=L$ с учетом (2.3.7) и (2.3.8), уравнение (2.3.3) записываем в виде

$$EF\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \rho F\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + k_u\left[u_0(x,t)H\left(t - \frac{x}{\lambda_R}\right) - u(x,t)\right] + k_{01}\left[u(0,t) - u_0(0,t)\right]\delta(x) +$$

$$+ k_{02}\left[u(L,t) - u_0(L,t)H\left(t - \frac{L}{\lambda_R}\right)\right]\delta(L - x) = 0\ , \tag{2.3.9}$$

где $\delta(z)$ – дельта функция Дирака.

В принятых предположениях уравнение (2.3.9) для продольного составляющего перемещения решается независимо от уравнения (2.3.4). Далее после нахождения функции $u(x,t)$ из (2.3.9) находим из уравнения (2.3.4) прогиб $v(x,t)$. Решение уравнения (2.3.9), удовлетворяющее условиям разрыва производных:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x = -0 \qquad \text{и} \qquad \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x = L + 0,$$

представим в виде ($\xi = x/L$)

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} T_i(\tau)\varphi_i(\xi), \qquad (2.3.10)$$

где $\varphi_i(\xi)$ – собственные функции, определяемые по формулам

$$\varphi_i = \cos\lambda_i \cos\lambda_i\xi + \sin\lambda_i \sin\lambda_i\xi\, H(\xi) +$$

$$+ \frac{\beta_{02}}{\lambda_i \sin\lambda_i - \beta_{02}\cos\lambda_i}\left[\cos\lambda_i \cos\lambda_i(1-\xi) + \sin\lambda_i \sin\lambda_i(1-\xi) H(1-\xi)\right]$$

Собственные числа λ_i определяются из уравнения

$$tg\lambda_i = \frac{\lambda_i(\beta_{01}+\beta_{02})}{\lambda_i^2 - \beta_{01}\beta_{02}},$$

где $\tau = \dfrac{c_0 t}{L}$, $\beta_{01} = \dfrac{k_{01}L}{EF}$, $\beta_{02} = \dfrac{k_{02}L}{EF}$, $c_0 = \sqrt{\dfrac{E}{\rho_0}}$.

Подставляя выражение (2.3.10) в (2.3.9), получаем

$$\sum_{i=1}^{\infty}\left(\ddot{T}_i + \mu_i^2 T_i\right)\varphi_i(\xi) = \alpha\left[u_0\left(\tau - \frac{\xi}{M}\right)H\left(\tau - \frac{\xi}{M}\right)\right] + \beta_{01}u_0(M\tau)\delta(\xi) +$$

$$+ \beta_{01}u_0(M\tau - 1)H(M\tau - 1)\delta(1-\xi),$$

где $\mu_i = \sqrt{\lambda_i^2 - \alpha}$, $\alpha = \dfrac{k_u L^2}{EF}$, $M = \dfrac{c_2}{c_0}$.

Умножаем обе стороны равенства на собственные функции $\varphi_k(\xi)$ и далее интегрируем по ξ в интервале $0<\xi<1$, и, учитывая условие ортогональности

$$\int_0^1 \varphi_i(\xi)\varphi_j(\xi)d\xi = 0 \qquad \text{при } i \neq j,$$

получаем

$$T_i'' + \mu_i^2 T_i = \frac{\alpha F_i(\tau) + \beta_{01}u_0(\tau)\varphi_i(0) + \beta_{02}u_0\left(\tau - \frac{1}{M}\right)H\left(\tau - \frac{1}{M}\right)\varphi_i(1)}{\|\varphi_i\|}, \qquad (2.3.11)$$

где $F_i = F_{0i} = \displaystyle\int_0^{M\tau} u_0\left(\tau - \frac{\xi}{M}\right)\varphi_i(\xi)d\xi \qquad \text{при } \tau < \frac{1}{M};$

$$F_i = F_{1i} = \int_0^1 u_0\left(\tau - \frac{\xi}{M}\right)\varphi_i(\xi)d\xi \qquad \text{при } \tau > \frac{1}{M};$$

$$\|\varphi_i\| = \int_0^1 \varphi_i^2(\xi)d\xi.$$

Решение уравнения (2.3.9) при нулевых начальных условиях имеет вид

$$T_i = \frac{1}{\mu_i}\int_0^\tau Q_{1i}(z)\sin\mu_i(z-\tau)d\tau \qquad \text{при } 0 \le \tau \le \frac{1}{M},$$

$$T_i = \frac{1}{\mu_i}\int_0^\tau Q_{1i}(z)\sin\mu_i(z-\tau)d\tau + \frac{1}{\mu_i}\int_{1/M}^\tau Q_{2i}(z)\sin\mu_i(z-\tau)d\tau \qquad \text{при } \tau \ge \frac{1}{M},$$

где $Q_{1i} = F_{0i} + \beta_{01}u_0(M\tau)\varphi_i(0),\ \ Q_{2i} = F_{1i} + \beta_{02}u_0(M\tau - 1)\varphi_i(1).$

Уравнение (2.3.4) с учетом выражения $u=u(\xi,\tau)$ представим в виде

$$b_0\frac{\partial^4 v}{\partial\xi^4} + \frac{\partial^2 v}{\partial\tau^2} + b_1 v + \frac{A_0}{L}\left[\frac{\partial^2 v}{\partial\xi^2}\sum_{n=1}^{\infty}T_n(\tau)\varphi_n'(\xi) + \frac{\partial v}{\partial\xi}\sum_{n=1}^{\infty}T_n(\tau)\varphi_n''(\xi)\right] =$$

$$= b_1 v_0(x,t)H\left(\tau - \frac{\xi}{M}\right), \qquad (2.3.12)$$

где $b_0 = \dfrac{J}{SL^2}, b_1 = k_0\alpha,\ k_0 = \dfrac{k_{01}}{k_{02}}.$

Рассмотрим стержень с шарнирно закрепленными торцами

$$v(\xi,\tau) = \frac{\partial^2 v}{\partial\xi^2} = 0 \qquad \text{при } \ \xi = 0 \ и \ \xi = 1. \qquad (2.3.13)$$

Для нахождения решения уравнения (2.3.12), удовлетворяющего нулевым начальным и граничным условиям (2.3.13), применим метод Бубнова-Галеркина [5], согласно которому прогиб стержня на отрезке $0<\xi<1$ представим в виде разложения по ортогональным функциям с коэффициентами $W_i(\tau)$

$$v = \sum_{i=1}^{\infty} W_i(\tau)\, sin\, i\,\pi\xi. \qquad (2.3.14)$$

После подстановки выражения (2.3.14) в (2.3.12), получаем

$$\sum_{i=1}^{\infty}\left\{\left[W_i'' + \left(i^4\pi^4 b_0 + b_1\right)W_i\right]\sin i\pi\xi + i\pi\frac{A_0}{L}W_i\sum_{n=1}^{\infty}T_n(\tau)\left[i\pi\varphi_n'(\xi)\sin i\pi\xi + \varphi_n''(\xi)\cos i\pi\xi\right]\right\} =$$

$$= b_1 v_0(x,t).$$

Умножаем последнее равенство на функции $\sum_{j=1}^{n} W_j \sin j\pi\xi$ и после проинтегрируем в интервале $0<\xi<1$

$$W_i\left[W_i'' + 0.5\left(i^4\pi^4 b_0 + b_1\right)W_i + i\pi\frac{A_0}{L}\sum_{j=1}^{n}W_j\sum_{n=1}^{\infty}a_{ijn}T_n(\tau)\right] = W_i b_{1i}.$$

Здесь

$$a_{ijn} = \int_0^1\left[i\pi\varphi_n'(\xi)\sin(i\pi\xi) + \varphi_n''(\xi)\cos(i\pi\xi)\right]\sin(j\pi\xi)d\xi; \quad b_{1i} = b_1\int_0^1 v_0(\xi,t)\sin(i\pi\xi)d\xi.$$

Учитывая независимости функций $W_i(\tau)$, получаем

$$W_i'' + 0.5\left(i^4\pi^4 b_0 + b_1\right)W_i + i\pi\frac{A_0}{L}\sum_{j=1}^{n}W_j\sum_{n=1}^{\infty}a_{ijn}T_n(\tau) = b_{1i}. \qquad (2.3.15)$$

Уравнение (2.3.15) является уравнением метода Бубнова – Галеркина, на практике используется не бесконечное число членов в сумме по индексу j, а ограниченное количество этих членов. Тогда формула (2.3.15) дает систему конечного порядка и решение методом Бубнова – Галеркина является приближенным, дающим верхнюю оценку для искомой величины.

Результаты расчетов продольных напряжений при различной длине волны λ_R для трех сечений трубопровода представлены на рис. 2.6. В расчетах принято $E=2\cdot10^{11}$ Па; $\rho_0=7800$ кг/м^3; $c_2=800$ м/с; $k_u=10^6$ Н/м^2; $k_v=1.2k_u$; $k_{01}=k_{02}=10^7$ Н/м; $R=1.5$ м;$L=50$ м; $A_0=0.003$ м; $B_0=0.1A_0$.

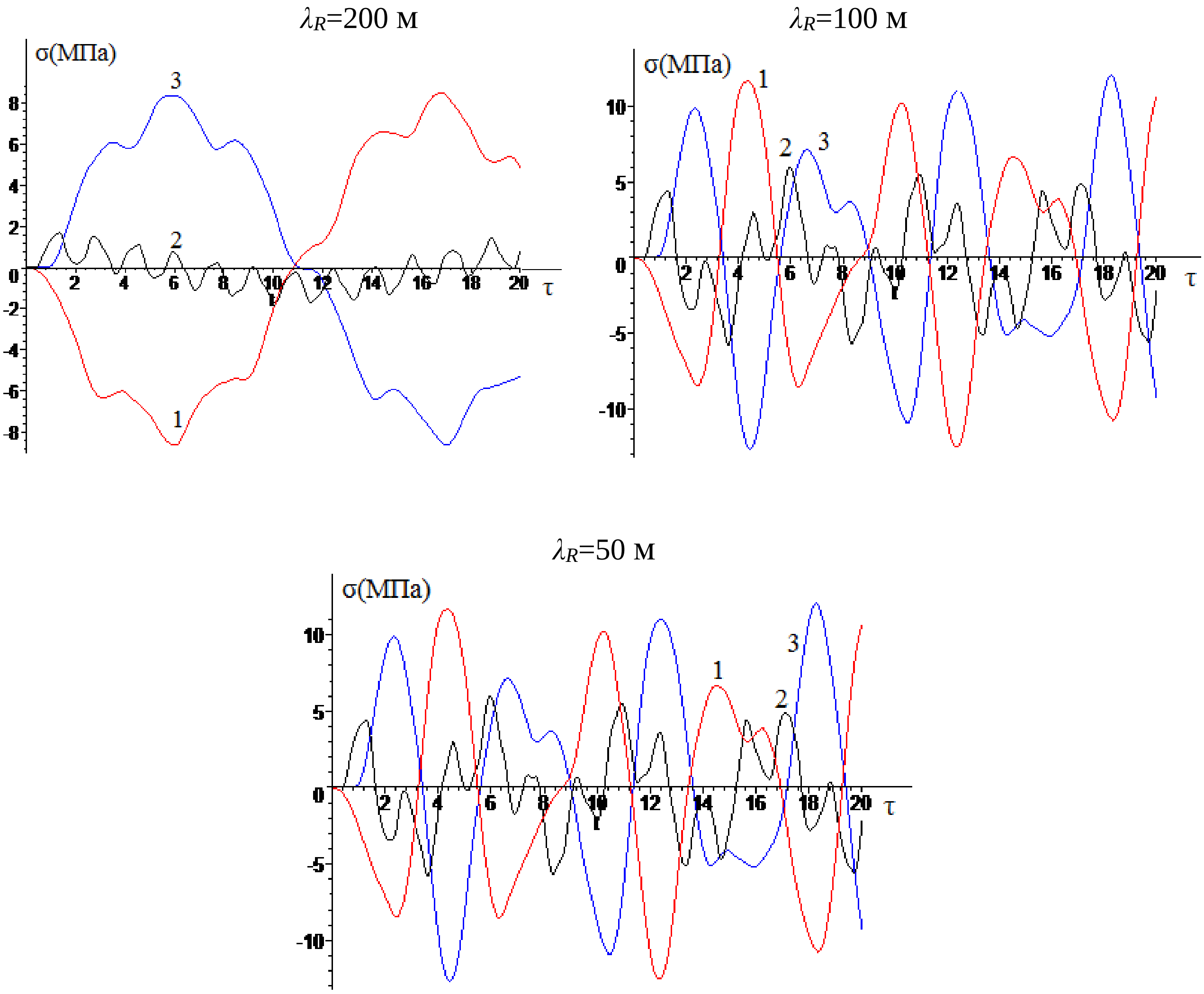


Рис. 2.6. Изменения продольного напряжения для различных значений длины волны λ_R по безразмерному времени $\tau=c_0t/L$ в различных сечениях трубопровода $\xi=x/L$:
1 – красные при ξ=0; *2* – черные при ξ=0.5; *3* – синие при ξ=1

Из анализа кривых представленных на рис.2.6 следует, что с ростом длины волны Релея изменения напряжений по времени в сечениях трубопровода приобретают высокочастотный колебательный характер с возрастающей амплитудой. Расчеты, выполненные при выбранных параметров, показали незначительное влияние изгибных составляющих на напряжённое состояние трубопровода.

2.4. Оценка влияния волнового характера взаимодействия на напряженное состояние деформируемых трубопроводов

Для анализа поведения деформируемых трубопроводов, взаимодействующих с грунтом, сначала рассмотрим случай воздействия сейсмических волн на трубопровод конечной длины, фронт волны которой параллелен или перпендикулярен к оси трубопровода. При этом влиянием самого трубопровода на параметры волнового поля окружающей среды не учитываем. При действии поперечной волны с фронтом параллельным к оси трубопровода, вся длина трубопровода будет находиться в поле действия поперечных волн и если не учитывать время обтекания фронтом волны поверхности трубопровода и ее отражения от свободной поверхности, то можно использовать уравнение движения трубопровода, приведенное в работе [32]

$$u_{tt} - a^2 u_{xx} + bu = -\ddot{u}_0(t). \qquad (2.4.1)$$

Здесь $u(x,t)$ – продольное перемещение сечений трубопровода относительно грунтовой среды; $a = \sqrt{E/\rho}$ – скорость распространения продольной волны в трубопроводе; $b = \pi Dk/\rho F$, где E и ρ – модуль Юнга материала и плотность трубопровода; D и F – его наружный диаметр и площадь поперечного сечения; k – коэффициент жесткости продольного сдвига; $u_0(t)$ – перемещение частиц грунта, параллельное оси трубопровода, $\ddot{u}_0 = \dfrac{d^2u_0}{dt^2}$; x – продольная координата вдоль оси трубопровода; t – время. Начало координат установлено в точке O (рис. 2.7).

Решение уравнения (2.4.1) при нулевых начальных условиях и отсутствия относительного смешения в сечениях $x = 0$ и $x = L$, имеет вид

$$u == -2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-\cos\pi n)\sin(\pi nx/L)}{\pi n \omega_n} \int_0^t \ddot{u}_0(\tau)\sin\omega_n(t-\tau)d\tau. \qquad (2.4.2)$$

Здесь $\omega_n = \dfrac{\sqrt{\pi^2 n^2 a^2 + bL^2}}{L}$.

Решение (2.4.2) уравнения (2.4.1) получено в рамках предположений, принятых в работах [27 – 29], и поэтому его в рамках принятых предположений можно использовать для оценки сейсмостойкости трубопровода конечной длины.

Рассмотрим случай действия продольной волны на трубопровод, за фронтом которой частицы среды (грунта) определяются по закону $u_0(t - x/c)$ (c – скорость распространения продольной волны в окружающей среде). Полагаем, что волна начинает взаимодействовать с трубой в момент времени t=0. Схема волнового взаимодействия среды с трубой при отсутствии вторичных отраженных и дифракционных волн показана на рис. 2.7.

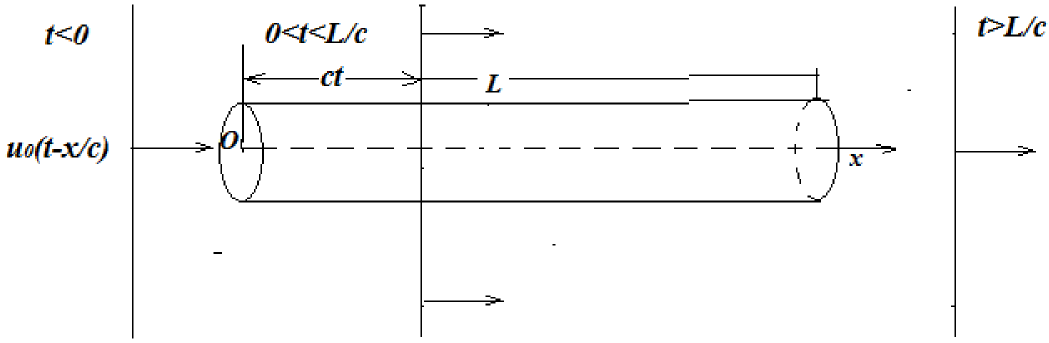


Рис. 2.7. Схема взаимодействия плоской продольной волны с трубопроводом конечной длины

Уравнение движения в рассматриваемом случае записывается в виде

$$u_{tt} - a^2 u_{xx} + bu = \frac{1-M^2}{M^2} \ddot{u}_0(t - x/c) H(t - x/c), \tag{2.4.3}$$

где $M = c/a$, $H(z)$ – единичная функция Хевисайда.

Решение уравнения (2.4.3) при вышеуказанных условиях можно представить в виде

$$u == -2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi n x/L)}{\pi n \omega_n} \int_0^t P_n(\tau) \sin \omega_n (t-\tau) d\tau,$$

где

$$P_n(t) = \int_0^{ct} \ddot{u}_0(t - x/c) \sin(\pi n x/L) dx \text{ при } t \le L/c, \tag{2.4.4}$$

$$P_n(t) = \int_0^{L} \ddot{u}_0(t - x/c) \sin(\pi n x/L) dx \text{ при } t \ge L/c. \tag{2.4.5}$$

Если не учитывать время обтекания трубопровода волной, т.е. считать, что вся его длина мгновенно охватывается волной, то следует полагать $c \to \infty$ ($M \to \infty$), т.е. отсутствует волновой характер взаимодействия, в этом случае решение (2.4.3) переходит к виду (2.4.2). Таким образом волновой характер сейсмического воздействия может существенно изменить сейсмонапряженное состояние трубопровода и поэтому используемые на практике подходы, представленные в работах [31 – 35], могут давать значительные погрешности. В качестве примера рассмотрим частные представления функции $\ddot{u}_0(z)$

1. $\ddot{u}_0 = J = \text{const}$

Вводя безразмерные величины по формулам:

$$\tau = at/L;\ \xi = x/L;\ \bar{u} = u/L;\ \bar{J} = JL/a^2;\ \bar{k} = bL^2/a^2 = \frac{\pi D k L^2}{EF};\ \bar{\omega}_n = \sqrt{\pi^2 n^2 + \bar{k}},$$

решение (2.4.2) представим виде

$$\bar{u} == 2\bar{J}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi n \xi)}{\pi n \bar{\omega}_n} \int_0^{\tau} P_n(z) \sin \bar{\omega}_n (\tau - z) dz,$$

где $$P_n = \frac{1 - M^2}{M^2}[1 - \cos(\pi n M z)] \text{ при } z \le 1/M,$$

$$P_n = \frac{1 - M^2}{M^2}[1 - \cos(\pi n)] \text{ при } z \ge 1/M.$$

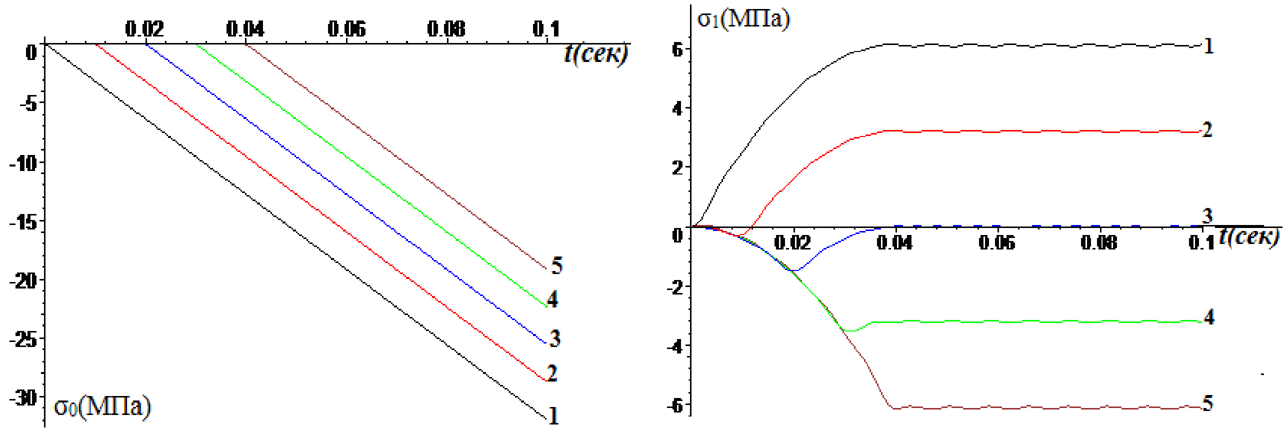
Если не учитывать волновой характер взаимодействия волны с трубопроводом $(M \to \infty)$, то функция P_n имеет вид

$$P_n = -[1 - \cos(\pi n)].$$

На рис. 2.8 и 2.9 представлены кривые изменения напряжений $\sigma_0 = E\bar{u}_\xi$ (МПа), возникающих в грунтовой среде (*а*) и в сечениях трубопровода при относительном перемещении σ_1(МПа) (*б*) по безразмерному времени τ с учетом волнового взаимодействия трубопровода с грунтовой средой для двух его длин L и скорости распространения волны.

В расчетах принято $E = 2 \cdot 10^{10}$ Па, $\rho = 3000$ кг/м^3, $D = 0.6$ м, толщина трубы $\delta = 0.01$ м, $J = 4$ м/с^2. Для оценки влияния числа Маха использована формула $M = L_v / Ta$ (L_v и T – длина и период колебаний действующей волны, где принято T=0.2 с)

$c = 250$ м/с, $L = 10$ м



$c = 500$ м/с, $L = 10$ м

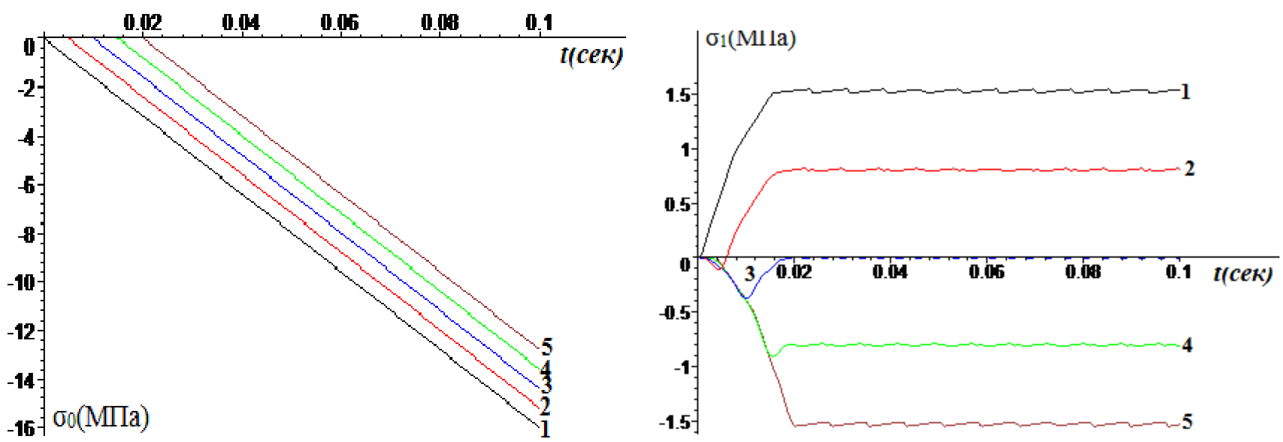


Рис. 2.8. Изменение напряжений σ_0(МПа) и σ_1(МПа) по времени *t* для двух скоростей распространения волны в различных сечениях трубопровода длиной *L*=10 м:
1 – ξ=0; *2* – ξ=0.25; *3* – ξ=0.5; *4* – ξ=0.75; *5* – ξ=1

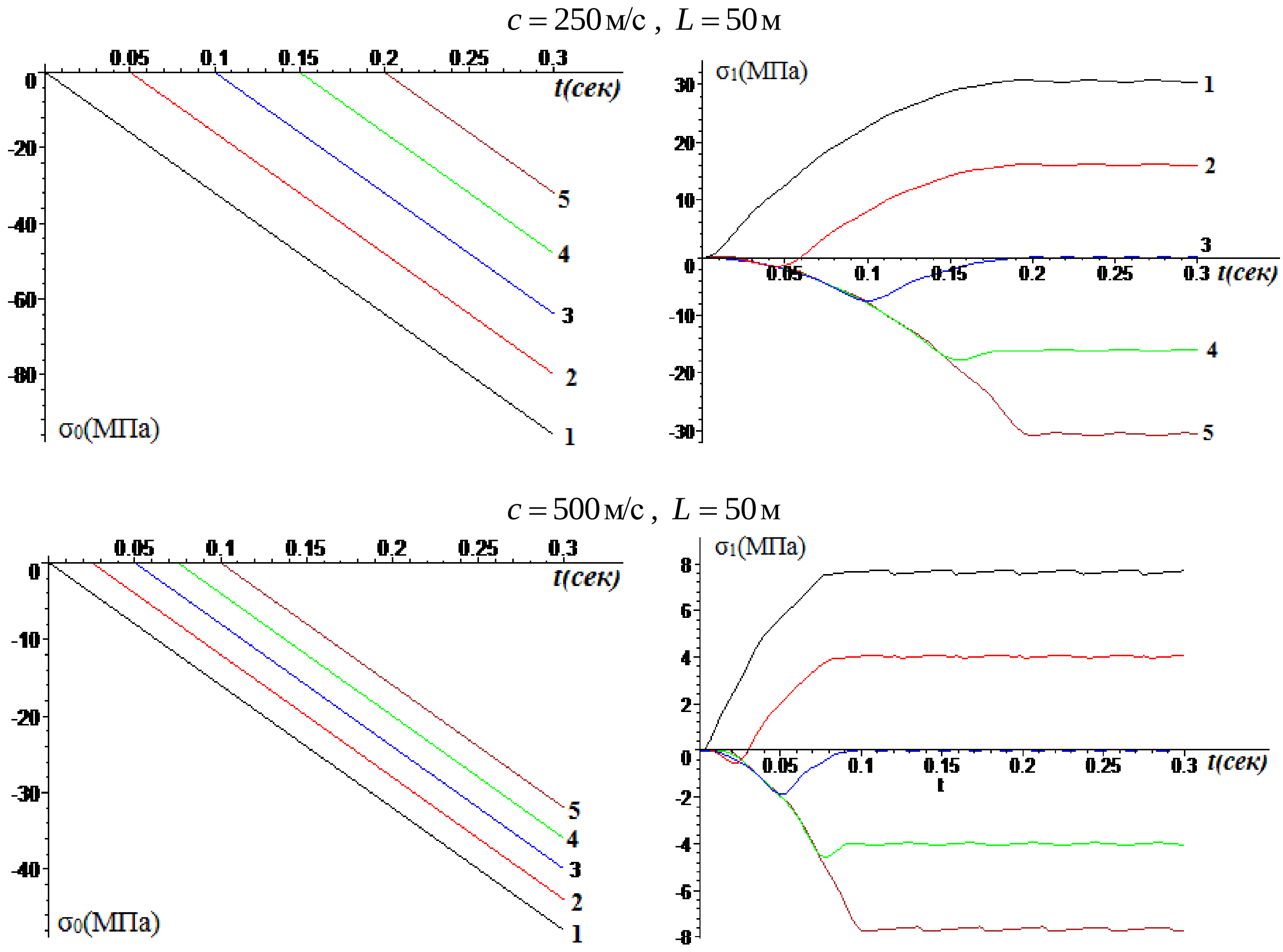


Рис. 2.9. Изменение напряжений σ_0(МПа) и σ_1(МПа) по времени t для двух скоростей распространения волны в различных сечениях трубопровода длиной L=50 м:
1 – ξ=0; *2* – ξ=0.25; *3* – ξ=0.5; *4* – ξ=0.75; *5* – ξ=1

На рис. 2.10 представлены кривые изменений напряжения в сечениях трубопровода при отсутствии волнового характера взаимодействия волны с трубопроводом для двух его длин L.

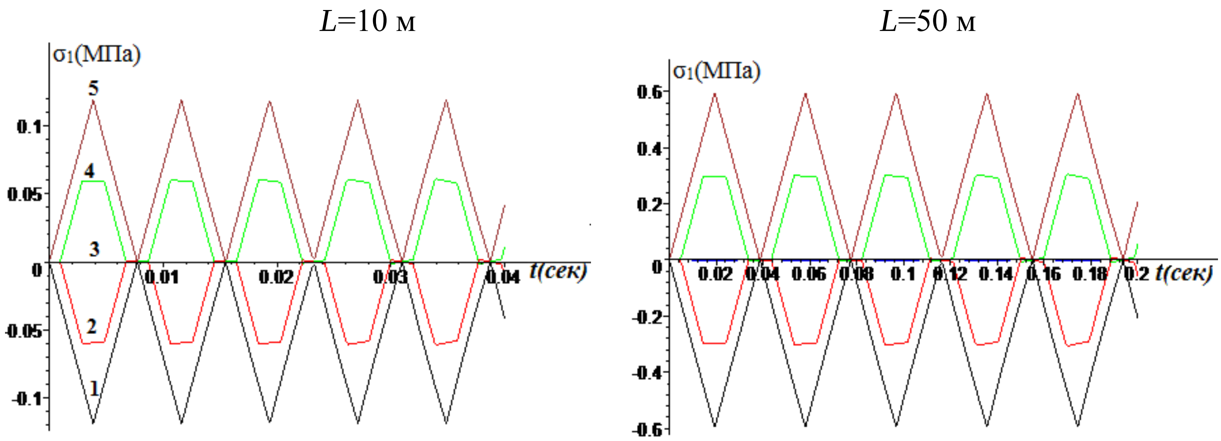
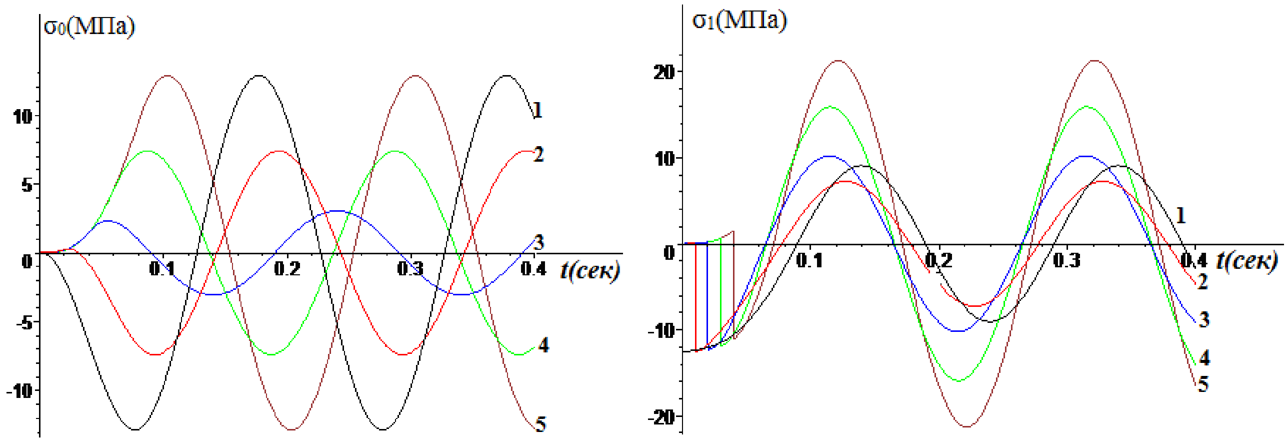


Рис. 2.10. Изменение напряжений σ_1(МПа) по времени t (с)
в сечениях трубопровода в случае отсутствия волнового характера взаимодействия:
1 – ξ=0; *2* – ξ=0.25; *3* – ξ=0.5; *4* – ξ=0.75; *5* – ξ=1, для двух длин трубопровода

2. Перемещение частиц грунта за волной меняется по закону $u_0 = A_0 \sin[2\pi(t/T_0 - L\xi/L_v)]$, где $A_0 = 0.005$м. В расчетах принято $c = 250$ м/с. Результаты расчетов для напряжений σ_0 и σ_1 представлены на рис. 2.11 – 2.12. А на рис. 2.13 представлены кривые изменения напряжений в различных сечениях трубопровода для двух его длин в случае отсутствия волнового характера взаимодействия трубопровода с окружающим грунтом.

$L = 10$м



$L = 50$м

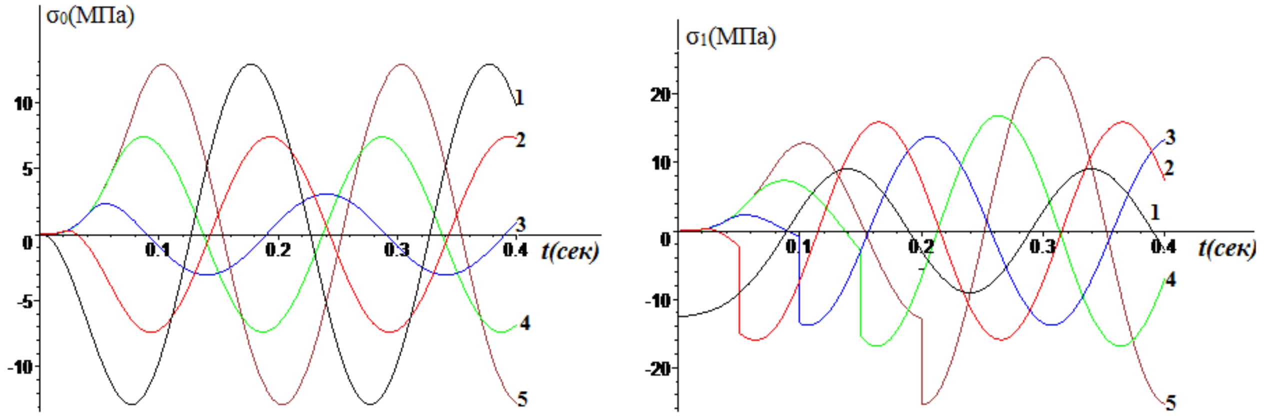
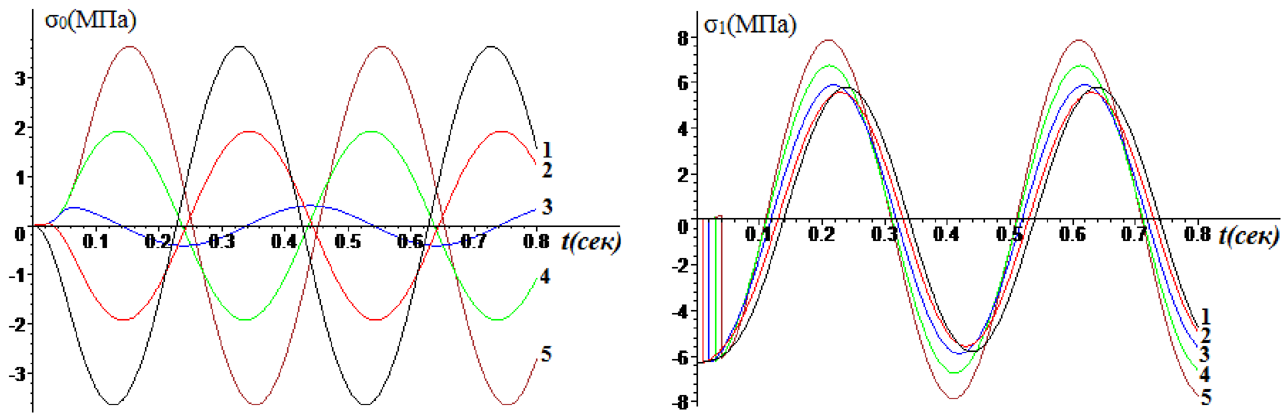


Рис. 2.11. Изменения напряжений σ_0(МПа) и σ_1(МПа) по времени t (с) для $T = 0.2$с и двух длин трубопровода L (м) в сечениях трубопровода :
1 – ξ=0; *2* – ξ=0.25; *3* – ξ=0.5; *4* – ξ=0.75; *5* – ξ=1

$L = 20$м



$L = 50$ м

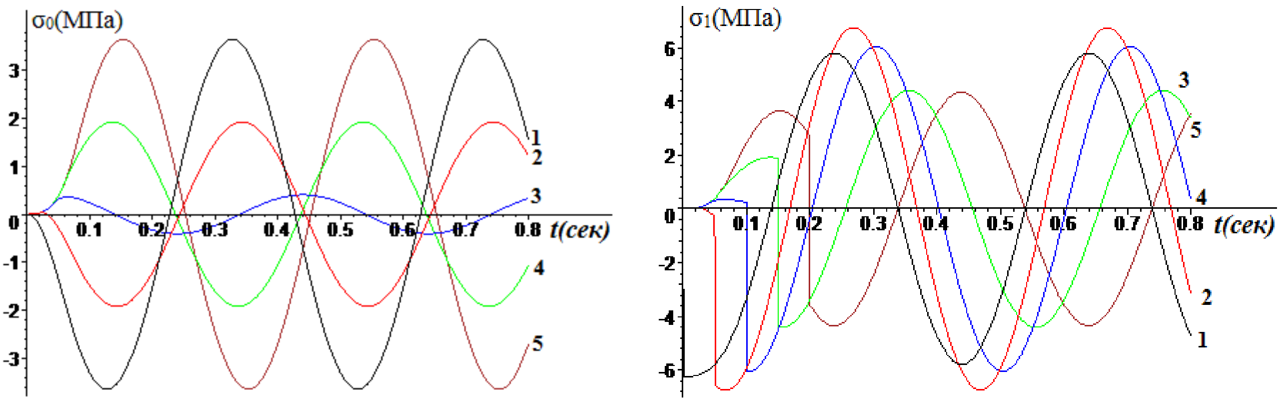


Рис. 2.12. Изменения напряжений σ_0(МПа) и σ_1(МПа) по времени t (с) для $T = 0.4$ с и двух длин трубопровода L (м) в сечениях трубопровода:
1 – ξ=0; *2* – ξ=0.25; *3* – ξ=0.5; *4* – ξ=0.75; *5* – ξ=1

L=10 м L=50 м

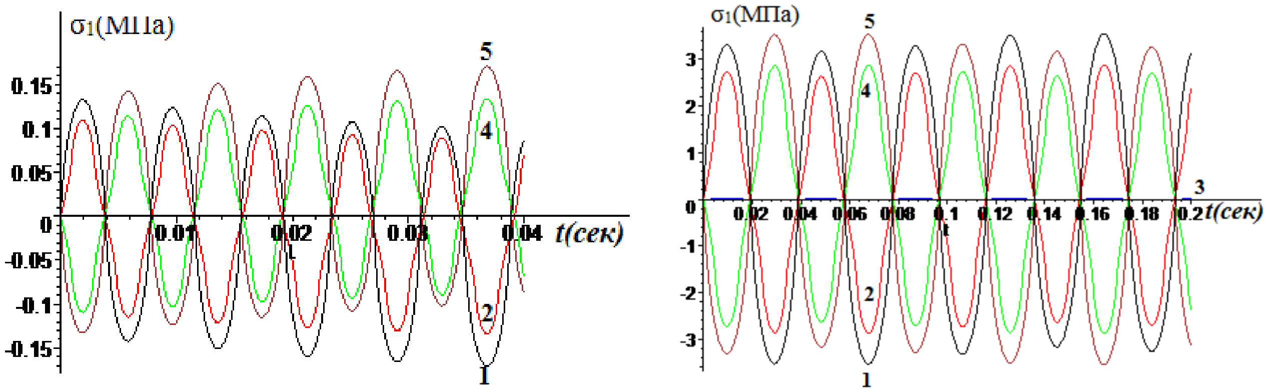


Рис. 2.13. Изменения напряжений σ_1(МПа) по времени t (с) в сечениях трубопровода в случае отсутствия волнового характера взаимодействия для двух длины трубопровода:
1 – ξ=0; *2* – ξ=0.25; *3* – ξ=0.5; *4* – ξ=0.75; *5* – ξ=1

Из анализа результатов, представленных на рис. 2.11 – 2.12, следует, что на изменение напряжений по времени в различных сечениях трубы существенное влияние оказывают как длина трубопровода, так и длина волны, что указывает на необходимость учета волнового характера взаимодействия трубы с грунтом на сейсмонапряженное состояние трубопровода. Сравнивая графики, представленные на рис. 2.11 – 2.13, можно считать, что для коротких волн появляется необходимость учета волнового процесса в теле трубопровода. В случае, когда длина волны намного больше длины трубы, то эффекты волновых явлений незначительные. При этом составляющими напряжений, связанных с перемещением сечений трубопровода относительно грунта можно пренебречь. Для очень коротких волн, сопоставимые с диаметром трубопровода, использованные выше расчетные модели непригодны. В этом случае следует рассмотреть внешнюю задачу о волновом взаимодействии трубопровода с окружающей средой, где на напряженное состояние трубопровода существенное влияние могут оказать вторичные волны, излучаемые колебаниями трубопровода.

ГЛАВА 3. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОТЯЖЕННОМ ПОДЗЕМНОМ ТРУБОПРОВОДЕ ПРИ ЕГО ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ГРУНТОМ ПО КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ

Наблюдения за последствиями сильных и очень сильных землетрясений показывают, что надземные здания и сооружения без сеймозащитных мероприятий испытывают повреждения и разрушения, подземные трубопроводы получают повреждения в виде разрыва стыков и самих труб. Подземные сооружения обеспечены естественной сейсмоизоляцией, но несмотря на это очень сильные и катастрофические землетрясения выводят системы жизнеобеспечения из строя. Поэтому изучение сейсмодинамических процессов в подземных трубопроводах под воздействием землетрясения стало одним из важных направлений механики. Материалы этой главы были опубликованы в статьях [35, 39 – 45].

История развития исследований по оценке воздействия сейсмической волны на подземный трубопровод приведено в [24, 28, 37, 38, 46]. Экспериментальные исследования [28, 34, 37] позволили обосновать упрощенные модели вязкоупругого и упругопластического взаимодействия грунта и трубопровода. Здесь, при определенных условиях, основную роль играет свойство грунта, это подтверждает проведенные эксперименты по определению модуля сдвига мелкозернистого грунта при различных скоростях нагружения [47].

Стационарная задача сейсмодинамики протяженного прямолинейного трубопровода с нелинейными моделями взаимодействия с использованием функции пластичности рассмотрена в [48].

Обзоры теоретических и экспериментальных исследований по математическому моделированию динамических процессов в подземных трубопроводах при воздействии сейсмических волн приведены в работах [49 – 56]. Экспериментальные исследования показывают, что состояние подземного трубопровода под воздействием сейсмических волн изменяется в основном в зависимости от характеристик грунта и действующих через грунт сейсмических волн [31, 47].

Некоторые подземные коммуникации построены и эксплуатируются в сейсмоопасных районах. Это обстоятельство требует надежного обеспечения сейсмической безопасности подземных сооружений и трубопроводов [57 – 60].

В линейных задачах сейсмодинамики подземных сооружений в системе уравнений движения входят члены без производных от перемещений и углов поворотов [28, 32, 33]. Построение конечно-разностных схем для таких уравнений без паразитных осцилляций приведено в [61–63]. Пространственные задачи для сложных систем подземных трубопроводов рассмотрены в [64–67].

В работах [34, 68] модель взаимодействия трубопровода с грунтом не является универсальным и не полностью отражает нелинейный характер диаграммы «касательное напряжение – относительное перемещение», имеется разрыв касательного напряжения в начале разгрузки, переход в состояние структурного разрушения в основном связан с уменьшением динамического давления в грунте. Поэтому в работах [35, 41, 44] исследованы закономерности возникновения и распространения волн деформаций в трубопроводе в случае кусочно-линейной аппроксимации нелинейной диаграммы, определенной экспериментально, при меньшей скорости распространения волны в грунте по сравнению со скоростью распространения волны в трубопроводе. Расположение подземных трубопроводов близко к дневной поверхности и то что сейсмические волны имеют три компоненты, а также грунты имеют нелинейный характер деформирования требует постановки трехмерной нелинейной динамической контактной задачи механики деформируемого твердого тела, решение которой приводит большим трудностям.

Значительное различие физико-механических характеристик трубопровода и его окружающего грунта в процессе деформирования приводит к локализации сдвигов [69, 70] в грунте непосредственно около трубопровода. Учитывая то обстоятельство, что сейсмические волны от землетрясений являются низкочастотными, строятся упрощенные модели взаимодействия трубопровода с грунтом, в которых не учитываются отраженные (дифрагированные) волны от трубопровода, а распространяющаяся волна в грунте считается заданной. Рассмотрены различные упрощенные модели взаимодействия протяженного подземного трубопровода с грунтом [28, 31, 34, 35, 41, 47, 71–73]. Впервые в [27] получены аналитические решения задачи о воздействии стационарной гармонической волны на бесконечный подземный трубопровод при разных отношениях скоростей распространения волн в грунте и трубопроводе. Сравнение результатов воздействия волны, распространяющейся в грунте, полученные по разным моделям взаимодействия трубопровода с грунтом с учетом разрушения структуры грунта и идеального упругопластического тела показало, что в практических расчетах для сейсмических волн от землетрясений можно использовать модель взаимодействия в форме идеального упругопластического тела [35, 41, 73, 74]. Численное решение осесимметричной контактной задачи сейсмодинамики подземных трубопроводов при действии синусоидальной волны получены методом конечных элементов до момента времени 0.04 с приведены в [75]. В работе [61] при численном решении одномерной волновой задачи с разрывами на фронте волны напряжения показано, что паразитные осцилляции отсутствуют, если использовать при конечно-разностной аппроксимации предельное условие устойчивости Куранта.

Представляет определенный интерес поведение протяженного подземного трубопровода, когда поверхностная сейсмическая волна воздействует на трубопровод под углом. Наклонная волна к трубопроводу может быть представлена в виде продольных и поперечных волн, распространяющихся вдоль трубопровода с «видимыми» скоростями, большими чем скорость падающей волны [72, 76, 77].

В данной главе приведены исследования задач сейсмодинамики протяженного прямолинейного подземного трубопровода, взаимодействующего с грунтом по билинейной [39], нелинейной с учетом структурного разрушения грунта [41, 42, 44] и разжижения грунта моделям [40]. В качестве решения задач применяется явная конечно-разностная схема с использованием логического алгоритма определения переходов из одного состояния в другое состояние.

Задача сейсмодинамики протяженного подземного трубопровода, взаимодействующего с грунтом по модели сухого трения Кулона-Амонтона, в стационарном случае была решена А.А. Ильюшиным и Т.Р. Рашидовым [27, 28]. Нестационарные задачи воздействия волн напряжения, со скачками на переднем и заднем фронтах, на полубесконечный трубопровод решены методом характеристик Л.В. Никитиным [78, 79]. Задача выдергивания заклиненной вертикальной буровой трубы ударными нагрузками в рамках модели сухого трения была решена методом конечных разностей И. Мирзаевым [80]. Позже, разработанный алгоритм решения нелинейной задачи использован в [81, 82].

Следует отметить, что динамические задачи с сухим трением являются существенно нелинейными задачами [83,84]. В [85] рассмотрены вопросы выбора оптимального значения параметров модели идеального упругопластического взаимодействия здания с фундаментом для снижения воздействия землетрясения. При изучении движения материальной точки на шероховатой плоскости [86] предполагается, что на материальную точку всегда действует сила сухого трения, направленная против движения, при этом многократные остановы и скольжения не рассмотрены. В [87] взаимодействие фундамента с основанием рассматривается как модель упругопластического тела. В работах [88–90] рассмотрены задачи с сухим трением при различных моделях, определение начала скольжения не рассматривается.

В динамических задачах двух абсолютно твердых тел с сухим трением Кулона значение силы трения до начала скольжения является неизвестной величиной, и поэтому в строгой постановке задачи определение начала скольжения становится проблематичной. В опубликованных работах для обхода этой проблемы вводят упругий участок в модель взаимодействия двух тел, либо начало скольжения связывают со значением действующих на тела внешних сил, не учитывая ускорения тел.

В отдельном параграфе приведено построение конечно-разностной схемы с логическим алгоритмом для численного решения задач сейсмодинамики протяженного подземного трубопровода, взаимодействующего с грунтом по модели сухого трения Кулона-Амонтона, для длинной волны различной формы. Показаны закономерности формирования и распространения волн в трубопроводе.

Исследование поведения подземных трубопроводов в разжижаемых грунтах при землетрясении привлекает внимание ученых, занимающихся вопросами подъема трубопроводов во время землетрясения. Обзор работ в этом направлении приведен в [91–93]. Большинство работ посвящено экспериментальному изучению всплытия трубы в лабораторных условиях, отдельные статьи посвящены теоретическим исследованиям этого процесса. В работе [92] приведены условия перехода грунтов в разжиженное состояние.

Структурное разрушение грунта при сдвиговых деформациях наблюдались в проведенных экспериментах [31, 47, 69, 70, 94, 95]. При продольном взаимодействии трубопровода с грунтом наибольшую сдвиговую деформацию испытывает грунт, находящийся вблизи трубопровода, в этом слое грунта происходит структурное разрушение и переход в разжиженное состояние.

В настоящее время теория сейсмодинамики подземных сооружений успешно развивается. Основные идеи определения силы и характера взаимодействия различных типов подземных систем строительства с окружающей средой стали классическими. Они составляют основу теоретических и практических разработок, привели к значительному развитию экспериментальных исследований и внедрению результатов исследований в инженерную практику. Разработанные ранее основные положения теории сейсмодинамики подземных сооружений не потеряли своей актуальности со временем, но продолжают развиваться и сейчас находятся на новом, прогрессивном этапе своего развития. Реологические закономерности взаимодействия сооружений с грунтом были изучены экспериментально. Сейсмические волны воздействуют с различной интенсивностью по времени и координате. Методы и правила теории сейсмодинамики используются для комплексного исследования напряженно-деформированного состояния подземных сооружений. В целом изучение сейсмостойкости трубопроводных систем достаточно развито, но выбор расчетных моделей с учетом специфики специальных инженерных сооружений требует новых подходов [96].

Анализ воздействия сильных землетрясений показывает, что сейсмостойкость подземных сооружений зависит от направления сейсмической волны. Поскольку во время землетрясений на подземные сооружения могут воздействовать волны в произвольном направлении, в подземном сооружении возникают изгибные и крутильные деформации. Поэтому имеется необходимость обеспечения прочности и устойчивости подземных сооружений при воздействии сейсмических нагрузок. В этом смысле совершенствование численных методов решения задач, выполнение целевых научных исследований по расчету сейсмических воздействий в виде реальных записей землетрясений при исследовании сейсмодинамики подземных систем жизнеобеспечения является одной из наиболее актуальных проблем [65, 96].

Существует множество приближенных подходов и методов сейсмодинамики подземных сооружений (трубопроводов и туннелей) при сейсмическом воздействии и их номинальных напряжений. Учитывая сложность расчетной задачи с учетом взаимодействия систем грунта и трубопроводов, делаются некоторые предположения. При этом в моделях взаимодействия между системами трубопроводов и окружающей средой имеющиеся параметры и функции должны быть определены экспериментально [71, 97 – 102].

Учитывая, что подземные трубы расположены близко к поверхности земли, предполагается, что трехкомпонентная сейсмограмма, записанная при землетрясении, действует как волна, распространяющаяся с определенной скоростью под разными углами через вязко-упругую связь на трубопровод. Были рассмотрены варианты стальных и полимерных труб [103].

В последнем параграфе приведено исследование воздействия сейсмических волн по реальным записям землетрясений на пространственно-расположенных трубопроводных систем. В качестве примера проанализировано поведение крестообразной трубопроводной системы.

3.1. Волновые процессы в протяженном подземном трубопроводе при взаимодействии с грунтом по билинейной модели

Пусть по грунту со скоростью c_g распространяется плоская продольная волна $v_g = v_g(t - x/c_g)$, нормаль, к фронту которой, параллельна к оси трубопровода длины l. Начало координатной оси Ox расположим на левом торце трубопровода. Предположим, что движение грунта задано и не искажается из-за присутствия трубопровода, который моделируется упругим стержнем. При этом взаимодействие трубопровода с окружающего его грунтом учитывается по билинейной модели (рис.3.1), константы которой определяются экспериментальным путем.

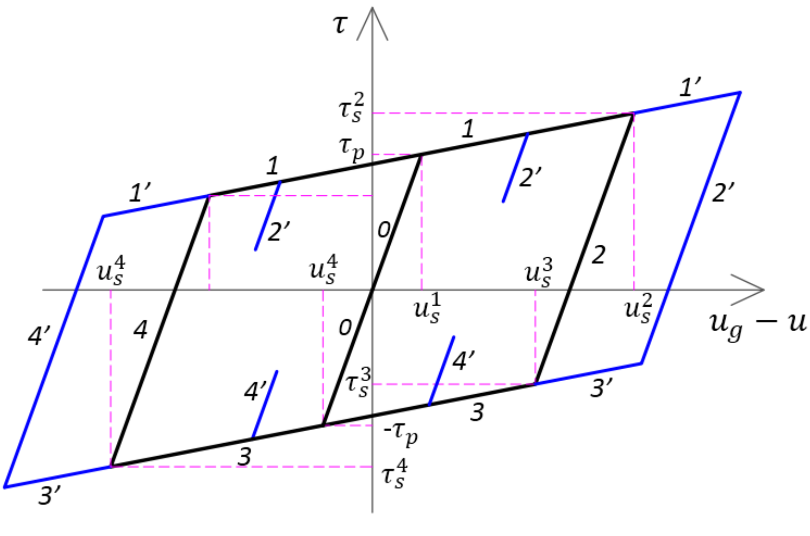


Рис. 3.1. Диаграмма зависимости $\tau = \tau_s^{(l)} + k^{(l)}\left(u_g - u - U_s^{(l)}\right)$, соответствующая билинейному закону взаимодействия

Уравнения динамики протяженного подземного трубопровода представим в форме

$$\frac{\partial v}{\partial t} = c^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{\pi D}{F\rho}\tau,$$
$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x}, \qquad (3.1.1)$$
$$\tau = \tau_s^{(l)} + k^{(l)}\left(u_g - u - U_s^{(l)}\right)$$

с начальными условиями

$$u\big|_{t=0} = 0 \text{ и } v\big|_{t=0} = 0,$$

а также граничными условиями, свободными от напряжения. Здесь $c = \sqrt{E/\rho}$ – скорость распространения волны в трубопроводе; E, ρ – модуль упругости и плотность материала трубопровода; ε, v, u – деформация, скорость и перемещение частиц по оси трубопровода; v_g, u_g – скорость и перемещение частиц грунта по оси трубопровода; D, F – диаметр и площадь поперечного сечения трубопровода; k_1 – коэффициент упругого взаимодействия поверхности трубопровода с грунтом; k_2 – коэффициент взаимодействия в области пластичности; τ_p – абсолютное значение предела упругости касательного напряжения; τ_s, U_s – значение бокового касательного напряжения и разность перемещений соответствующих точек грунта и трубопровода в момент s-того перехода из одного состояния в другое (τ_0=0, U_0=0). Экспериментальные данные [34, 47] показали, что величины k_1, k_2 и τ_p зависят от статического и динамического давления, а также от скорости нагружения. Для удобства анализа получаемых решений величины k_1, k_2 и τ_p примем константами.

В начале процесса нагружения в каждой точке до достижения предела упругости, т.е. при $\tau < |\tau_p|$, значение верхнего индекса l=0 и $k^{(0)}=k_1$. При переходе из упругой в пластическую область, т.е. при $\tau > |\tau_p|$, в зависимости от знака $(u_g - u)$ принимаем l=1 или l=3 и $k^{(l)}=k_2$. Если в процессе величина относительной скорости $(v_g - v)$ в какой либо точке меняет знак, тогда начинается процесс разгрузки в этой точке и соответственно верхний индекс l меняет значение с l=1 на l=2 или с l=3 на l=4 и $k^{(l)}=k_1$. Процесс разгрузки продолжается пока $|\tau - \tau_s^l| < 2\tau_p$. При $|\tau - \tau_s^l| > 2\tau_p$ верхний индекс l меняет значение с l=2 на l=3, или с l=4 на l=1 и $k^{(l)}=k_2$. Но в процессе разгрузки могут быть случаи последующего нагружения и выполнения условия l=2 и $\tau > \tau_s^l$ или l=4 и $\tau < \tau_s^l$, тогда процесс переходит в пластическую область. Таким образом, верхний индекс l позволяет управлять процессом упругопластического взаимодействия трубопровода с грунтом, как показано на рис. 3.1.

Необходимо обратить внимание на два обстоятельства: скорости распространения волны в грунте и трубопроводе различаются в несколько раз, и взаимодействие трубопровода с грунтом описывается кусочно-линейной моделью.

Разобьем трубопровод длиной L на отрезки размером Δx на m частей $L=m\cdot\Delta x$. По переменной t определим шаг по времени $\Delta t = \Delta x/c$, являющийся предельным условием устойчивости Куранта для явной конечно-разностной схемы. Введем обозначение: $q=\pi D/F\rho$.

Дискретные значения деформации возьмем на концах отрезков Δx, а скорости частиц в середине отрезков Δx. По времени дискретные значения деформации возьмем в середине шага, а скорости частиц на каждом шаге по времени. Представим уравнения (3.1.1) их конечно-разностной аппроксимацией первого порядка точности по Δx и Δt

$$
\begin{gathered}
\frac{v_{i+1/2}^{j+1}-v_{i+1/2}^{j}}{\Delta t}=c^2\,\frac{\varepsilon_{i+1}^{j+1/2}-\varepsilon_{i}^{j+1/2}}{\Delta x}+\chi\,\frac{\tau_{i+1/2}^{j+1}+\tau_{i+1/2}^{j}}{2};\\
\tau_{i+1/2}^{j+1}=\tau_s^{(l)}+k_x\left(u_{g\,i+1/2}^{\;j+1}-u_{i+1/2}^{j}-\Delta t\;v_{i+1/2}^{j+1}-U_s^{(l)}\right)\\
\frac{\varepsilon_{i}^{j+1/2}-\varepsilon_{i}^{j-1/2}}{\Delta t}=\frac{v_{i+1/2}^{j}-v_{i-1/2}^{j}}{\Delta x};\\
u_{i+1/2}^{j+1}=u_{i+1/2}^{j}+\Delta t\;(v_{i+1/2}^{j+1}+v_{i+1/2}^{j})/2;\\
u_{g\,i+1/2}^{\;j+1}=u_{g\,i+1/2}^{\;j}+\Delta t\,(v_{g\,i+1/2}^{\;j+1}+v_{g\,i+1/2}^{\;j})/2,
\end{gathered}
\qquad (3.1.2)
$$

где нижний индекс соответствует координате, а верхний – времени. Достаточным условием устойчивости разностной схемы (3.1.2) является следующее условие: $q\cdot k_1\cdot(\Delta t)^2<<1$.

Из уравнений (3.1.2) определяем последовательно: $\varepsilon_{i+1}^{j+1/2}, v_{i+1/2}^{j+1}, u_{i+1/2}^{j+1}$. На каждом шаге по времени проверяем значение τ во всех точках. В тех точках, где происходит переход к пластическому состоянию (l=1 или l=3), производим итерационное уточнение решения методом Ньютона-Рафсона [104]

$$
\Delta v^{(k)}=-\left(v_{i+1/2}^{j+1}\right)^{(k)}+\frac{2c\left(\varepsilon_{i+1}^{j+1/2}-\varepsilon_{i}^{j+1/2}\right)+2v_{i+1/2}^{j}+2q\Delta t\tau_s+k_2q\Delta t\left(u_{g\,i+1/2}^{j+1}+u_{g\,i+1/2}^{\;j}-2u_{i+1/2}^{j}-2U_s\right)}{2+k_2q(\Delta t)^2},
$$

$$
\left(v_{i+1/2}^{j+1}\right)^{(k+1)}=\left(v_{i+1/2}^{j+1}\right)^{(k)}+\Delta v^{(k)},
$$

где k – номер итерации. Итерационный процесс продолжается до достижения необходимой точности вычисления. Сохраним информацию о переходе в этой точке в пластическое состояние, а также значений τ_s, U_s. На последующих шагах по времени в этих точках во втором уравнении системы (3.1.2) $k^{(l)}=k_2$. Далее, производится проверка на переход в состояние упругой разгрузки по изменению знака относительной скорости $v_g - v$. В момент начала разгрузки запоминаются значения τ_s, U_s и l=1 или l=3. Здесь так же производим итерационное уточнение решения по следующему алгоритму

$$
\Delta v^{(k)}=-\left(v_{i+1/2}^{j+1}\right)^{(k)}+\frac{2c\left(\varepsilon_{i+1}^{j+1/2}-\varepsilon_{i}^{j+1/2}\right)+2v_{i+1/2}^{j}+2q\Delta t\tau_s+k_1q\Delta t\left(u_{g\,i+1/2}^{j+1}+u_{g\,i+1/2}^{\;j}-2u_{i+1/2}^{j}-2U_s\right)}{2+k_1q(\Delta t)^2},
$$

$$
\left(v_{i+1/2}^{j+1}\right)^{(k+1)}=\left(v_{i+1/2}^{j+1}\right)^{(k)}+\Delta v^{(k)}.
$$

На последующих шагах по времени вычисления производятся в соответствии с состоянием процесса взаимодействия в каждой точке.

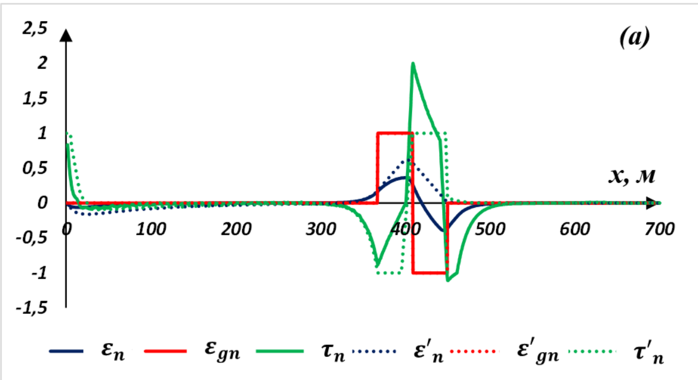
Обсудим результаты при конкретных исходных данных. Вычисления производились при следующих исходных данных: L=1000 м; D=0.61 м; F=0.019 м^2; c_g=500 м/с; c=5000 м/с; $k_1=10^7$ Н/м^3; $k_2=10^6$ Н/м^3; τ_p=10 кПа; Δt=0.0001 с.

Проведем расчет действия импульса скорости в виде

$$v_g = v_{gm} \cdot \left(\left(H\left(t - x/c_g\right) - H\left(t - t_0/2 - x/c_g\right)\right) - \left(H\left(t - t_0/2 - x/c_g\right) - H\left(t - t_0 - x/c_g\right)\right)\right),$$

амплитудой v_{gm}=0.19 м/с, где где $H(t)$ – функция Хевисайда, t_0=0.165 с.

На рис.3.2 представлены нормированные графики деформации грунта $\varepsilon_{gn}=\varepsilon_g/\varepsilon_{gm}$ (здесь ε_{gm}=0.00038) и трубопровода $\varepsilon_n=\varepsilon/\varepsilon_{gm}$, а также бокового касательного напряжения $\tau_n=\tau/\tau_p$. в различные моменты времени. Эти же значения для модели идеального упругопластического тела представлены в виде ε'_g, ε'_n, τ'_n, u'. Здесь видны разрывность деформации на фронте волны в грунте и участки с предельным состоянием по графику бокового касательного напряжения. Следует заметить, что боковое касательное напряжение достигает предельного состояния перед разрывным фронтом волны в грунте за счет волны в трубопроводе. Процесс обратного выталкивания трубопровода, имевшее место в модели идеального упругопластического тела, в случае билинейной модели взаимодействия при использованных данных k_1 и k_2 не наблюдается.



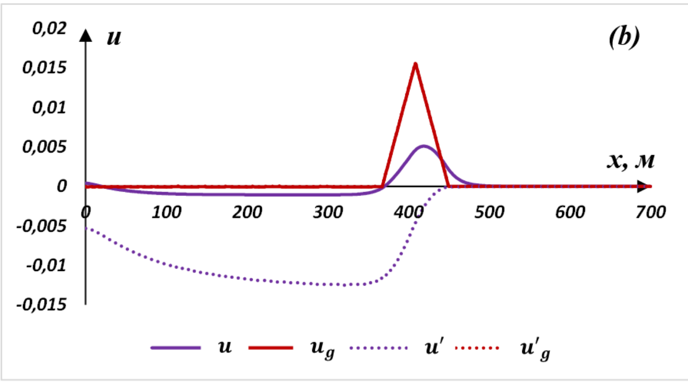
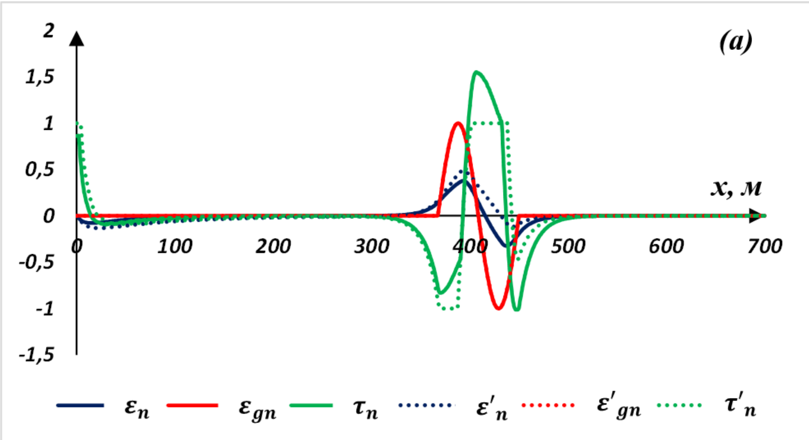


Рис. 3.2. Нормированные деформации грунта, трубопровода, бокового касательного напряжения в моменты времени: t=0.9 с (a), и перемещения (в метрах) при t=0.9 с (b)

На рис.3.3 приведены результаты расчетов, когда заданная волна представляется в виде импульса

$$v_g = 2v_{gm}\sin[\pi(t - x/c_g)/t_0]\cos[\pi(t - x/c_g)/t_0][H(t - x/c_g) - H(t - t_0 - x/c_g)].$$

Так как разрывного фронта волны в грунте в этом случае отсутствует, предельное состояние бокового касательного напряжения наступает впереди фронта волны в грунте на небольшом расстоянии от левого торца трубопровода на короткое время, а затем исчезает. Здесь так же не наблюдается процесс обратного выталкивания трубопровода.



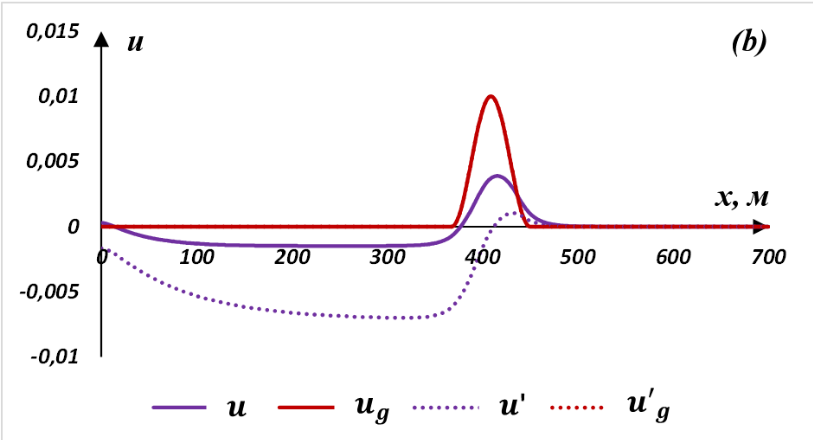


Рис. 3.3. Нормированные деформации грунта, трубопровода, бокового касательного напряжения в моменты времени: t=0.9 с (a), и перемещения (в метрах) при t=0.9 с (b)

На рис.3.4 приведены результаты расчетов, когда заданная волна представляется в виде импульса

$$v_g = v_{gm}\cos[\pi(t - x/c_g)/t_0][H(t - x/c_g) - H(t - t_0 - x/c_g)].$$

Сравнение рис.3.2 и 3.3 показывает, что картины формирования и распространения волны в трубопроводе зависит от формы волны, распространяющейся в грунте.

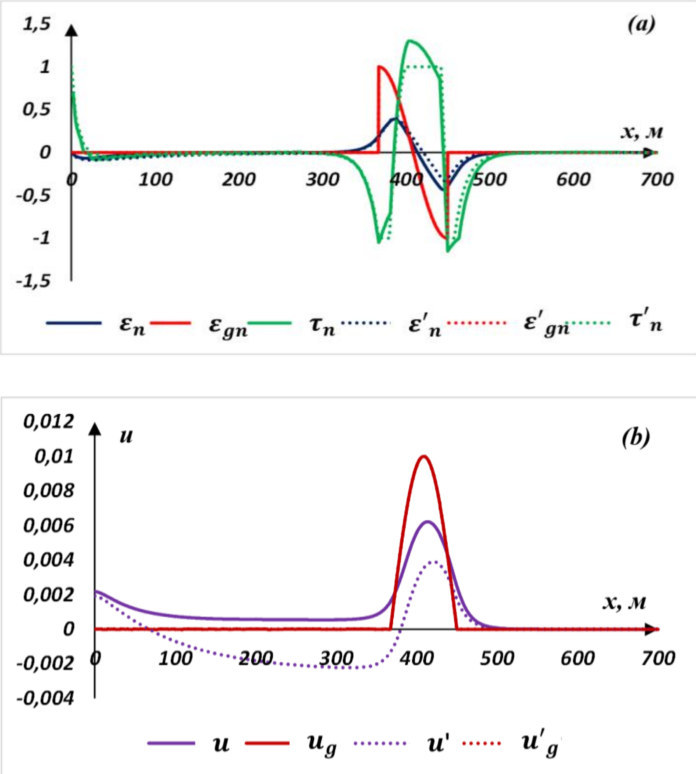


Рис. 3.4. Нормированные деформации грунта, трубопровода, бокового касательного напряжения в моменты времени: t=0.9 с (*a*) и перемещения (в метрах) при t=0.9 с (*b*)

Приходим к следующему заключению. Показана применимость метода конечных разностей по явной схеме для решения нестационарной задачи о воздействии плоской продольной волны, распространяющейся в грунте, на подземный трубопровод конечной длины при взаимодействии его с грунтом по билинейной модели. Получены численные значения скоростей, деформаций и боковых касательных напряжений для разных форм волны. Показан процесс формирования и распространения волны в трубопроводе. Остаточные явления после прохождения волны зависят от формы волны. Полученный эффект обратного выталкивания трубопровода при действии импульса перемещения, распространяющегося в грунте, в виде синуса в квадрате и равнобедренного треугольника в случае билинейной модели взаимодействия при k_2/k_1=0,1 не наблюдается.

3.2. Исследование сейсмодинамики подземного трубопровода на основе экспериментальных кривых взаимодействия с грунтом

Пусть по грунту распространяется со скоростью c_g заданная плоская продольная волна $v_g(t\text{-}x/c_g)\cdot H(t\text{-}x/c_g)$, нормаль, к фронту которой, параллельна к оси трубопровода длины L. Начало координатной оси Ox расположим на левом торце трубопровода.

Модель нелинейного взаимодействия трубопровода грунтом, исходя из экспериментальных диаграмм, представим, как на рис. 3.5. На этом рисунке арабскими цифрами обозначены участки модели взаимодействия. В соответствии с этим введем функцию состояния $S(x,t)$ для каждой точки деформируемого трубопровода. Функция $S(x,t)$ для фиксированного значения $x{=}x_i$ является кусочно-постоянной функцией t и может принимать целочисленные значения от 1 до 6. Эта функция позволяет математически корректно сформулировать нестационарную нелинейную задачу.

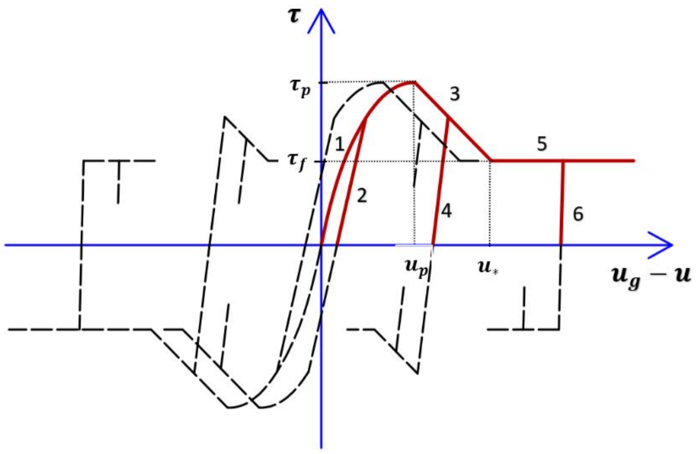


Рис. 3.5. Диаграмма зависимости $\tau{=}\psi(\sigma_N,u_g\text{-}u)(u_g\text{-}u)$

Диаграмма зависимости «касательное напряжение – относительное перемещение» (рис. 3.5) может задаваться любыми кривыми для представления экспериментальных данных. В частном случае далее выберем зависимость, представленную в [31, 68]. Сейсмическая нагрузка на подземный трубопровод действует через грунт и определяется, в случае продольного взаимодействия трубопровода с грунтом, по соотношению [31]

$$\tau{=}\psi(\sigma_N,u_g-u)(u_g-u).$$

Здесь τ – касательное напряжение, возникающее на поверхности контакта трубопровода с грунтом; σ_N – нормальное к поверхности контакта давление.

Экспериментальными исследованиями установлена зависимость силы взаимодействия τ от глубины заложения подземного трубопровода. При взаимодействии произвольной сейсмической волны с подземным трубопроводом имеет место соотношение [31] (приведем с корректировкой знака давления σ_N)

$$\sigma_N = -(\sigma_d + \sigma_d),\ \sigma_s = -(\gamma_g h + \gamma F/D),\ \sigma_d = \eta\sigma_g = -\eta\rho_g c_g v_g.$$

Здесь h – глубина заложения трубопровода в грунте; σ_s, σ_d – соответственно статическое и динамическое нормальные к внешней поверхности трубопровода напряжения грунта; σ_g – продольное сейсмическое напряжение в грунте при распространении продольной волны; D, F – наружный диаметр и площадь поперечного сечения трубопровода; γ_g, γ – удельный вес грунта и материала трубопровода; η – коэффициент бокового давления грунта.

Поясним модель взаимодействия, представленную на рис. 3.5. На первом участке зависимости в соответствии с [31, 68] представим функцию $\psi(\sigma_N, u_g - u)$ в виде экспоненциальной функции $\psi(\sigma_N, u_g - u) = K_S K_N \sigma_N$, где $K_S = e^{\beta\left(1-\left|\frac{u_g-u}{u_*}\right|\right)}$, и примем $S(x,t)=1$. На участке структурного разрушения грунта примем линейную модель и $S(x,t)=3$, а на участке с сухим трением $\tau = \tau_f \cdot sign(v_g - v)$, где $\tau_f = f \cdot \sigma_N$, при этом $S(x,t)=5$. Функция состояния с значениями $S(x,t)=2$, $S(x,t)=4$, $S(x,t)=6$ представляет состояние линейной разгрузки из состояний $S(x,t)=1$, $S(x,t)=3$, $S(x,t)=5$, соответственно.

Уравнения движения трубопровода в скоростях и деформациях с учетом взаимодействия с грунтом имеют вид [39, 40]

$$\frac{\partial v}{\partial t} = c^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{\pi D}{F\rho}\tau, \tag{3.2.1}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x}, \tag{3.2.2}$$

$$\begin{cases}
\tau = \tau_s + K_s K_N \sigma_N (u_g - u - U_s), \text{ при } |\tau| \le \tau_p \text{ и } S(x,t) = 1; \\
\tau = \tau_s + k_2 (u_g - u - U_s), \ S(x,t) = 2, \text{ при } \tau \cdot (v_g - v) < 0 \text{ и } S(x,t) = 1; \\
\tau = \tau_s + k_2 (u_g - u - U_s), \text{ при } S(x,t) = 2 \text{ и } |\tau| \le |\tau_{sz}|; \\
\tau = \tau_s + K_s K_N \sigma_N (u_g - u - U_s), \ S(x,t) = 1, \text{ при } |\tau| > |\tau_{sz}| \text{ и } S(x,t) = 2; \\
\tau = \tau_s + k_3 (u_g - u - U_s), \ S(x,t) = 3, \text{ при } |\tau| > \tau_p \text{ и } S(x,t) = 1; \\
\tau = \tau_s + k_3 (u_g - u - U_s), \text{ при } |\tau| < \tau_p \text{ и } S(x,t) = 3; \\
\tau = \tau_s + k_4 (u_g - u - U_s) \ S(x,t) = 4, \text{ при } \tau \cdot (v_g - v) < 0 \text{ и } S(x,t) = 3; \\
\tau = \tau_s + k_4 (u_g - u - U_s), \text{ при } S(x,t) = 4 \text{ и } |\tau| \le |\tau_{sz}|; \\
\tau = \tau_s + k_3 (u_g - u - U_s), \ S(x,t) = 3, \text{ при } |\tau| > |\tau_{sz}| \text{ и } S(x,t) = 4; \\
\tau = sign(v_g - v) \cdot \tau_f, \ S(x,t) = 5, \text{ при } |\tau| \le |\tau_f| \text{ и } S(x,t) = 3; \\
\tau = sign(v_g - v) \cdot \tau_f, \text{ при } S(x,t) = 5 \text{ и } \tau \cdot (v_g - v) \ge 0; \\
\tau = \tau_s + k_6 (u_g - u - U_s), \ S(x,t) = 6, \text{ при } \tau \cdot (v_g - v) < 0 \text{ и } S(x,t) = 5; \\
\tau = \tau_s + k_6 (u_g - u - U_s), \text{ при } S(x,t) = 6 \text{ и } |\tau| < |\tau_f|; \\
\tau = sign(v_g - v) \cdot \tau_f, \ S(x,t) = 5, \text{ при } |\tau| \ge |\tau_f| \text{ и } S(x,t) = 6, \\
\tau_0 = 0, \ U_0 = 0,
\end{cases} \tag{3.2.3}$$

с начальными условиями

$$u\big|_{t=0} = 0 \text{ и } v\big|_{t=0} = 0,$$

а также с граничными условиями, такими что напряжение на торцах трубопровода равна напряжению грунта. Тогда деформации на торцах определяются следующим образом

$$\sigma_T\big|_{x=0} = \sigma_g\big|_{x=0} \text{ и } \sigma_T\big|_{x=L} = \sigma_g\big|_{x=L},$$

$$\varepsilon\big|_{x=0} = \frac{\sigma_g}{E}\bigg|_{x=0} = \frac{-c_g\rho_g v_g}{E}\bigg|_{x=0} \text{ и } \varepsilon\big|_{x=L} = \frac{\sigma_g}{E}\bigg|_{x=L} = \frac{-c_g\rho_g v_g}{E}\bigg|_{x=L}.$$

В предыдущих уравнениях приняты обозначения: $c = \sqrt{E/\rho}$ – скорость распространения волны в трубопроводе; ε, v, u – деформация, скорость и перемещение частиц по оси трубопровода; τ_p – абсолютное значение предела касательного напряжения, после которого начинается разрушение структуры грунта; τ_f – значение касательного напряжения, после завершения разрушения структуры грунта и перехода в состояние сухого трения; K_N – дополнительный коэффициент жесткости связи подземного трубопровода с контактным слоем грунта; $k_3 < 0$ – коэффициент взаимодействия в области разрушения; k_2, k_4, k_6 – коэффициенты взаимодействия в области разгрузки; f – коэффициент трения между частицами грунта; τ_{sz} – значение бокового касательного напряжения в момент начала разгрузки из любого состояния; τ_s, U_s – значение бокового касательного напряжения и разность перемещений соответствующих точек грунта и трубопровода в момент перехода из одного линейного участка кусочно-линейной зависимости к другому.

Система уравнений (3.2.1) – (3.2.3) сводится к нелинейному волновому уравнению Клейна – Гордона – Фока при выполнении условия $\sigma_N > 0$. В случае возникновения в процессе динамического взаимодействия условия $\sigma_N < 0$ эта система уравнений сводится к неустойчивому уравнению Клейна – Гордона [105, 106].

Разобьем трубопровод длиной L на отрезки размером Δx на m частей $L = m \cdot \Delta x$. Определим $\Delta t = \Delta x / c$, являющийся предельным условием устойчивости Куранта. Дискретные значения деформации возьмем на концах отрезков Δx, а скорости частиц в середине отрезков Δx. По времени дискретные значения деформации возьмем в середине шага, а скорости частиц на каждом шаге по времени. Введем обозначение: $q = \pi D / F\rho$ [39, 40].

Представим уравнения (3.2.1), (3.2.2) и соотношения (3.2.3) их конечно-разностными аппроксимациями первого порядка точности по Δx и Δt [39, 40].

$$\frac{v_{i+1/2}^{j+1} - v_{i+1/2}^{j}}{\Delta t} = c^2 \frac{\varepsilon_{i+1}^{j+1/2} - \varepsilon_i^{j+1/2}}{\Delta x} + q\frac{\tau_{i+1/2}^{j+1} + \tau_{i+1/2}^{j}}{2};$$

$$\frac{\varepsilon_i^{j+1/2}-\varepsilon_i^{j-1/2}}{\Delta t}=\frac{v_{i+1/2}^j-v_{i-1/2}^j}{\Delta x},$$

$$\begin{cases}
\tau_{i+1/2}^{j+1}=\tau_{i+1/2,s}+K_{s\,i+1/2}^{j+1}K_N\sigma_{N\,i+1/2}^{j+1}\left(u_{g\,i+1/2}^{j+1}-u_{i+1/2}^j-\Delta t\, v_{i+1/2}^{j+1}\right), \text{при} \left|\tau_{i+1/2}^{j+1}\right|\le\tau_p \text{ и } S_{i+1/2}^{j+1}=1;\\
\tau_{i+1/2}^{j+1}=\tau_{i+1/2,s}+k_2\left(u_{g\,i+1/2}^{j+1}-u_{i+1/2}^j-\Delta t\, v_{i+1/2}^{j+1}-U_{i+1/2,s}\right), S_{i+1/2}^{j+1}=2, \text{при } \tau_{i+1/2}^{j+1}\cdot(v_{g\,i+1/2}^{j+1}-v_{i+1/2}^{j+1})<0 \text{ и } S_{i+1/2}^{j+1}=1;\\
\tau_{i+1/2}^{j+1}=\tau_{i+1/2,s}+k_2\left(u_{g\,i+1/2}^{j+1}-u_{i+1/2}^j-\Delta t\, v_{i+1/2}^{j+1}-U_{i+1/2,s}\right), \text{ при } S_{i+1/2}^{j+1}=2 \text{ и } \left|\tau_{i+1/2}^{j+1}\right|\le\left|\tau_{i+1/2,sz}\right|;\\
\tau_{i+1/2}^{j+1}=\tau_{i+1/2,s}+K_{s\,i+1/2}^{j+1}K_N\sigma_{N\,i+1/2}^{j+1}\left(u_{g\,i+1/2}^{j+1}-u_{i+1/2}^j-\Delta t\, v_{i+1/2}^{j+1}-U_{i+1/2,s}\right), S_{i+1/2}^{j+1}=1, \text{при } \left|\tau_{i+1/2}^{j+1}\right|>\left|\tau_{i+1/2,sz}\right| \text{ и } S_{i+1/2}^{j+1}=2;\\
\tau_{i+1/2}^{j+1}=\tau_{i+1/2,s}+k_3\left(u_{g\,i+1/2}^{j+1}-u_{i+1/2}^j-\Delta t\, v_{i+1/2}^{j+1}-U_{i+1/2,s}\right), S_{i+1/2}^{j+1}=3, \text{при } \left|\tau_{i+1/2}^{j+1}\right|>\tau_p \text{ и } S_{i+1/2}^{j+1}=1;\\
\tau_{i+1/2}^{j+1}=\tau_{i+1/2,s}+k_3\left(u_{g\,i+1/2}^{j+1}-u_{i+1/2}^j-\Delta t\, v_{i+1/2}^{j+1}-U_{i+1/2,s}\right), \text{при } \left|\tau_{i+1/2}^{j+1}\right|<\tau_p \text{ и } S_{i+1/2}^{j+1}=3;\\
\tau_{i+1/2}^{j+1}=\tau_{i+1/2,s}+k_4\left(u_{g\,i+1/2}^{j+1}-u_{i+1/2}^j-\Delta t\, v_{i+1/2}^{j+1}-U_{i+1/2,s}\right), S_{i+1/2}^{j+1}=4, \text{при } \tau_{i+1/2}^{j+1}\cdot(v_{g\,i+1/2}^{j+1}-v_{i+1/2}^{j+1})<0 \text{ и } S_{i+1/2}^{j+1}=3;\\
\tau_{i+1/2}^{j+1}=\tau_{i+1/2,s}+k_4\left(u_{g\,i+1/2}^{j+1}-u_{i+1/2}^j-\Delta t\, v_{i+1/2}^{j+1}-U_{i+1/2,s}\right), \text{при } S_{i+1/2}^{j+1}=4 \text{ и } \left|\tau_{i+1/2}^{j+1}\right|<\left|\tau_{i+1/2,sz}\right|;\\
\tau_{i+1/2}^{j+1}=\tau_{i+1/2,s}+k_3\left(u_{g\,i+1/2}^{j+1}-u_{i+1/2}^j-\Delta t\, v_{i+1/2}^{j+1}-U_{i+1/2,s}\right), S_{i+1/2}^{j+1}=3, \text{ при } \left|\tau_{i+1/2}^{j+1}\right|>\left|\tau_{i+1/2,sz}\right| \text{ и } S_{i+1/2}^{j+1}=4;\\
\tau_{i+1/2}^{j+1}=sign(v_{g\,i+1/2}^{j+1}-v_{i+1/2}^{j+1})\cdot\tau_f, S_{i+1/2}^{j+1}=5, \text{ при } \left|\tau_{i+1/2}^{j+1}\right|\le\left|\tau_f\right| \text{ и } S_{i+1/2}^{j+1}=3;\\
\tau_{i+1/2}^{j+1}=sign(v_{g\,i+1/2}^{j+1}-v_{i+1/2}^{j+1})\cdot\tau_f, \text{при } S_{i+1/2}^{j+1}=5 \text{ и } \tau_{i+1/2}^{j+1}\cdot(v_{g\,i+1/2}^{j+1}-v_{i+1/2}^{j+1})\ge 0;\\
\tau_{i+1/2}^{j+1}=\tau_{i+1/2,s}+k_6\left(u_{g\,i+1/2}^{j+1}-u_{i+1/2}^j-\Delta t\, v_{i+1/2}^{j+1}-U_{i+1/2,s}\right), S_{i+1/2}^{j+1}=6, \text{при } \tau_{i+1/2}^{j+1}\cdot(v_{g\,i+1/2}^{j+1}-v_{i+1/2}^{j+1})<0 \text{ и } S_{i+1/2}^{j+1}=5;\\
\tau_{i+1/2}^{j+1}=\tau_{i+1/2,s}+k_6\left(u_{g\,i+1/2}^{j+1}-u_{i+1/2}^j-\Delta t\, v_{i+1/2}^{j+1}-U_{i+1/2,s}\right), \text{ при } S_{i+1/2}^{j+1}=6 \text{ и } \left|\tau_{i+1/2}^{j+1}\right|<\left|\tau_f\right|;\\
\tau_{i+1/2}^{j+1}=sign(v_{g\,i+1/2}^{j+1}-v_{i+1/2}^{j+1})\cdot\tau_f, S_{i+1/2}^{j+1}=5, \text{при } \left|\tau_{i+1/2}^{j+1}\right|\ge\left|\tau_f\right| \text{ и } S_{i+1/2}^{j+1}=6;
\end{cases}$$

$$u_{i+1/2}^{j+1}=u_{i+1/2}^j+\Delta t\left(v_{i+1/2}^{j+1}+v_{i+1/2}^j\right)/2;$$

$$u_{g\,i+1/2}^{j+1}=u_{g\,i+1/2}^j+\Delta t\left(v_{g\,i+1/2}^{j+1}+v_{g\,i+1/2}^j\right)/2,$$

Из полученных уравнений определяем последовательно: $\varepsilon_{i+1}^{j+1/2}, v_{i+1/2}^{j+1}, u_{i+1/2}^{j+1}$. Где нижний индекс соответствует координате, а верхний – времени. Достаточным условием устойчивости разностной схемы является следующее условие: $K_N K_{S\max}\sigma_{N\max} q(\Delta t)^2 << 1$.

Из полученных уравнений скорость частиц трубопровода определяется следующим образом

$$\left(v_{i+1/2}^{j+1}\right)=\frac{2c\left(\varepsilon_{i+1}^{j+1/2}-\varepsilon_i^{j+1/2}\right)+2v_{i+1/2}^j+2q\Delta t\tau_{i+1/2,s}+k_\alpha q\Delta t\left(u_{g\,i+1/2}^{j+1}+u_{g\,i+1/2}^j-2u_{i+1/2}^j-2U_{i+1/2,s}\right)}{2+k_\alpha q(\Delta t)^2},$$

На каждом шаге по времени проверяем значения τ и $\tau\cdot\left(v_g-v\right)$ во всех точках, при выполнении соответствующих условий (3.2.3) меняем значение $S(x,t)$.

В тех точках, где происходит переход к следующему линейному кусочку аппроксимированной функции взаимодействия, производим итерационное уточнение решения методом Ньютона-Рафсона [39, 40].

$$\Delta v^{(k)} = -\left(v_{i+1/2}^{j+1}\right)^{(k)} + \frac{2c\left(\varepsilon_{i+1}^{j+1/2} - \varepsilon_i^{j+1/2}\right) + 2v_{i+1/2}^{j} + 2q\Delta t\tau_{i+1/2,s} + k_\alpha q\Delta t\left(u_{g\,i+1/2}^{j+1} + u_{g\,i+1/2}^{j} - 2u_{i+1/2}^{j} - 2U_{i+1/2,s}\right)}{2 + k_\alpha q(\Delta t)^2},$$

$$\left(v_{i+1/2}^{j+1}\right)^{(k+1)} = \left(v_{i+1/2}^{j+1}\right)^{(k)} + \Delta v^{(k)},$$

где k – номер итерации; k_α – коэффициент продольного взаимодействия или коэффициент жесткости связи частиц грунта с внешней поверхностью трубопровода. Следует отметить, что значение k_α уточняется в процессе итерации.

Если на определенном участке функция взаимодействия является нелинейной (при заданной функции), тогда на каждом шаге по времени проводится итерационное уточнение решения задачи. При заданной функции итерационное уточнение производится в виде

$$\Delta v^{(k)} = -\left(v_{i+1/2}^{j+1}\right)^{(k)} + \frac{c\left(\varepsilon_{i+1}^{j+1/2} - \varepsilon_i^{j+1/2}\right) + v_{i+1/2}^{j} + k_\alpha q\Delta t\left(u_{g\,i+1/2}^{j+1} - u_{i+1/2}^{j}\right)}{1 + k_\alpha q(\Delta t)^2},$$

$$\left(v_{i+1/2}^{j+1}\right)^{(k+1)} = \left(v_{i+1/2}^{j+1}\right)^{(k)} + \Delta v^{(k)}.$$

В этом случае $k_\alpha = 0.5 \cdot K_N \cdot \left(K_{s\,i+1/2}^{\,j}\sigma_{N\,i+1/2}^{\,j} + K_{s\,i+1/2}^{\,j+1}\sigma_{N\,i+1/2}^{\,j+1}\right)$. Итерационный процесс продолжается до достижения необходимой точности вычисления по v, в нижеприведенных расчетах точность была 10^{-5} м/с. Сохраним информацию о переходе в каждой точке дискретизации, где происходит переход из одного состояния в другое, т.е. сохраняем $\tau_s = \tau$, $U_s = u_g - u$.

Качество и точность конечно-разностной схемы проверялись уменьшением значения шага по времени.

Обсудим результаты расчетов. Вычисления производились при следующих исходных данных, часть которых взяты из [68]: $L = 1000$ м; $D = 0.2$ м; $d = 0.18$ м; $c_g = 1000$ м/с; $c = 5000$ м/с; $K_N = 100$; $\beta = 2$; $k_3 = -0.1 \cdot 10^7$ Н/м^3; $k_2 = k_4 = k_6 = 4 \cdot 10^7$ Н/м^3; $h = 1$ м; $\Delta t = 0.0001$ с.

Пусть по грунту распространяется продольная волна, нормаль к фронту которой параллельно к оси трубопровода,

$$\sigma_g = -\sigma_{gm} \sin[\pi(t - x/c_g)/t_0] \cdot H(t - x/c_g)$$

с амплитудой $\sigma_{gm} = 0.5$ МПа [31, 68].

Сначала сравним результаты расчетов, когда кривая взаимодействия задана в виде функции [68] со случаем аппроксимации ее кусочно-линейной моделью при $u_* = 5$ мм, без учета структурного разрушения грунта, для оценки кусочно-линейной аппроксимации кривой «касательное напряжение – относительное перемещение» при $\sigma_N = \mathrm{const}$. Кусочно-линейная аппроксимация функции в каждом линейном кусочке функции взаимодействия имеет место

$$\tau = \tau_s + K_S K_N \sigma_N \left(u_g - u - U_s\right).$$

На рис.3.6 представлены изменение продольного напряжения трубопровода σ_T в сечениях трубопровода на расстоянии от левого торца 60 м при полупериода $t_0 = 0.1\,\mathrm{c}$, при этом длина волны в грунте равна 200 м. Для сложного вида функции $\psi\left(\sigma_N, u_g - u, x, t\right)$ проведены вычисления искомых решений с проведением итерации для их уточнения, результаты сравнены с результатами при кусочно-линейной аппроксимации кривой, при этом относительная погрешность не превышает 2 процента (рис. 3.6).

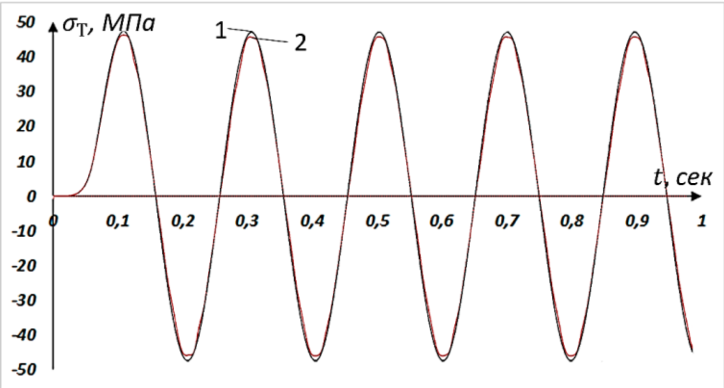


Рис. 3.6. Продольное напряжение в сечениях трубопровода на расстоянии от левого торца 60 м: *1* – при кусочно-линейной модели; *2* – при заданной функции

На рис.3.7 представлены перемещения точек трубопровода. $u_{мин} = -0{,}01659$ м при кусочно-линейной модели и $u_{мин} = -0{,}01643$ м при задании диаграммы «касательное напряжение – относительное перемещение» в виде функции. Результаты сравнены с результатами при кусочно-линейной аппроксимации кривой, при этом относительная погрешность не превышает 0,99 %.

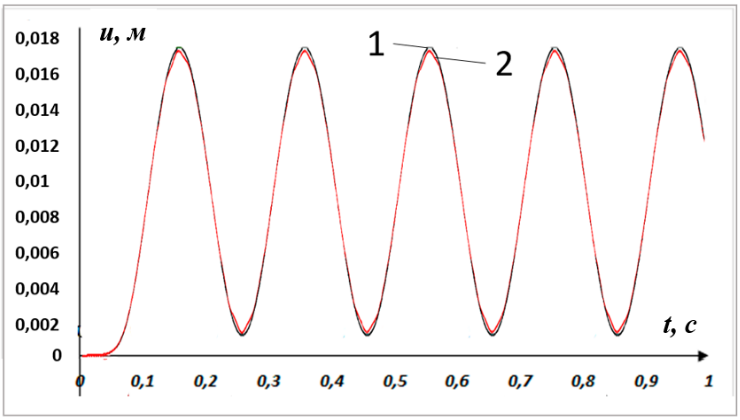


Рис. 3.7. Перемещения в сечениях трубопровода на расстоянии от левого торца 60 м: *1* – при кусочно-линейной; *2* – заданной функции

На рис.3.8 представлено изменение продольного напряжения трубопровода σ_T в сечениях трубопровода на расстоянии от левого торца 200 м при учета динамического давления волны в грунте на трубопровод со значением $\eta = 0.3$. Если использовать воздействие в виде гармонической волны, тогда уравнение приводится к неустойчивому уравнению Клейна-Гордона [105, 106], так как значение коэффициента взаимодействия становится отрицательным при положительных значениях σ_d, больших по модулю от статического давления.

Для оценки результатов работы [68] были проведены расчеты при различных значениях частоты 50, 2 и 1 Гц гармонической волны.

$\sigma_{T\,max} = -13.33\,\text{МПа}$ при $\eta = 0$ и $\sigma_{T\,max} = -34.65\,\text{МПа}$ при $\eta = 0.3$ при 50 Гц.

$\sigma_{T\,max} = -53.15\,\text{МПа}$ при $\eta = 0$ и $\sigma_{T\,max} = -54.04\,\text{МПа}$ при $\eta = 0.3$ при 2 Гц.

$\sigma_{T\,max} = -53.90\,\text{МПа}$ при $\eta = 0$ и $\sigma_{T\,max} = -54.14\,\text{МПа}$ при $\eta = 0.3$ при 1 Гц.

Из результатов видно, что максимальное значение продольного напряжения в трубопроводе σ_T сильно зависит от частоты сейсмической волн. Видно, что максимальное значение продольного напряжения в трубопроводе увеличивается при учете динамического давления при $\eta = 0.3$ в 2.6 раза при 50 Гц, в 1.016 раза при 2 Гц и в 1.004 раза при 1 Гц.

Следует отметить, что это связано с увеличением значения коэффициента взаимодействия трубопровода с грунтом при $\eta = 0.3$.

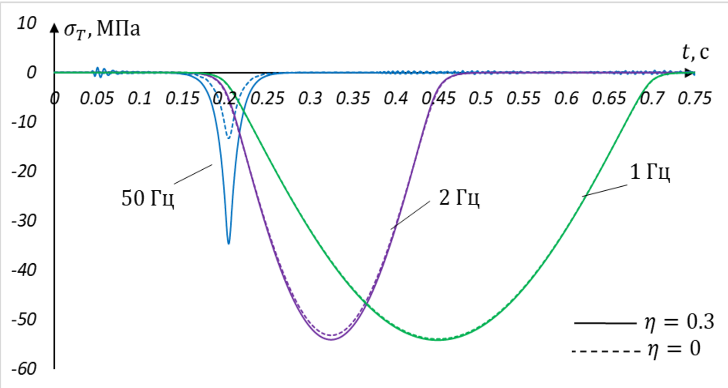


Рис. 3.8. Продольное напряжение в сечениях трубопровода на расстоянии от левого торца 200 м при разных частотах

В связи с тем, что трубопровод заглублен на глубине 1 м на динамическое давление очень сильно влияет наличие свободной поверхности. Оценка на основе решения задачи о сжатии полубесконечной гладкой узкой полосы давлением 0.5 МПа показало, что вертикальное напряжение на глубине 1 м равно $-2.3 \cdot 10^{-3}$ МПа. По сравнению со статическим давлением грунта на этой глубине динамическим давлением можно пренебречь. Поэтому коэффициент бокового давления грунта нельзя принять как для плоской волны в безграничной среде. При значении η=0.3 на боковой поверхности трубопровода появляется растягивающее напряжение в грунте. Давление от динамической нагрузки для 9 балльного землетрясения не может быть больше статического давления грунта.

Теперь построим графики продольного напряжения на расстояниях 30 м, 60 м и 90 м при различных частотах заданной волны, когда нормальное давление на боковой поверхности трубопровода представлено в виде $\sigma_N = -(\sigma_s + \sigma_d)$ при η=0.03.

На рис.3.9 представлены изменения продольного напряжения трубопровода σ_T, при этом $\sigma_{T\,мах} = 48.5\,МПа$ на рис.3.9, *a* при η=0 и $\sigma_{T\,мах} = 50.7\,МПа$ на рис.3.9, *b* при η=0.03, когда вклад динамического давления не приводит к растяжению на контакте боковой поверхности трубопровода с грунтом. Эти данные соответствуют сейсмической волне частотой 5 Гц. Виден выход к стационарному режиму. В этом случае разница полученных результатов по максимальным значениям напряжения на 90 м от левого торца составляет 3.6%, поэтому приходим к выводу о необязательности учета динамического давления грунта для рассматриваемого класса задач сейсмостойкости протяженных подземных трубопроводов для землетрясений с доминантными частотами ≤5 Гц.

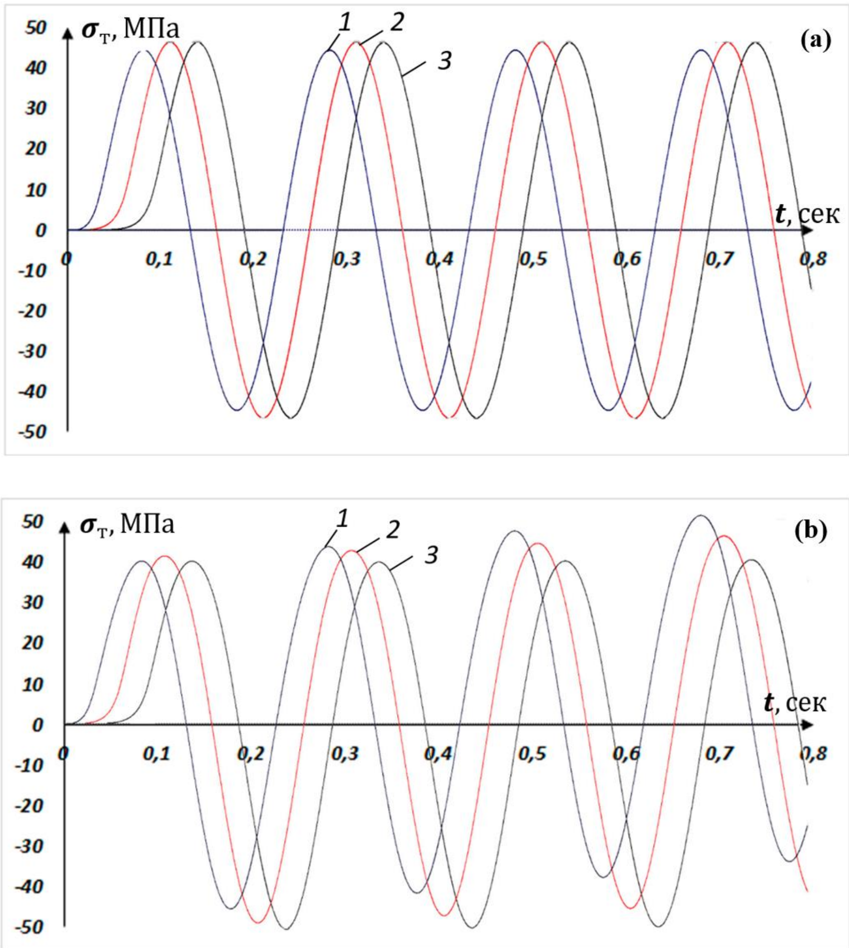
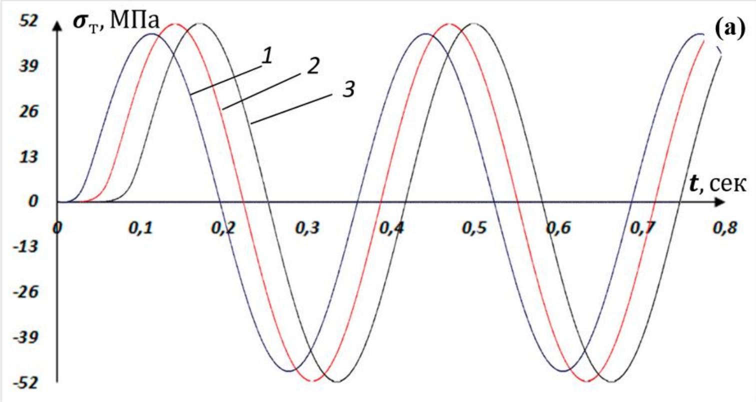


Рис. 3.9. Продольное напряжение в сечениях трубопровода на расстоянии от левого торца: *1* – 30 м; *2* – 60 м; *3* – 90 м при $t_0 = 0.1$ с

При значении полупериода заданной волны $t_0 = 0.165\,c$ на рис.3.10, a $\sigma_{T\,max} = 51.9\,\text{МПа}$ при η=0, на рис.3.10, $b\,\sigma_{T\,max} = 52.8\,\text{МПа}$ и $\sigma_{T\,мин} = -47.1\,\text{МПа}$ при η=0.03. Эти данные соответствуют сейсмической волне частотой 3 Гц.



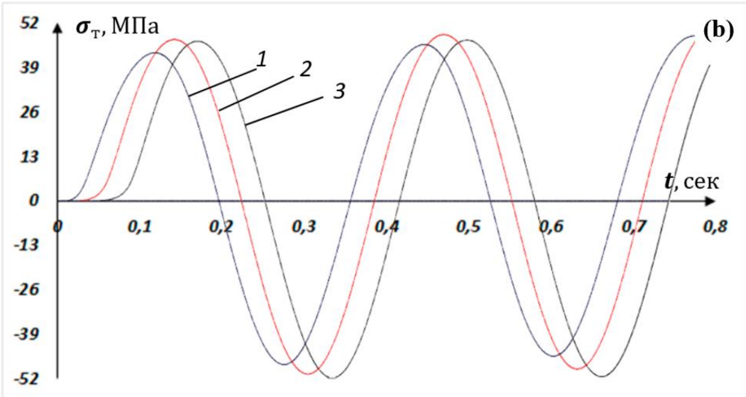
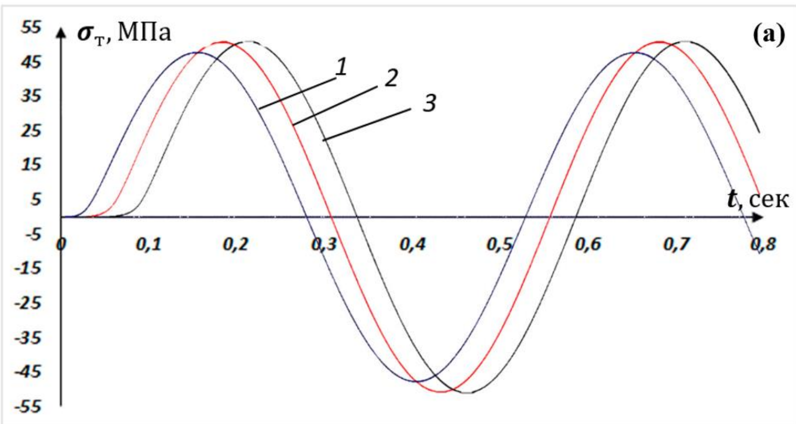


Рис. 3.10. Продольное напряжение в сечениях трубопровода на расстоянии от левого торца *1* – 30 м; *2* – 60 м; 3 – 90 м при $t_0 = 0.165$ с

При $t_0 = 0.25$ с эти напряжения соответственно равны $\sigma_{T\,max} = 53.1\,\text{МПа}$ и $\sigma_{T\,мин} = -53.1\,\text{МПа}$ на рис. 3.11, a при η=0, $\sigma_{T\,max} = 53.6\,\text{МПа}$ и $\sigma_{T\,мин} = -50.7\,\text{МПа}$ на рис.3.11, b при η=0.03. Эти данные соответствуют сейсмической волне частотой 2 Гц. Из этих графиков видно, что влиянием динамического давления для длинных волн диапазона землетрясений можно пренебречь.



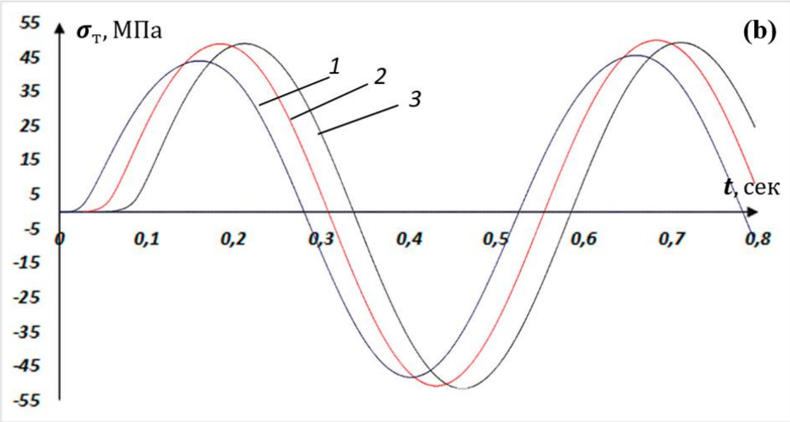


Рис. 3.11. Продольное напряжение в сечениях трубопровода на расстоянии от левого торца: *1* – 30 м; *2* – 60 м; *3* – 90 м при $t_0 = 0.25$ с

Из графиков выше можно сказать, что по мере уменьшения частоты сейсмической волны увеличивается продольное напряжение в трубопроводе при неизменной амплитуде заданной гармонической волны. Так как на рис.3.9 – 3.11 представлены графики линейной и нелинейной упругих задач, решения для гармонической волны выходят на стационарный режим после первого четверть периода волны в грунте для упругой задачи, а для нелинейной задачи выход на стационарный режим наблюдается на расстоянии >60 м.

Теперь сравним продольные напряжения при $k_1 = 10^7$ Н/м^3 и $k_1 = 4 \cdot 10^7$ Н/м^3 в случае упругой модели (рис. 3.12). На рис. 3.12 можно увидеть в случае упругой модели при увеличении значения коэффициента k_1 соответственно увеличится значение продольного напряжения в трубопроводе. В случае выхода на стационарный режим при $k_1 = 10^7$ Н/м^3 максимальное продольное напряжение трубопровода $\sigma_{T\,max} = 46.14\,\text{МПа}$. При $k_1 = 4 \cdot 10^7$ Н/м^3 максимальное продольное напряжение трубопровода $\sigma_{T\,max} = 51.89\,\text{МПа}$. Из результата видно, что значение, полученное при $k_1 = 10^7$ Н/м^3, на 11% меньше, чем значение, полученное при $k_1 = 4 \cdot 10^7$ Н/м^3.

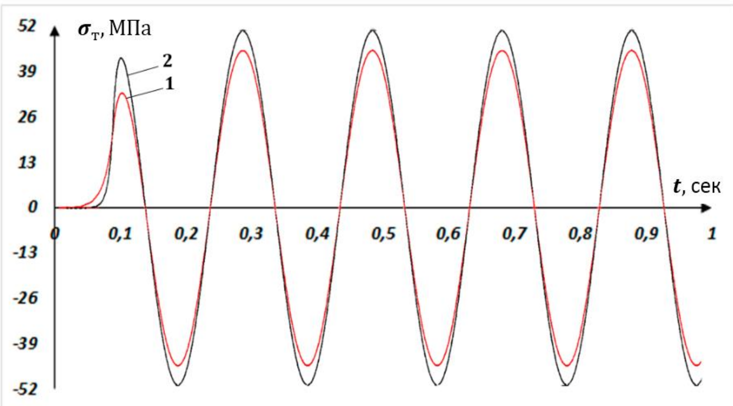


Рис. 3.12. Продольное напряжение в сечениях трубопровода на расстоянии от левого торца 90 м: *1* – $k_1 = 10^7$ Н/м^3 ; *2* – $k_1 = 4 \cdot 10^7$ Н/м^3

Теперь рассмотрим результаты расчетов с учетом линейной разгрузки, структурного разрушения грунта и выхода к сухому трению при $\sigma_N = -(\sigma_s + \sigma_d)$, $t_0 = 0.1$ с, $f = 0{,}5$, $u_* = 5$ мм, $K_N = 35$, η=0.03, $\tau_f = 10$ кПа. При расчете по приведенным данным модели на рис. 3.5 дает следующий результат (рис. 3.13) диаграммы «боковое касательное напряжение – относительное перемещение» в течение 1 с на расстоянии 50 м от левого торца трубопровода.

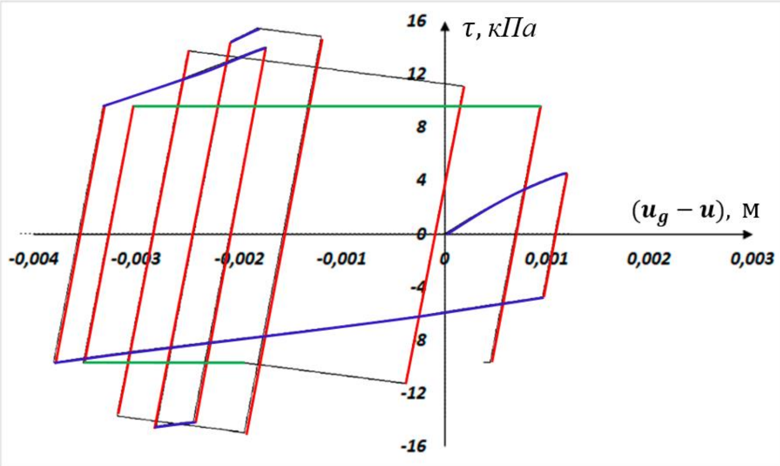


Рис. 3.13. Зависимость касательного напряжения от относительного смещения при $\tau_f = \text{const}$

На рис. 3.13 четко можно увидеть изменение бокового трения τ во время динамического процесса. В начале заметно формирование значения τ из-за волны в трубопроводе до прихода к этой точке заданной волны в грунте, далее происходит разгрузка и нагружение с приходом волны в грунте. Процесс нагружение - разгрузка повторяется 5 раз и далее происходит процесс структурного разрушения грунта с тремя участками разгрузки, и наконец переходит в состояние сухого трения.

Для принятых данных на рис. 3.14, a, b представлены изменения по времени продольного напряжения трубопровода σ_T в его различных сечениях в линейном и нелинейном взаимодействии трубопровода с грунтом (с учетом структурного разрушения грунта и выхода в состояние сухого трения).

Максимальное продольное напряжение в трубопроводе $\sigma_{T\,max} = 50.5$ МПа. Минимальное продольное напряжение в трубопроводе $\sigma_{T\,мин} = -59.4$ МПа, это значение по модулю превосходит значение вычисленного напряжения по статической теории $\sigma_{T\,max} = 54.6$ МПа. Это явление просматривается в промежутке расстояний от 49 до 153 м от левого торца трубопровода. Такое явление связано с малым напряжением на левом торце трубопровода и отражением возбуждаемых волн в трубопроводе за счет действия волны в грунте.

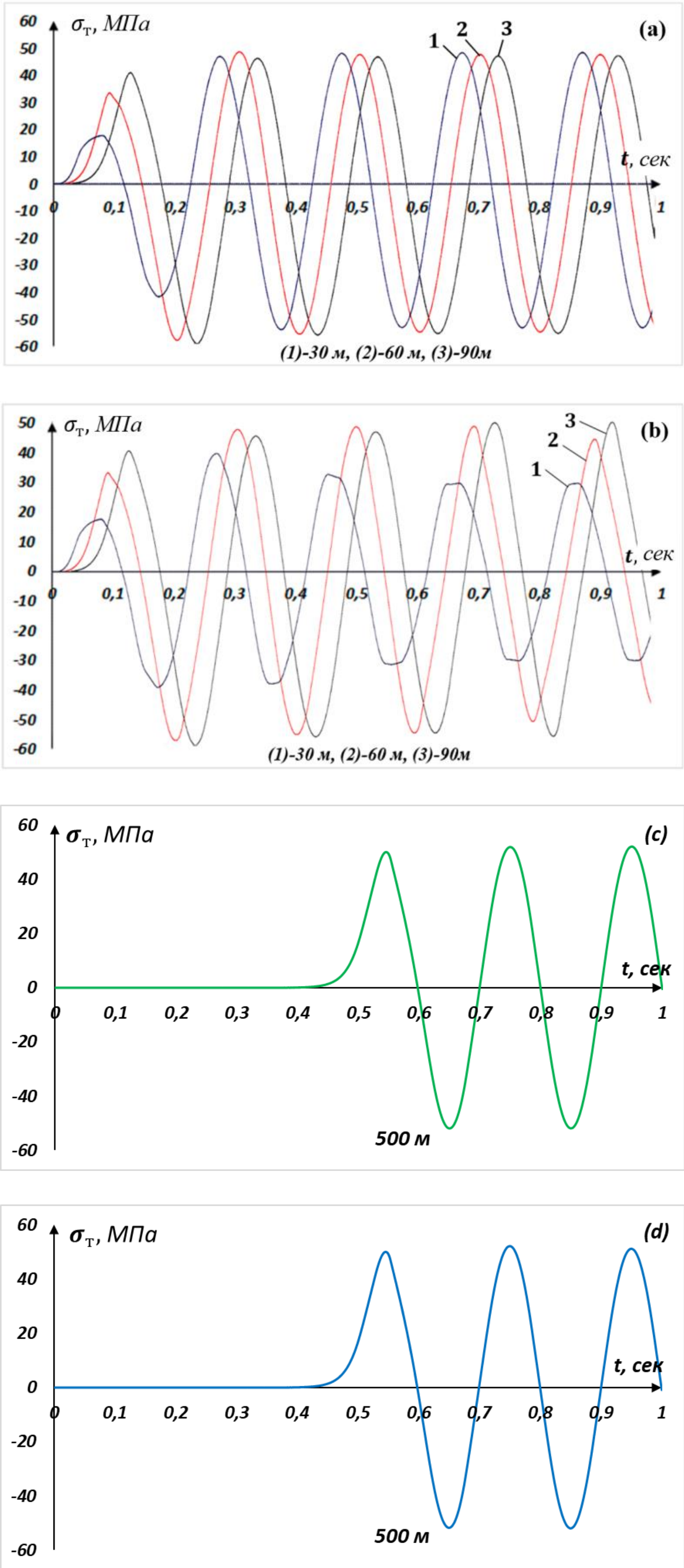


Рис. 3.14. Продольное напряжение в сечениях трубопровода

Здесь так же видим (рис. 3.14, *c* (линейный) и рис. 3.14, *d* (нелинейный)) выход на стационарный режим после расстояния 374 метра от левого торца трубопровода. В стационарном состоянии максимальное значение по модулю продольного напряжения на расстоянии 500 м от левого торца трубопровода равно $\sigma_{T\,max} = 52.1\,\text{МПа}$ на рис. 3.14, *c*, $\sigma_{T\,max} = 52.18\,\text{МПа}$ на рис. 3.14, *d*.

На рис.3.15 представлены перемещения точек трубопровода, соответственно, указаны в метрах.

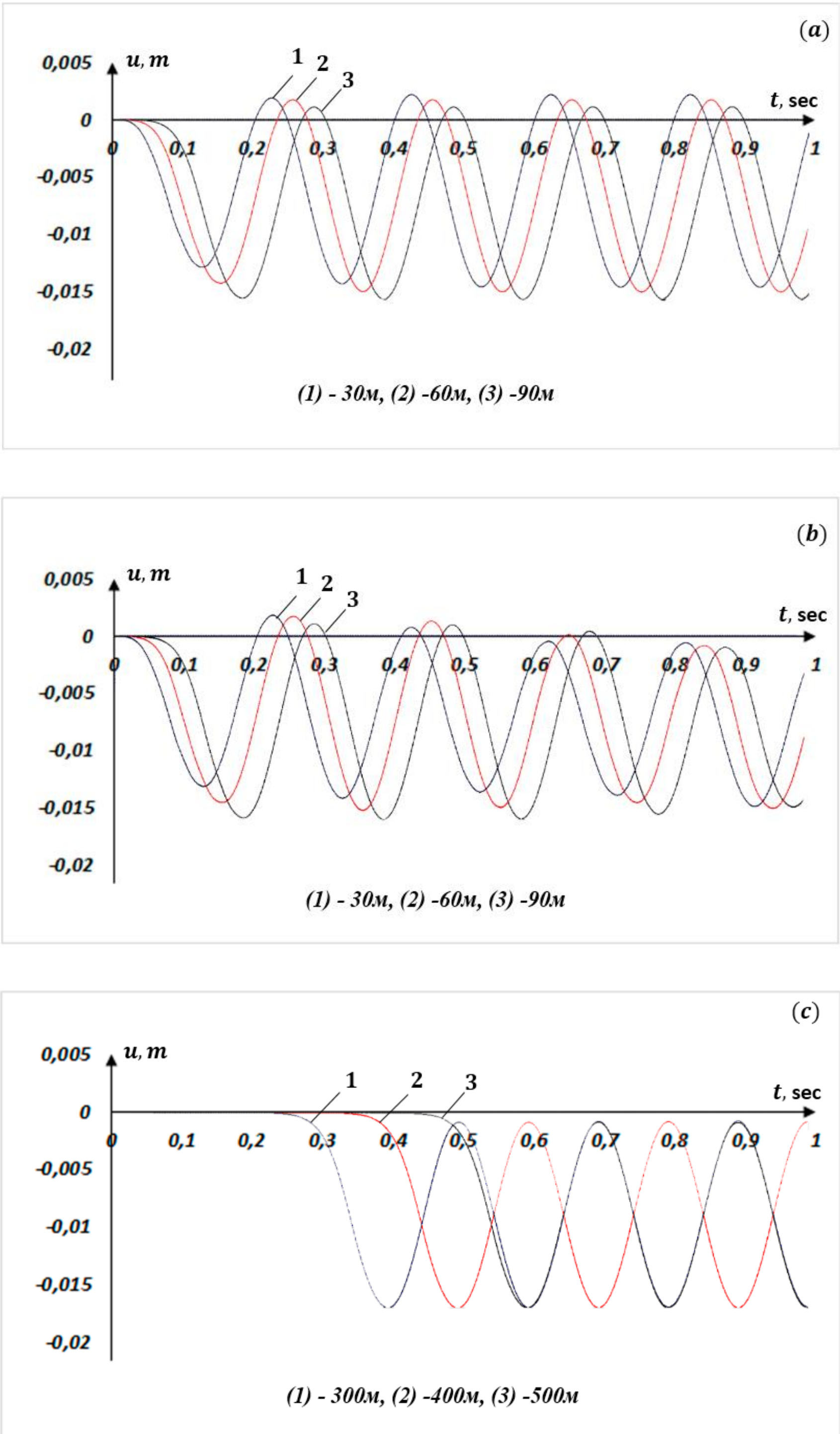


Рис. 3.15. Перемещение в сечениях трубопровода: *a* – упругий случай; *b* – нелинейный случай; *c* – выход в стационарное состояние в нелинейном случае

На этих рисунках представлены результаты расчетов для линейного случая (рис. 3.15, *a*), нелинейного (рис. 3.15, *b*) и выход в стационарный режим в нелинейном случае (рис. 3.15, *c*). После выхода в стационарное состояние в нелинейной задаче максимальное значение по модулю перемещения трубопровода на 2 мм больше по сравнению до выхода в это состояние. Это связано с тем, что участок с сухим трением оказывает меньшее сопротивление.

Теперь представим модель взаимодействия трубопровода с грунтом в виде кусочно-линейной функции, как на рис. 3.16.

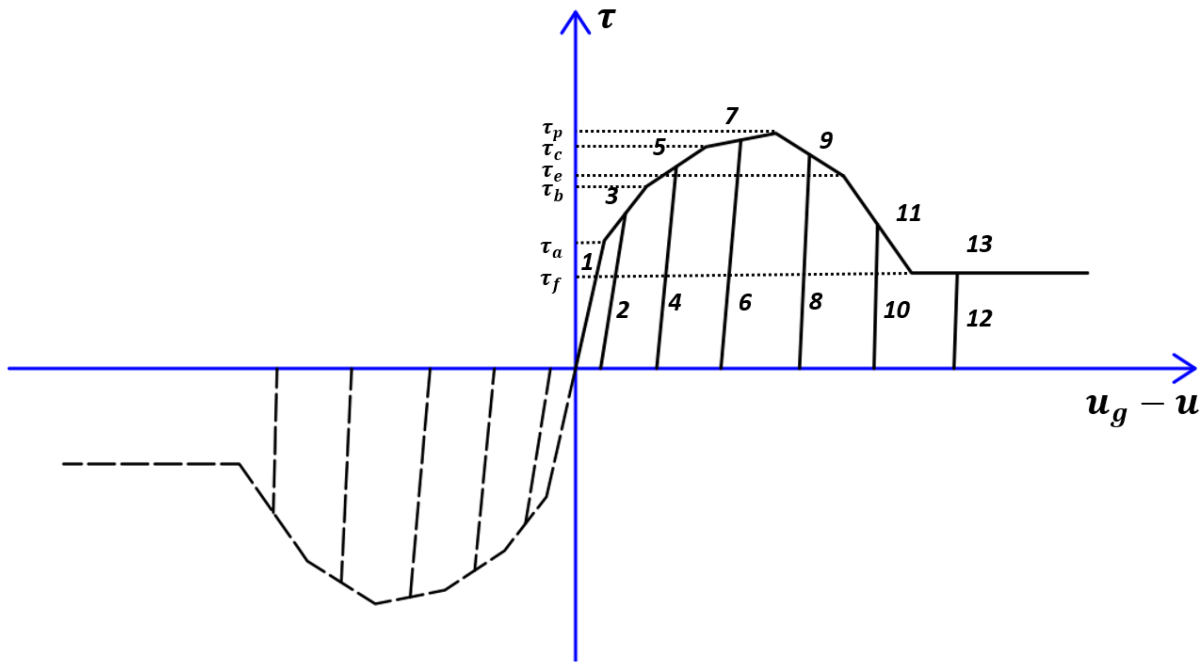


Рис. 3.16. Диаграмма зависимости $\tau = \psi(\sigma_N, u_g - u)\cdot(u_g - u)$

Рассмотрим результаты расчетов при $t_0 = 0.1$ с, $f = 0.5$, $k_1 = 10^7$ Н/м^3, $k_2 = 10^7$ Н/м^3, $k_3 = 0.85\cdot10^7$ Н/м^3, $k_4 = 1.2\cdot10^7$ Н/м^3, $k_5 = 0.75\cdot10^7$ Н/м^3, $k_6 = 1.5\cdot10^7$ Н/м^3, $k_7 = 0.4\cdot10^7$ Н/м^3, $k_8 = 1.8\cdot10^7$ Н/м^3, $k_9 = -0.3\cdot10^7$ Н/м^3, $k_{10} = 2\cdot10^7$ Н/м^3, $k_{11} = -0.2\cdot10^7$ Н/м^3, $k_{12} = 2.5\cdot10^7$ Н/м^3, $\tau_a = 15$ кПа, $\tau_b = 17.5$ кПа, $\tau_c = 20$ кПа, $\tau_p = 22$ кПа, $\tau_e = 14$ кПа, $\tau_f = 10$ кПа.

Пусть по грунту распространяется продольная волна, нормаль к фронту которой параллельно к оси трубопровода,

$$\sigma_g = \sigma_{gm}\cos[\pi(t - x/c_g)/t_0]\cdot H(t - x/c_g),$$

с амплитудой $\sigma_{gm} = 0.5$ МПа.

Вид диаграммы «боковое касательное напряжение – относительное перемещение» в течение 1 с на расстоянии 15 м от левого торца представлен на рис. 3.17.

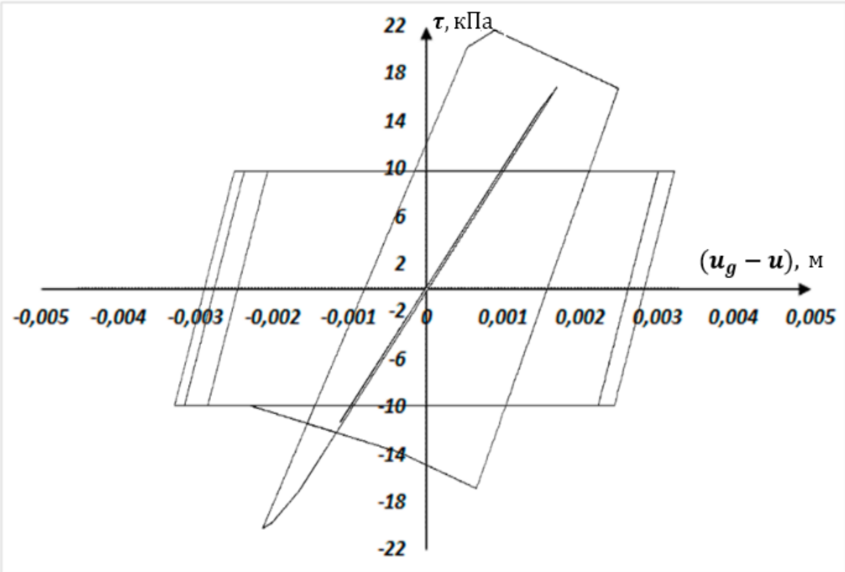
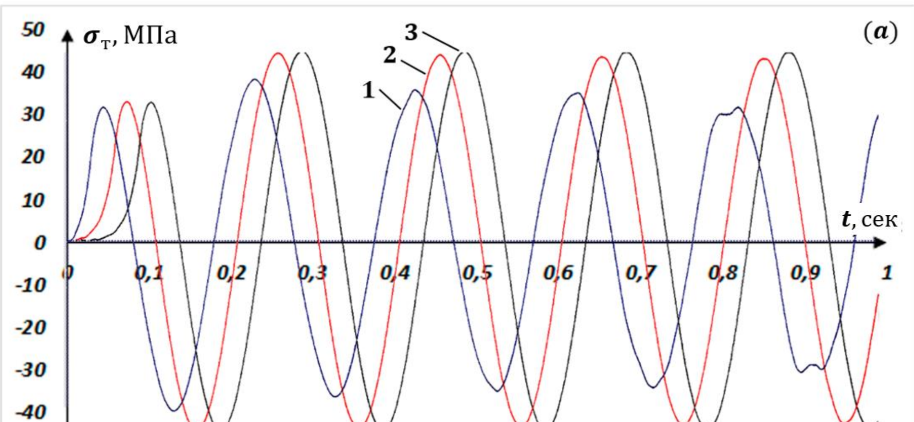


Рис. 3.17. Зависимость касательного напряжения от относительного смещения на расстоянии 15 м от левого торца трубопровода

Для этого случая на рис. 3.18, *a* представлены изменения по времени продольного напряжения трубопровода σ_T в случае нелинейного взаимодействия в различных сечениях, $\sigma_{T\,мах} = 46.21\,\text{МПа}$, минимальное продольное напряжение трубопровода $\sigma_{T\,мин} = -46.16\,\text{МПа}$. На рис.3.18, *b* представлены изменения по времени продольного напряжения трубопровода σ_T в его различных сечениях при упругом взаимодействии, $\sigma_{T\,мах} = 46.14\,\text{МПа}$, минимальное продольное напряжение трубопровода $\sigma_{T\,мин} = -46.22\,\text{МПа}$.

Здесь так же видим выход на стационарный режим на рис.3.18, *c* и рис. 3.18, *d*. В стационарном состоянии максимальное значение по модулю продольного напряжения в трубе равно $\sigma_{T\,мах} = 46.29\,\text{МПа}$ на рис. 3.18, *c*. При упругом состоянии $\sigma_{T\,мах} = 46.26\,\text{МПа}$ на рис. 3.18, *d*.



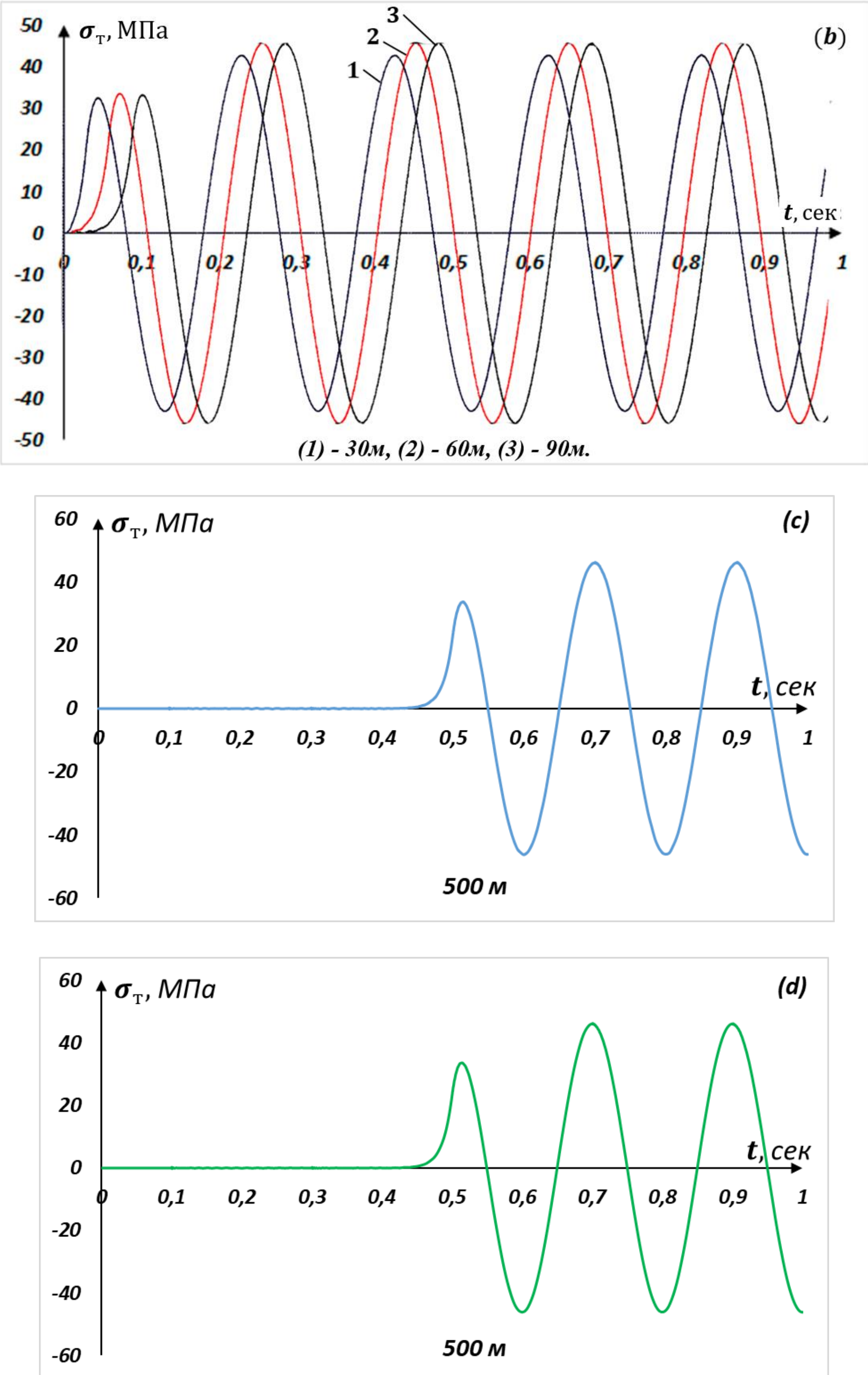


Рис. 3.18. Продольное напряжение в сечениях трубопровода.

В случае задания волны в грунте в виде

$$\sigma_g = \sigma_{gm} \sin[\pi(t - x/c_g)/t_0] \cdot H(t - x/c_g)$$

на рис. 3.19, *a* представлены изменения по времени продольного напряжения трубопровода σ_T в различных сечениях, $\sigma_{T\,max} = 46.37\,\text{МПа}$, минимальное продольное напряжение трубопровода $\sigma_{T\,мин} = -46.18\,\text{Па}$. На рис.3.19, *b* представлены изменения по времени продольного напряжения трубопровода σ_T

в его различных сечениях при упругом взаимодействии, $\sigma_{T\,мах} = 46.36\,\text{МПа}$, минимальное продольное напряжение трубопровода $\sigma_{T\,мин} = -46.14\,\text{МПа}$.

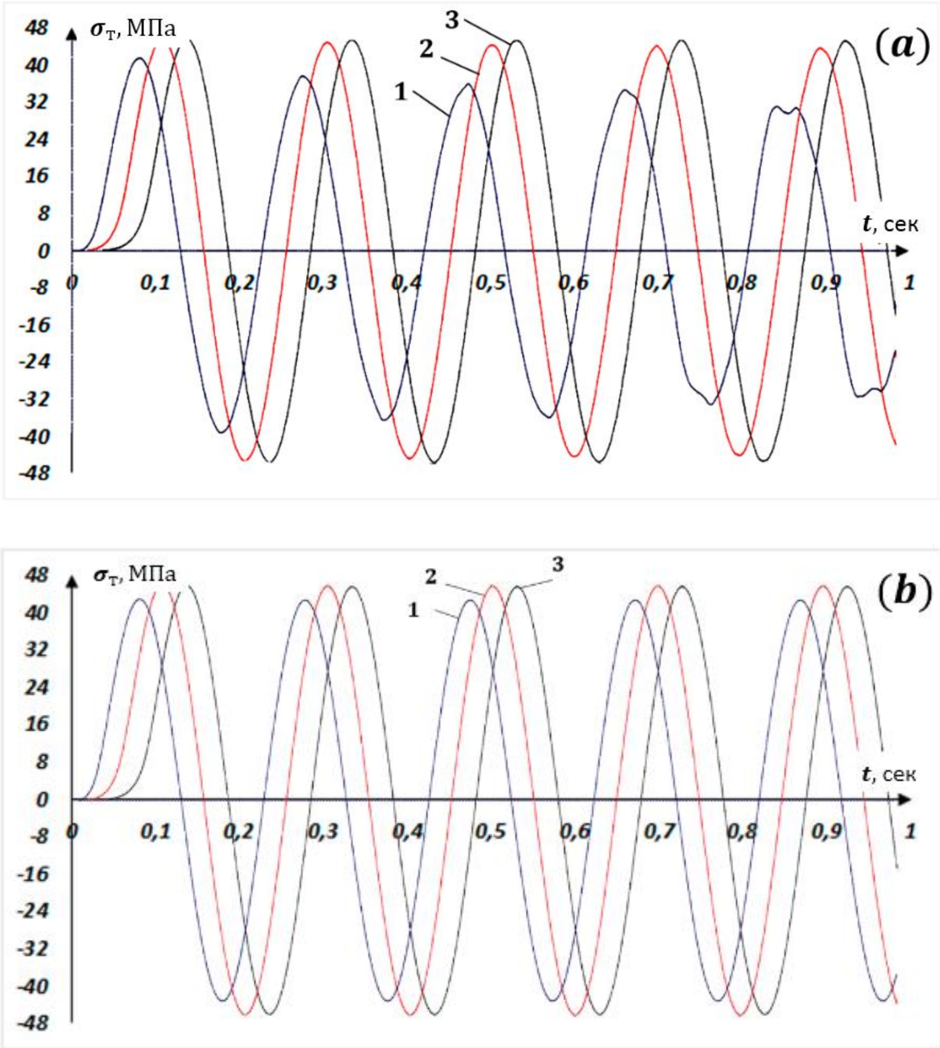


Рис. 3.19. Продольное напряжение в сечениях трубопровода на расстоянии от левого торца: *1* – 30 м; *2* – 60 м; *3* – 90 м

Из рис. 3.18 (напряжение в грунте задано косинус функцией) и рис. 3.19 (напряжение в грунте задано синусоидальной функцией) видно, что в обоих случаях продольные напряжения в трубе близки друг к другу в стационарном состоянии.

По результатам проведенных исследований приходим к следующему заключению. Методом конечных разностей по явной схеме решена нестационарная задача о воздействии плоской продольной волны, распространяющейся в грунте, на подземный трубопровод конечной длины при взаимодействии его с грунтом по нелинейной модели с учетом разрушения структуры грунта и динамического давления. Показана правомерность кусочно-линейной аппроксимации нелинейной модели взаимодействия трубопровода с грунтом. Получены численные значения напряжений при действии гармонической волны, распространяющейся в грунте. По мере уменьшения частоты сейсмической волны максимальное значение продольного напряжения увеличивается в трубопроводе при одинаковых амплитудах напряжения в гармонической волне, распространяющейся в грунте. Результаты расчетов показали, что для волн, соответствующих по частоте доминантным частотам сейсмических волн от землетрясений, динамическим давлением на боковой поверхности протяженных подземных трубопроводов, не глубокого заложения, можно пренебречь. Следовательно, в задачах сейсмодинамики протяженного подземного трубопровода, не глубокого заложения, можно использовать динамическую модель взаимодействия Т.Р. Рашидова – А.А. Ильюшина.

Если скорость распространения волны в грунте меньше скорости распространеия волны в трубопроводе, нелинейное взаимодействие трубопровода с грунтом при воздействии волны деформации в виде импульса приводит к выходу на стационарный режим позже по сравнению с линейным взаимодействием, при этом максимальная деформация в случае нелинейной модели меньше. При нелинейном взаимодействии наблюдаются остаточные деформации трубопровода.

3.3. Нестационарные волны в сейсмодинамике протяженного подземного трубопровода с взаимодействием по модели сухого трения

Рассмотрен протяженный подземный трубопровод, длиной L. Пусть по грунту вдоль трубопровода со скоростью c_g распространяется волна со скоростью частиц $v_g(t-x/c_g)$. Начало координатной оси Ox расположено на левом торце трубопровода.

Уравнение движения протяженного подземного трубопровода, взаимодействующего с окружаемым его грунтом по модели сухого трения, представляется в форме

$$\begin{aligned}&\frac{\partial v}{\partial t}=c^2\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}+\frac{\pi D}{F\rho}\tau(x,t),\\&\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}=\frac{\partial v}{\partial x},\end{aligned}\qquad(3.3.1)$$

$$\begin{cases}\tau(x,t)=\tau_0 sign(v_g-v), & \text{при } v_g\neq v,\\ |\tau(x,t)|<\tau_0, \quad v=v_g,\end{cases}\qquad(3.3.2)$$

где $\tau(x,t)$ – касательное напряжение, возникающее на поверхности контакта трубопровода с грунтом; ε, v, u – деформация, скорость и перемещение по оси трубопровода, $u_g=u_g(x,t)$ – заданное перемещение в грунте.

Начальные условия нулевые $\varepsilon=0$ и $v=0$.

Разобьем трубопровод длиной L на отрезки размером Δx на m частей $L = m \cdot \Delta x,\ \Delta x = c \cdot \Delta t$. Конечно-разностная аппроксимация уравнений (3.3.1) произведено следующим образом [35]

$$\frac{v_{i+1/2}^{j+1} - v_{i+1/2}^{j}}{\Delta t} = c^2 \frac{\varepsilon_{i+1}^{j+1/2} - \varepsilon_{i}^{j+1/2}}{\Delta x} + \frac{\pi D}{F\rho} \frac{\tau_{i+1/2}^{j+1} + \tau_{i+1/2}^{j}}{2};$$
$$\frac{\varepsilon_{i}^{j+1/2} - \varepsilon_{i}^{j-1/2}}{\Delta t} = \frac{v_{i+1/2}^{j} - v_{i-1/2}^{j}}{\Delta x}, \qquad (3.3.4)$$

Для решения задачи воспользуемся следующим логическим алгоритмом. На каждом шаге по времени решаем задачи в двух постановках:

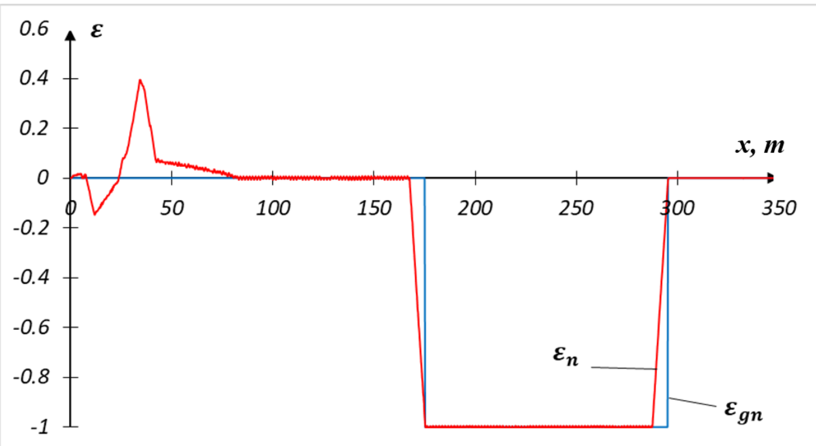
1. уравнение (3.3.3) решаем с условием $\tau_{i+1/2}^{j+1} = \tau_0$;
2. уравнение (3.3.3) решаем с условием $\tau_{i+1/2}^{j+1} = -\tau_0$;

Если знаки величины $\left(v_{g,i+1/2}^{j+1} - v_{i+1/2}^{j+1}\right)$ для двух постановок задачи будут одинаковы, тогда происходит в этой точке в этот момент времени скольжение с сухим трением, и истинным решением задачи является то решение, которое соответствует минимальному абсолютному значению величины $\left(v_{g,i+1/2}^{j+1} - v_{i+1/2}^{j+1}\right)$.

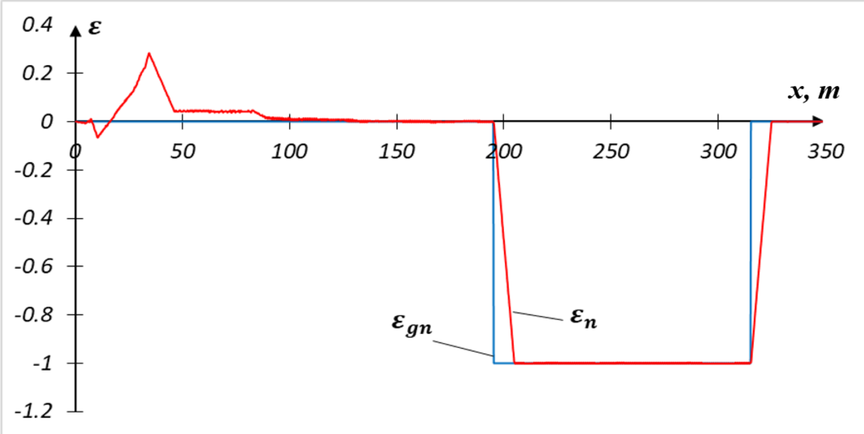
Если знаки величины $\left(v_{g,i+1/2}^{j+1} - v_{i+1/2}^{j+1}\right)$ для двух постановок задачи будут разными, тогда примем $v_{i+1/2}^{j+1} = v_{g,i+1/2}^{j+1}$, т.е. между трубопроводом и грунтом отсутствует скольжение, и они в этой точке в этот момент времени движутся с одинаковой скоростью. В этом случае значение $\tau_{i+1/2}^{j+1}$ вычисляется из первого уравнения системы (3.3.3).

Вычисления производились при следующих исходных данных $L = 1000$ м; $D = 0.61$ м; $F = 0.019$ м^2; $k_x = 10^7$ Н/м^3; $c = 5000$ м/с; $f = 0.3$; $v_{gm} = 0.3$ м/с; $\tau_0 = 5.3$кПа; $\Delta t = 0.0001$ с.

На рис. 3.20 представлены графики нормированных деформаций грунта $\varepsilon_{gn} = \varepsilon_g / \varepsilon_{gm}$ и трубопровода $\varepsilon_n = \varepsilon / \varepsilon_{gm}$ при воздействии волны скоростей в виде прямоугольного импульса. Рассмотрены случаи $c_g > c$ и $c_g < c$.



а)



б)

Рис. 3.20. Нормированные деформации грунта и трубопровода:
(а) в момент времени *t*=0.05 с при $c_g = 6000$ м/с, $\left(\varepsilon_{gm} = 0.00005\right)$;
(b) в момент времени *t*=0.08 с при $c_g = 4000$ м/с, $\left(\varepsilon_{gm} = 0.000075\right)$

Сравнение результатов численного решения задачи (рис.3.20, *а*) с аналитическим решением, полученным в [79], дает хорошее совпадение.

На рис. 3.21 представлены графики нормированных деформаций грунта и трубопровода при воздействии волны скоростей в виде прямоугольного импульса при $c_g = 600$ м/с ($\varepsilon_{gm} = 0.0005$). Если скорость распространения волны в грунте достаточно мала, деформация в трубопроводе не достигает значения деформации в грунте, поэтому в этом случае вместо волны в форме трапеции формируется волна треугольной формы.

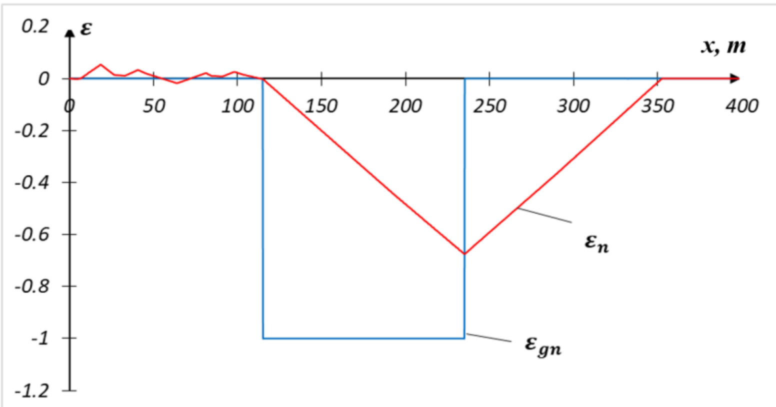
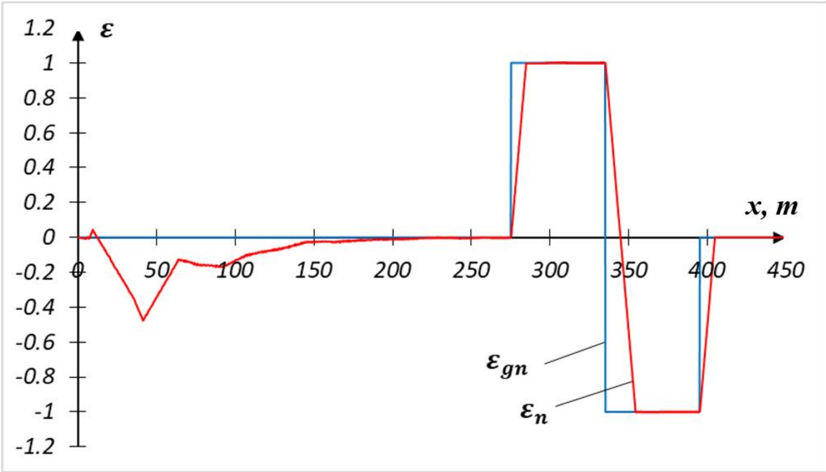
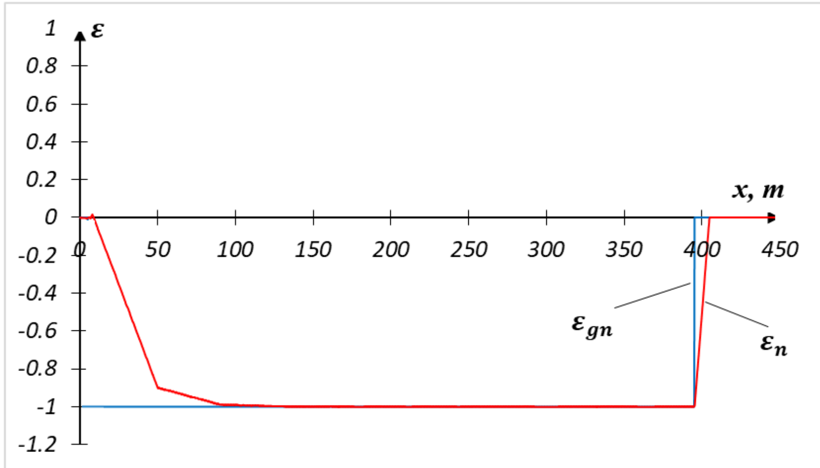


Рис. 3.21. Нормированные деформации грунта и трубопровода в момент времени *t*=0.4 с

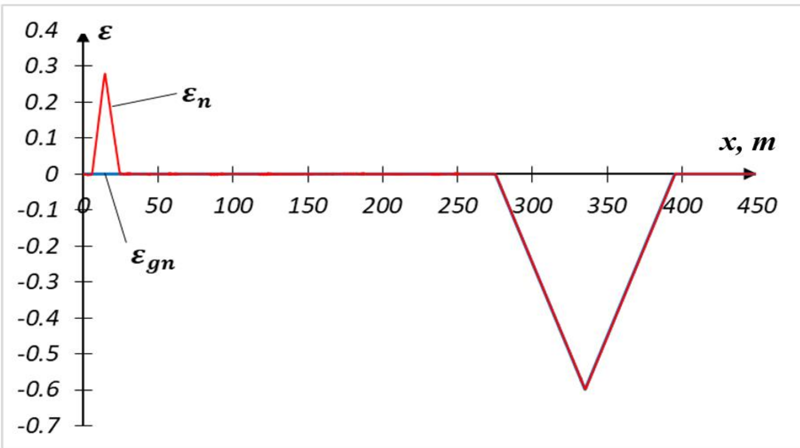
На рис. 3.22 представлены графики нормированных деформаций грунта и трубопровода при воздействии волны скоростей в виде разных форм при $c_g = 4000$ м/с. Из графиков видно формирование волн в трубопроводе, при этом остаточная деформация появляется со стороны левого торца трубопровода.



а)



б)



c)

Рис. 3.22. Нормированные деформации грунта и трубопровода в момент времени t=0.1 с

При воздействии волны скоростей в виде импульса одного периода косинуса $v_g = v_{gm} cos(\omega(t - x/c_g))$ и $c_g < c$ в начале процесса взаимодействия в трубопроводе, впереди фронта волны в грунте, идет предвестник волны сжатия, а также и за фронтом идет волна сжатия. По мере распространения волны, за фронтом волны сжатия в грунте, на волну сжатия в трубопроводе надвигается волна растяжения. Это похоже на процесс надвигания волны разгрузки Х.А. Рахматулина. При прохождении определенного расстояния фронтом волны в грунте, за этим фронтом в трубопроводе возникает растягивающая волна треугольной формы и затем волна сжатия, также треугольной формы. На определенном расстоянии от левого торца трубопровода формируется волна зигзагообразной формы (см. рис.3.23), максимальная амплитуда которых зависит от давления на боковую поверхность и коэффициента сухого трения. За задним фронтом волны в грунте, в трубопроводе возникает остаточная деформация. На рис.3.23 представлены графики нормированных деформаций грунта и трубопровода.

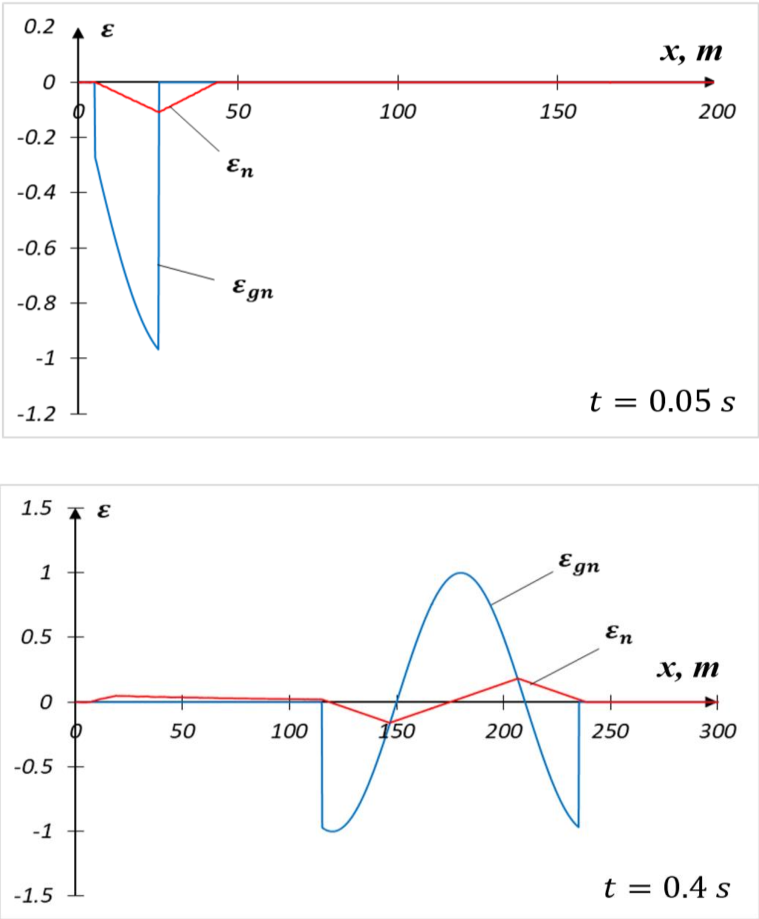


Рис. 3.23. Нормированные деформации грунта и трубопровода в различные моменты времени при $c_g = 600$ м/с, $\omega = 31.4\,c^{-1}$ ($\varepsilon_{gm} = 0.0005$)

На рис. 3.24 представлены графики нормированных деформаций грунта и трубопровода при воздействии гармонической волны $v_g = a\cos(\omega(t - x/c_g))$. Поведение волны в трубопроводе за около фронта волны в грунте подобно к случаю воздействия импульса одного периода косинуса. По мере удаления от фронта волны формируется зигзагообразная форма волны в трубопроводе.

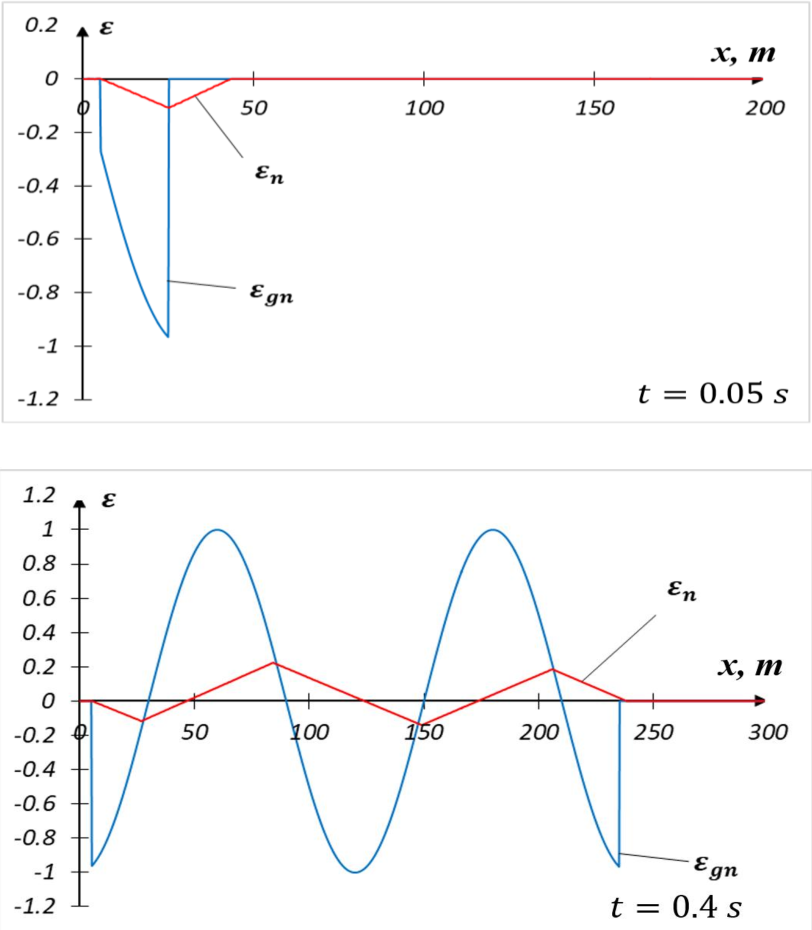
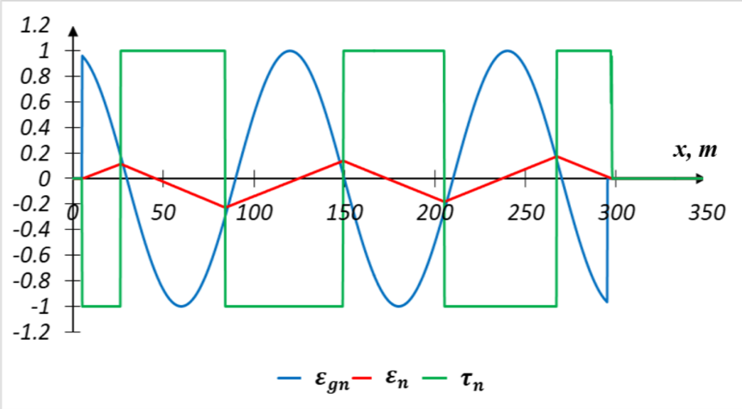


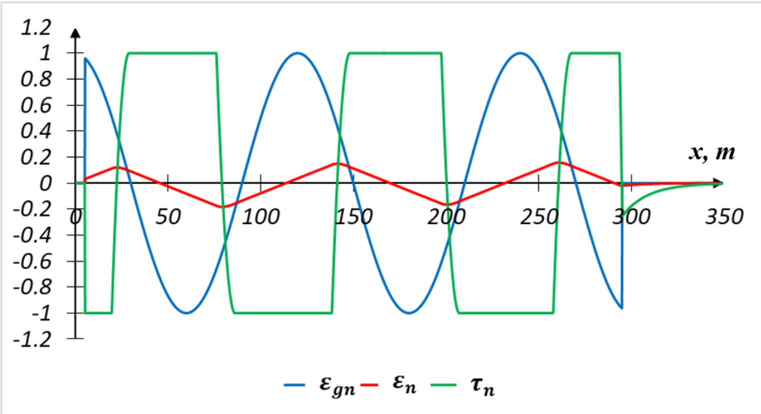
Рис. 3.24. Нормированные деформации грунта и трубопровода в различные моменты времени при $c_g = 600$ м/с, $\omega = 31.4c^{-1}$ ($\varepsilon_{gm} = 0.0005$)

На рис. 3.25 представлены графики нормированных деформаций грунта и трубопровода, а также бокового касательного напряжения $\tau_n = \tau / \tau_0$ в момент времени *t*=0.5 с в случаях взаимодействия по модели сухого трения (рис. 3.25, *а*) и по модели идеального упругопластического тела (рис. 3.25, *б*). Видно, что в случае модели взаимодействия идеального упругопластического тела перед фронтом волны в грунте в трубопроводе идет «предвестник», а за фронтом волны картина близка к картине с сухим трением. Также видно изменение направления силы сухого трения в процессе распространения волны. В случае модели сухого трения сила сухого трения резко меняет свое направление. В идеально упругопластическом случае изменение направления силы происходит через некоторый промежуток времени, сила взаимодействия должна преодолеть упругий участок.

На рис. 3.26 показаны графики изменения нормированных деформаций при воздействии импульса скорости и гармонической волны, когда скорость распространения волны в грунте больше скорости распространения волны в трубопроводе. После выхода на стационарный режим деформации в грунте и в трубопроводе практически одинаковы, различие наблюдается около фронтов волн и около левого торца трубопровода. Если в действующей волне на фронтах отсутствуют скачки скорости частиц или деформации, тогда деформации в грунте и трубопроводе равны при отдалении от левого торца трубопровода.

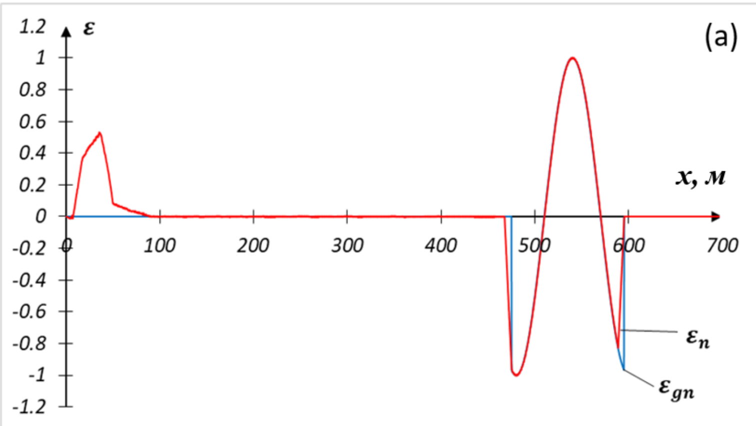


а)



б)

Рис. 3.25. Нормированные деформации грунта и трубопровода, а также бокового касательного напряжения при $c_g = 600$ м/с, $\omega = 31.4 c^{-1}$ ($\varepsilon_{gm} = 0.0005$)



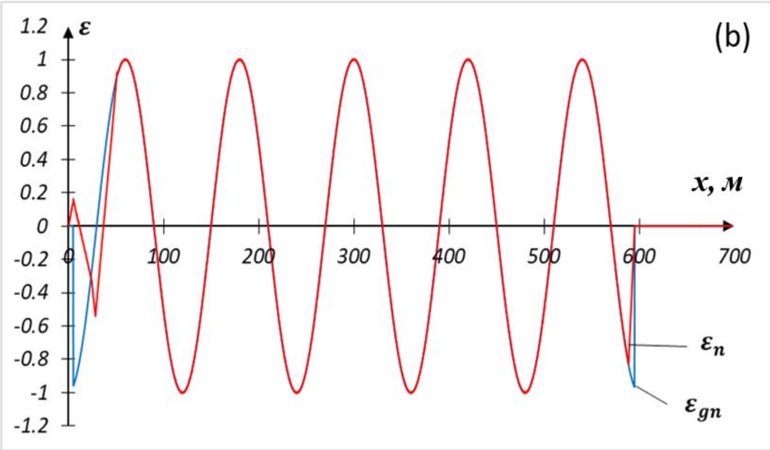


Рис. 3.26. Нормированные деформации грунта и трубопровода в момент времени t=0.04 с при c_g=6000 м/с, ω=314 c^{-1} (ε_{gm}=0.00005)

Теперь приведем расчет действия гармонической волны на трубопровод в случае линейной модели взаимодействия. На рис. 3.27 представлены графики нормированных деформаций грунта и трубопровода при $D = 0.2$ м; $c_g = 6000$ м/с.

Из рис. 3.27 видно, что максимальная деформация в трубопроводе два раза больше максимальной деформации в грунте [27, 28, 42]. При этом в трубопроводе появляются высокочастотные волны с периодом t_1=0.01 с по сравнению с частотой волны (t_0=0.1 с) в грунте, область с высокочастотной волной расширяется по мере движения фронта волны. Если сравнить результаты расчетов по рис. 3.26 и 3.27, можно заметить, что в случае взаимодействия по модели сухого трения высокочастотные волны в трубопроводе отсутствуют, так как сила трения их подавляет.

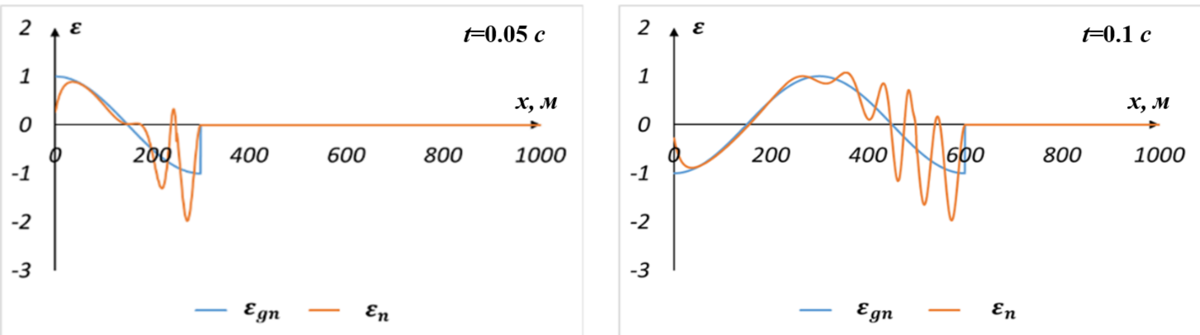


Рис. 3.27. Нормированные деформации грунта и трубопровода в различные моменты времени

Показана возможность решения нестационарной задачи сейсмодинамики протяженного подземного трубопровода, взаимодействующего с окружающим его грунтом по модели сухого трения, методом конечных разностей.

Если скорость распространения волны в грунте достаточно мала при воздействии волны скоростей в виде прямоугольного импульса, деформация в трубопроводе не достигает значения деформации в грунте, поэтому в этом случае вместо волны в форме трапеции формируется волна треугольной формы.

В случае модели взаимодействия идеального упругопластического тела перед фронтом гармонической волны в грунте в трубопроводе идет «предвестник», а за фронтом волны картина близка к картине с сухим трением. В случае модели сухого трения сила сухого трения резко меняет свое направление. В идеально упругопластическом случае изменение направления силы происходит через некоторый промежуток времени, сила взаимодействия должна преодолеть упругий участок.

В случае упругого взаимодействия, когда скорость распространения волны в грунте больше скорости распространения волны в трубопроводе при разрывном фронте волны воздействия в трубопроводе возникает высокочастотные волны деформации с удвоенной амплитудой. В случае взаимодействия по закону сухого трения этого не наблюдается. При отсутствии разрыва на фронте волны деформации и небольших скоростях деформации грунта в трубопроводе и грунте волны идентичны.

3.4. Нестационарные волны в протяженном подземном трубопроводе при разных соотношениях скорости распространения волн в грунте и трубопроводе

Рассмотрим случай скорости распространения волны в грунте больше скорости распространения волны в трубопроводе. Такой случай встречается, когда нормаль к фронту волны в грунте осью трубопровода имеет необходимый угол или, когда трубопровод является сегментированным с очень податливыми стыковыми соединениями [28, 51, 76].

В [27, 28] получено аналитическое решение стационарной задачи воздействия гармонической волны на бесконечный трубопровод, и установлено, что при большей скорости распространения волны в грунте по сравнению со скоростью распространения волны в трубопроводе максимальная деформация в последнем два раза больше чем максимальная деформация в грунте. Проверим этот факт в случае нестационарной задачи.

Проведен расчет действия гармонической волны перемещения для линейной модели взаимодействия при c_g=6000 м/с, c=5000 м/с, t_0=0.1 с. Это случай падения гармонической волны под углом.

На рис. 3.28 представлены графики нормированных деформаций грунта и трубопровода в моменты времени t=0.05 с и t=0.1 с, при $\varepsilon_{gm} = 0.0002$.

Действительно и в этом случае видно, что максимальная деформация в трубопроводе два раза больше максимальной деформации в грунте. При этом в трубопроводе появляются высокочастотные волны (t_1=0.01 с) по сравнению с частотой волны (t_0=0.1 с) в грунте, область с высокочастотной волной расширяется по мере движения фронта волны. При этом вычисления по разностной схеме проводились с шагом по времени $\Delta t = 0.0001$ с.

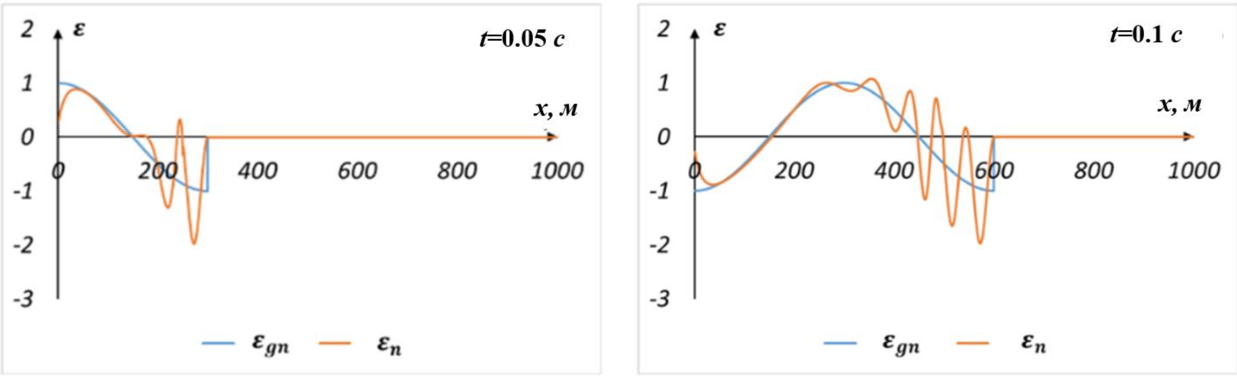


Рис. 3.28. Нормированные деформации грунта и трубопровода в различные моменты времени

Далее рассмотрен случай сегментированного трубопровода с осредненными значениями жесткости и плотности материала при следующих исходных данных [44, 76] $L = 1000$ м; $D_H = 0.61$ м; $h_D = 0.01$ м; $c_g = 800$ м/с; $c = 660$ м/с; t_0=0.63 с; $u_{gm} = 0.073$ м; $\varepsilon_{gm} = 0.0009$.

Проведен расчет действия гармонической волны перемещения в случае линейной модели взаимодействия

$$u_g = u_{gm} \sin[2\pi(t - x / c_g) / t_0] \cdot H(t - x / c_g).$$

На рис. 3.29 представлены графики нормированных деформаций грунта и трубопровода в различные моменты времени.

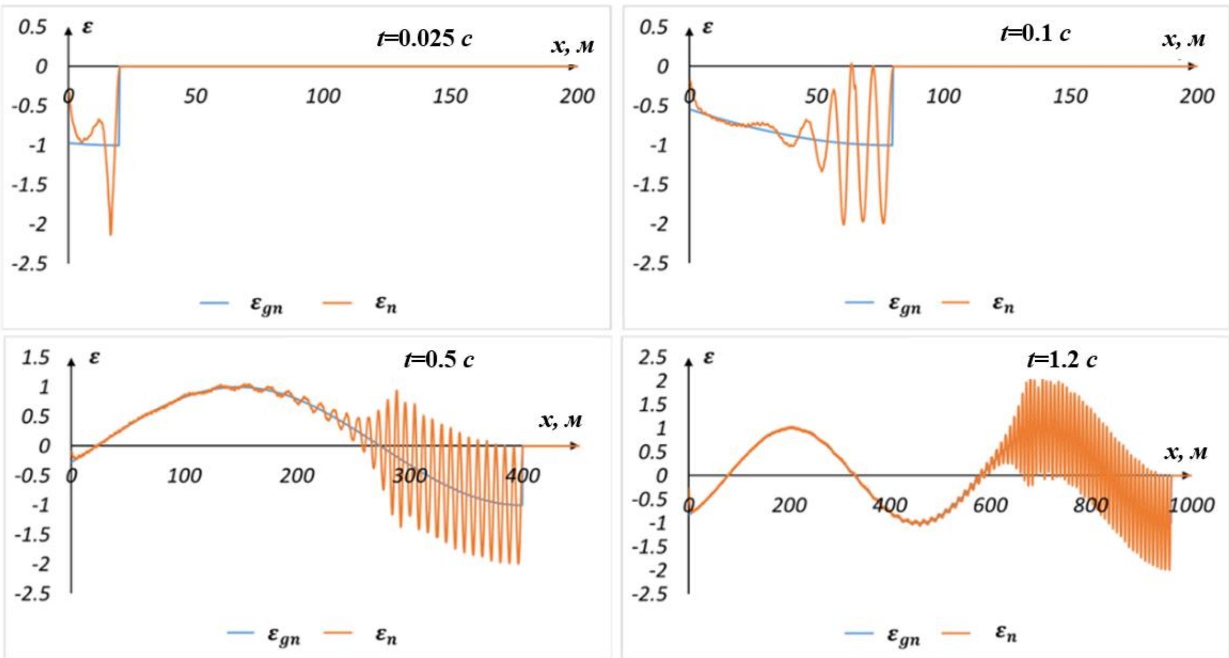


Рис. 3.29. Нормированные деформации грунта и трубопровода в различные моменты времени

В этом случае также видим, что максимальная деформация в трубопроводе два раза больше максимальной деформации в грунте, а также появление высокочастотных волн с периодом t_1=0.01 с. За фронтом волны образуется стационарная область, расширяющаяся по мере распространения волны, в этой области аналитическое и численное решения совпадают с достаточной точностью. Хвост области с удвоенной деформацией имеет в начале период t_1=0.015 с, далее уменьшается амплитуда осцилляции и увеличивается ее период. При этом вычисления по разностной схеме проводились с шагом по времени $\Delta t = 0.0005\, c$.

Ниже приведены результаты расчетов, если заданная волна представлена в виде импульса

$$u_g = u_{gm} \sin[2\pi(t - x/c_g)/t_0] \cdot [H(t - x/c_g) - H(t - t_0 - x/c_g)].$$

На рис. 6 представлены графики нормированных деформаций грунта и трубопровода в различные моменты времени. Отличие результатов от гармонической волны состоит в том, что задний фронт волны импульса вызывает высокочастотные волны с такими же периодами, при этом максимальная деформация в трубопроводе за волной в грунте равна максимальной деформации в грунте в зоне действия импульса волны.

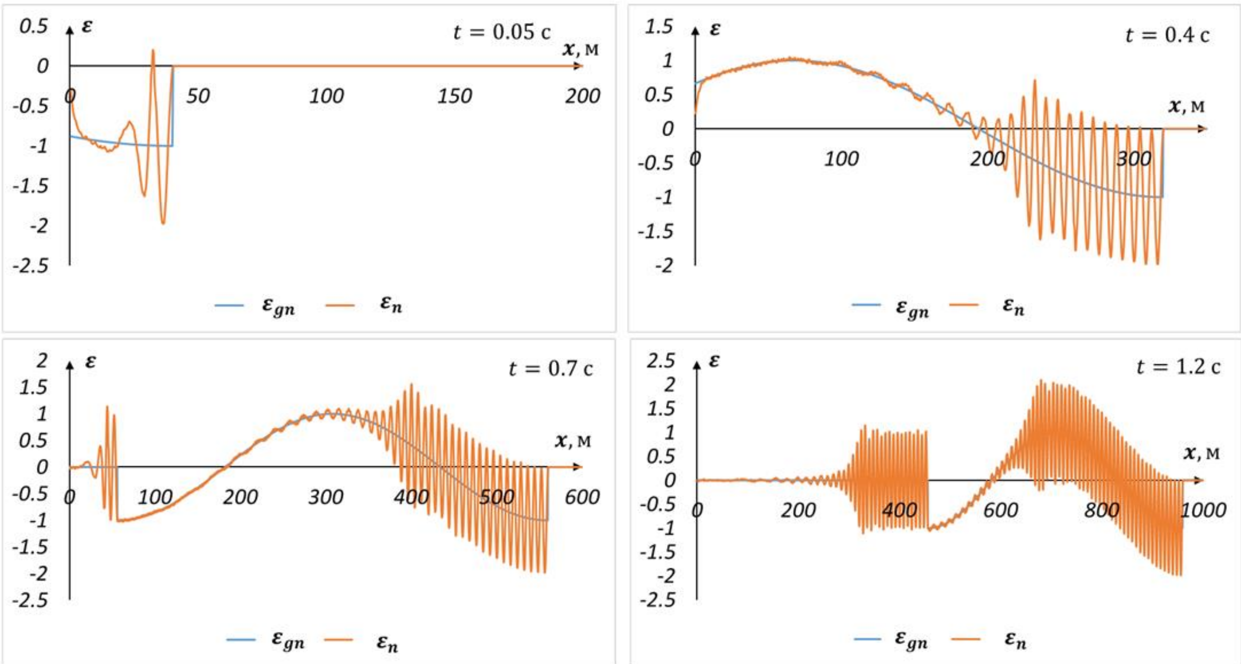


Рис. 3.30. Нормированные деформации грунта и трубопровода в различные моменты времени

Исследовано влияние коэффициента линейного взаимодействия k_x [28] на волновой процесс. На рис. 3.31 представлены графики нормированных деформаций грунта и трубопровода при линейной модели взаимодействия. Если $k_x = 0.5 \cdot 10^7$ Н/м^3, тогда период осцилляции непосредственно за передним фронтом волны 0.014 с, а далее равно 0.025 с. При значении $k_x = 4 \cdot 10^7$ Н/м^3 период осцилляции за фронтом волны 0.005 с, а в хвосте 0.008 с.

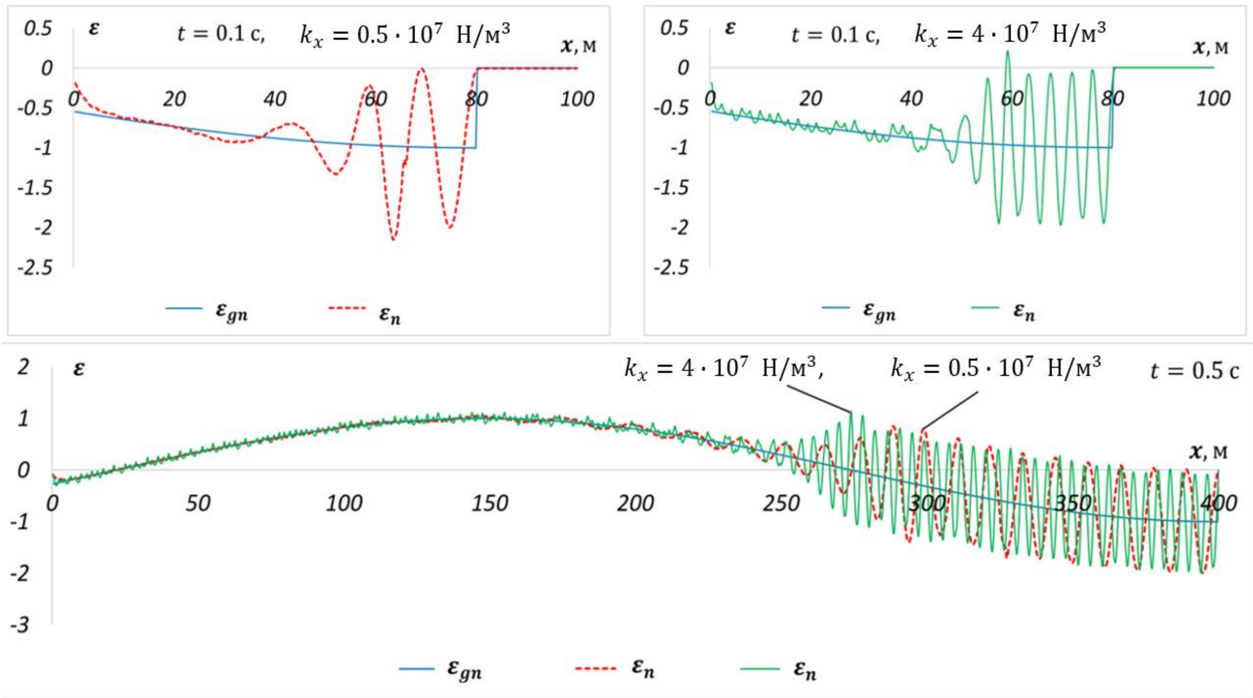


Рис. 3.31. Нормированные деформации грунта и трубопровода в различные моменты времени

Когда скорость распространения волны в грунте больше скорости распространения волны в трубопроводе боковое касательное напряжение не превышает значение начала структурного разрушения слоя грунта. Поэтому приведенные выше результаты были получены для линейной модели взаимодействия.

Увеличение отношения скоростей распространения волн в грунте и трубопроводе соответственно увеличивает значение периода волны за фронтом в трубопроводе и выводит к предельному значению 0.018 с при фиксированном значении $k_x = 1 \cdot 10^7$ Н/м^3. Для каждого значения k_x имеется свое предельное значение периода волны за фронтом.

Другие формы волны в грунте с разрывом скорости частиц на фронте также приводят к появлению высокочастотных волн в трубопроводе за фронтом волны. Если разрыв скорости частиц отсутствует, тогда по мере снижения скорости деформации в грунте максимальная деформация в трубопроводе за фронтом волны снижается, и стремится к максимальной деформации грунта, при этом имеет место осцилляции около деформации, равной деформации в грунте. Исходя из того, что волны скоростей и деформаций в грунте от землетрясений не имеют скачков, приходим к выводу, что, когда отношение скоростей распространения волн в грунте и трубопроводе больше единицы, деформации в грунте и трубопроводе практически одинаковы, этот факт также подтверждает расчет на действие реальной записи акселерограммы Газлийского землетрясения 1976 года. По оцифрованной с шагом 0.005 с акселерограмме методом Ньюмарка были вычислены значения скорости и перемещения с таким же шагом. Далее сплайн функцией Эрмита было аппроксимировано перемещение для определения его значений для любого момента времени. Этот факт является основанием применения неявных конечно-разностных схем для решения задач сейсмодинамики пространственно-расположенных систем подземных трубопроводов по реальным записям землетрясений [65, 96].

Далее рассмотрено действие сейсмической волны по реальной записи землетрясения. Отличие деформаций трубопровода от деформаций в грунте проявляется, если скорость распространения волны в грунте меньше скорости распространения волны в трубопроводе [28, 35, 41, 77].

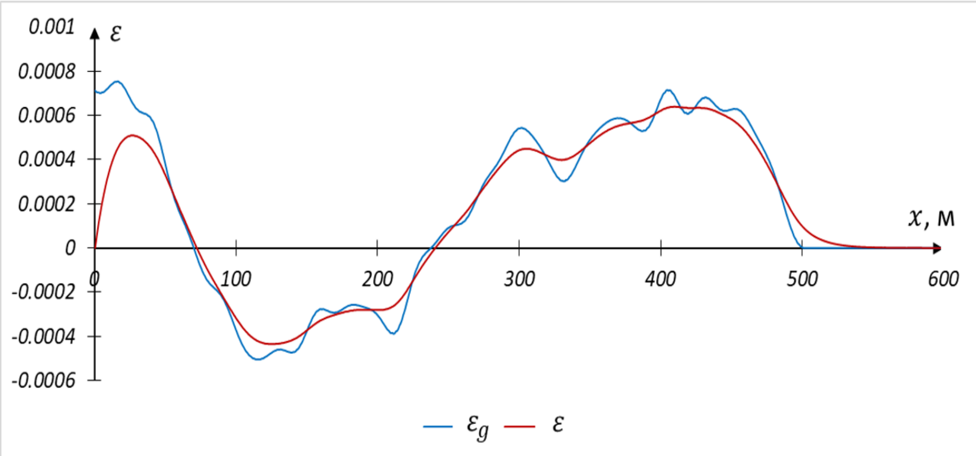


Рис. 3.32. Деформации грунта и трубопровода в момент времени t=1 с

На рис. 3.32 представлены графики деформации грунта и трубопровода в момент времени t=1 с для линейной модели взаимодействия на основе реальной записи акселерограммы при c_g=500 м/с, c=5000 м/с. Вычисления проводились для части акселерограммы, где ее значения достигают максимума.

Если скорость распространения волны в грунте больше скорости распространения волны в трубопроводе, боковое касательное напряжение не превышает значение начала структурного разрушения слоя грунта, что позволяет в этом случае использование линейной модели взаимодействия «трубопровод-грунт». Если передний фронт заданной гармонической волны деформации в грунте имеет разрыв, тогда за этим фронтом в трубопроводе возникают высокочастотные волны с максимальным значением деформации два раза превышающее максимальную деформацию грунта.

Отличие результатов воздействия волны в форме импульса от гармонической волны состоит в том, что за задним фронтом волны импульса появляются высокочастотные волны с такими же периодами, какие были за передним фронтом, при этом максимальная деформация в трубопроводе за волной в грунте равна максимальной деформации заднего фронта волны деформации в грунте. Другие формы волны в грунте с разрывом скорости частиц на фронте также приводят к появлению высокочастотных волн в трубопроводе за фронтом волны. Если разрыв скорости частиц отсутствует, тогда по мере снижения скорости деформации в грунте максимальная деформация в трубопроводе за фронтом волны снижается и стремится к максимальной деформации грунта, при этом имеет место осцилляции около деформации, равной деформации в грунте.

Исходя из того, что волны скоростей и деформаций в грунте от землетрясений не имеют скачков, приходим к выводу, что, если отношение скоростей распространения волн в грунте и трубопроводе больше единицы, деформации в грунте и трубопроводе практически одинаковы. Это также подтверждается расчетами на действие реальной записи акселерограммы Газлийского землетрясения. Это является основанием применения неявных конечно-разностных схем для решения задач сейсмодинамики пространственно-расположенных систем подземных трубопроводов по реальным записям землетрясений.

3.5. Математическое моделирование сейсмодинамики протяженного трубопровода в разжижаемом грунте

Модель взаимодействия трубопровода с разжижаемым грунтом, исходя из экспериментальных диаграмм, представим, как на рис. 3.33. На этом рисунке арабскими цифрами обозначены линейные участки модели взаимодействия. В соответствии с этим введем функцию состояния $S(x,t)$ для каждой точки деформируемого трубопровода. Функция $S(x,t)$ для фиксированного значения $x = x_i$ является кусочно-постоянной функцией t и может принимать целочисленные значения от 1 до 4.

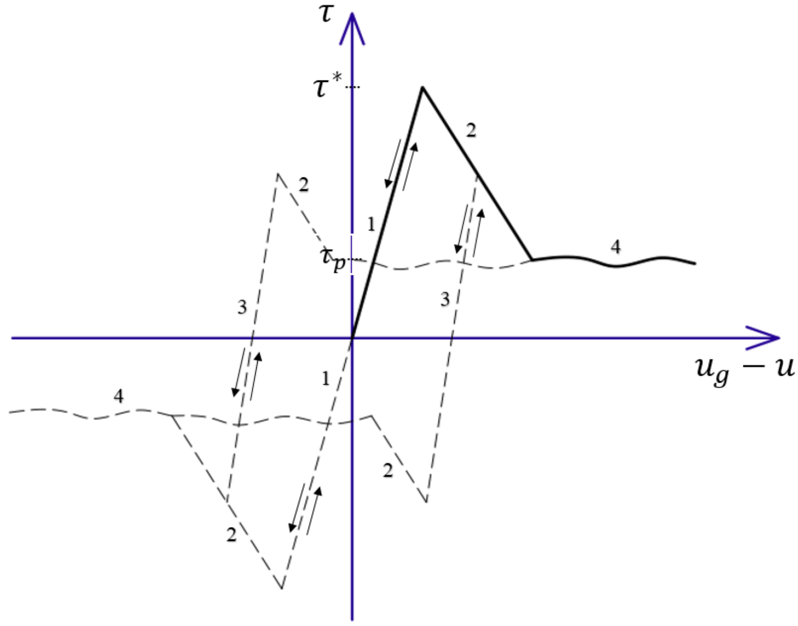


Рис. 3.33. Диаграмма зависимости $\tau = \tau\left(x, t, \tau_s U_s, u_g - u\right)$

Уравнения движения трубопровода в скоростях и деформациях с учетом взаимодействия с грунтом имеют вид

$$\frac{\partial v}{\partial t} = c^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{\pi D}{F\rho}\tau,$$
$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x}, \qquad (3.5.1)$$

$\tau = k_1(u_g - u)$, при $|\tau| \le \tau^*$ и $S(x,t) = 1$;

$\tau = \tau_s + k_2(u_g - u - U_s)$, $S(x,t) = 2$, при $|\tau| > \tau^*$ и $S(x,t) = 1$;

$\tau = \tau_s + k_2(u_g - u - U_s)$, при $S(x,t) = 2$ и $|\tau| > k_r\left(\frac{\partial u_g}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t}\right)$;

$\tau = \tau_s + k_3(u_g - u - U_s)$, $S(x,t) = 3$, при $\tau \cdot (v_g - v) < 0$ и $S(x,t) = 2$;

$\tau = \tau_s + k_3(u_g - u - U_s)$, при $S(x,t) = 3$ и $|\tau| \le |\tau_s|$;

$\tau = \tau_s + k_2(u_g - u - U_s)$, $S(x,t) = 2$, при $|\tau| > |\tau_s|$ и $S(x,t) = 3$;

$\tau = k_r\left(\frac{\partial u_g}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t}\right)$, $S(x,t) = 4$, при $\left[|\tau| \le k_r\left(\frac{\partial u_g}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t}\right) \text{или } |\tau| \le \tau^r\right]$ и $S(x,t) = 2$;

$\tau = k_r\left(\frac{\partial u_g}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t}\right)$, при $S(x,t) = 4$; (3.5.2)

с начальными условиями

$$u|_{t=0} = 0 \text{ и } v|_{t=0} = 0,$$

а также с граничными условиями, свободными от напряжения, то есть при нулевых деформациях

$$\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=0} = 0 \text{ и } \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=L} = 0.$$

Здесь $c = \sqrt{E/\rho}$ – скорость распространения волны в трубопроводе; ε, v, u – деформация, скорость и перемещение частиц по оси трубопровода; v_g, u_g – скорость и перемещение частиц грунта по оси трубопровода; D, F – диаметр и площадь поперечного сечения трубопровода; k_1 – коэффициент упругого взаимодействия поверхности трубопровода с грунтом; $k_2 < 0$ – коэффициент взаимодействия в области разрушения; k_3 – коэффициент взаимодействия в области разгрузки; k_r – коэффициент вязкого взаимодействия; τ^*, τ^r – абсолютное значение предела касательного напряжения, после которого начинается разрушение структуры грунта или наступает разжижение, соответственно; τ_s, U_s – значение бокового касательного напряжения и разность перемещений соответствующих точек грунта и трубопровода в момент s-того перехода из одного состояния в другое.

Разобьем трубопровод длиной l на отрезки размером Δx на m частей $l = m \cdot \Delta x$. Определим $\Delta t = \Delta x / c$, являющийся предельным условием устойчивости Куранта. Дискретные значения деформации возьмем на концах отрезков Δx, а скорости частиц в середине отрезков Δx. По времени дискретные значения деформации возьмем в середине шага, а скорости частиц на каждом шаге по времени. Введем обозначение: $q = \pi D / F\rho$.

Представим уравнения (3.5.1) и (3.5.2) их конечно-разностными аппроксимациями первого порядка точности по Δx и Δt

$$\frac{v_{i+1/2}^{j+1} - v_{i+1/2}^{j}}{\Delta t} = c^2 \frac{\varepsilon_{i+1}^{j+1/2} - \varepsilon_{i}^{j+1/2}}{\Delta x} + q \frac{\tau_{i+1/2}^{j+1} + \tau_{i+1/2}^{j}}{2};$$

$$\frac{\varepsilon_{i}^{j+1/2} - \varepsilon_{i}^{j-1/2}}{\Delta t} = \frac{v_{i+1/2}^{j} - v_{i-1/2}^{j}}{\Delta x},$$

$$\tau_{i+1/2}^{j+1} = k_1 \left(u_{g\,i+1/2}^{j+1} - u_{i+1/2}^{j} - \Delta t\ v_{i+1/2}^{j+1} \right), \text{ при} \left| \tau_{i+1/2}^{j+1} \right| \le \tau^* \ \ и \ \ S_{i+1/2}^{j+1} = 1;$$

$$\tau_{i+1/2}^{j+1} = \tau_{i+1/2,s} + k_2 \left(u_{g\,i+1/2}^{j+1} - u_{i+1/2}^{j} - \Delta t\ v_{i+1/2}^{j+1} - U_{i+1/2,s} \right), S_{i+1/2}^{j+1} = 2, \text{ при } \left| \tau_{i+1/2}^{j+1} \right| > \tau^* \ \text{ и } S_{i+1/2}^{j+1} = 1;$$

$$\tau_{i+1/2}^{j+1} = \tau_{i+1/2,s} + k_2 \left(u_{g\,i+1/2}^{j+1} - u_{i+1/2}^{j} - \Delta t\ v_{i+1/2}^{j+1} - U_{i+1/2,s} \right), \text{ при } S_{i+1/2}^{j+1} = 2 \ и \ \left| \tau_{i+1/2}^{j+1} \right| \ge k_r (v_{g\,i+1/2}^{j+1} - v_{i+1/2}^{j+1});$$

$$\tau_{i+1/2}^{j+1} = \tau_{i+1/2,s} + k_3 \left(u_{g\,i+1/2}^{j+1} - u_{i+1/2}^{j} - \Delta t\ v_{i+1/2}^{j+1} - U_{i+1/2,s} \right), S_{i+1/2}^{j+1} = 3, \text{при}\, \tau_{i+1/2}^{j+1} \cdot (v_{g\,i+1/2}^{j+1} - v_{i+1/2}^{j+1}) < 0 \,\text{и}\, S_{i+1/2}^{j+1} = 2;$$

$$\tau_{i+1/2}^{j+1} = \tau_{i+1/2,s} + k_3 \left(u_{g\,i+1/2}^{j+1} - u_{i+1/2}^{j} - \Delta t\ v_{i+1/2}^{j+1} - U_{i+1/2,s} \right), \text{ при } S_{i+1/2}^{j+1} = 3 \text{ и } \left| \tau_{i+1/2}^{j+1} \right| \le \left| \tau_{i+1/2,s} \right|;$$

$$\tau_{i+1/2}^{j+1} = \tau_{i+1/2,s} + k_2 \left(u_{g\,i+1/2}^{j+1} - u_{i+1/2}^{j} - \Delta t\ v_{i+1/2}^{j+1} - U_{i+1/2,s} \right), S_{i+1/2}^{j+1} = 2, \text{ при } \left| \tau_{i+1/2}^{j+1} \right| > \tau_{i+1/2,s} \ \text{ и } S_{i+1/2}^{j+1} = 3;$$

$$\tau_{i+1/2}^{j+1} = k_r (v_{g\,i+1/2}^{j+1} - v_{i+1/2}^{j+1}), \ S_{i+1/2}^{j+1} = 4, \text{ при } \left[\left| \tau_{i+1/2}^{j+1} \right| \le k_r (v_{g\,i+1/2}^{j+1} - v_{i+1/2}^{j+1}) \text{или} \left| \tau_{i+1/2}^{j+1} \right| \le \tau^r \right] \text{и } S_{i+1/2}^{j+1} = 2;$$

$$\tau_{i+1/2}^{j+1} = k_r (v_{g\,i+1/2}^{j+1} - v_{i+1/2}^{j+1}), \text{ при } S_{i+1/2}^{j+1} = 4;$$

$$u_{i+1/2}^{j+1} = u_{i+1/2}^{j} + \Delta t \left(v_{i+1/2}^{j+1} + v_{i+1/2}^{j} \right) / 2;$$

$$u_{g\,i+1/2}^{j+1} = u_{g\,i+1/2}^{j} + \Delta t \left(v_{g\,i+1/2}^{j+1} + v_{g\,i+1/2}^{j} \right) / 2,$$

где нижний индекс соответствует координате, а верхний – времени. Из этих уравнений определяем последовательно: $\varepsilon_{i+1}^{j+1/2}$, $v_{i+1/2}^{j+1}$, $u_{i+1/2}^{j+1}$. На каждом шаге по времени проверяем значения τ, $\tau \cdot (v_g - v)$ во всех точках, при выполнении соответствующих условий меняем S.

В тех точках, где происходит переход к следующему состоянию, производим итерационное уточнение решения методом Ньютона-Рафсона [104]

$$\Delta v^{(k)} = -\left(v_{i+1/2}^{j+1} \right)^{(k)} + \frac{2c\left(\varepsilon_{i+1}^{j+1/2} - \varepsilon_{i}^{j+1/2} \right) + 2v_{i+1/2}^{j} + 2q\Delta t \tau_{i+1/2,s} + k_\alpha q \Delta t \left(u_{g\,i+1/2}^{j+1} + u_{g\,i+1/2}^{j} - 2u_{i+1/2}^{j} - 2U_{i+1/2,s} \right)}{2 + k_\alpha q (\Delta t)^2},$$

$$\left(v_{i+1/2}^{j+1} \right)^{(k+1)} = \left(v_{i+1/2}^{j+1} \right)^{(k)} + \Delta v^{(k)},$$

где k – номер итерации. Итерационный процесс продолжается до достижения необходимой точности вычисления по v. Сохраним информацию о переходе в каждой точке дискретизации, где происходит переход из одного состояния в другое, сохраняем $\tau_s = \tau, U_s = u_g - u$.

Вычисления производились при следующих исходных данных: $L = 1000$ м; $D = 0.61$ м; $F = 0.019$ м^2; $c_g = 500$ м/с; $c = 5000$ м/с; $k_1 = 10^7$ Н/м^3; $k_2 = -5 \cdot 10^6$ Н/м^3; $k_3 = 1.5 \cdot 10^7$ Н/м^3; $k_r = 10^4$ Н$\cdot$с/м^3; $\tau^* = 7$ кПа; $\Delta t = 0.0001$ с.

Проведем расчет действия гармонической волны скорости в виде $v_g = v_{gm} \cos[\pi(t - x/c_g)/t_0] H(t - x/c_g)$, амплитудой $v_{gm} = 0.19$ м/с, $t_0 = 0.165$ с соответствует доминантному полупериоду сейсмограммы землетрясений.

На рис. 3.34 – 3.36 представлены результаты решения задачи, когда трубопровод расположен в разжижаемом грунте. На рис. 3.34 представлены нормированные графики деформации грунта $\varepsilon_{gn} = \varepsilon_g / \varepsilon_{gm}$ (здесь $\varepsilon_{gm} = 0.00038$) и трубопровода $\varepsilon_n = \varepsilon / \varepsilon_{gm}$.

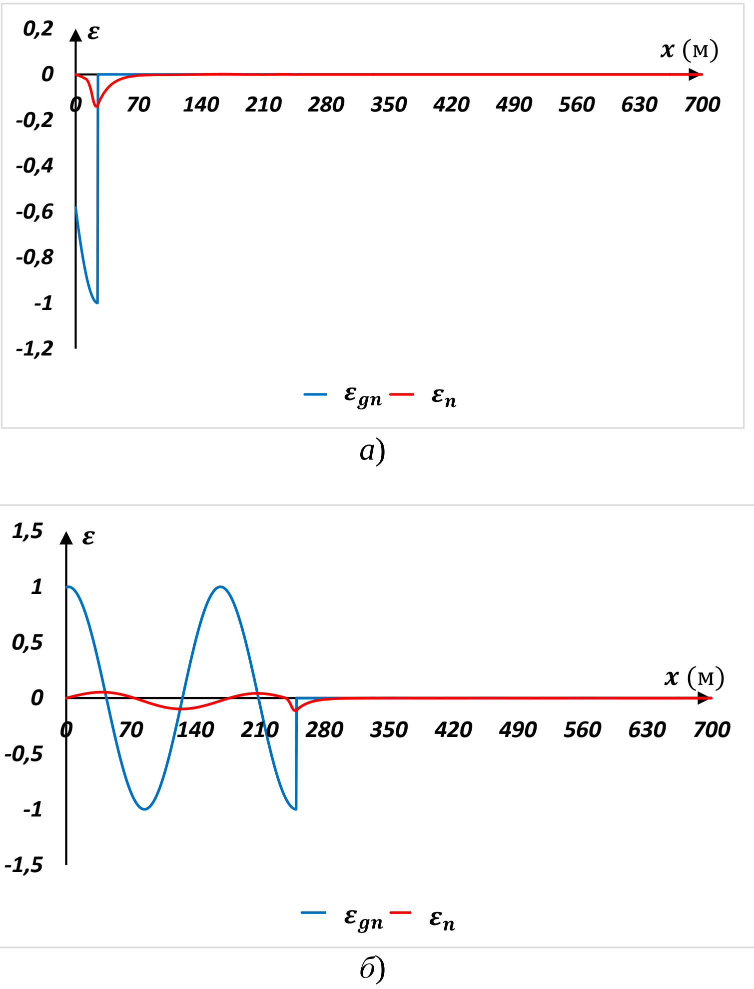
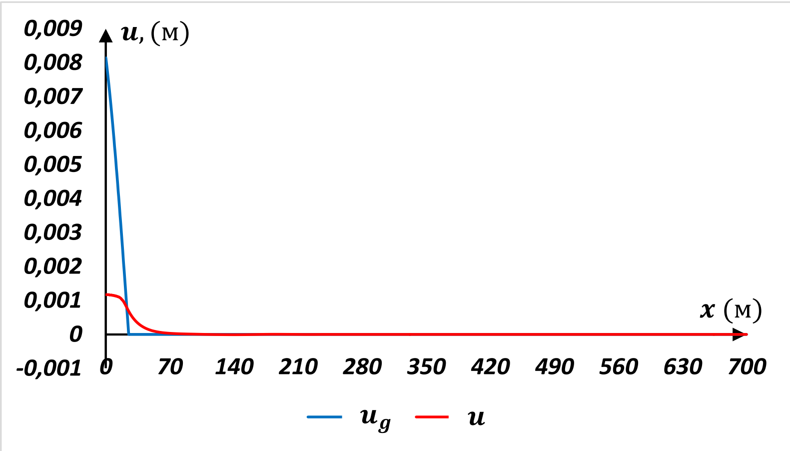
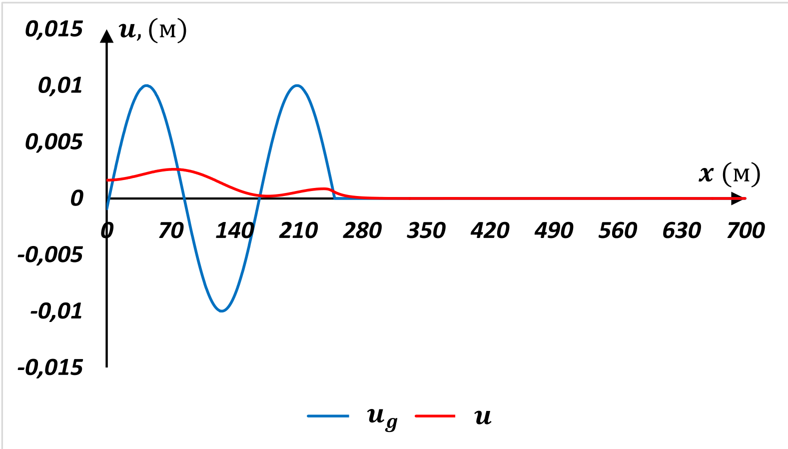


Рис. 3.34. Нормированные деформации грунта и трубопровода, в моменты времени: t=0.05 с (*а*), t=0.5 с (*б*)

На рис. 3.35 представлены перемещения точек трубопровода и грунта, соответственно, указаны в метрах. На рис. 3.36 представлены нормированные графики бокового касательного напряжения $\tau_n = \tau / \tau^*$ в различные моменты времени.

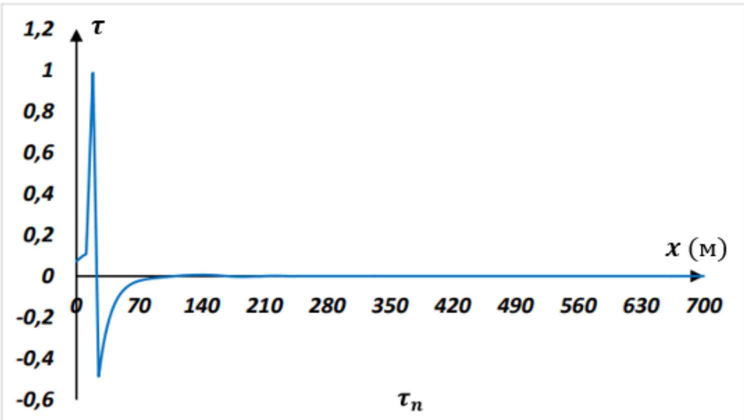


а)

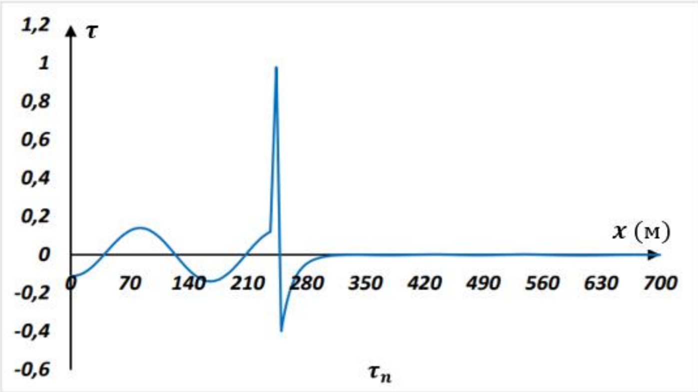


б)

Рис. 3.35. Перемещения в моменты времени: t=0.05 с (*а*), t=0.5 с (*б*)



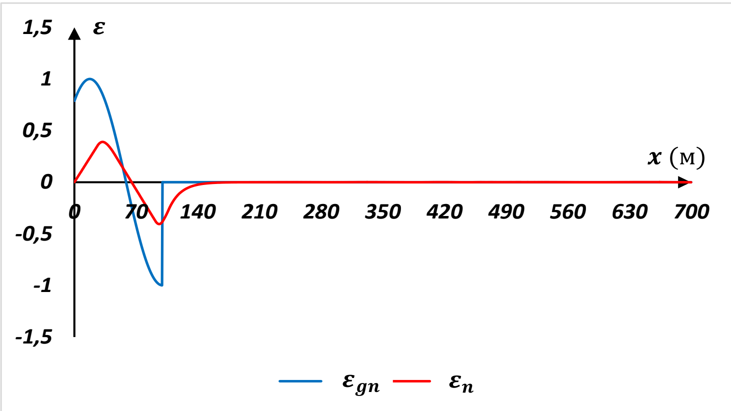
а)



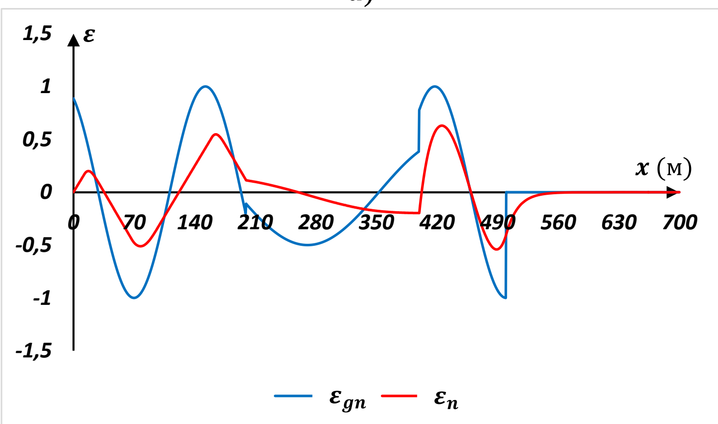
б)

Рис. 3.36. Изминение по длине бокового нормированного касательного напряжения $\tau_n = \tau / \tau^*$ в моменты времени: t=0.05 с (*а*), t=0.5 с (*б*)

На рис. 3.37 – 3.39 представлены результаты решения задачи, когда трубопровод по длине расположен с 0 до 200 м в грунте с разрушаемой структурой с переходом в сухое трение, с 200 до 400 м в разжижаемом грунте, а с 400 до 1000 метров в упругом грунте. В первом и третьем участках грунта волна распространяется со скоростью c_g, а на участке с разжижаемым грунтом волна распространяется со скоростью $2c_g$.



а)

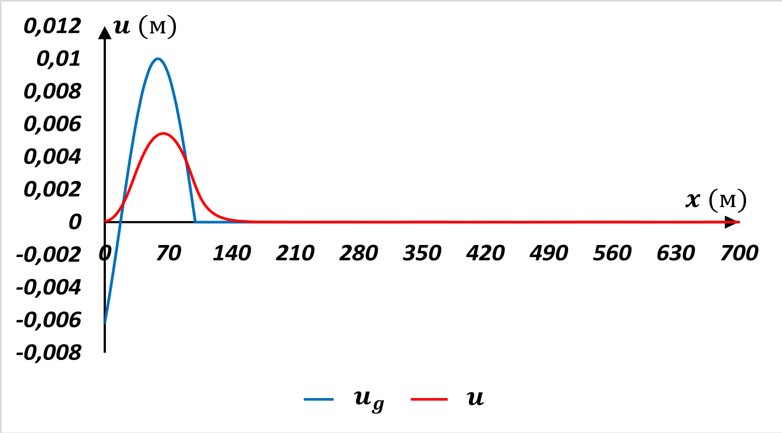


б)

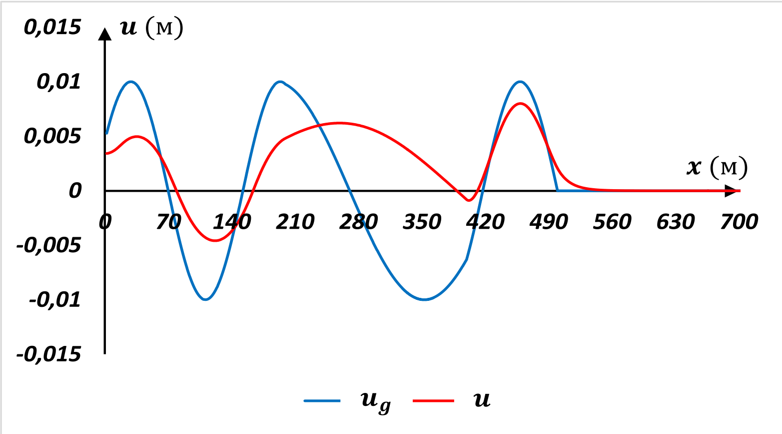
Рис. 3.37. Нормированные деформации грунта и трубопровода, в моменты времени: t=0.2 с (*а*), t=0.8 с (*б*)

На рис. 3.37 представлены нормированные графики деформации грунта $\varepsilon_{gn} = \varepsilon_g / \varepsilon_{gm}$ и трубопровода $\varepsilon_n = \varepsilon / \varepsilon_{gm}$ в различные моменты времени. На графике *б* видно влияние разжижения грунта.

На рис. 3.38 представлены перемещения точек трубопровода и грунта.



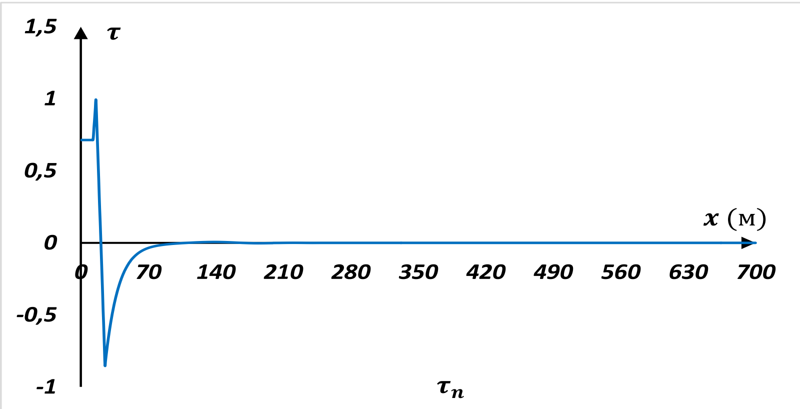
а)



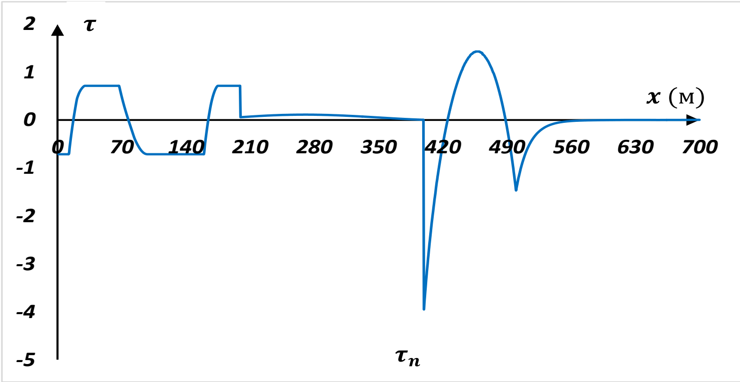
б)

Рис. 3.38. Перемещения в моменты времени: *t*=0.2 с (*а*), *t*=0.8 с (*б*)

На рис. 3.39 представлены нормированные графики бокового касательного напряжения $\tau_n = \tau / \tau^*$ в различные моменты времени.



а)



б)

Рис. 3.39. Изминение по длине бокового нормированного касательного напряжения $\tau_n = \tau / \tau^*$ в моменты времени: t=0.05 с (*а*), t=0.8 с (*б*)

Методом конечных разностей по явной схеме решена нестационарная задача о воздействии плоской продольной волны, распространяющейся в грунте, на подземный трубопровод конечной длины при взаимодействии его с грунтом по кусочно-линейной модели с учетом разрушения структуры грунта и его разжижения. Получены численные значения перемещений, скоростей, деформаций и боковых касательных напряжений при действии гармонической волны, распространяющейся в грунте. Показан процесс формирования волны в трубопроводе.

3.6. Сейсмодинамика пространственно-расположенного подземного трубопровода при реальном землетрясении

Для получения матриц жесткостей и масс будем использовать принцип возможных перемещений. Для каждого типа конечного элемента из принципа возможных перемещений имеем

$$\delta A - \delta A_1 - \delta A_2 = 0, \qquad (3.6.1)$$

где δA, δA_1, δA_2 – виртуальная работа сил упругости трубопроводного или стыкового конечного элемента; виртуальная работа распределенных сил инерций, сил взаимодействия с грунтом и внешних распределенных сил; виртуальная работа сил реакций на торцах трубопроводного конечного элемента [107, 108].

Рассмотрим вопрос соединения трубопроводного элемента к узловому элементу. При их жестком соединении обобщенные перемещения торца трубопроводного элемента и точки узла, к которому соединен этот торец трубопроводного элемента, будут одинаковыми. В случае шарнирного соединения часть обобщенных перемещений узла и соответствующего торца трубопроводного элемента имеют разные значения. Отсюда следует задача о выражении обобщенных перемещений торца трубопроводного элемента через обобщенные перемещения узлового элемента, и построить матрицы масс и жесткости при наличии шарнирных связей. Также через соответствующие преобразования можно реализовать соединение с эксцентриситетом. Формулы этих преобразований приведены в [107, 108].

В трубопроводных системах могут встречаться части, которые можно моделировать сосредоточенной массой, взаимодействующей с грунтом. В этом случае сосредоточенную массу совместим с узлом конечного элемента и назовем узловым элементом. Узловой элемент характеризуется координатами центра масс величиной массы m и массовыми моментами инерции J_{xxi}, J_{xyi}, J_{xzi}, J_{yxi}, J_{yyi}, J_{yzi}, J_{zxi}, J_{zyi}, J_{zzi}.

Масса узлового элемента имеет определенную поверхность, через которую происходит взаимодействие с грунтом. Это взаимодействие выражается матрицей взаимодействия в глобальной системе координат.

Из приведенных выше стержневых, стыковых конечных элементов и узлового элемента, взаимодействующих с грунтом, можно собрать пространственную систему подземного трубопровода любой сложности. При этом граничными условиями на конечных точках трубопроводной системы могут задаваться условие закрепления к грунту или другие заданные значения перемещений, свободные от напряжений, вязкоупругое взаимодействие с грунтом. Эти условия так же охватываются приведенными конечными элементами.

Система уравнений движения подземной трубопроводной системы после конечно-элементной дискретизации имеет вид

$$\left[M_p\right]\left\{\ddot{U}\right\}+\left[C_p\right]\left\{\dot{U}\right\}+\left[K_p\right]\left\{U\right\}+\left[C_v\right](\left\{\dot{U}\right\}-\{\dot{U}0\})+\left[K_v\right](\left\{U\right\}-\{U0\})=\left\{F\left(t\right)\right\} \qquad (3.6.2)$$

Здесь $\left[M_p\right]$ – матрица масс, $\left[K_p\right]$ – матрица жесткостей, $\left[C_p\right]$ – матрица демпфирования, $\left[K_v\right]$ – матрица взаимодействия, $\left[C_v\right]$ – матрица вязкого взаимодействия, $\left\{F\right\}$ – вектор воздействий, $\{U0\}$ – сейсмическая волна в виде сейсмограмм реальных записей землетрясений, зависящая от координаты и времени. Матрица демпфирования строится в виде $\left[C_p\right]=\alpha\left[M_p\right]+\beta\left[K_p\right]$ [109].

Граничными условиями на торцах могут быть различные условия:

- Полное (три перемещения и три поворота) закрепление к грунту;
- Вязкоупругое взаимодействие с грунтом по трем направлениям перемещений и трем поворотам;
- Частичное закрепление к грунту, т.е. по отдельным перемещениям и отдельным поворотам имеется степень свободы и по этим направлениям могут быть заданы действующие силы и моменты.

Начальные условия имеют вид

$$\left\{U\right\}^0=\left\{U_{st}\right\},\ \left\{\dot{U}\right\}^0=0, \qquad (3.6.3)$$

где $\left\{U_{st}\right\}$ – решение статической задачи.

Для решения системы алгебраических уравнений применяется метод Холесского при профильном хранении матрицы жесткости пространственной системы подземного трубопровода [110].

Использованы инструментальные записи землетрясения интенсивностью 9 баллов по шкале MSK-64, произошедшего в 1976 г. в городе Газли, Узбекистан [111]. Направление распространения сейсмических волн при землетрясении в Газли составляло 30^0-40^0 относительно оси координат *OX* [65].

В качестве примера были рассчитаны сейсмодинамические процессы в крестообразной трубопроводной системе, торцы которой закреплены к грунту через пружини и демпферы, каждая линейная труба имеет длину 100 м и свой диаметр, а точке стыковки труб имеется колодец.

В рассматриваемой задаче было исследовано напряженно-деформированное состояние под воздействием трехкомпонентных сейсмических волн на подземный трубопровод с учетом вязкости грунта, массы жидкости и колодца.

Механические и геометрические параметры трубопроводной системы представлены следующим образом:

для стальных трубопроводов: $E=2\cdot10^5$ МПа; $\rho=7{,}8\cdot10^3$ кг/м^3; l_1=100 м; D_{H1}=0,53м; D_{B1}=0,516м; l_2=100м; D_{H2}=0,219м; D_{B2}=0,213 м; C_p=500 м/с; $k_x=1\cdot10^4$ кН/м^3; m_{uz}=770 кг; $D_{н}^{uz}$=1 м; $D_{в}^{uz}$=0,9 м; H_{uz}=1 м;

для полимерных трубопроводов: $E_P=5\cdot10^2$ МПа; ρ_P=940 кг/м^3; D_{H1}^{P}=0,50 м; D_{B1}^{P}=0,44 м; D_{H2}^{P}=0,20 м; D_{B2}^{P}=0,176 м.

Предел упругости касательного напряжения для мелкозернистых грунтов в зависимости от скорости нагружения равно 20 – 30 кПа. Тогда значение предельного сдвига между грунтом и трубопроводам приблизительно равно $2\cdot10^{-3}$ м. В наших расчётах максимальное значения относительного сдвига составляло менее $1{,}26\cdot10^{-3}$ м, это означает что при заданных граничных условиях выполняется упругий закон взаимодействия между трубопроводом и грунтом.

Соотношение деформаций полимерного и стального трубопроводов определим коэффициентом δ

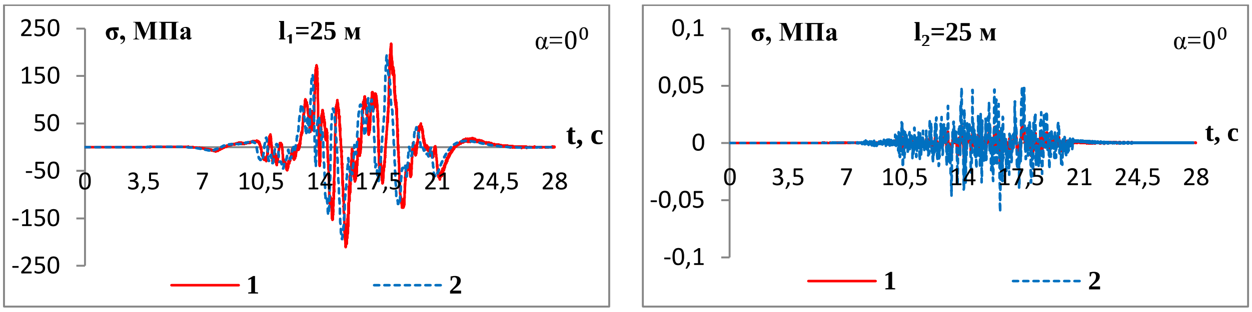
$$\delta = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_s}, \tag{3.6.4}$$

где ε_P и ε_S – максимальные продольные деформации в полимерных и стальных подземных трубах, соответственно. В табл.3.1 приведены значения ε_P, ε_S и δ в различных точках трубопроводов l_1 и l_2 при воздействии волн под 30° к первой трубе, которые показывают, что δ имеет наибольшее значение у колодца. Это связано со сравнительно меньшей жесткостью полимерного трубопровода.

На рис. 3.40, когда сейсмическая волна действует под углом $\alpha=0^0$ к оси координат OX подземного трубопровода, максимальные нормальные напряжения, возникающие на расстоянии 25 – 30 м от торцов труб, с учетом и без учета массы жидкости и колодца. Результаты показывают, что напряжения, возникающие в трубе большого диаметра намного больше, чем напряжения в трубе малого диаметра. Поскольку труба малого диаметра перпендикулярна направлению распространения сейсмических волн, небольшие колебания возникают за счет соединения труб между собой. Если учесть массу воды, амплитуда колебаний в трубе малого диаметра увеличивается.

Таблица 3.1 – Определение коэффициента воздействия

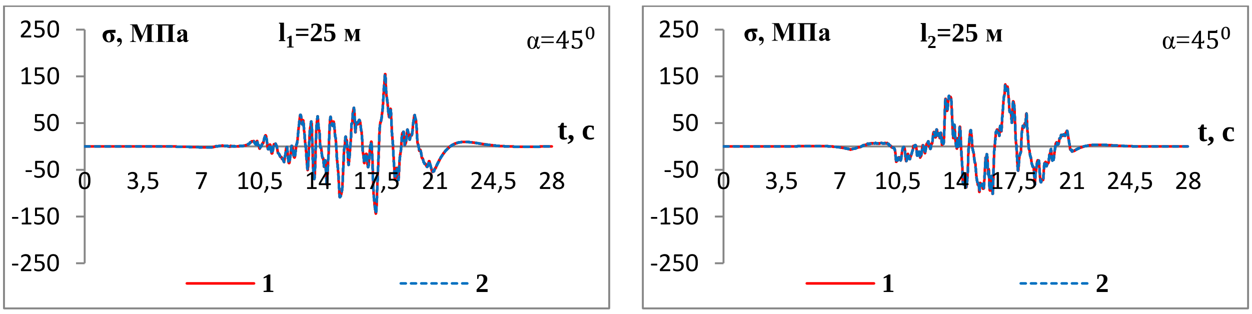
Местоположение	ε_p	ε_s	δ
l_1=25 m	0.00104	0.00096	1.08
l_1=80 m	0.00104	0.00096	1.08
l_2=25 m	0.00053	0.00047	1.11
l_2=80 m	0.00053	0.00047	1.11
l_1=50 m	0.00115	0.001	1.15



а) *б*)

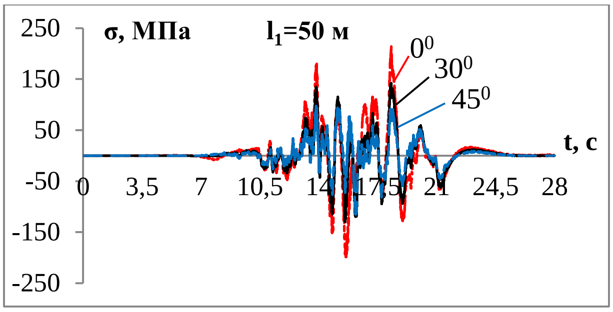
Рис. 3.40. Изменение максимальных нормальных напряжений в трубах большого диаметра (*а*) и малого диаметра (*б*) во времени: *1* – масса жидкости в трубе не учтена; *2* – масса жидкости учтена

По мере увеличения угла воздействия сейсмической волны величины напряжений, возникающих во второй трубе малого диаметра, увеличиваются (рис. 3.41). Результаты воздействия сейсмической волны под углом α=0^0, α=30^0 и α=45^0 относительно оси координат *OX* подземного трубопровода показаны на рис. 3.42. Сравнивались максимальные нормальные напряжения вокруг колодца и на расстоянии 25 – 30 м от колодца.

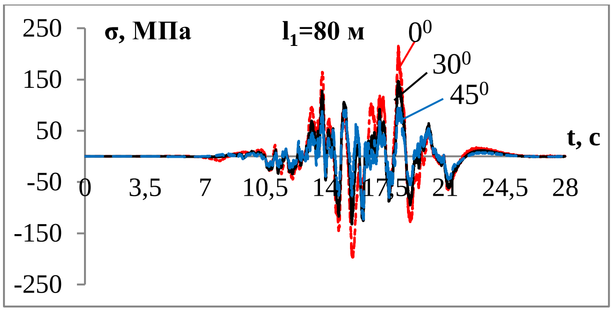


а) *б*)

Рис. 3.41. Изменение максимальных нормальных напряжений в трубах большого диаметра (*а*) и малого диаметра (*б*) во времени: *1* – масса жидкости в трубе не учтена; *2* – масса жидкости учтена



а)

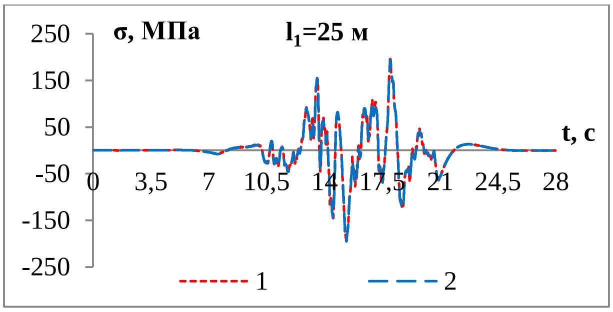


б)

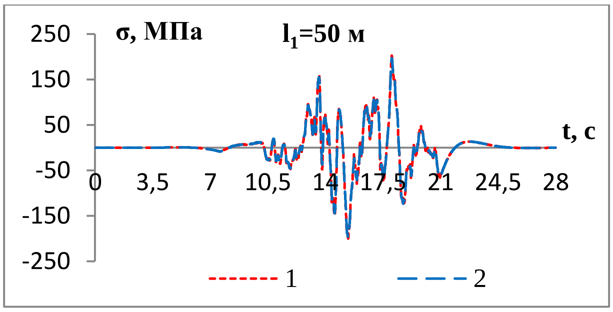
Рис. 3.42. Максимальные нормальные напряжения около колодца (*а*), изменения напряжений (*б*) трубы большого диаметра на расстоянии 25 – 30 м от колодца

Результаты показывают, что с увеличением угла воздействия значение напряжения в первой трубе уменьшается, а максимальное нормальное напряжение трубы вблизи колодца увеличивается на 7% по сравнению со значениями вдали от колодца. Что свидетельсивует о том, что влиянием наличия колодца можно пренебречь.

Влияние вязкости грунта β_s при различных значениях показано на рис. 3.43. По мере увеличения вязкости грунта можно увидеть, что напряжение в трубе увеличивается до 10 %. Но влияние на поведение системы в целом невелико.



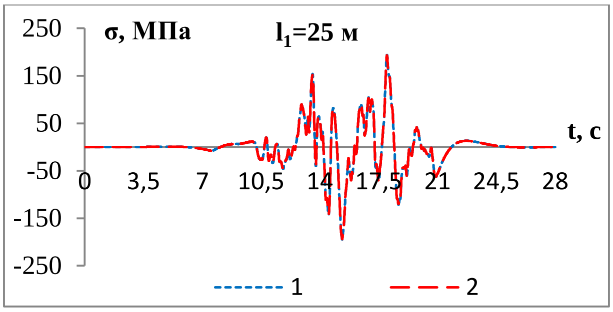
а)



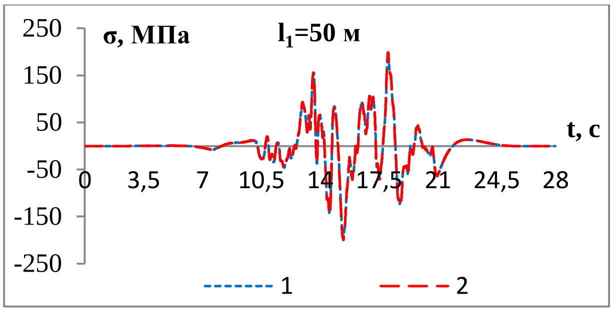
б)

Рис. 3.43. Максимальное нормальное напряжение: (*а*) на расстоянии 25 – 30 м от колодца; (*б*) вокруг колодца; *1* – β_s =0.05 с$^{-1}$, *2* – β_s =0.002 с$^{-1}$

На рис. 3.44 показано сравнение напряжений в прямолинейной подземной трубе длиной 100 м при воздействии сейсмической волны под углом α=0^0 с напряжениями в крестообразном трубопроводе. В составной трубопроводной системе напряжение на 7 % больше, чем в прямолинейной трубе вблизи колодца. Что свидетельсивует о том, что влиянием поперечной трубы можно пренебречь, когда сейсмическая волна распространяется параллельно к основной трубе.



а)



б)

Рис. 3.44. Максимальное нормальное напряжение: (*а*) на расстоянии 25-30 м от колодца; (*б*) около колодца по времени; *1* – прямолинейная труба; *2* – трубопровод сложной конструкции

Было обнаружено, что напряжения, возникающие в трубе большого диаметра при угле падения сейсмической волны $\alpha = 0^0$, намного превышают напряжения в трубе малого диаметра. Поскольку труба малого диаметра перпендикулярна направлению распространения сейсмических волн, небольшие колебания связаны с соединением труб между собой. Если учесть массу жидкости, то можно увидеть, что амплитуда колебаний увеличивается в трубе малого диаметра. Было обнаружено, что максимальное нормальное напряжение в трубе вблизи колодца увеличивалось на 7% по сранению его значений в удаленных точках трубопровода. Учет вязкости грунта увеличивает напряжение до 10%. Но влияние на процесс в трубопроводе в целом невелико.

Установлено, когда сейсмическая волна параллельна к оси основной трубы влиянием поперечной трубы можно пренебречь.

Результаты, полученные в полимерных трубах сравнивались со стальной трубой. Поскольку жесткость полимерного трубопровода в 400 раз меньше, чем у стальной трубы, сейсмическая волна быстро подчиняет полимерную трубу. Полимерные трубопроводы выдерживают большие деформации, поэтому их использование в практике имеют преимущество.

ГЛАВА 4. КОЛЕБАНИЯ ЗДАНИЙ СО СКОЛЬЗЯЩИМ ФУНДАМЕНТОМ ПРИ РЕАЛЬНЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯХ

В последние десятилетия в странах мира проводятся различные меры защиты зданий и сооружений от печальных последствий сильных землетрясений [32, 81, 103, 112–118]. Одним из эффективных способов сейсмоизоляции является скользящи й фундамент с использованием прослойки из фторопласта [116, 117]. В работе [112] проведено исследование сейсмоизоляции в трубопроводной системе в виде тефлоновой прослойки. В [83] численных исследованиях сейсмоизоляция смоделирована в виде сухого трения, но при реализации модель сухого трения заменяется моделью «идеального упругопластического тела». В работе [114] приведены исследования сейсмических колебаний многоэтажного здания со скользящей опорой. В численных расчетах использована модель взаимодействия в виде сухого трения. Однако, условие начала скольжения написано неверно. В работе [113] приведены результаты исследования высотного здания с применением сейсмоизоляции в виде резинометаллической опоры.

В [119] описаны результаты обработки замеренных ускорений вовремя землетрясений трех зданий, построенных в г. Алматы в 1989 году. На этих трех зданиях с одинаковой над фундаментной частью (9-этажные крупнопанельные дома серии 158), но различными фундаментами: обычными ленточными, кинематическими и опорами с прокладками из фторопласта. При этом контактирующие поверхности с фторопластом имеют наклонные плоскости. 16 августа 2014 г. было зарегистрировано землетрясение, эпицентр которого был расположен в 41 км на восток от г. Алматы. Подземные толчки ощущались в г. Алматы в 4 – 5 баллов по шкале MSK-64. Максимальные величины спектрального коэффициента β для сейсмоизолируемых зданий в уровне 9-го этажа меньше аналогичной величины для здания-аналога: для зданий с фторопластовыми прокладками – на 11% для зданий с кинематическим фундаментом – на 63%. В [81] рассмотрены вопросы выбора оптимального значения коэффициента сухого трения для снижения воздействия землетрясения на здания со скользящим фундаментом, когда здание моделируется как масса с пружиной, масса ростверка не учитывается. В [120–122] приведены результаты исследований пространственных конструкций зданий на действие реальных землетрясений по комплексу программ LS-DYNA. При изучении движения материальной точки на шероховатой плоскости [84, 123, 124] предполагается, что на материальную точку всегда действует сила сухого трения, направленная против движения, при этом многократные остановы и скольжения не рассмотрены.

В [113] сейсмоизолирующее устройство моделируется билинейной моделью взаимодействия при исследовании колебания зданий под действием реальных землетрясений, описывается подробный алгоритм решения нелинейной задачи.

В нелинейных задачах сейсмодинамики подземных сооружений используют модель сухого трения при взаимодействии трубопровода с грунтом [27, 74, 75]. В [125] построена конечно-разностная аппроксимация уравнения движения стержня с внешним сухим трением и построен алгоритм решения, позже этот алгоритм использован в [77, 78, 126]. В [127] рассмотрены вертикальные колебания зданий с распределенными и сосредоточенными параметрами. В работах [94, 96] численно исследована сейсмодинамика подземных трубопроводов при гармонических и реальных воздействиях.

Объектом исследования так же является сейсмоизоляция турбоагрегата атомной электрической станции (АЭС) с использованием устройств сухого трения (плоский слайдер, фторопласт) между его фундаментом и основанием. Турбоагрегат является основным из устройств АЭС, и защита его от действий землетрясений является важной задачей для тех регионов, где планируются построение АЭС [128]. Для Республики Узбекистан эта задача является актуальной, так как в Джизакской области планируется построение и ввод в действие АЭС со стороны специалистов России. Узбекистан является сейсмоактивной зоной. Вопросы сейсмоизоляции АЭС рассмотрены по различным моделям в [128–131].

Сейсмоизолирующие устройства не позволяют полному прохождению энергии сейсмических волн от основания к конструкции, в результате чего ускорения точек конструкции в несколько раз будут меньше чем ускорение основания. Это, в частности, подтверждено в работе [132], где приведены результаты лабораторного эксперимента на модели здания жесткого типа с сейсмоизолирующим скользящим поясом из стали и фторопласта с коэффициентом трения 0.04. Показана возможность снижения ускорения здания до 10 раз для землетрясения интенсивности 10 баллов по шкале MSK-64. По результатам экспериментов на гармоническом воздействии с частотой до 10 Гц и ускорением платформы до 10 м/с^2 построен график изменения отношения ускорения сооружения к ускорению сейсмического воздействия.

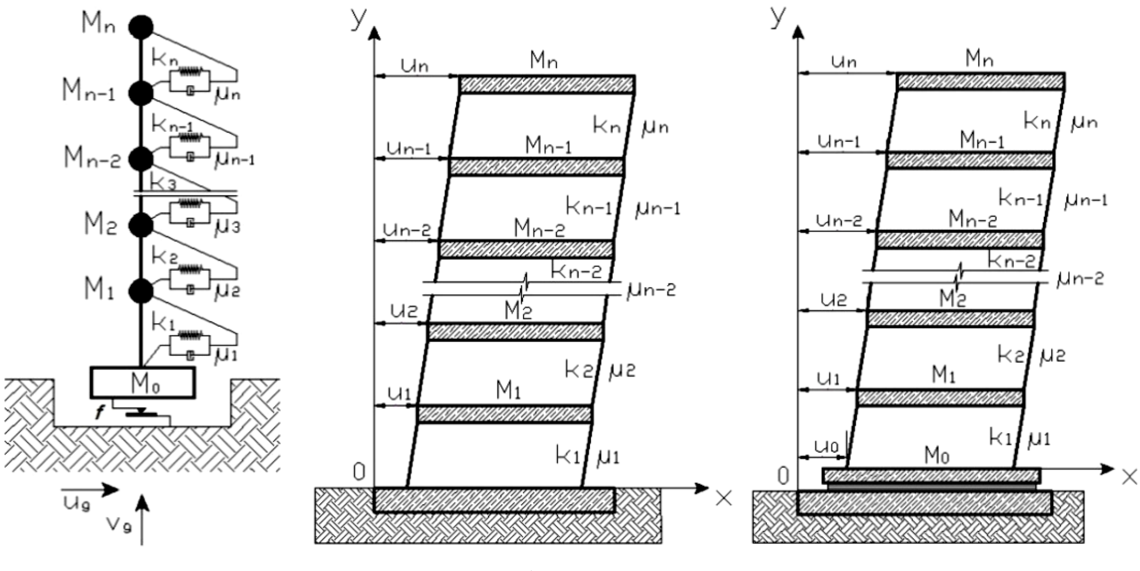
Для уменьшения силы воздействия землетрясений на здания и сооружения используются различные способы сейсмоизоляции, демпфирования и другие конструктивные решения [85, 86, 112, 133–142].

Следует отметить, что динамические задачи с сухим трением являются существенно нелинейными задачами [80, 82, 143, 144]. В [82] решена задача о колебании осциллятора при наличии силы сухого трения с использованием режимов скольжения и слипания. Начало скольжения зависит значений ускорений и масс трущихся элементов, но в [82] это связывается с их скоростями. Однако многие исследователи слишком упрощают задачу и фактически приходят к линейной задаче без обоснования и оценки погрешности расчетной модели. В данной главе для оценки эффективности сейсмоизоляции турбоагрегата АЭС устройствами сухого трения предлагается численный алгоритм решения нелинейной динамической задачи [80, 143, 144]. Основные результаты этой главы были опубликованы в статьях [80, 143–147].

4.1. Влияние вертикальных колебаний на сдвиговые колебания зданий на скользящем фундаменте при землетрясении

Пусть задано горизонтальное и вертикальное движения основания здания в виде сейсмограммы реального землетрясения. Будем считать, что нижняя часть фундамента здания приобретает такие же перемещения, а верхняя часть фундамента или ростверк разделен двухслойным фторопластом [116, 117]. В качестве модели взаимодействия двух слоев фторопласта по горизонтальному направлению примем модель сухого трения Кулона, по вертикальному направлению будем считать абсолютно жестко связанными.

Расчетная схема многоэтажного здания с учетом сейсмоизоляции с сухим трением по нормативному документу принимает следующий вид (рис. 4.1).



а *б* *с*

Рис. 4.1. Консольная расчетная схема в виде упругого стержня с сосредаточенными массами (*а*), расчетная схема многоэтажного здания в плоскости с жестким защемлением основания (*б*) и с сейсмоизоляцией (*с*)

Здание представим одномерной сдвиговой моделью с сосредоточенными массами и безынерционными упругими связами

$$[M]\cdot\{\ddot{U}\}+[C]\cdot\{\dot{U}\}+[K]\cdot\{U\}=\{Q(t)\}, \quad (4.1.1)$$

$$\{U\}=\{U_{st}\},\ \{\dot{U}\}=0 \text{ при } t=0$$

где $[M]$ – диагональная матрица масс, массы расположены в уровнях этажей, $[K]$ – матрица жесткостей, $[C]=\alpha\cdot[M]+\beta\cdot[K]$ – матрица вязкости, $\{U\}=\{u_0,u_1,\ldots,u_n,v_1,\ldots,v_n\}^T$ – вектор перемещений, u_i,v_i – горизонтальные и вертикальные перемещения масс, $\{U_{st}\}$ – вектор перемещений в начальный момент времени, элементы, соответствующие сдвиговому перемещению равны нулю, а вертикальному перемещению определяются из решения статической задачи. Условие взаимодействия массы $[M_0]$ со скользящим нижним фундаментом имеет вид

$$u_0 = u_g - u_r \text{, если } |F_0| < |F_{fr}| \text{, т.е. при совместном движении,} \quad (4.1.2)$$

$$F_0 = F_{fr} \text{, при скольжении,} \quad (4.1.3)$$

$$v_0 = v_g \text{,} \quad (4.1.4)$$

где u_0, v_0 – перемещения ростверка, u_g, v_g – горизонтальное и вертикальное перемещения нижней части фундамента, т.е. аппроксимированные функции оцифрованной сейсмограммы землетрясения, u_r – величина сдвига в момент времени в начале текущего совместного нижней части фундамента и движения ростверка, т.е. разность между значениями перемещений нижней части фундамента и ростверка (в начальный момент времени $u_r = 0$), F_0 – неизвестное значение силы сцепления между верхним и нижним фундаментами, $F_{fr} = sign(\dot{u}_g - \dot{u}_0) \cdot f \cdot P$ – значение силы сухого трения, f – коэффициент сухого трения, P – сила давления на скользящий элемент фундамента в динамическом процессе, если не учитывать вертикальные колебания, тогда это вес здания.

Следует отметить, что вертикальные колебания не зависят от горизонтальных колебаний зданий, а горизонтальные колебания зависят от вертикальных колебаний зданий через условие (4.1.3), так как во время вертикальных колебаний давление на скользящий фундамент изменяется.

При совместном движении перемещение u_0 определяется по равенству (4.1.2) и уравнение движения массы M_1 имеет вид

$$M_1\ddot{u}_1 + k_1u_1 + c_1\dot{u}_1 - k_2(u_2 - u_1) - c_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) = k_1u_0 + c_1\dot{u}_0 . \quad (4.1.5)$$

В этом случае $Q_1 = k_1u_0 + c_1\dot{u}_0$, остальные элементы вектора $\{Q\}$, соответствующие горизонтальным перемещениям сосредоточенных масс, равны нулю. Уравнение вертикального движения массы M_1 имеет вид, подобный (4.1.5), в правой части прибавляется M_1g Элементы вектора $\{Q\}$, соответствующие вертикальным перемещениям сосредоточенных масс, равны значениям весов соответствующих сосредоточенных масс.

Скольжение с сухим трением наступает только тогда, когда выполняется условие (4.1.3). Рассматриваемая задача (4.1.1), (4.1.2), (4.1.3) является нелинейной задачей, при этом отсутствуют условия вычисления неизвестной функции F_0, а также во время динамического процесса изменяются размерности матриц $[M]$ и $[K]$. При скольжении имеет место уравнение для массы $[M_0]$

$$M_0 \cdot \ddot{u}_0 - k_1(u_1 - u_0) - c_1(\dot{u}_1 - \dot{u}_0) = F_{fr} \text{, при этом } Q_0 = F_{fr} .$$

Для решения задачи в целом воспользуемся следующим алгоритмом. На каждом шаге по времени решаем задачи в трех постановках:

1. Уравнение (4.1.1) решаем с условием (4.1.2);
2. Уравнение (4.1.1) решаем с условием (4.1.3), при $F_0 = f \cdot P$;
3. Уравнение (4.1.1) решаем с условием (4.1.3), при $F_0 = -f \cdot P$

При этом матрицы $[M]$ и $[K]$ в первой постановке имеют размер $2n \times 2n$ (здесь n – количество этажей здания), а во второй и третьей постановках $(2n+1) \times 2n$. Выбор истинного решения из этих трех решений осуществляется следующим образом. Если относительные скорости $\dot{u}_g - \dot{u}_0$ во втором и третьем постановках задач имеют разные знаки, тогда истинным решением является решение задачи в первой постановке, потому что приложенная сила сухого трения заставляет двигаться в разные стороны и значит неизвестная сила меньше предельного значения силы сухого трения, т.е. массы нижнего и верхнего фундаментов на этом шаге по времени движутся вместе без скольжения. Если относительные скорости во втором и третьем постановках задач имеют одинаковые знаки, тогда истинным решением является решение задачи в той постановке, в которой относительная скорость по абсолютному значению наименьший, потому что сила сухого трения направлена против относительного движения. Все три задачи решаются методом Ньюмарка [104], оцифрованная сейсмограмма землетрясения аппроксимируется линейной функцией в интервале шага записи, когда шаг аппроксимации по времени меньше шага записи землетрясения.

Обсудим результаты расчетов на следующих примерах. Пусть заданы характеристики 4 и 9 этажных зданий, а также сейсмограммы следующих землетрясений:

1. Cairano 3 – 000319 (16.01.1981 г, 8 баллов по MSK-64, максимальное ускорение – 1.47 м/с^2, максимальное перемещение – 0.0029 м, шаг оцифрования – 0.005 с, продолжительность – 22.175 с);
2. Tolmezzo-Diga Ambiesta – 000055 (06.05.1976 г, 9 баллов по MSK-64, максимальное ускорение – 3.35 м/с^2, максимальное перемещение – 0.0039 м, шаг оцифрования – 0.005 с, продолжительность – 46.535 с);
3. Nocera Umbra 2 – 000856 (03.04.1998 г, 9 баллов по MSK-64, максимальное ускорение – 3.73 м/с^2, максимальное перемещение – 0.0054 м, шаг оцифрования – 0.005 с, продолжительность – 40.990 с).

Четырехэтажное здание серии 76-017СА/53 имеет следующие характеристики: кирпичное здание размером в плане 389.88 м^2; сосредоточенные массы в уровнях верхней части фундамента и этажей M_0=698000 кг, M_1=495000 кг, M_2=495000 кг, M_3=495000 кг, M_4=497575 кг, при этом общий вес здания, давящий на нижнюю часть фундамента, равен P=26269635 Н; сдвиговые жесткости по этажам одинаковы k_i=16.08·10^8 Н/м; вязкость материала здания по этажам одинаковы μ_i=26.9·10^5 Нс/м. Значения частот собственных колебаний с жесткой заделкой фундамента: ω_1=34 Гц, ω_2=62 Гц, ω_3=87 Гц, ω_4=106 Гц.

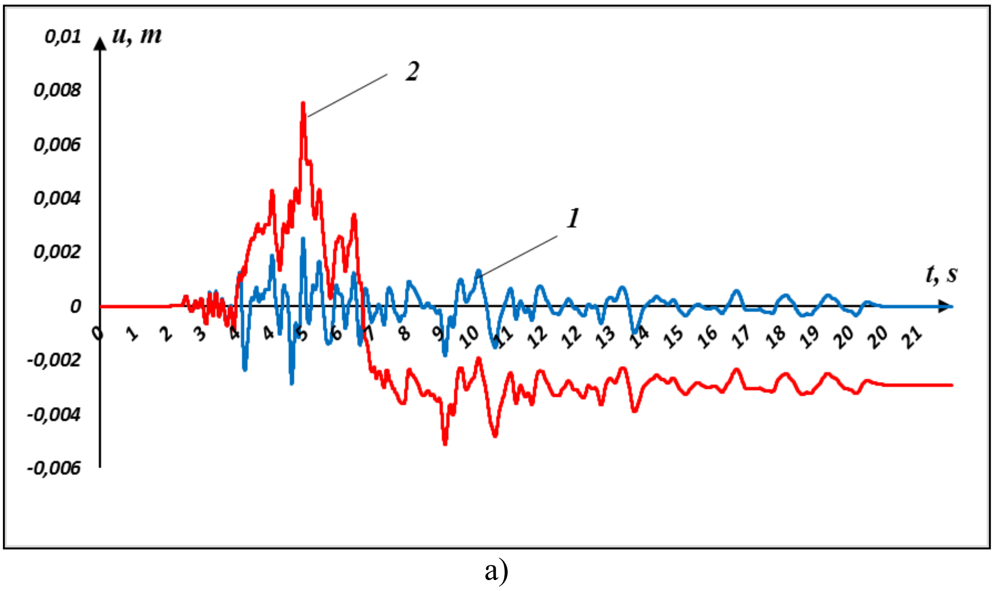
Девятиэтажное здание серии 76-017СП/53 имеет следующие характеристики: крупнопанельное здание размером в плане 291.6 м^2; сосредоточенные массы в уровнях верхней части фундамента и этажей M_0=449000 кг, M_1=379500 кг, M_2=379500 кг, M_3=379500 кг, M_4=379500 кг, M_5=379500 кг, M_6=379500 кг, M_7=379500 кг, M_8=379500 кг, M_9=341000 кг, при этом общий вес здания, давящий на нижнюю часть фундамента, равен P=37494800 Н; сдвиговые жесткости по этажам одинаковы k_i=32.357·10^9 Н/м; вязкость материала здания по этажам одинаковы μ_i=10.58·10^6 Нс/м. Значения частот собственных колебаний с жесткой заделкой фундамента: ω_1=79 Гц, ω_2=160 Гц, ω_3=239 Гц, ω_4=314 Гц, ω_5=380 Гц.

Результаты расчетов и их обсуждение. При численном решении задач с сухим трением, не зависимо от выбора явной или неявной конечно-разностной схемы, шаг по времени необходимо подбирать для обеспечения достаточной точности. В наших примерах расчетов шаг по времени был равен 0.0001 с.

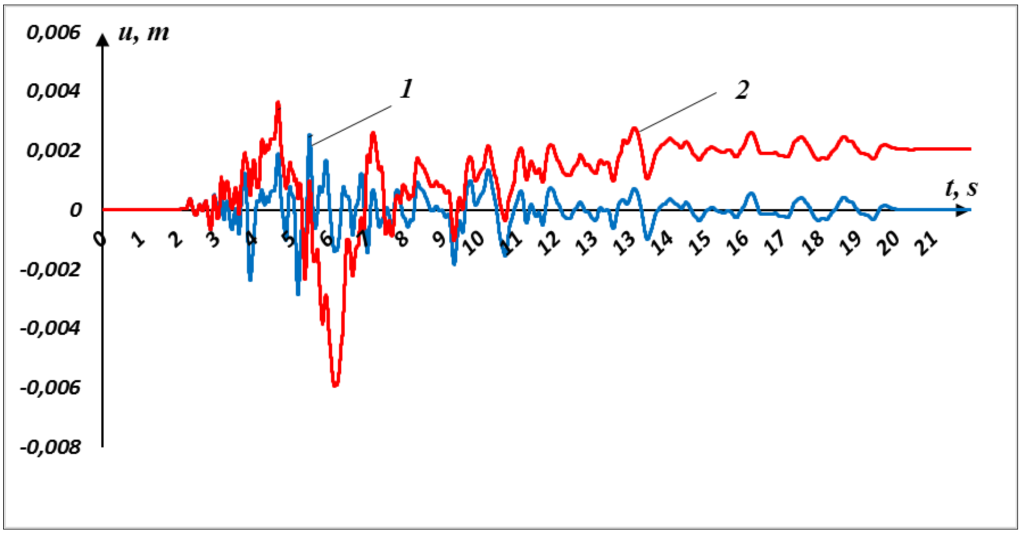
Ниже приведены результаты в виде графиков перемещений и перерезывающих сил четырехэтажного и девятиэтажного зданий.

На рис.4.2 представлены результаты расчетов изменения перемещений по времени верхней и нижней частей фундамента четырехэтажного здания при землетрясении №1 с учетом горизонтального воздействия (*а*) и одновременно горизонтального и вертикального воздействий (*б*) реальных записей землетрясений.

Время начала скольжения от начала процесса воздействия сейсмической волны равны: 3.67 с (рис. 4.2, *а*) и 3.01 с (рис. 4.2, *б*). Возникновение первого скольжения связано с изменением направления движения нижнего фундамента. Далее происходит смена перехода от скольжения с сухим трением к совместному движению и обратно много раз, в зависимости от рассмотренных выше условий. К концу процесса остаточный сдвиг равно 0.0028 м при горизонтальном воздействии и 0.0019 м при учете вертикального движения.



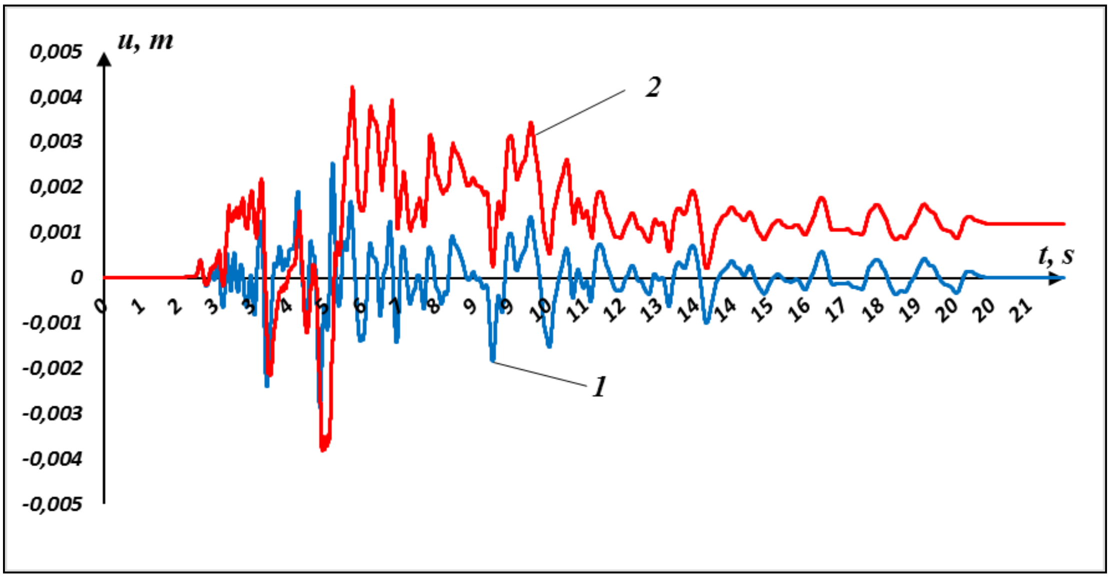
а)



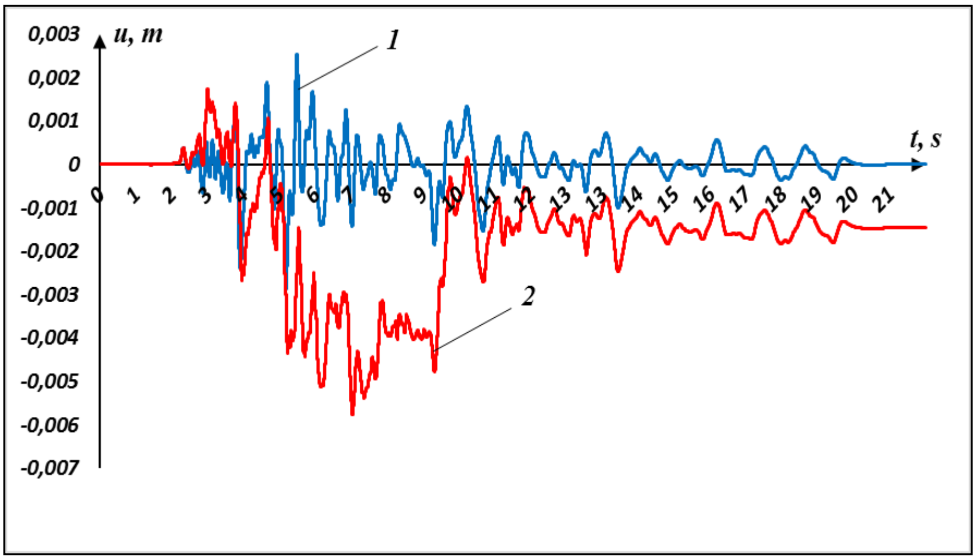
б)

Рис. 4.2. Горизонтальные смещения нижней (*1*) и верхней (*2*) частей фундамента во времени четырехэтажного здания при реальных записях землетрясений

На рис. 4.3 представлены результаты расчетов изменения перемещений по времени верхней и нижней частей фундамента девятиэтажного здания при землетрясении №1 с учетом горизонтального воздействия (*а*) и одновременно горизонтального и вертикального воздействия (*б*) реальных записей землетрясений. Время начала скольжения от начала процесса воздействия сейсмической волны равны: 2.49 с (рис. 4.3, *а*) и 2.47 с (рис. 4.3, *б*). Далее происходит смена перехода от скольжения с сухим трением к совместному движению и обратно много раз, в зависимости от рассмотренных выше условий. К концу процесса остаточный сдвиг равно 0.0011 м при горизонтальном воздействии и 0.0014 м при учете вертикального движения. Из рис. 4.2 и рис. 4.3 видно сильное влияние вертикального воздействия на процесс горизонтального колебания зданий.



а)



б)

Рис. 4.3. Горизонтальные смещения нижней (*1*) и верхней (*2*) частей фундамента с течением времени девятиэтажного здания при реальных записях землетрясений

На рис. 4.4 – 4.5 представлены результаты расчетов изменения сдвиговых усилий по времени в первом этаже четырехэтажного и девятиэтажного зданий при землетрясении №1 для случаев без учета и с учетом скользящего элемента. Из этих графиков видно, что использование скользящего фундамента с фторопластом с коэффициентом сухого трения *f*=0.05 приводит к снижению максимального значения сдвигового усилия в 2.7 и 2. 3 раза по отношению к случаю отсутствия скользящего фундамента, при этом учет вертикального движения снижает в 6.4 и 5.4 раза, соответственно для четырехэтажного и девятиэтажного зданий.

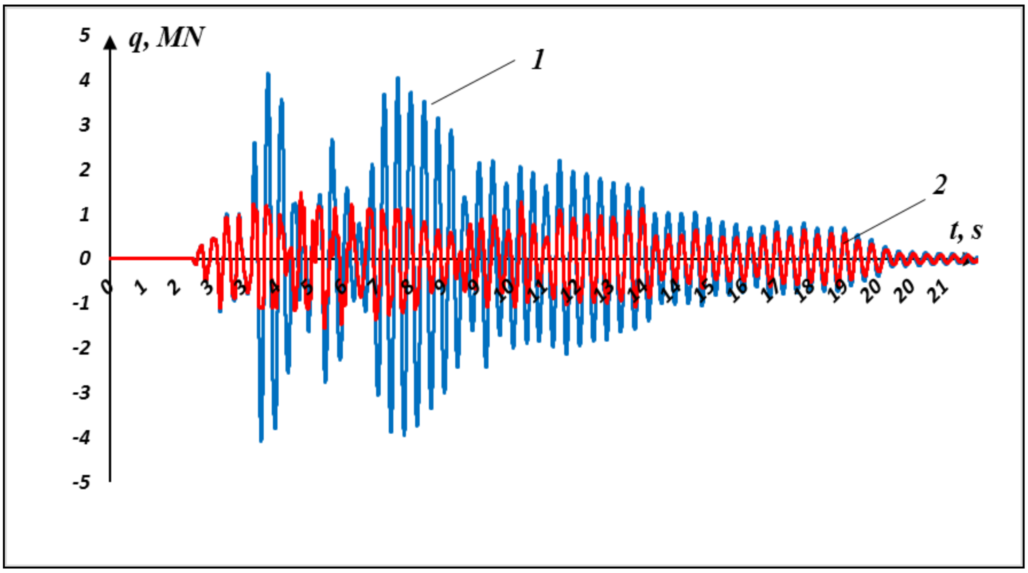


Рис. 4.4 *а*. Изменение силы сдвига на первом этаже четырехэтажного здания без учета скольжения (*1*) и с учетом скольжения (*2*) с учетом горизонтального воздействия при реальных записях землетрясений

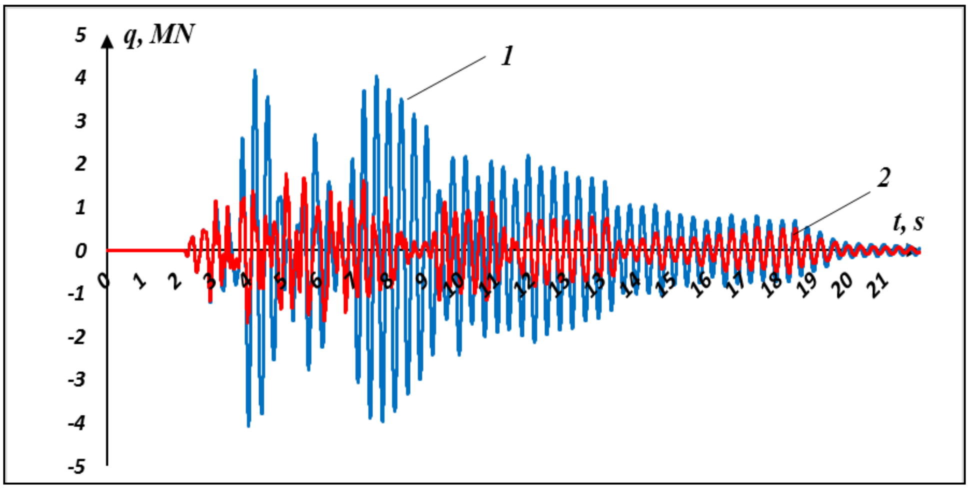


Рис. 4.4 б. Изменение силы сдвига на первом этаже четырехэтажного здания без учета скольжения (*1*) и с учетом скольжения (*2*) с учетом одновременного горизонтального и вертикального воздействия при реальных записях землетрясений

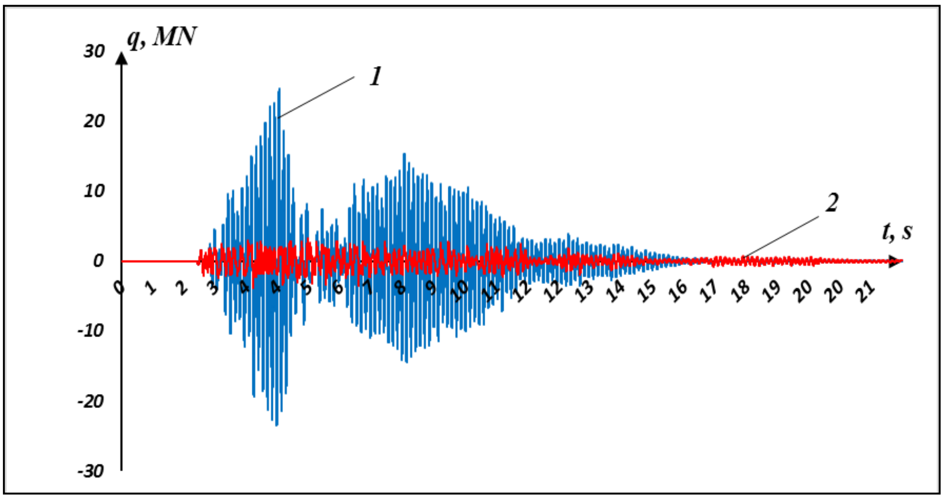


Рис. 4.5 *а*. Изменение силы сдвига на первом этаже девятиэтажного здания без учета скольжения (*1*) и с учетом скольжения (*2*) с учетом горизонтального воздействия при реальных записях землетрясений

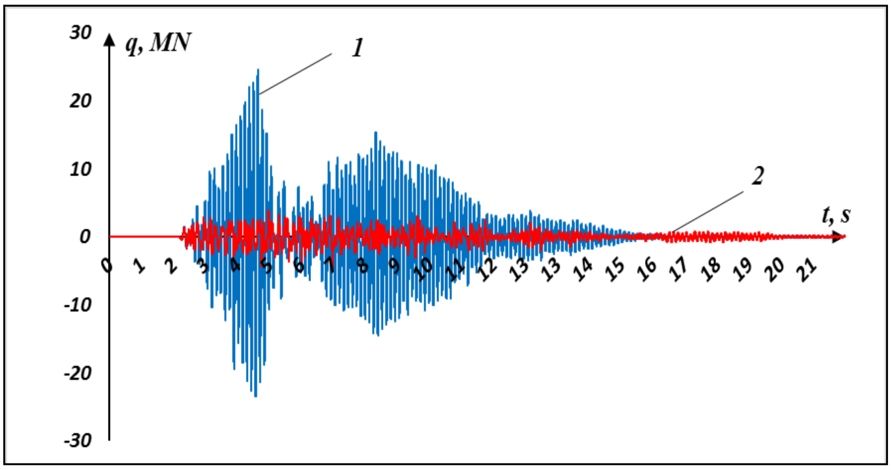


Рис. 4.5 *б*. Изменение силы сдвига на первом этаже девятиэтажного здания без учета скольжения (*1*) и с учетом скольжения (*2*) с учетом одновременного горизонтального и вертикального воздействия при реальных записях землетрясений

В [117], исходя из экспериментальных результатов, написано, что фторопласт может снизить нагрузку до четырех раз. Вычислительный эксперимент показал, что в отдельных случаях фторопласт в скользящем фундаменте может снизить максимальную нагрузку от землетрясения до 9 раз. Увеличение коэффициента сухого трения снижает эффективность скользящего фундамента. Для слабых землетрясений здания не будут чувствовать наличие скользящего фундамента [119]. На колебания зданий при землетрясениях №2 и№3 также сильное влияние оказывает вертикальная компонента сейсмического воздействия.

При землетрясении №2 снижение максимального значения сдвигового усилия в 8.9 и 1.1 раза по отношению к случаю отсутствия скользящего фундамента, при этом учет вертикального движения снижает в 4.2 и 1.6 раза, соответственно для четырехэтажного и девятиэтажного зданий. При землетрясении №3 снижение максимального значения сдвигового усилия в 3.2 и 3.8 раза по отношению к случаю отсутствия скользящего фундамента, при этом учет вертикального движения снижает в 3.0 и 3.5 раза, соответственно для четырехэтажного и девятиэтажного зданий.

Выводы. Приведен алгоритм численного решения задачи колебания зданий со скользящим фундаментом по модели сухого трения Кулона с учетом остановок скольжения при одновременном воздействии горизонтального и вертикального компонент сейсмограммы реальных землетрясений. На примере четырехэтажного и девятиэтажного зданий на основе записей трех землетрясений показано, что использование скользящего фундамента не всегда приводит к многократному снижению сдвигового усилия, а учет вертикальной компоненты сейсмограммы существенно влияет на процесс сдвигового колебания здания. При использовании скользящего фундамента для снижения действия землетрясения необходимо, исходя от площадки строительства, подбирать близкие по преобладающим частотам записи сейсмограмм и проводить вычисления по описанному алгоритму при одновременном воздействии горизонтального и вертикального компонент сейсмограммы.

4.2. Колебания зданий со скользящим фундаментом, имеющим боковой податливый контакт, при реальных сейсмических воздействиях

Пусть задано горизонтальное и вертикальное движения основания здания в виде сейсмограммы реального землетрясения. Будем считать, что нижняя часть фундамента здания приобретает такое же перемещение, а верхняя часть фундамента или ростверк разделен от нижней части фундамента двухслойным фторопластом [116, 117]. В качестве модели взаимодействия двух слоев фторопласта примем модель сухого трения Кулона. Дополнительно ростверк и нижняя часть фундамента взаимодействуют между собой вязкоупругой связью.

Здание представим одномерной сдвиговой моделью с сосредоточенными массами и безынерционными упругими связями

$$[M]\cdot\{\ddot{U}\}+[C]\cdot\{\dot{U}\}+[K]\cdot\{U\}=\{Q(t)\}, \tag{4.2.1}$$
$$\{U\}=\{U_{st}\},\ \{\dot{U}\}=0,\ \text{при}\ t=0$$

где $[M]$ – диагональная матрица масс, массы расположены в уровнях этажей, $[K]$ – матрица жесткостей, $[C]=\alpha\cdot[M]+\beta\cdot[K]$– матрица вязкости, $\{U\}=\{u_0,u_1,..u_n,v_1,....,v_n\}^T$ – вектор перемещений, u_i,v_i – горизонтальные и вертикальные перемещения масс, $\{U_{st}\}$ – вектор перемещений в начальный момент времени, элементы, соответствующие сдвиговому перемещению равны нулю, а вертикальному перемещению определяются из решения статической задачи. Условие взаимодействия массы $[M_0]$ со скользящим нижним фундаментом имеет вид

$$u_0 = u_g - u_r,\ \text{если}\ |F_0|<|F_{fr}|,\ \text{т.е. при совместном движении,} \tag{4.2.2}$$

$$F_0 = F_{fr},\ \text{при скольжении,} \tag{4.2.3}$$

$$v_0 = v_g, \tag{4.2.4}$$

где u_0,v_0 – перемещения ростверка, u_g,v_g – горизонтальное и вертикальное перемещения нижней части фундамента, т.е. аппроксимированные функции оцифрованной сейсмограммы землетрясения, u_r – величина сдвига в момент времени в начале текущего совместного нижней части фундамента и движения ростверка, т.е. разность между значениями перемещений нижней части фундамента и ростверка (в начальный момент времени $u_r=0$), F_0 – неизвестное значение силы сцепления между верхним и нижним фундаментами, $F_{fr}=sign(\dot{u}_g-\dot{u}_0)\cdot f\cdot P$ – значение силы сухого трения, f – коэффициент сухого трения, P – сила давления на скользящий элемент фундамента в динамическом процессе, если не учитывать вертикальные колебания, тогда это вес здания.

Следует отметить, что вертикальные колебания не зависят от горизонтальных колебаний зданий, а горизонтальные колебания зависят от вертикальных колебаний зданий через условие (4.2.3), так как во время вертикальных колебаний давление на скользящий фундамент изменяется.

При совместном движении перемещение u_0 определяется по равенству (4.2.2) и уравнение движения массы M_1 имеет вид

$$M_1\ddot{u}_1+k_1u_1+c_1\dot{u}_1-k_2(u_2-u_1)-c_2(\dot{u}_2-\dot{u}_1)=k_1u_0+c_1\dot{u}_0. \tag{4.2.5}$$

В этом случае $Q_1=k_1u_0+c_1\dot{u}_0$ остальные элементы вектора $\{Q\}$, соответствующие горизонтальным перемещениям сосредоточенных масс, равны нулю. Уравнение вертикального движения массы M_1 имеет вид, подобный (4.2.5), в правой части прибавляется M_1g Элементы вектора $\{Q\}$, соответствующие вертикальным перемещениям сосредоточенных масс, равны значениям весов соответствующих сосредоточенных масс.

Скольжение с сухим трением наступает только тогда, когда выполняется условие (4.2.3). Рассматриваемая задача (4.2.1), (4.2.2), (4.2.3) является нелинейной задачей, при этом отсутствуют условия вычисления неизвестной функции F_0, а также во время динамического процесса изменяются размерности матриц $[M]$ и $[K]$. При скольжении имеет место уравнение для массы $[M_0]$

$$M_0\ddot{u}_0 + k_0 u_0 - k_1(u_1 - u_0) + c_0\dot{u}_0 - c_1(\dot{u}_1 - \dot{u}_0) = F_{fr} + k_0 u_g + c_0\dot{u}_g,$$

при этом $$Q_0 = F_{fr} + k_0 u_g + c_0\dot{u}_g,$$

где k_0, c_0 жесткость и вязкость бокового взаимодействия ростверка и фундамента.

Для решения задачи в целом воспользуемся следующим алгоритмом. На каждом шаге по времени решаем задачи в трех постановках:

1. Уравнение (4.2.1) решаем с условием (4.2.2);
2. Уравнение (4.2.1) решаем с условием (4.2.3), при $F_0 = f \cdot P$;
3. Уравнение (4.2.1) решаем с условием (4.2.3), при $F_0 = -f \cdot P$.

При этом матрицы $[M]$ и $[K]$ в первой постановке имеют размер $2n \times 2n$ (здесь n – количество этажей здания), а во второй и третьей постановках $(2n+1)\times 2n$. Выбор истинного решения из этих трех решений осуществляется следующим образом. Если относительные скорости $\dot{u}_g - \dot{u}_0$ во втором и третьем постановках задач имеют разные знаки, тогда истинным решением является решение задачи в первой постановке, потому что приложенная сила сухого трения заставляет двигаться в разные стороны и значит неизвестная сила меньше предельного значения силы сухого трения, т.е. массы нижнего и верхнего фундаментов на этом шаге по времени движутся вместе без скольжения. Если относительные скорости во втором и третьем постановках задач имеют одинаковые знаки, тогда истинным решением является решение задачи в той постановке, в которой относительная скорость по абсолютному значению наименьший, потому что сила сухого трения направлена против относительного движения. Все три задачи решаются методом Ньюмарка [104], оцифрованная сейсмограмма землетрясения аппроксимируется линейной функцией в интервале шага записи, когда шаг аппроксимации по времени меньше шага записи землетрясения.

Обсудим результаты расчетов на следующих примерах. Пусть заданы характеристики 4 этажного здания, а также сейсмограммы следующих землетрясений [111]:

1. Cairano 3 – 000319 (16.01.1981 г, 8 баллов по MSK-64, максимальное ускорение – 1.47 м/с^2, максимальное перемещение – 0.0029 м, шаг оцифрования – 0.005 с, продолжительность – 22.175 с);
2. Tolmezzo-Diga Ambiesta – 000055 (06.05.1976 г, 9 баллов по MSK-64, максимальное ускорение – 3.35 м/с^2, максимальное перемещение – 0.0039 м, шаг оцифрования – 0.005 с, продолжительность – 46.535 с);

3. Nocera Umbra 2 – 000856 (03.04.1998 г, 9 баллов по MSK-64, максимальное ускорение – 3.73 м/с^2, максимальное перемещение – 0.0054 м, шаг оцифрования – 0.005 с, продолжительность – 40.990 с);

4. Tabas – 000187 (16.09.1978 г, 12 баллов по MSK-64, максимальное ускорение – 10.17 м/с^2, максимальное перемещение – 0.3446 м, шаг оцифрования – 0.005 с, продолжительность – 78.395 с).

Четырехэтажное здание серии 76-017CA/53 имеет следующие характеристики: кирпичное здание размером в плане 389.88 м^2; сосредоточенные массы в уровнях верхней части фундамента и этажей M_0=497575 кг, M_1=495000 кг, M_2=495000 кг, M_3=495000 кг, M_4=698000 кг, при этом общий вес здания, давящий на нижнюю часть фундамента, равен P=26269635 Н; сдвиговые жесткости по этажам одинаковы $k_i=16.08\cdot 10^8$ Н/м; вязкость материала здания по этажам одинаковы $\mu_i=26.9\cdot 10^5$ Нс/м.

При численном решении задач с сухим трением, не зависимо от выбора явной или неявной конечно-разностной схемы, шаг по времени необходимо подбирать для обеспечения достаточной точности. В наших примерах расчетов шаг по времени был выбран равным 0.0001 с. Результаты расчетов по сейсмограммам были сравнены с результатами расчетов по акселерограммам, когда заданное ускорение переводится в правую часть уравнений (4.2.1), которые совпали.

На рис. 4.6 представлены результаты расчетов изменения сдвиговых усилий по времени в первом этаже четырехэтажного здания только для горизонтальной компоненты при землетрясении №4 для случаев без учета и с учетом скользящего элемента. Из этих графиков видно, что использование скользящего фундамента с фторопластом с коэффициентом сухого трения f=0.05 приводит к снижению максимального значения сдвигового усилия на 74% (т.е. в 3.9 раза) по отношению к случаю отсутствия скользящего фундамента. Этот результат согласуется с результатом лабораторного эксперимента для здания жесткого типа. Во второй половине процесса из–за уменьшения ускорений в сейсмической волне разница между максимальными значениями сдвиговых усилий уменьшается.

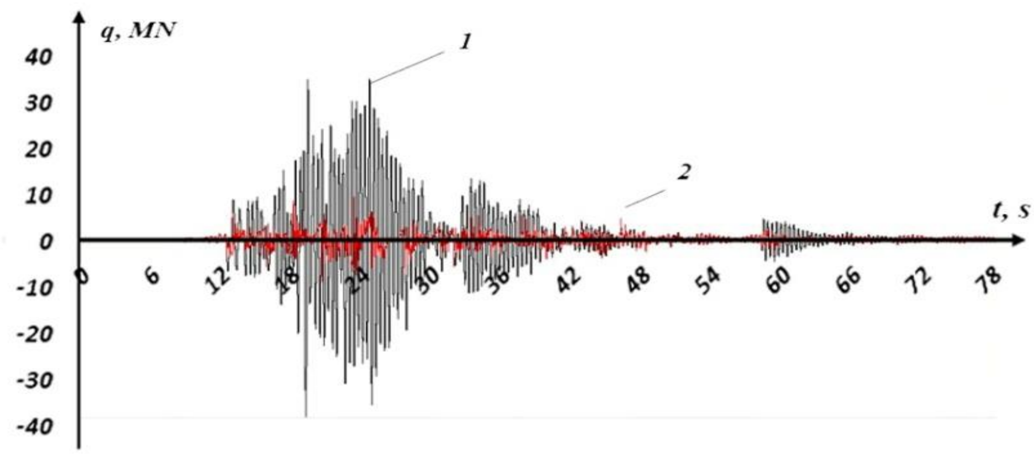


Рис. 4.6. Изменение сдвиговой силы на первом этаже четырехэтажного здания без учета скольжения (*1*); с учетом скольжения и боковой связью (*2*)

На рис. 4.7 представлены результаты расчетов изменения сдвиговых усилий по времени в первом этаже четырехэтажного здания по обоим компонентам землетрясения №4 для случаев без учета и с учетом скользящего элемента. Из этих графиков видно, что использование скользящего фундамента с фторопластом с коэффициентом сухого трения *f*=0.05 приводит к снижению максимального значения сдвигового усилия на 48% (т.е. в 1.9 раза) по отношению к случаю отсутствия скользящего фундамента.

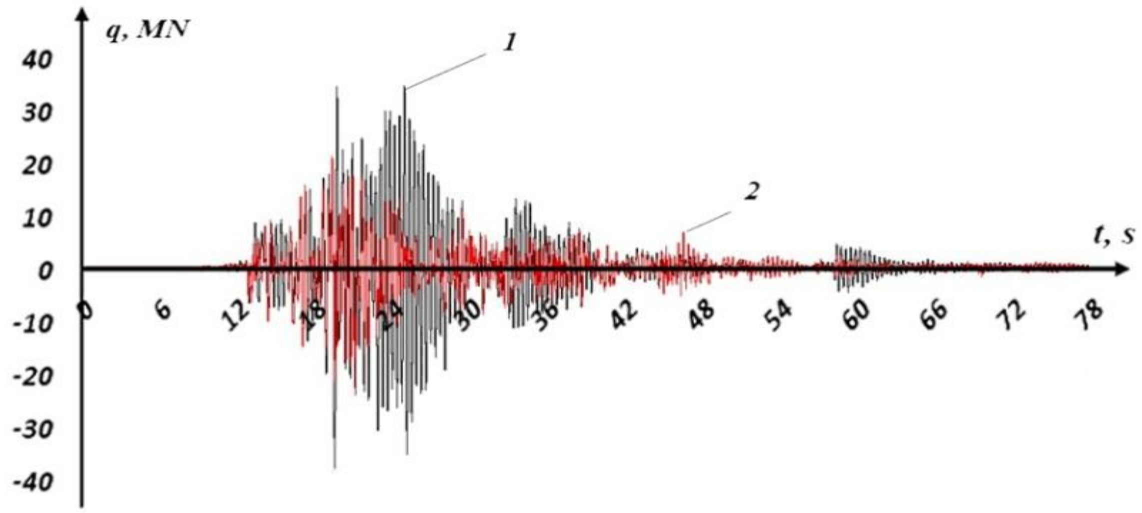


Рис. 4.7. Изменение сдвиговой силы на первом этаже четырехэтажного здания без учета скольжения (*1*); с учетом скольжения и боковой связью (*2*)

Далее в таблицах показано, что скользящий фундамент не всегда приводит к снижению сдвиговых усилий в несколько раз. Все зависит от характеристик здания и характера сейсмической волны. Поэтому, исходя от площадки строительства, необходимо подбирать близкие по преобладающим частотам записи сейсмограмм, и проводить вычисления.

В табл. 4.1 – 4.2 максимальные значения сдвиговых усилий q_{max} (при жестком контакте фундамента с основанием) и q_{1max} (при скользящем ростверке и дополнительной связи) заданы в килоньютонах.

Таблица 4.1 – Максимальные значения сдвиговых усилий по этажам для четырехэтажного здания при действии только горизонтальной компоненты землетрясения №4

Этажи	Без скольжения	$k_0=0$ q_{1max}	$k_0=0.1608\cdot10^8$ q_{1max}		$k_0=0.3216\cdot10^8$ q_{1max}		$k_0=1.608\cdot10^8$ q_{1max}		$k_0=3.216\cdot10^8$ q_{1max}	
	q_{max}	β_0=0	β_0=0.001	β_0=0.01	β_0=0.001	β_0=0.01	β_0=0.001	β_0=0.01	β_0=0.001	β_0=0.01
1	37600	8900	9690	8650	8930	10400	24400	20000	28700	24700
2	34500	7950	11500	11300	9130	9260	19500	16400	21900	20200
3	27300	7880	10100	10300	10000	10500	14200	12000	16100	16700
4	17300	8580	9030	8760	9870	9200	8660	8430	10900	10700

Таблица 4.2 – Максимальные значения сдвиговых усилий по этажам для четырехэтажного здания при действии горизонтальной и вертикальной компонент землетрясения № 4

Этажи	Без скольжения	$k_0 = 0$ q_{1max}	$k_0 = 0.1608 \cdot 10^8$ q_{1max}		$k_0 = 0.3216 \cdot 10^8$ q_{1max}		$k_0 = 1.608 \cdot 10^8$ q_{1max}		$k_0 = 3.216 \cdot 10^8$ q_{1max}	
	$q_{\max}$	β_0=0	β_0=0.001	β_0=0.01	β_0=0.001	β_0=0.01	β_0=0.001	β_0=0.01	β_0=0.001	β_0=0.01
1	37600	24600	19500	22100	23700	23900	19100	27100	33300	22500
2	34500	24800	21500	22300	23400	24700	20400	24700	25700	23500
3	27300	21800	18700	20000	20300	21700	20000	21600	19100	19700
4	17300	19600	14300	13900	15400	17900	18600	15500	21500	15300

Заключение. Описан алгоритм численного решения задачи колебания зданий со скользящим фундаментом по модели сухого трения Кулона с учетом остановок скольжения и при наличии боковой податливой связи. На примере четырехэтажного здания при наборе четырех записей землетрясений показано, что использование скользящего фундамента не всегда приводит к многократному снижению сдвигового усилия. Учет вертикальной компоненты сейсмической волны и боковой податливой связи уменьшает уровень снижения сдвиговых усилий. При использовании скользящего фундамента для снижения действия землетрясения необходимо, исходя от площадки строительства, подбирать близкие по преобладающим частотам записи сейсмограмм и проводить вычисления по описанному алгоритму.

4.3. Влияние размера горизонтального зазора между фундаментом и скользящим ростверком на колебание здания при землетрясении

Пусть задано горизонтальное движение основания здания в виде сейсмограммы реального землетрясения. Будем считать, что нижняя часть фундамента здания приобретает такое же перемещение, а верхняя часть фундамента или ростверк разделен от нижней части фундамента двухслойным фторопластом [116, 117] и с двух сторон имеет одинаковые боковые зазоры между выступами нижнего фундамента. В качестве модели взаимодействия двух слоев фторопласта примем модель сухого трения Кулона.

Здание представим одномерной сдвиговой моделью с сосредоточенными массами и безынерционными упругими связями

$$[M]\cdot\{\ddot{U}\}+[C]\cdot\{\dot{U}\}+[K]\cdot\{U\}=\{Q(t)\} \tag{4.3.1}$$

$$\{U\}=0,\ \{\dot{U}\}=0 \text{ при } t=0,$$

где $[M]$ – диагональная матрица масс, массы расположены в уровнях этажей, $[K]$ – матрица жесткостей, $[C]=\alpha\cdot[M]+\beta\cdot[K]$ – матрица вязкости, $\{U\}$ – вектор перемещений. Условие взаимодействия массы M_0 со скользящим нижним фундаментом имеет вид

$$u_0 = u_g - u_r,\ \text{если}\ |F_0| < |F_{fr}|,\ \text{т.е. при совместном движении,} \tag{4.3.2}$$

$$F_0 = F_{fr},\ |u_s| < \delta\ \text{при скольжении и при отходе от ограничителей,} \tag{4.3.3}$$

$$|u_s| = \delta,\ \text{при достижении ограничения и совместного движения с ним} \tag{4.3.4}$$

где u_0 – перемещение ростверка; u_g – перемещение нижней части фундамента, т.е. аппроксимированная функция оцифрованной сейсмограммы горизонтальной составляющей землетрясения; u_r – величина сдвига в момент времени в начале текущего совместного движения нижней части фундамента и ростверка, т.е. разность между значениями перемещений нижней части фундамента и ростверка (в начальный момент времени $u_r = 0$); u_s- перемещение скольжения; δ- величина зазора между ростверком и фундаментом; F_0 – неизвестное значение силы сцепления между верхним и нижним фундаментами; $F_{fr} = sign(\dot{u}_g - \dot{u}_0)\cdot f \cdot P$ – значение силы сухого трения; f – коэффициент сухого трения; P – вес здания.

При совместном движении перемещение u_0 определяется по равенству (4.3.2) и уравнение движения массы M_1 имеет вид

$$M_1\ddot{u}_1 + k_1u_1 + c_1\dot{u}_1 - k_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) = k_1u_0 + c_1\dot{u}_0 \tag{4.3.5}$$

В этом случае $Q_1 = k_1u_0 + c_1\dot{u}_0$ остальные элементы вектора $\{Q\}$ равны нулю. Перемещение и скорость массы M_1 в момент начала совместного движения определяется по вычисленным их значениям на этот момент.

Скольжение с сухим трением наступает только тогда, когда выполняется условие (4.3.3). Рассматриваемая задача (4.3.1) – (4.3.4) является нелинейной задачей, при этом отсутствуют условия вычисления неизвестной функции F_0, далее покажем отсутствие необходимости вычисления значения этой функции. Скольжение может произойти только тогда, когда ростверк набрал необходимую силу инерции, а ускорение фундамента в этот момент снижается. Поэтому при слабых землетрясениях скользящий фундамент не срабатывает или эффект будет небольшим. Во время динамического процесса изменяются размерности матриц $[M]$ и $[K]$. При скольжении имеет место уравнение для массы M_0

$$M_0\ddot{u}_0 - k_1(u_1 - u_0) - c_1(\dot{u}_1 - \dot{u}_0) = F_{ish}\ \text{при этом}\ Q_0 = F_{fr}. \tag{4.3.6}$$

Перемещение и скорость массы M_0 в момент начала скольжения определяется по вычисленным их значениям на этот момент. При этом уравнения (4.3.5) и (4.3.6) решаются совместно.

Для решения задачи в целом воспользуемся следующим алгоритмом. На каждом шаге по времени решаем задачи в трех постановках:

1. уравнение (4.3.1) решаем с условием (4.3.2) или (4.3.4), то есть в предположении совместного движения фундамента и ростверка;
2. уравнение (4.3.1) решаем с условием (4.3.3), при этом $F_0 = f \cdot P$, сила трения по отношению к ростверку направлена в правую сторону;

3. уравнение (4.3.1) решаем с условием (4.3.3), при этом $F_0 = -f \cdot P$, сила трения по отношению к ростверку направлена в левую сторону.

Матрицы [M] и [K] в первой постановке имеют размер $m \times m$ (здесь m – количество этажей здания), а во второй и третьей постановках $(m+1)\times(m+1)$. Выбор истинного решения из этих трех решений осуществляется следующим образом. Если относительные скорости $\dot{u}_g - \dot{u}_0$ во втором и третьем постановках задач имеют разные знаки, тогда истинным решением является решение задачи в первой постановке, потому что приложенная сила сухого трения заставляет двигаться ростверк в разные стороны и значит неизвестная сила меньше предельного значения силы сухого трения, т.е. отсутствует скольжение. Если относительные скорости во второй и третьей постановках задач имеют одинаковый знак, тогда истинным решением является решение задачи в той постановке, в которой относительная скорость по абсолютному значению наименьший, потому что сила сухого трения направлена против относительного движения и всегда приводит затуханию относительного движения. Дополнительно проверяется отход ростверка от ограничителей через выполнение условия $|u_s| < \delta$. Если это условие выполняется, тогда происходит отход ростверка от ограничителя, иначе происходит совместное движение ростверка и нижнего фундамента. Все задачи решаются методом Ньюмарка [104]; оцифрованная сейсмограмма землетрясения аппроксимируется линейной функцией в интервале шага записи, когда шаг аппроксимации по времени меньше шага записи землетрясения.

Обсудим результаты расчетов на следующих примерах. Пусть заданы характеристики 4 этажного здания, а также сейсмограммы следующих очень сильных землетрясений [111]:

1. Tabas – 000187 (16.09.1978 г, выше 9 баллов по MSK-64, максимальное ускорение – 10.17 м/с^2, максимальное перемещение – 0.3446 м, шаг оцифрования – 0.005 с, продолжительность – 78.395 с).
2. Gazli - 000074 (17.05.1976, выше 9 баллов по MSK-64, максимальное ускорение - 7.23 м/с^2, максимальное перемещение - 0.1827 м, шаг оцифрования – 0.005 с, продолжительность - 28 с).

Четырехэтажное здание серии 76-017СА/53 имеет следующие характеристики: кирпичное здание размером в плане 389.88 м^2; сосредоточенные массы в уровнях верхней части фундамента и этажей M_0=497575 кг, M_1=495000 кг, M_2=495000 кг, M_3=495000 кг, M_4=698000 кг, при этом общий вес здания, давящий на нижнюю часть фундамента, равен P=26269635 Н; сдвиговые жесткости по этажам одинаковы $k_i = 16.08 \cdot 10^8$ Н/м; вязкость материала здания по этажам одинаковы $\mu_i = 26.9 \cdot 10^5$ Нс/м.

При численном решении задач с сухим трением, не зависимо от выбора явной или неявной конечно-разностной схемы, шаг по времени необходимо подбирать для обеспечения достаточной точности. В наших примерах расчетов шаг по времени был выбран равным 0.0001 с.

В табл. 4.3 – 4.5 приведены максимальные значения сдвигового усилия по этажам здания при воздействии Табасского землетрясения для различных значений зазоров и коэффициента сухого трения. Анализ данных этих таблиц показывает, что происходит увеличение сдвигового усилия при наличии ограничителя перемещения. При этом, чем больше величина зазора, тем меньше значение сдвигового усилия, при достаточно большом значении зазора и малом коэффициенте сухого трения ($\delta \geq 0.6$ м; $f = 0.05$) перемещение не доходит до ограничения, и в этом случае сдвиговые усилия минимальные. По мере увеличения зазора снижение значений сдвиговых усилий может нарушится, это связано с возможностью набора относительной скорости до момента времени достижения ограничения. Чем больше значение коэффициента сухого трения, значение зазора можно уменьшит, так как увеличение силы сухого трения позволяет уменьшить значение относительной скорости во время скольжения.

Таблица 4.3 –Максимальные значения сдвиговых усилий по этажам для четырехэтажного здания при действии землетрясения № 1

Этажи	Без скольжения	$\delta = 0.02$м			$\delta = 0.05$м			$\delta = 0.1$м		
	q_{max}	*f*=0.05	*f*=0.1	*f*=0.2	*f*=0.05	*f*=0.1	*f*=0.2	*f*=0.05	*f*=0.1	*f*=0.2
1	37600	30400	30800	30100	27700	23200	33400	26800	31400	27800
2	34500	26000	26100	25700	24500	22000	29400	23800	26500	23800
3	27300	21500	20700	20400	21100	21100	24600	19700	20200	18700
4	17300	21400	20500	21800	18400	17700	17500	14700	16200	13400

Таблица 4.4. Максимальные значения сдвиговых усилий по этажам для четырехэтажного здания при действии землетрясения № 1

Этажи	Без скольжения	$\delta = 0.2$м			$\delta = 0.3$м			$\delta = 0.4$м		
	q_{max}	*f*=0.05	*f*=0.1	*f*=0.2	*f*=0.05	*f*=0.1	*f*=0.2	*f*=0.05	*f*=0.1	*f*=0.2
1	37600	30400	14500	25000	26600	14500	15200	29900	14500	15200
2	34500	27700	11600	23600	23200	11600	15400	25200	11600	15400
3	27300	25000	10800	21600	22000	10800	13800	21300	10800	13800
4	17300	25300	10500	16300	19700	10500	11600	15500	10500	11600

Таблица 4.5 – Максимальные значения сдвиговых усилий по этажам для четырехэтажного здания при действии землетрясения № 1

Этажи	Без скольжения	$\delta = 0.5$м			$\delta = 0.6$м			$\delta = 0.8$м		
	q_{max}	f=0.05	f=0.1	f=0.2	f=0.05	f=0.1	f=0.2	f=0.05	f=0.1	f=0.2
1	37600	13900	14500	15200	8900	14500	15200	8900	14500	15200
2	34500	13600	11600	15400	7950	11600	15400	7950	11600	15400
3	27300	10900	10800	13800	7880	10800	13800	7880	10800	13800
4	17300	8930	10500	11600	8580	10500	11600	8580	10500	11600

В табл. 4.6 и 4.7 приведены максимальные значения сдвигового усилия по этажам здания при воздействии Газлийского землетрясения для различных значений зазоров и коэффициента сухого трения. Анализ данных этих таблиц показывает, что происходит увеличение сдвигового усилия при наличии ограничителя перемещения. При этом, чем больше величина зазора, тем меньше значение сдвигового усилия, при достаточно большом значении зазора ($\delta \geq 0.2$ м) перемещение не доходит до ограничения, и в этом случае сдвиговые усилия минимальные. Максимальное горизонтальное перемещение Газлийского землетрясения почти в два раза меньше Табасского землетрясения, поэтому зазор здесь можно установить поменьше.

Таблица 4.6. Максимальные значения сдвиговых усилий по этажам для четырехэтажного здания при действии землетрясения № 2

Этажи	Без скольжения	$\delta = 0.02$м			$\delta = 0.05$м			$\delta = 0.1$м		
	q_{max}	f=0.05	f=0.1	f=0.2	f=0.05	f=0.1	f=0.2	f=0.05	f=0.1	f=0.2
1	38500	31700	28300	29600	24100	25800	29100	32600	10600	13000
2	33400	27700	24900	25000	21800	19700	23700	28300	9490	11800
3	25400	24300	21600	19900	18400	14500	18300	27100	9470	13900
4	15400	22500	19700	17800	15600	11900	19600	25000	7900	12300

Таблица 4.7. Максимальные значения сдвиговых усилий по этажам для четырехэтажного здания при действии землетрясения № 2

Этажи	Без скольжения	$\delta = 0.2$м			$\delta = 0.3$м			$\delta = 0.4$м		
	q_{max}	f=0.05	f=0.1	f=0.2	f=0.05	f=0.1	f=0.2	f=0.05	f=0.1	f=0.2
1	38500	7950	10600	13000	7950	10600	13000	7950	10600	13000
2	33400	6050	9490	11800	6050	9490	11800	6050	9490	11800
3	25400	5950	9470	13900	5950	9470	13900	5950	9470	13900
4	15400	5820	7900	12300	5820	7900	12300	5820	7900	12300

Следует обратить внимание на неравномерность снижения значений максимальных сдвиговых усилий при увеличении коэффициента сухого трения и размера зазора. Это связано со сложной картиной динамического процесса и возможностью удара ростверка по ограничитель с разной набранной скоростью во время процесса. Приходим к выводу, что при малых значениях коэффициента сухого трения необходимо подбирать величину зазора с осторожностью.

На рис. 4.8 представлены результаты расчетов изменения перемещений по времени верхней и нижней частей фундамента четырехэтажного здания при землетрясении №1, $\delta = 0.6$ м; $f = 0.05$. Из этого рисунка видно, что максимальное перемещение ростверка меньше значения зазора, так как сравнительно слабое трение позволяет более легкому движению ростверка и достаточно большому относительному перемещению. Максимальное абсолютное значение относительного перемещения $|u_{s\max}| = 0.56$ м.

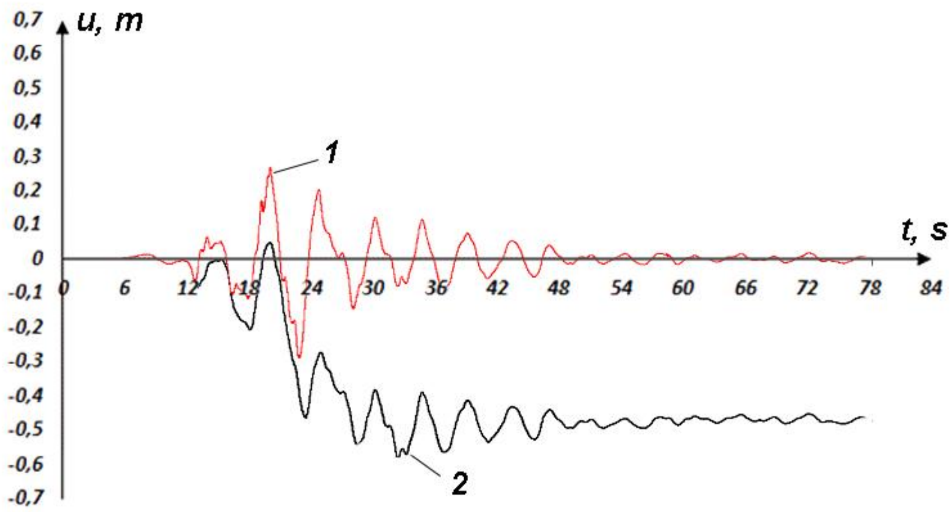


Рис. 4.8. Перемещения нижней (*1*) и верхней (*2*) частей фундамента с течением времени четырехэтажного дома

На рис. 4.9 представлены результаты расчетов изменения перемещений по времени верхней и нижней частей фундамента четырехэтажного здания при землетрясении №1, $\delta = 0.6$ м, $f = 0.1$. Из этого рисунка видно, что увеличение коэффициента сухого трения не дает возможность сильному увеличению относительной скорости ростверка. По сравнению с рис. 4.8 в этом случае максимум относительного перемещения не большой.

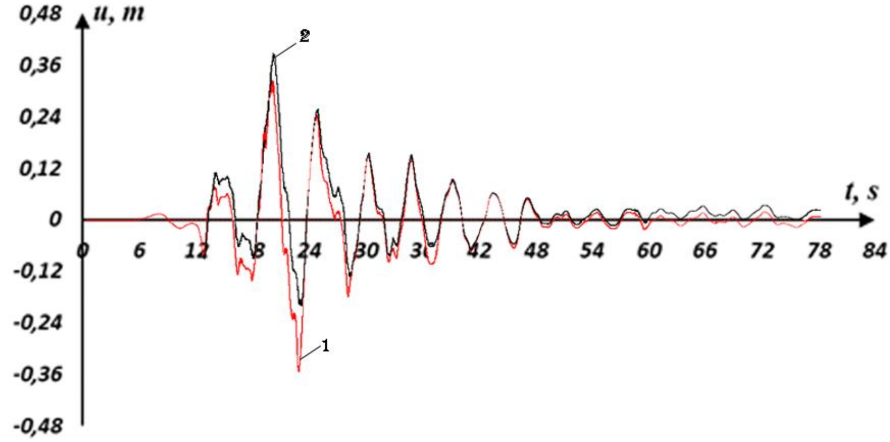


Рис. 4.9. Перемещения нижней (*1*) и верхней (*2*) частей фундамента с течением времени четырехэтажного дома

На рис. 4.10 представлены результаты расчетов изменения перемещений по времени верхней и нижней частей фундамента четырехэтажного здания при землетрясении №1, $\delta = 0.6$ м, $f = 0.2$. Здесь такая же картина как на рис. 4.9.

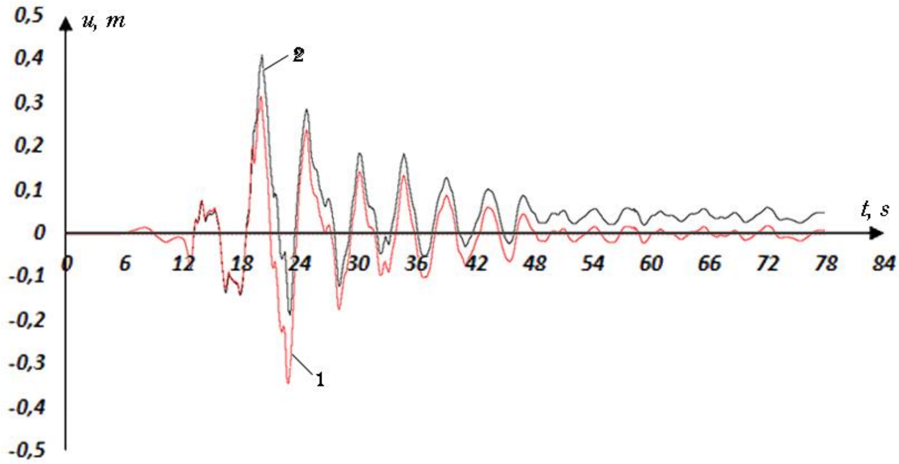


Рис. 4.10. Перемещения нижней (*1*) и верхней (*2*) частей фундамента с течением времени четырехэтажного дома

На рис. 4.11 представлены результаты расчетов изменения во времени движений верхней и нижней частей фундамента четырехэтажного дома при землетрясении №1, $\delta = 0.2$ м, $f = 0.05$. В этом случае столкновение нижнего фундамента и ростверка происходит в процессе колебаний от воздействия землетрясения. Следовательно, при таком зазоре и коэффициенте сухого трения максимальное значение поперечной силы больше, чем ее значение при зазоре 0.6 м.

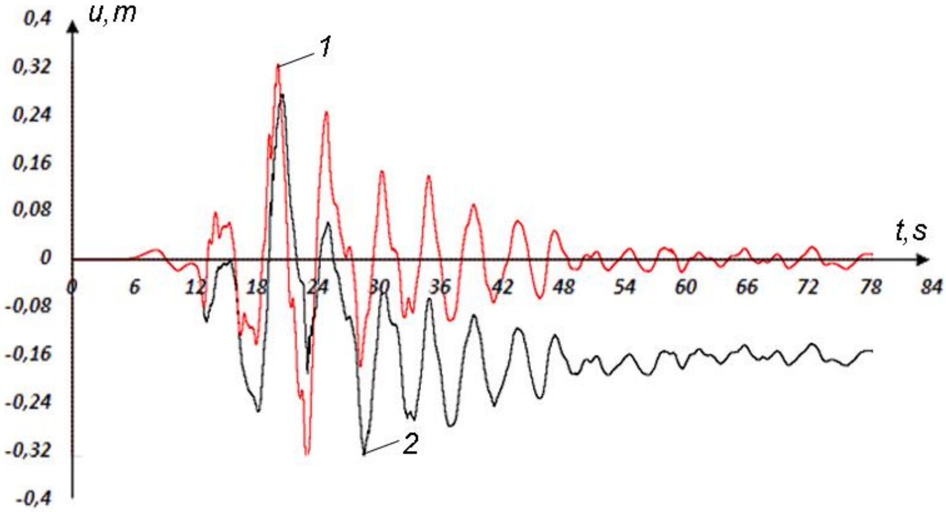


Рис. 4.11. Перемещения нижней (*1*) и верхней (*2*) частей фундамента с течением времени четырехэтажного дома

На рис. 4.12 представлены результаты расчетов изменения во времени движений верхней и нижней частей фундамента четырехэтажного дома при землетрясении №1, $\delta = 0.2$ м, $f = 0.1$. При увеличении коэффициента сухого трения ростверк не успевает достаточно скользить по фундаменту и достигать пределов.

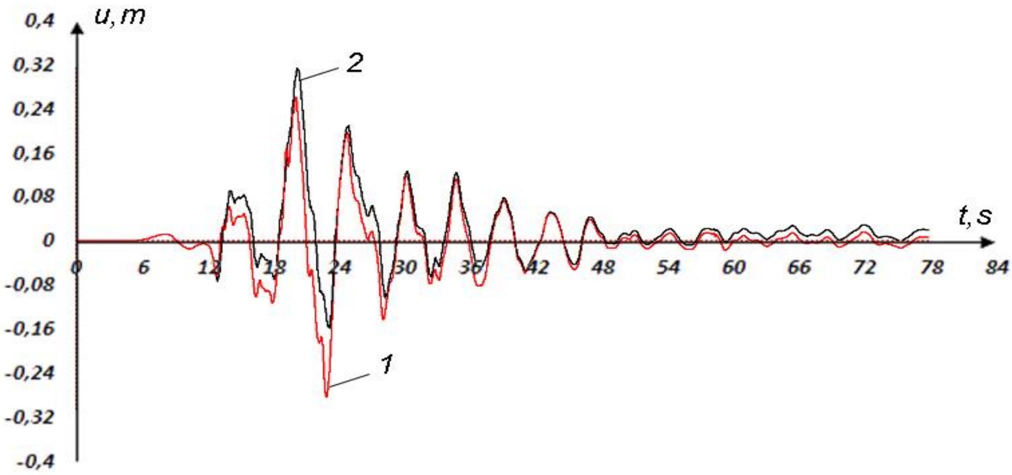


Рис. 4.12. Перемещения нижней (*1*) и верхней (*2*) частей фундамента с течением времени четырехэтажного дома

На рис. 4.13 представлены результаты расчетов изменения во времени движений верхней и нижней частей фундамента четырехэтажного дома при землетрясении №1, $\delta = 0.2$ м, $f = 0.2$. Здесь ростверк также не достигает пределов, но процесс отличается от рис. 4.12 сложностью колебаний системы.

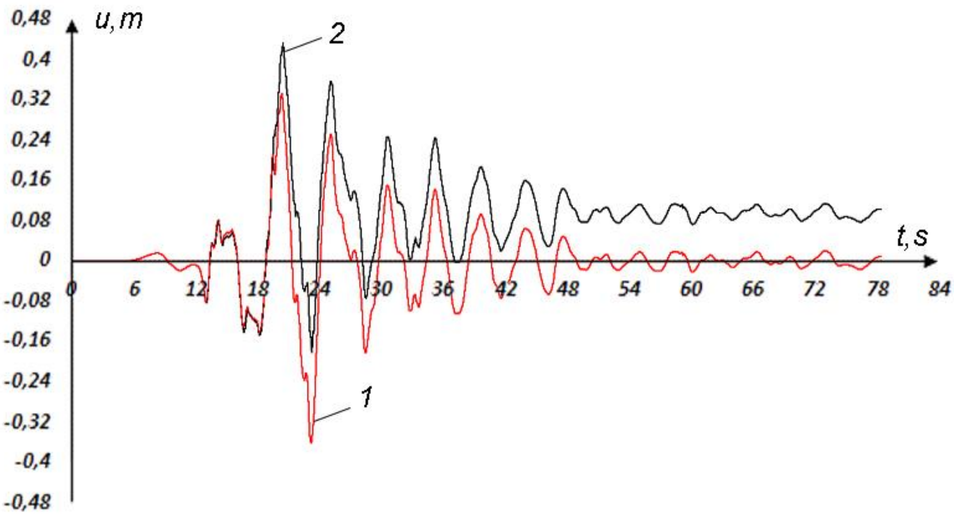


Рис. 4.13. Перемещения нижней (*1*) и верхней (*2*) частей фундамента с течением времени четырехэтажного дома

На рис. 4.14 представлены результаты расчетов изменения перемещений по времени верхней и нижней частей фундамента четырехэтажного здания при землетрясении №1, $\delta = 0.05$ м, $f = 0.05$. Малая величина зазора мало снижает максимальное значение сдвигового усилия по сравнению с этим значением для случая жесткого контакта. При больших значениях перемещения сейсмической волны перемещение ростверка достигает ограничения, происходит совместное движение ростверка с ограничителем, через некоторое время происходит отрыв от ограничителя. После 36 с перемещение не достигает ограничения, а также из-за малости инерционных сил скольжение между фундаментом и ростверком не происходит.

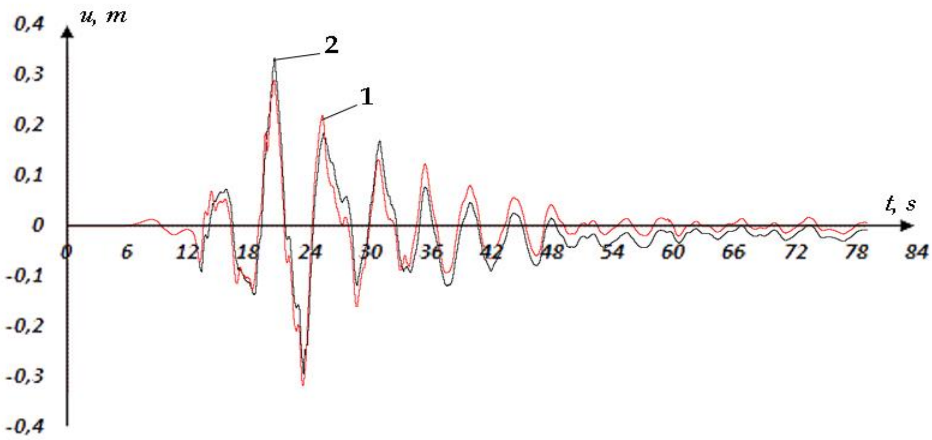


Рис. 4.14. Перемещения нижней (*1*) и верхней (*2*) частей фундамента с течением времени четырехэтажного дома

На рис. 4.15 представлены результаты расчетов изменения перемещений по времени верхней и нижней частей фундамента четырехэтажного здания при землетрясении №1, $\delta = 0.05$ м, $f = 0.1$. В этом случае после 48 секунды процесса перемещение ростверка достигает правого ограничителя, и они двигаются вместе.

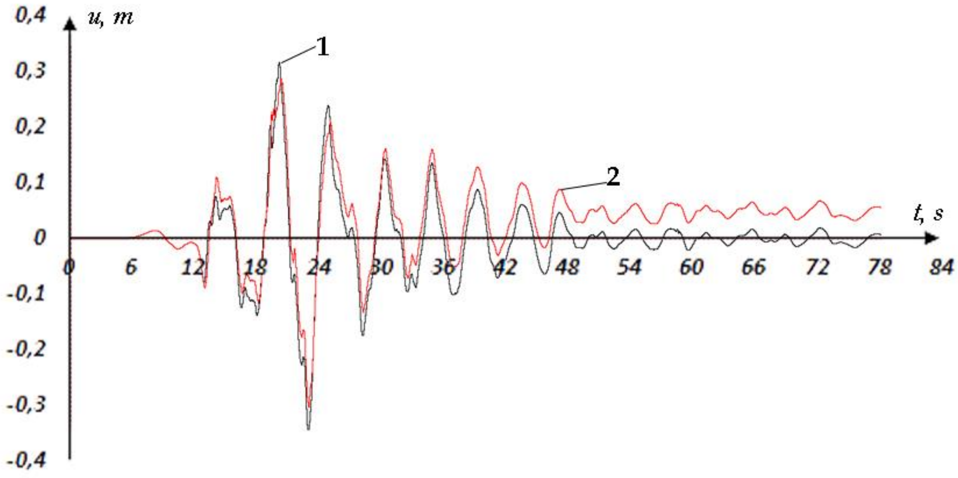


Рис. 4.15. Перемещения нижней (*1*) и верхней (*2*) частей фундамента с течением времени четырехэтажного дома

На рис. 4.16 представлены результаты расчетов изменения перемещений по времени верхней и нижней частей фундамента четырехэтажного здания при землетрясении №1, $\delta = 0.05$м, $f = 0.1$. Здесь после 34 секунды скольжение ростверка не наблюдается.

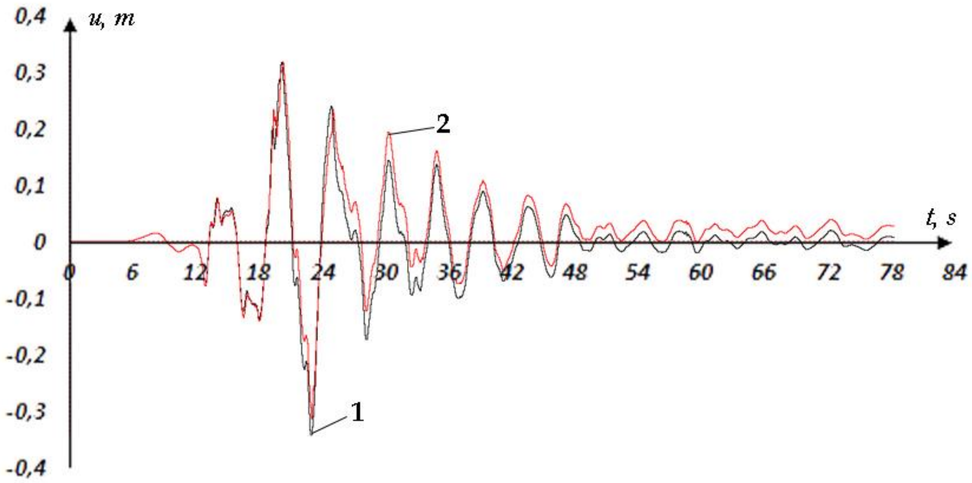


Рис. 4.16 Перемещения нижней (1) и верхней (2) частей фундамента с течением времени четырехэтажного дома

Заключение. На основе проведенных расчетов приходим к выводу, что наличие ограничений горизонтального движения ростверка скользящего фундамента здания приводит к увеличению максимального значения сдвигового усилия в этажах здания. Допустимое значение зазора необходимо выбрать на основе расчетов на возможные землетрясения на площадке строительства, а также по значению коэффициента сухого трения. По мере увеличения зазора снижение значений сдвиговых усилий может нарушится, это связано с возможностью набора относительной скорости до момента времени достижения ограничения. Чем больше значение коэффициента сухого трения, значение зазора можно уменьшит, так как увеличение силы сухого трения позволяет уменьшить значение относительной скорости во время скольжения. При малых значениях коэффициента сухого трения необходимо подбирать величину зазора с осторожностью, так как ростверк может ударится об ограничитель с набранной скоростью.

4.4. Сейсмоизоляция турбоагрегата АЭС с использованием устройств сухого трения

Пусть задано горизонтальное и вертикальное движения основания конструкции в виде сейсмограммы реального землетрясения. Будем считать, что ростверк разделен плоским слайдером [148] или двухслойным фторопластом [116, 117]. Слайдеры имеют коэффициент сухого трения от 0.025 до 0.055 [148], а фторопласт обеспечивает скольжение с коэффициентом 0.05 и более [117]. В качестве модели взаимодействия основания и ростверка по горизонтальному направлению примем модель сухого трения Кулона, по вертикальному направлению будем считать абсолютно жестко связанными.

Конструкцию представим одномерной сдвиговой моделью с сосредоточенными массами и безынерционными упругими связями [80]

$$[M]\cdot\{\ddot{U}\}+[C]\cdot\{\dot{U}\}+[K]\cdot\{U\}=\{Q(t)\}, \tag{4.4.1}$$

$$\{U\}=\{U_{st}\},\quad \{\dot{U}\}=0,\quad \text{при } t=0,$$

где $[M]$ – диагональная матрица масс, массы расположены в уровнях этажей, $[K]$ – матрица жесткостей, $[C]=\alpha\cdot[M]+\beta\cdot[K]$ – матрица вязкости, $\{U\}=\{u_0,u_1,\ldots,u_n,v_0,v_1,\ldots v_n\}^T$ — вектор перемещений, u_i,v_i – горизонтальные и вертикальные перемещения масс, $\{U_{st}\}$ – вектор перемещений в начальный момент времени, элементы, соответствующие сдвиговому перемещению равны нулю, а вертикальному перемещению определяются из решения статической задачи.

Условие горизонтального взаимодействия массы $[M_0]$ ростверка с основанием имеет вид [80]

$$u_0=u_g-u_r,\ \text{если } |F_0|<|F_{fr}|,\ \text{т.е. при совместном движении,} \tag{4.4.2}$$

$$F_0=F_{fr},\ \text{при скольжении,} \tag{4.4.3}$$

$$v_0=v_g, \tag{4.4.4}$$

где u_0, v_0 – перемещения ростверка, u_g, v_g – горизонтальное и вертикальное перемещения основания, т.е. аппроксимированные сплайн функции Эрмита оцифрованной сейсмограммы землетрясения, u_r– величина сдвига в момент времени в начале текущего совместного движения основания и ростверка, т.е. разность между значениями перемещений основания и ростверка (в начальный момент времени u_r=0), F_0 – неизвестное значение силы сцепления между основанием и ростверком, $F_{fr}=sign(\dot{u}_g-\dot{u}_0)\cdot f\cdot P$– значение силы сухого трения, f – коэффициент сухого трения, P – сила давления на скользящий элемент фундамента в динамическом процессе, если не учитывать вертикальные колебания, тогда это вес конструкции [80]. Линейная аппроксимация сейсмограммы землетрясения дает погрешность при вычислении скорости и ускорения основания, поэтому используется ее сплайн аппроксимация.

Следует отметить, что вертикальные колебания не зависят от горизонтальных колебаний конструкции, а горизонтальные колебания зависят от вертикальных колебаний конструкции через условие (4.4.3), так как во время вертикальных колебаний давление на скользящий фундамент изменяется [80].

При совместном движении перемещение u_0 определяется по равенству (4.4.2) и уравнение движения массы M_1 имеет вид [80, 143, 144]:

$$M_1\ddot{u}_1 + k_1u_1 + c_1\dot{u}_1 - k_2(u_2 - u_1) - c_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) = k_1u_0 + c_1\dot{u}_0 . \quad (4.4.5)$$

В этом случае $Q_1 = k_1u_0 + c_1\dot{u}_0$, остальные элементы вектора $\{Q\}$, соответствующие горизонтальным перемещениям сосредоточенных масс, равны нулю. Уравнение вертикального движения массы M_1 имеет вид, подобный уравнению (4.4.5), в правой части прибавляется M_1g. Элементы вектора $\{Q\}$, соответствующие вертикальным перемещениям сосредоточенных масс, равны значениям весов соответствующих сосредоточенных масс [80].

Скольжение с сухим трением наступает только тогда, когда выполняется условие (4.4.3) [80]. Рассматриваемая задача (4.4.1), (4.4.2), (4.4.3) является нелинейной задачей, при этом отсутствуют условия вычисления неизвестной функции F_0, а также во время динамического процесса изменяются размерности матриц $[M]$ и $[K]$.

При скольжении имеет место уравнение для массы $[M_0]$ [80]

$$M_0\ddot{u}_0 - k_1(u_1 - u_0) - c_1(\dot{u}_1 - \dot{u}_0) = F_{fr}, \text{ при этом } Q_0 = F_{fr}.$$

Для решения задачи в целом воспользуемся следующим алгоритмом. На каждом шаге по времени решаем задачи в трех постановках [143]:

1. Уравнение (4.4.1) решаем с условием (4.4.2);
2. Уравнение (4.4.1) решаем с условием (4.4.3), при $F_0 = f \cdot P$;
3. Уравнение (4.4.1) решаем с условием (4.4.3), при $F_0 = -f \cdot P$.

При этом матрицы $[M]$ и $[K]$ в первой постановке имеют размер $2n \times 2n$ (здесь n – количество этажей здания), а во второй и третьей постановках $(2n+1) \times 2n$ [80]. Выбор истинного решения из этих трех решений осуществляется следующим образом. Если относительные скорости $\dot{u}_g - \dot{u}_r$ во втором и третьем постановках задач имеют разные знаки, тогда истинным решением является решение задачи в первой постановке, потому что приложенная сила сухого трения заставляет двигаться в разные стороны и значит неизвестная сила меньше предельного значения силы сухого трения, т.е. массы нижнего и верхнего фундаментов на этом шаге по времени движутся вместе без скольжения. Если относительные скорости во втором и третьем постановках задач имеют одинаковые знаки, тогда истинным решением является решение задачи в той постановке, в которой относительная скорость по абсолютному значению наименьший, потому что сила сухого трения направлена против относительного движения [80, 143, 144]. Все три задачи решаются методом Ньюмарка [104], оцифрованная сейсмограмма землетрясения аппроксимируется сплайн функцией Эрмита. При этом шаг по времени в методе Ньюмарка должно быть меньше шага записи землетрясения.

Обсудим результаты расчетов на примере сейсмоизоляции турбоагрегата АЭС [128]. Модель конструкции представим в виде трехмассовой системы (рис. 4.17.). Пусть заданы характеристики конструкции, а также сейсмограммы следующих сильных землетрясений [111]:

1. Cairano 3 – 000319 (16/01/1981 г, выше 8 баллов по MSK-64, максимальное ускорение – 1.47 м/с^2, максимальное перемещение – 0.0029 м, шаг оцифрования – 0.005 с, продолжительность – 22.175 с);
2. Nocera Umbra 2 – 000856 (03/04/1998 г, выше 9 баллов по MSK-64, максимальное ускорение – 3.73 м/с^2, максимальное перемещение – 0.0054 м, шаг оцифрования – 0.005 с, продолжительность – 40.990 с);
3. Tolmezzo-Diga Ambiesta – 000055 (06/05/1976 г , выше 9 баллов по MSK-64, максимальное ускорение – 3.35 м/с^2, максимальное перемещение – 0.039 м, шаг оцифрования – 0.005 с, продолжительность – 46.535 с);
4. Gazli – 000074 (17/05/1976 г, выше 10 баллов по MSK-64, максимальное ускорение – 7.23 м/с^2, максимальное перемещение – 0.1827 м, шаг оцифрования – 0.005 с, продолжительность - 28 с).

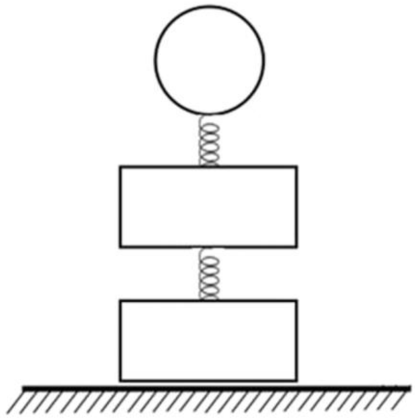


Рис. 4.17. Расчетная схема турбоагрегата с фундаментом

Масса турбоагрегата $2.5\cdot10^6$ кг, масса фундамента турбоагрегата $5.0\cdot10^6$ кг. Жесткость эквивалентной пружины на сдвиг между турбоагрегатом и фундаментом $1.0\cdot10^8$ Н/м, а ее вертикальная жесткость $2.0\cdot10^9$ Н/м. Горизонтальная и вертикальная жесткости фундамента соответственно равны $1.0\cdot10^{10}$ Н/м и $2.0\cdot10^{10}$ Н/м. Коэффициенты затухания равны α=0.94 с$^{-1}$, β=0.00116 с. В расчетах коэффициент сухого трения между основанием и фундаментом принимали в двух вариантах 0.025 и 0.05.

При численном решении задач с сухим трением шаг по времени необходимо подбирать для обеспечения достаточной точности. В наших примерах расчетов шаг по времени был выбран равным 0.001 с.

На рис. 4.18 приведено сравнение перемещений основания и турбоагрегата, а на рис. 4.19 соответствующих ускорений при землетрясении №1, 8 балльной интенсивности. Коэффициент сухого трения f=0.025. Получается сравнительно большие перемещения турбоагрегата за счет скольжения фундамента, но его ускорения имеют небольшие значения, максимальное значение этого ускорения 6.6 раз меньше чем максимальное ускорение основания. Это показывает, что устройство с сухим трением позволило снизить действие 8 балльного землетрясения. Так при жестком соединении основания с фундаментом максимальное ускорение турбоагрегата 0.662 м/с^2, а в случае использования устройства сухого трения 0.224 м/с^2, что почти 3 раза меньше. На снижение ускорения турбоагрегата также влияет пружинные амортизаторы, установленные между фундаментом и турбоагрегатом [128].

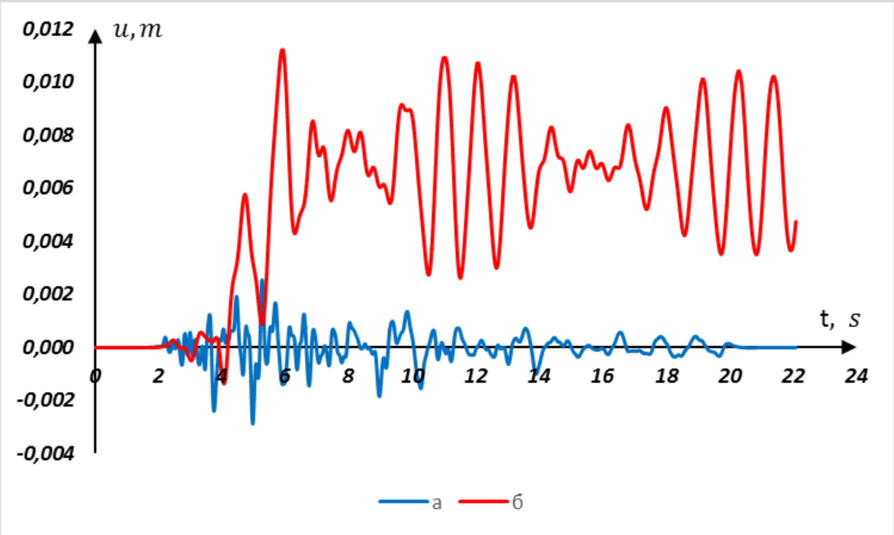


Рис. 4.18. Изменение перемещений по времени: основания (*а*) u_{max}= 0.00287 м
и турбоагрегата (*б*) u_{max}= 0.0112 м

На рис. 4.20 и 4.21 приведены такие же сравнения при значении коэффициент сухого трения f=0.05. Увеличение коэффициента сухого трения в два раза несколько изменяет картину колебания конструкции. Колебания турбоагрегата имеет большую амплитуду относительно сдвинутого положения, а максимальное значение его ускорения 4 раза меньше чем максимальное ускорение основания. На процесс колебаний турбоагрегата сильно влияет значение коэффициента сухого трения сейсмоизоляционного устройства, чем меньше трение, тем меньше максимальное ускорение турбоагрегата. В обоих случаях заметен процесс биения.

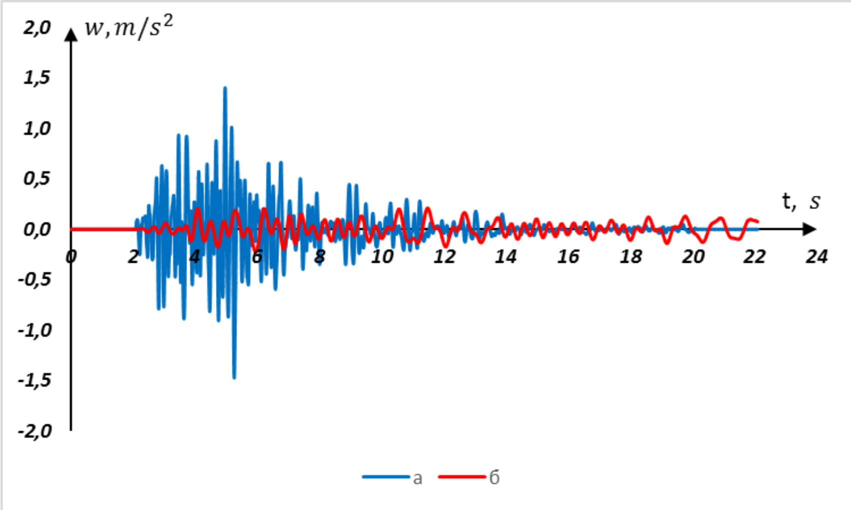


Рис. 4.19. Изменение ускорений по времени: основания (*а*) w_{max}= 1.47 м/с^2 и турбоагрегата (б) w_{max}= 0.224 м/с^2

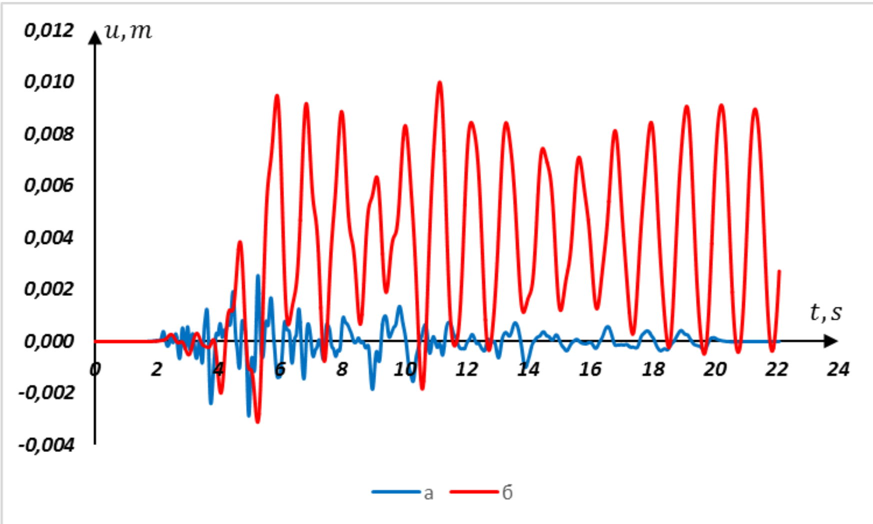


Рис. 4.20. Изменение перемещений по времени: основания (*а*) u_{max}= 0.00287 м и турбоагрегата (б) u_{max}= 0.0199 м

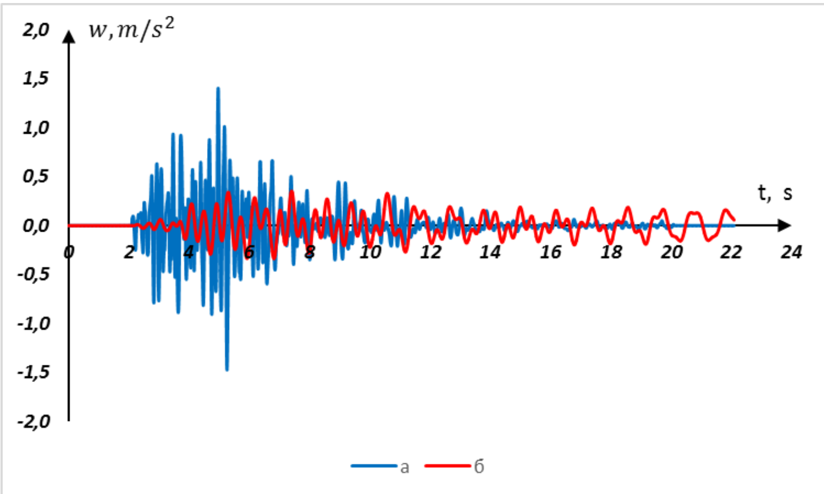


Рис. 4.21. Изменение ускорений по времени: основания (*а*) w_{max}= 1.47 м/с^2 и турбоагрегата (б) w_{max}= 0.352 м/с^2

На рис. 4.22 и 4.24 приведено сравнение перемещений основания и турбоагрегата, а на рис. 4.23 и 4.25 соответствующих ускорений при землетрясении №2, 9 балльной интенсивности. При значении коэффициент сухого трения f=0.025, а также при f=0.05 как в предыдущих случаях происходит остаточный сдвиг. При этом ускорения имеют небольшие значения, максимальное значение этого ускорения 12 и 7.7 раз, соответственно, меньше чем максимальное ускорение основания. Из рис. 4.18 – 4.25 видно, что турбогенератор колеблется, после действия ощутимых ускорений основания, по собственным частотам.

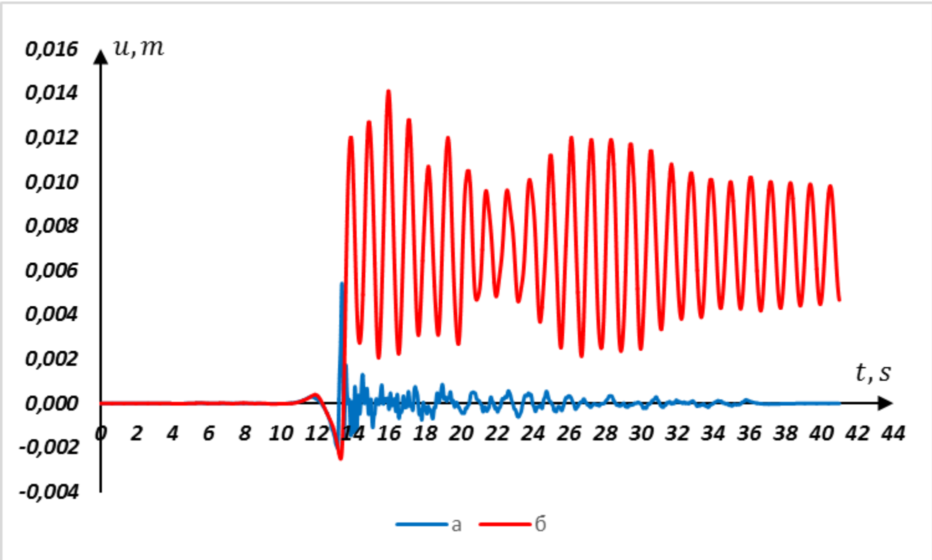


Рис. 4.22. Изменение перемещений по времени: основания (*а*) u_{max}= 0.00542 м и турбоагрегата (б) u_{max}= 0.0141 м

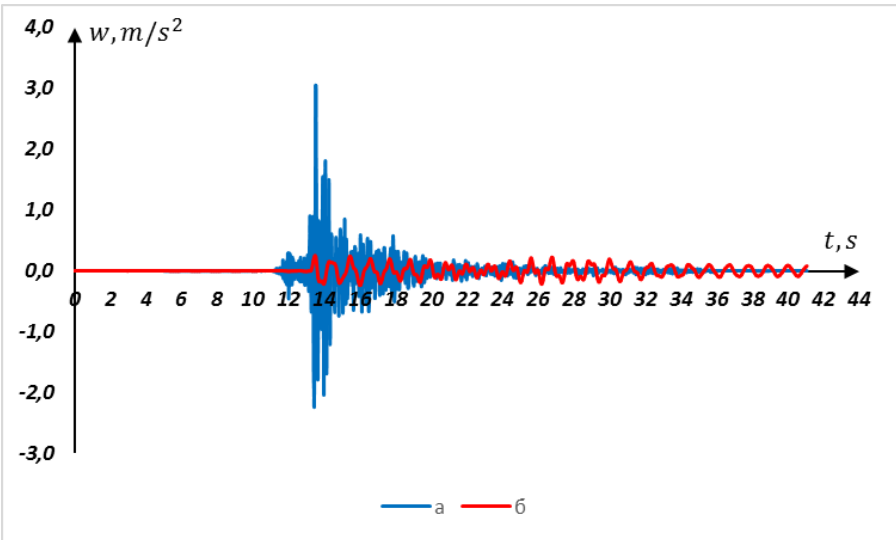


Рис. 4.23. Изменение ускорений по времени: основания (*а*) w_{max}= 3.05 м/с^2 и турбоагрегата (б) w_{max}= 0.253 м/с^2

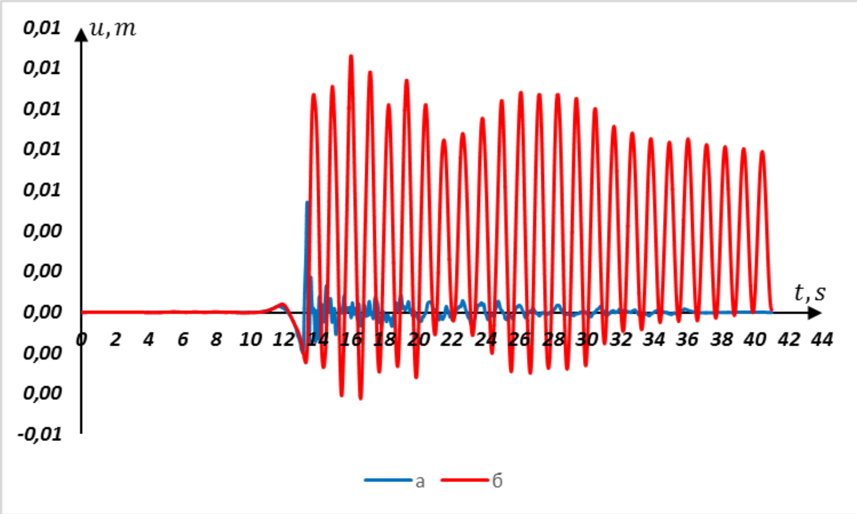


Рис. 4.24. Изменение перемещений по времени: основания (*а*) u_{max}= 0.00542 м и турбоагрегата (б) u_{max}= 0.0126 м

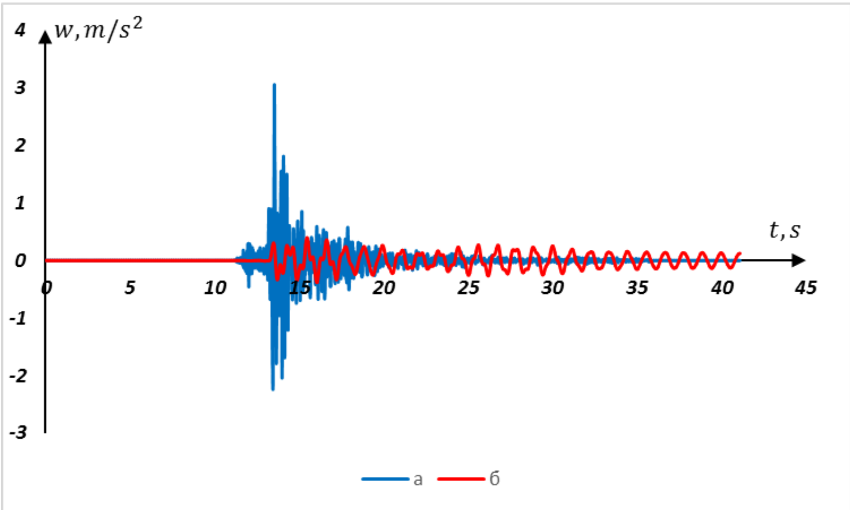


Рис. 4.25. Изменение ускорений по времени: основания (*а*) w_{max}= 3.05 м/с^2 и турбоагрегата (б) w_{max}= 0.396 м/с^2

На рис. 4.26 и 4.28 приведены сравнения перемещений основания, имеющее максимальное значение 0.0388 м, и турбоагрегата, а на рис. 4.27 и 4.29 соответствующих ускорений при землетрясении №3, 9 балльной интенсивности. Максимальные ускорения турбоагрегата при значении коэффициент сухого трения *f*=0.025 и *f*=0.05, соответственно уменьшаются 3.6 и 2.4 раза по сравнению с максимальным ускорением основания. По-видимому, сравнительно небольшое уменьшение максимального значения ускорения турбоагрегата связано с частотным составом землетрясения.

На рис. 4.30 и 4.32 приведены сравнения перемещений основания, имеющее значение 0.183 м, и турбоагрегата, а на рис. 4.31 и 4.33 соответствующих ускорений при землетрясении №4, 10 балльной интенсивности. Максимальные ускорения турбоагрегата при значении коэффициент сухого трения *f*=0.025 и *f*=0.05, соответственно уменьшаются 6.5 и 4.6 раза по сравнению с максимальным ускорением основания.

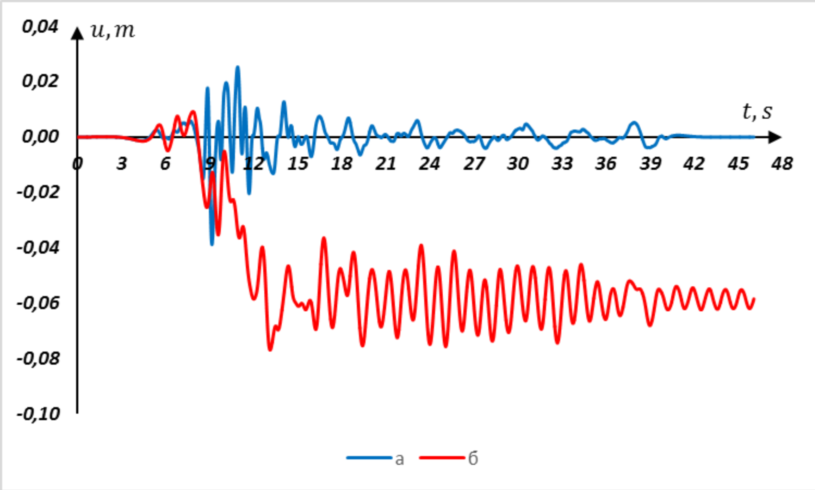


Рис. 4.26. Изменение перемещений по времени: основания (a) $u_{\max}$= 0.0388 м и турбоагрегата (б) $u_{\max}$= 0.0768 м

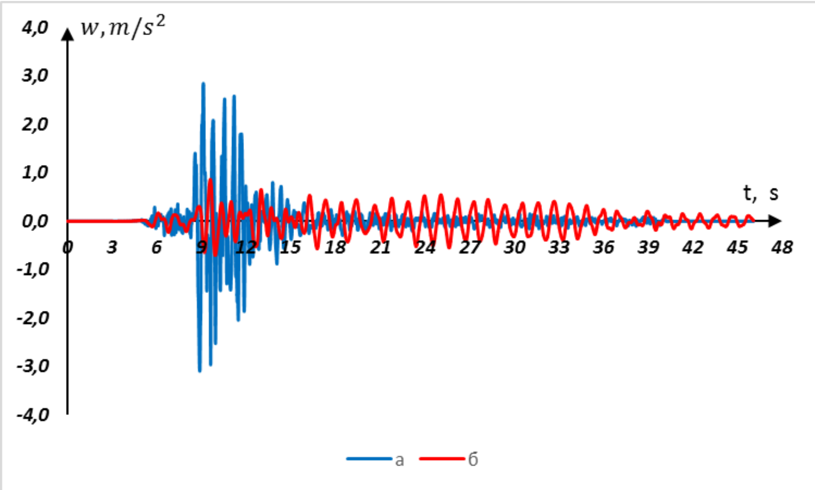


Рис. 4.27. Изменение ускорений по времени: основания (a) $w_{\max}$= 3.09 м/с^2 и турбоагрегата (б) $w_{\max}$= 0.862 м/с^2

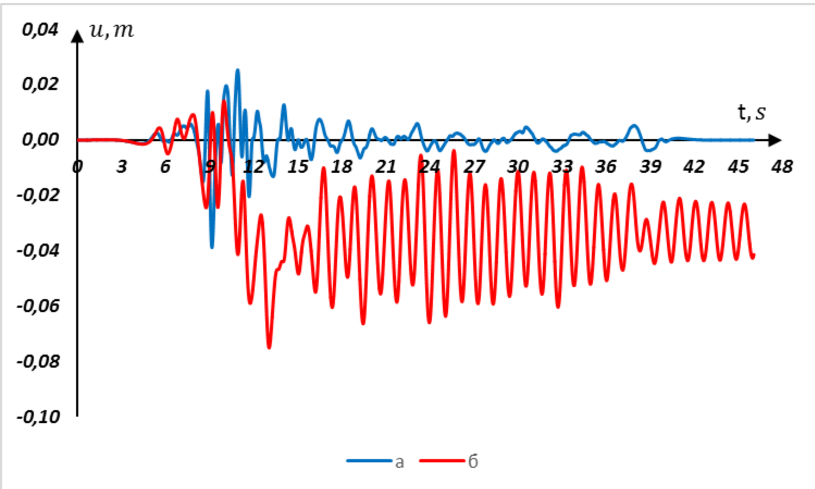


Рис. 4.28. Изменение перемещений по времени: основания (a) $u_{\max}$= 0.0388 м и турбоагрегата (б) $u_{\max}$= 0.075 м

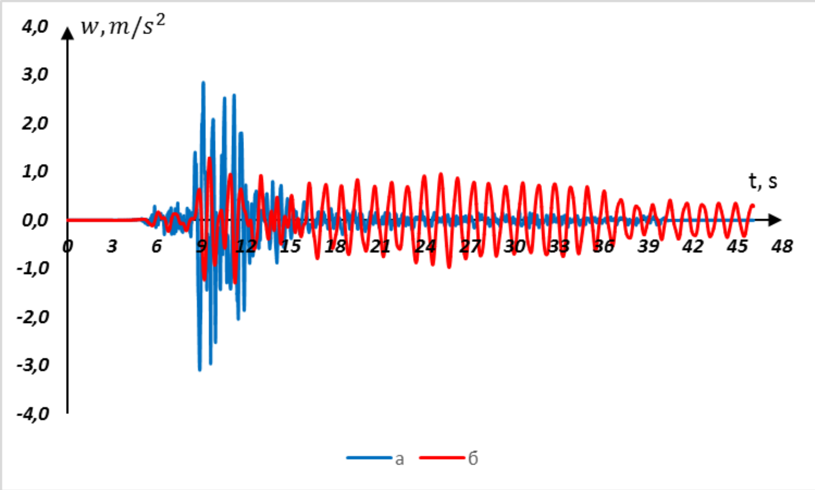


Рис. 4.29. Изменение ускорений по времени: основания (a) w_{max}= 3.09 м/с^2 и турбоагрегата (б) w_{max}= 1.29 м/с^2

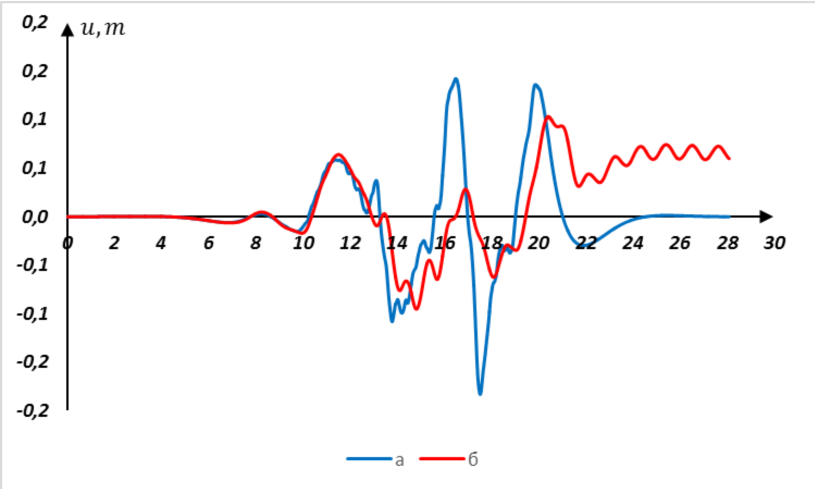


Рис. 4.30. Изменение перемещений по времени: основания (a) u_{max}= 0.183 м и турбоагрегата (б) u_{max}= 0.103 м

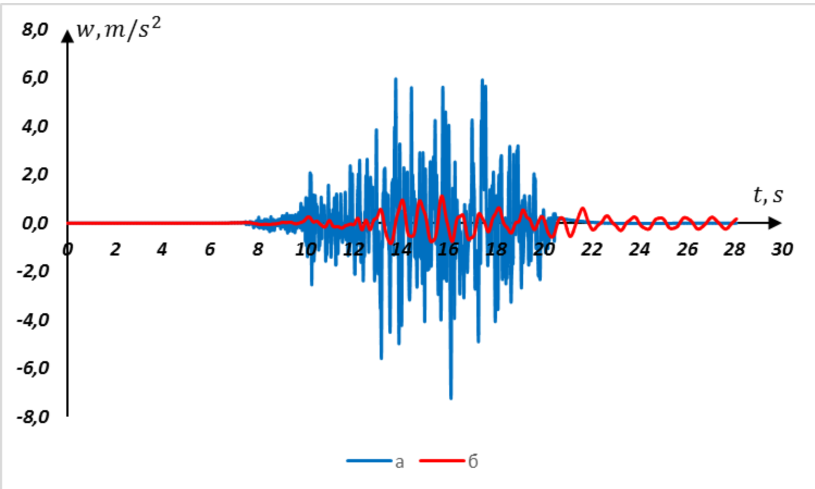


Рис. 4.31. Изменение ускорений по времени: основания (a) w_{max}= 7.23 м/с^2) и турбоагрегата (б) w_{max}= 1.12 м/с^2

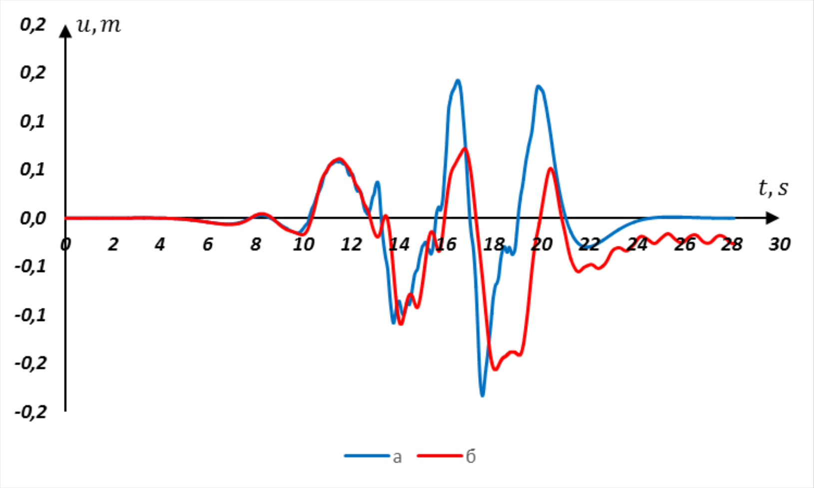


Рис. 4.32. Изменение перемещений по времени: основания (*а*) u_{max}= 0.183 м и турбоагрегата (б) u_{max}= 0.156 м

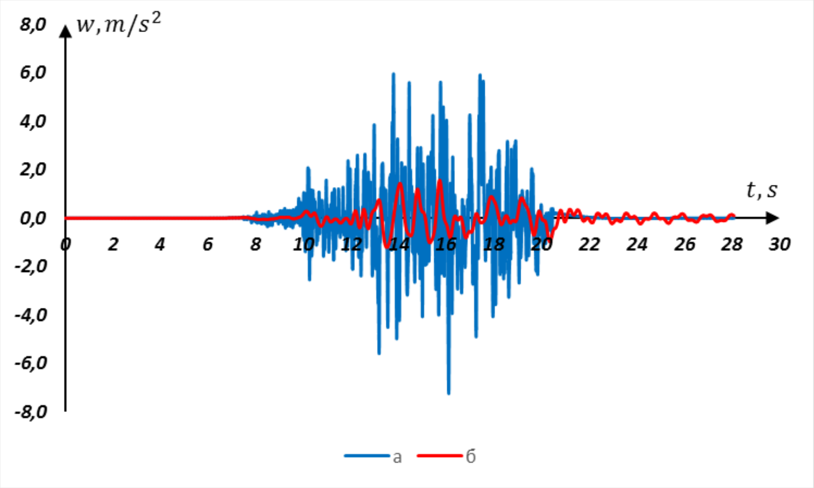


Рис. 4.33. Изменение ускорений по времени: основания (*а*) w_{max}= 7.23 м/с^2 и турбоагрегата (б) w_{max}= 1.57 м/с^2

Расчет по линейной теории, когда процесс трения заменяется слабой пружиной, что не соответствует динамическому процессу взаимодействия конструкции с основанием по принципу сухого трения, дает неверный результат.

На следующих четырех таблицах приведены максимальные значения перемещений и ускорений основания и турбоагрегата для разных землетрясений при различных значениях коэффициента сухого трения.

Таблица 4.8 – Максимальные значения горизонтального перемещения, ускорения основания и турбоагрегата без учета вертикальной компоненты землетрясения (H) и с учетом его вертикальной компоненты (HV) при землетрясении №1

	f=0.025				f=0.05			
	u_{max}, м		w_{max}, м/с^2		u_{max}, м		w_{max}, м/с^2	
	H	HV	H	HV	H	HV	H	HV
Основания	0.00287	0.00287	1.47	1.47	0.00287	0.00287	1.47	1.47
Турбоагрегата	0.0112	0.0109	0.224	0.211	0.00199	0.0126	0.352	0.354

Таблица 4.9 – Максимальные значения горизонтального перемещения, ускорения основания и турбоагрегата без учета вертикальной компоненты землетрясения (H) и с учетом его вертикальной компоненты (HV) при землетрясении №2

	f=0.025				f=0.05			
	u_{max}, м		w_{max}, м/с^2		u_{max}, м		w_{max}, м/с^2	
	H	HV	H	HV	H	HV	H	HV
Основания	0.00542	0.00542	3.05	3.05	0.00542	0.00542	3.05	3.05
Турбоагрегата	0.0141	0.0149	0.253	0.257	0.0126	0.0135	0.396	0.388

Таблица 4.10 – Максимальные значения горизонтального перемещения, ускорения основания и турбоагрегата без учета вертикальной компоненты землетрясения (H) и с учетом его вертикальной компоненты (HV) при землетрясении №3

	f=0.025				f=0.05			
	u_{max}, м		w_{max}, м/с^2		u_{max}, м		w_{max}, м/с^2	
	H	HV	H	HV	H	HV	H	HV
Основания	0.0388	0.0388	3.09	3.09	0.0388	0.0388	3.09	3.09
Турбоагрегата	0.0768	0.0782	0.862	1	0.075	0.129	1.29	1.45

Таблица 4.11 – Максимальные значения горизонтального перемещения, ускорения основания и турбоагрегата без учета вертикальной компоненты землетрясения (H) и с учетом его вертикальной компоненты (HV) при землетрясении №4

	f=0.025				f=0.05			
	u_{max}, м		w_{max}, м/с^2		u_{max}, м		w_{max}, м/с^2	
	H	HV	H	HV	H	HV	H	HV
Основания	0.183	0.183	7.23	7.23	0.183	0.183	7.23	7.23
Турбоагрегата	0.103	0.421	1.12	2.53	0.156	0.324	1.57	2.84

Учет вертикальной компоненты сейсмической волны неоднозначно влияет на максимальные значения перемещений и ускорений турбоагрегата. В зависимости от интенсивности землетрясения и спектрального состава его записи, а также от механических характеристик конструкции возможно увеличение или уменьшение максимального ускорения турбоагрегата при учете вертикальной составляющей сейсмической волны. На нашем примере чем больше интенсивность землетрясения, тем большее влияние вертикальной компоненты сейсмической волны на сдвиговые ускорения турбоагрегата, т.е. сдвиговые ускорения увеличиваются.

Выводы. Плоские слайдеры, используемые для сейсмоизоляции конструкций, позволяют снижать максимальное значение ускорения в несколько раз в зависимости от массы конструкции, коэффициента сухого трения и характера сейсмического воздействия, т.е. от интенсивности и доминантных частот.

Учет вертикальной компоненты сейсмической волны неоднозначно влияет на максимальные значения перемещений и ускорений турбоагрегата. В зависимости от интенсивности землетрясения и спектрального состава его записи, а также от механических характеристик конструкции возможно увеличение или уменьшение максимального ускорения турбоагрегата при учете вертикальной составляющей сейсмической волны. Увеличение интенсивности землетрясения приводит к увеличению сдвигового ускорения при учете вертикальной компоненты сейсмической волны.

Использование в расчетах линейной модели взаимодействия вместо модели сухого трения Кулона приведет к ошибочным результатам.

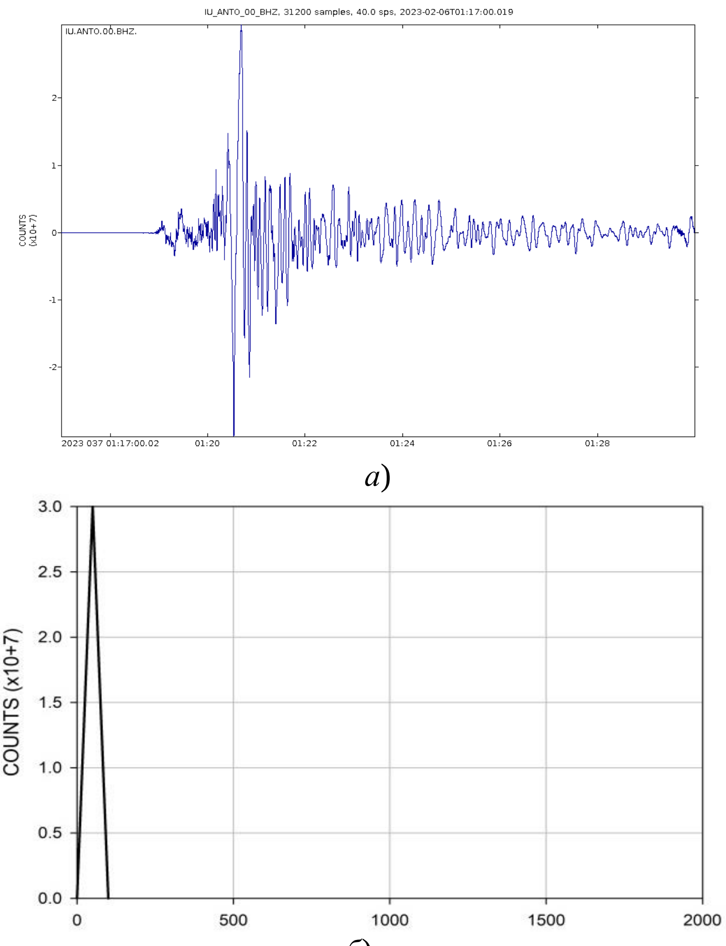
К заключению об эффективности используемого слайдера необходимо прийти на основе расчетов по наборам записей землетрясений, по интенсивности и спектральному составу частот близких к выбранной площадке строительства.

ГЛАВА 5. УРОКИ Землетрясения Кахраманмарас 06.02.2023: Математические модели, оценки и методы сейсмической защиты

5.1. Введение

Недавнее землетрясение (06.02.2023) магнитудой M_w 7.8 и последующие сильные афтершоки магнитудой M_w 7.5, произошедшие в районе Кахраманмарас (Kahramanmaraş) в Турции и близких к ней регионах Сирии, имели относительно неглубокий гипоцентр, расположенный в осадочных слоях земной коры, примерно на 10 000 м ниже уровня океана [149, 150].

Оценка интенсивности землетрясения в городах Газиантеп и Килис составила XI баллов по модифицированной шкале Меркалли [151, 152]. В течение марта – апреля 2023 года афтершоки продолжались и, вероятно, будут продолжаться еще около года после главного толчка [151].



а)

б)

Рис. 5.1. *а*) Горизонтальная компонента сейсмограммы главного толчка в 01:17 по Гринвичу, измерения на станции IU ANTO, Анкара, Турция, расположенной в 235 км от эпицентра; *б*) дельта-подобный импульс, соответствующий одному из двух самых больших пиков, каждый длительностью примерно 50 мс

Анализ сейсмограмм, записанных на разных станциях, показывает наличие значительного горизонтально-поляризованного дельта-образного импульса, имевшего место во временном интервале 01:20 - 01:22; см. рис. 5.1, *а*. Это связано с приходом пика горизонтально поляризованной S-волны большой интенсивности и малой длительности. По оценкам авторов длительность пиковых импульсов составляет ~50 мс. Рассмотрение этой сейсмограммы в лучшем разрешении показывает, что два пика на самом деле состоят из двух дельтаобразных импульсов почти одинаковой амплитуды и длительности, как показано на рис. 5.1, *б*. Отметим, что разрешение сейсмограммы ограничено временем дискретизации также порядка 50 мс [153, 154].

Аналогичные чрезвычайно большие импульсы малой продолжительности также были зарегистрированы при некоторых сильных землетрясениях, вызвавших большие человеческие жертвы и серьезные разрушения, например, Землетрясение в Кобе магнитудой 6,9 произошло 17 января 1995 г. [155]; см. рис. 5.2.

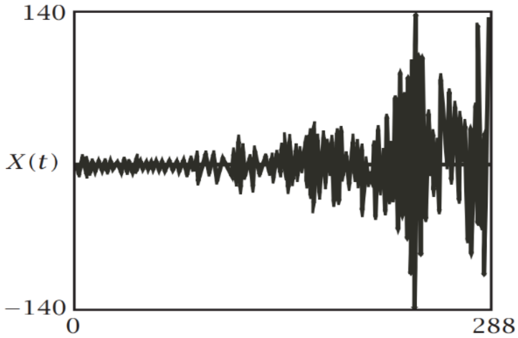


Рис. 5.2. Интегральная сейсмограмма землетрясения в г. Кобе (Япония), произошедшего 17 января 1995 [155]. На сейсмограмме заметен пик, связанный с приходом δ-образной ударной волны, сопровождавшей S-волну значительной магнитуды [155]

Иногда большие пики имеют место при появлении волн Рэлея, Рэлея-Лэмба или горизонтально поляризованных волн Лява большой интенсивности [156, 157]; см. сейсмограмму землетрясения в Гаити магнитудой Mw 7.0 от 12.01.2010 г. (рис. 5.3).

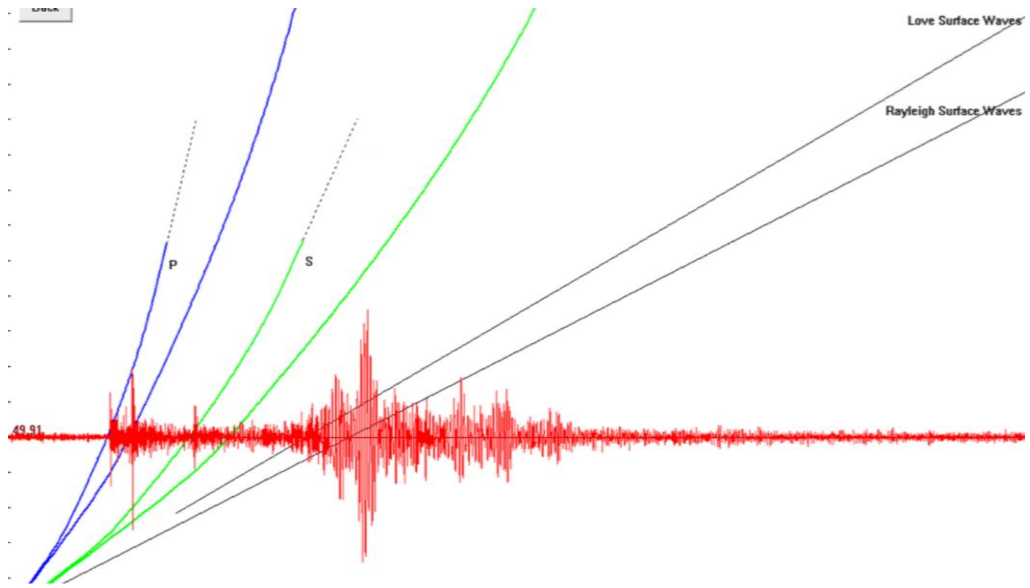


Рис. 5.3. Большая интенсивность и малая длительность пиков связаны с приходом поверхностных волн Рэлея магнитудой M_w 7.0; землетрясение в Гаити 12.01.2010 [158]

Следует отметить, что более распространенной является ситуация, когда записанные сейсмограммы не содержат импульсов столь большой величины и малой длительности; образец такой сейсмограммы приведён на рис. 5.4.

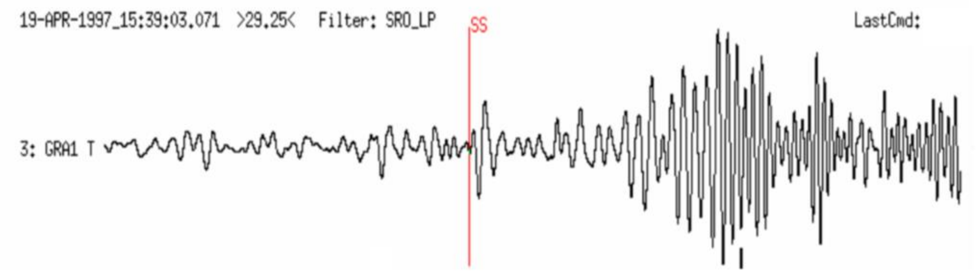


Рис. 5.4. Типичная сейсмограмма; землетрясение вблизи острова Северная земля, произошедшее 19 апреля 1997 [159]; красной линией отмечено начало прихода S-волн, а так же поверхностных волн Рэлея – Лэмба, по [159]

5.2. Спектр треугольного импульса

Рассмотрим интегральное преобразование Фурье одиночного треугольного импульса, показанного на рис. 5.1, *б*.

$$\tilde{f}(\omega) = \int_{-T}^{T} f(t) \exp(-i\omega t) dt, \tag{5.2.1}$$

где ω – круговая частота колебаний; $f(t)$ – функция, интегрируемая во временной области: $\mathrm{supp} f = [-T; T]$

$$f(t) = \frac{p}{T} \times \begin{cases} t + T, & -T < t < 0 \\ T - t, & 0 < t < T \end{cases}, \tag{5.2.2}$$

где p – амплитудный множитель. Здесь импульс сдвинут на T по оси времени, чтобы избежать асимметрии, что обеспечивает отсутствие мнимой части в спектре Фурье.

Применение преобразования (5.2.1) к функции (5.2.2) дает соответствующую спектральную функцию Фурье [160]

$$\tilde{f}(\omega) = pT \cdot \sin c^2\left(\frac{\omega T}{2}\right), \tag{5.2.3}$$

где

$$\mathrm{sinc}(t) = \frac{\sin t}{t}. \tag{5.2.4}$$

Ввиду уравнения (5.2.3) графики для соответствующих спектров Фурье будут выглядеть следующим образом (см. рис. 5.5).

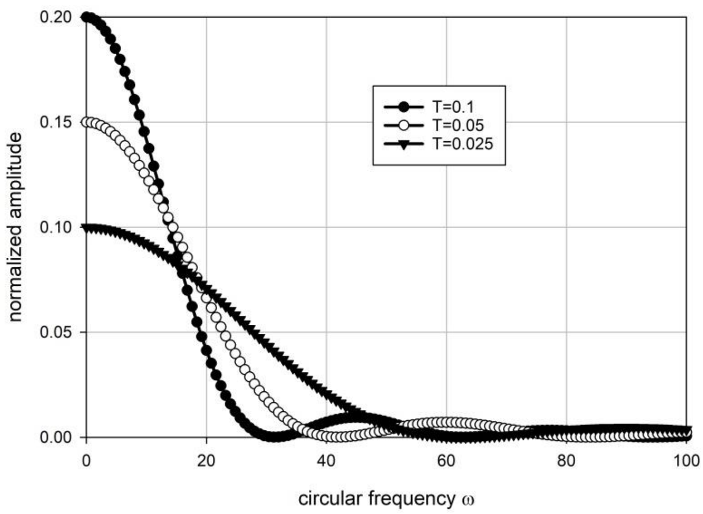


Рис. 5.5. Спектры Фурье дельта-подобных импульсов при разных *T*

Графики на рис. 5.5 четко указывают на существенные максимумы на нулевой частоте.

5.3. АЧХ для типового сейсмоизолирующего устройства

Предположим, что здание оборудовано сейсмоизолирующим устройством, соответствующим модели Кельвина – Фойгта или более сложной модели Ценера, известной также как стандартная вязкоупругая модель [161, 162]; см. рис. 5.6, *а*, *б*. Основные уравнения для моделей Кельвина – Фойгта и Ценера могут быть представлены в форме Коши [163].

$$\frac{d}{dt}\mathbf{Y}(t) = \mathbf{G}\cdot\mathbf{Y}(t) + \mathbf{U}(t), \tag{5.3.1}$$

где для модели Кельвина – Фойгта

$$\mathbf{Y}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix}; \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -\eta/m \end{pmatrix}; \quad \mathbf{U}(t) = \mathbf{U}_0 \exp(i\omega t). \tag{5.3.2}$$

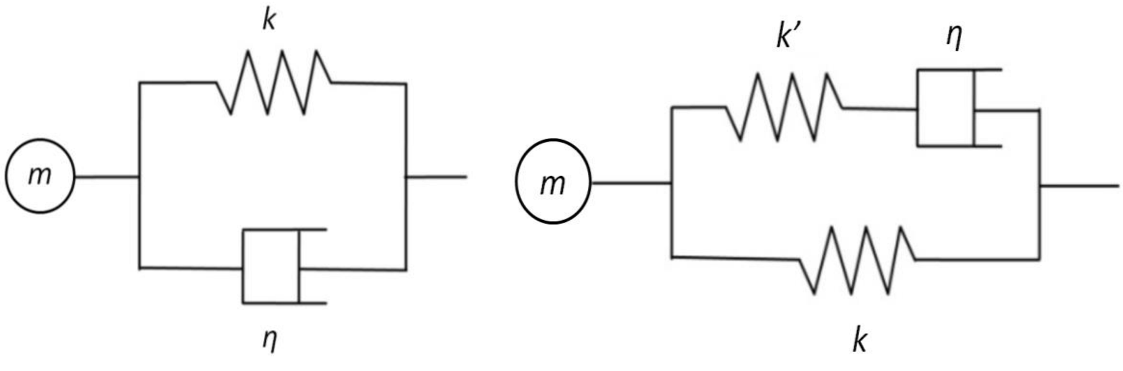
Здесь, $x(t)$ – перемещение массы; $v(t) = \dot{x}(t)$; η – вязкость демпфера; k – жёсткость пружины; m – масса; $\mathbf{U}_0$ – амплитуда внешней нагрузки. Отметим, что $\mathbf{G}$ – полустабильная матрица [163]. Для модели Ценера со вспомогательной пружиной соответствующие параметры будут выглядеть следующим образом

$$\mathbf{Y}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ v_1(t) \end{pmatrix}; \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ k'/\eta & -k'/\eta & 0 \\ -(k+k')/m & k'/m & 0 \end{pmatrix}, \tag{5.3.3}$$

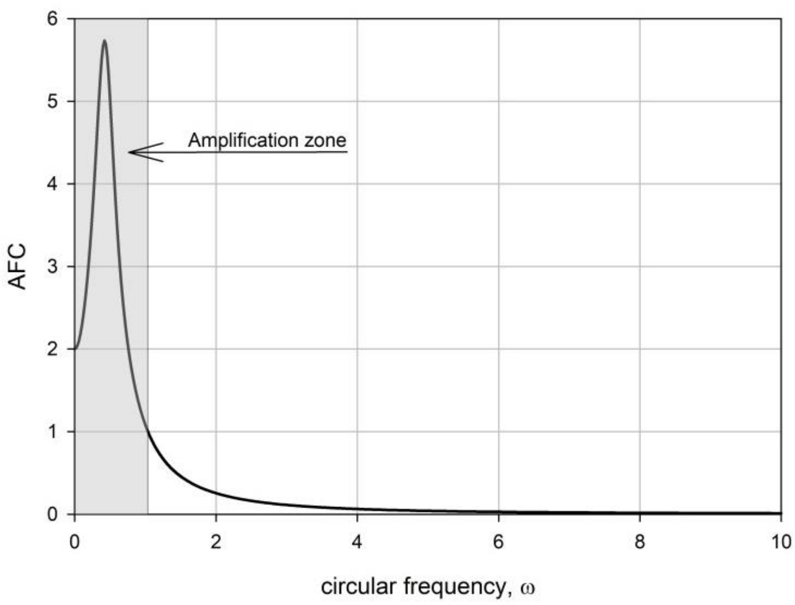
где $x_1(t), v_1(t)$ – отклонение и скорость массы; $x_2(t)$ – отклонение вспомогательной пружины; k' – жесткость вспомогательной пружины.

Решение уравнения (5.3.1) при разных частотах возбуждения дает амплитудно-частотную характеристику (АЧХ); типичная АЧХ для модели Ценера показана на рис. 5.6, *в*.

Здесь надо отметить, что для всех известных в настоящее время математических моделей сейсмоизолирующих систем на основе резинометаллических вибро- и сейсмоизоляторов, в районе малых частот наблюдается зона усиления сигнала, приведенная на рис. 5.6, *в*.



а) *б*)



в)

Рис. 5.6. *а*) модель Кельвина-Фойгта; *б*) модель Ценера; *в*) Типичная АЧХ сейсмоизолятора, созданного по модели Ценера; серым цветом показана зона усиления сигнала

График на рис. 5.6, *в* наглядно свидетельствует о том, что типичный сейсмоизолятор идеально подходит для демпфирования относительно высоких частот ($\omega>1$), но генерирует значительное усиление сигнала в меньшем диапазоне частот ($\omega<1$), точнее, там, где дельта-подобный импульс достигает максимума; см. рис. 5.4. Таким образом, рассматриваемые сейсмоизолирующие устройства становятся не только бесполезными на низких частотах, но и усиливают сейсмические сигналы в низкочастотном диапазоне.

5.4. Обрушение каркасного здания без сейсмоизоляции

Рассмотрим далее воздействие высокоинтенсивной сейсмической дельтаобразной *S*-волны на каркас здания, не имеющего сейсмоизоляции.

Анализ методом конечных элементов (МКЭ) воздействия дельта-образного импульса *S*-волны большой амплитуды и малой длительности, соответствующего ускорению 1 g (~9,8 м/с^2), показывает, (i) появление полей напряжений высокой интенсивности как в колоннах, так и в плитах, особенно в нижней части здания; (ii) множественные зоны повреждения, появляющиеся в основном на задних фронтах отражённых волн; и, (iii) разрушение элементов каркаса до начала колебаний, т.е. до начала образования стоячих волн; см. рис. 5.7. Последний вывод наглядно иллюстрирует бесполезность применения виброгасителей для смягчения высокоинтенсивных и кратковременных дельтаобразных импульсных нагрузок.

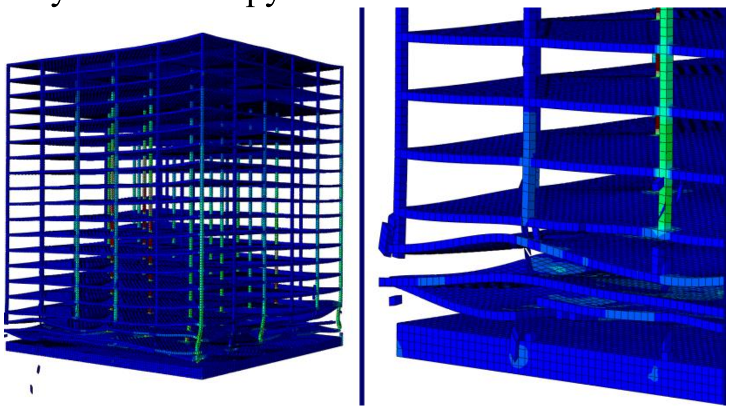


Рис. 5.7. Обрушение каркаса здания, вызванное появлением ударных волн высокой интенсивности; КЭ моделирование

Рис. 5.7 иллюстрирует разрушение элементов каркаса здания, начиная с нижних этажей, при этом *S*-волна высокой интенсивности распространяется вверх. Таким образом, проведенный МКЭ анализ наряду с многочисленными наблюдениями [149 – 159], указывает на необходимость создания систем сейсмозащиты от рассматриваемых видов кратковременных сейсмических импульсов большой интенсивности.

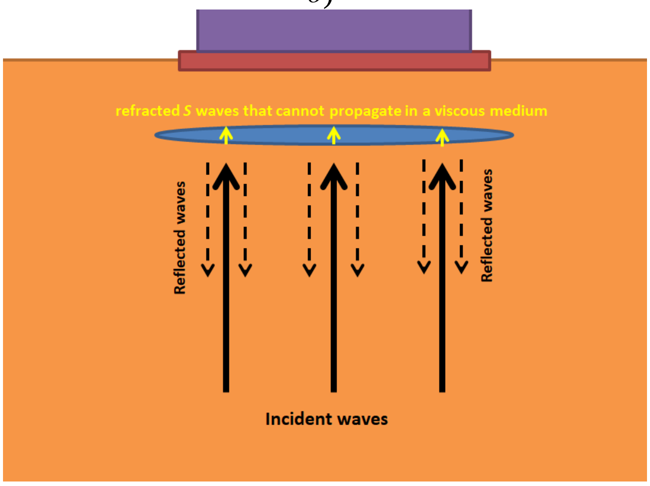
5.5. Как обеспечить сейсмическую защиту при появлении ударных волн высокой интенсивности?

5.5.1 Сейсмические подушки, обзор. Возникает закономерный вопрос, как обеспечить сейсмозащиту от мощных, но при этом кратковременных сейсмических импульсов. Это особенно важно ввиду принципиальной неспособности широко используемых сейсмоизолирующих устройств гасить столь короткие импульсы.

По-видимому, первой известной системой естественной сейсмической защиты, способной защитить от сильных колебаний грунта, вызванных сейсмическими волнами высокой интенсивности, является гостиница «Империал» в Токио, спроектированная в 1923 году Фрэнком Ллойдом Райтом. Здание располагалось над реликтовым болотом, которое выполняло роль сейсмической подушки, защищавшей здание от S-волн во время Великого землетрясения Канто с Mw 7.9 – 8.2, произошедшего 01.09.1923 г., в том же году, когда строительство здания было завершено [164].

а)

б)



в)

Рис. 5.8. *а*) Империал отель, Токио, 1923 [164]; *б*) Катастрофические разрушения в окрестности Империал отеля; *в*) Принципиальная схема сейсмической подушки на основе реликтового болота, выполнявшего роль сейсмической подушки

Также известно [165], что большая часть окружающих зданий была разрушена землетрясением. Принципиальная схема сейсмической площадки представлена на рис. 5.8.

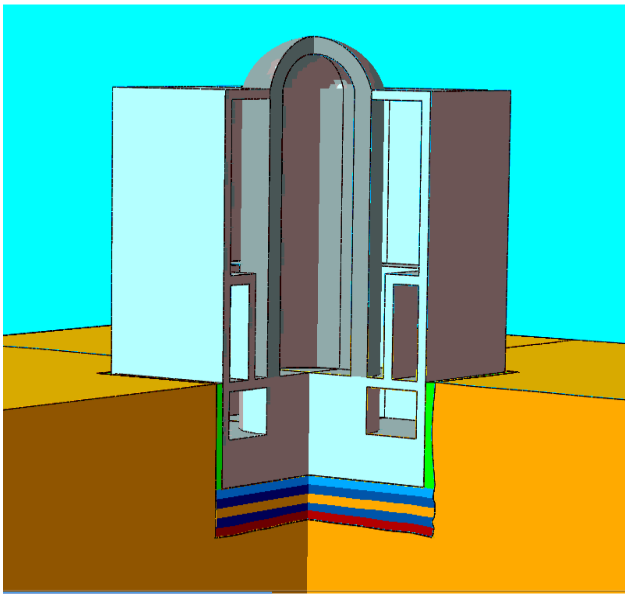
В настоящее время существует несколько подходов к смягчению воздействия рассматриваемых сильных ударных импульсов поперечных S-волн. Некоторые из этих подходов уже разработаны, в то время как другие еще находятся в стадии разработки. Отметим следующие подходы:

(I) При проектировании фундаментов для мостов в сейсмоопасных районах было разработано и реализовано решение, основанное на создании сейсмической подушки из калиброванных природных камней, размещенных между оголовками свай и нижней поверхностью ростверка. Таким образом, по-видимому, впервые для столь крупных сооружений ростверк был отделен от свай. Это решение было использовано при строительстве моста Рион-Антирион и некоторых других большепролетных мостов [166, 167], проект выполнен компанией Geodynamique® (Франция). Хотя такая подушка не может отражать энергию сейсмических волн из-за небольшой разницы в акустическом импедансе между сейсмической подушкой и железобетоном, она все же может рассеивать часть волновой энергии внутри подушки благодаря относительному движению камней [168].

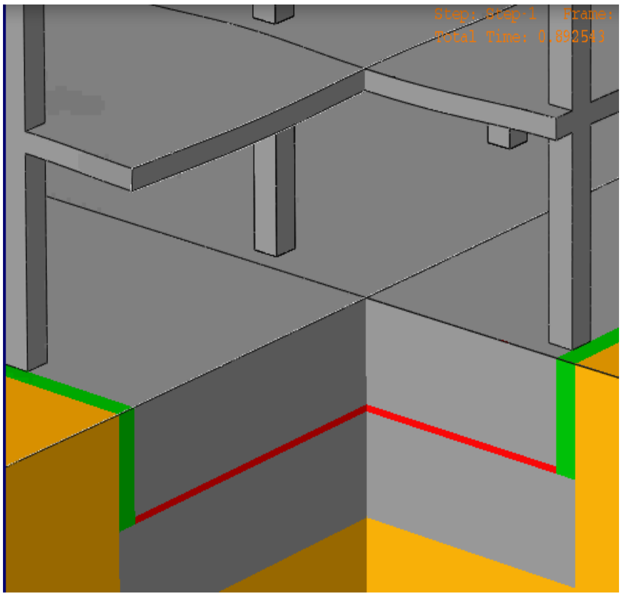
(II) Система сейсмозащиты зданий, разработанная компанией Marathon Alliance® (Австралия), заключается в установке сейсмической подушки либо под фундаментную плиту (рис. 5.9, *а*), либо внутри ростверка в случае свайного фундамента (рис. 5.9, *б*); см. [169]. Разрабатываемые сейсмические подушки выполнены из гранулированных метаматериалов, обеспечивающих (1) отражение приходящих сейсмических волн в широком диапазоне соответствующих спектральных частот и (2) поглощение механической энергии сейсмических волн внутри гранулированного метаматериала за счет образования в микроструктуре материала множественных ударных волновых фронтов. Таким образом, более чем в четыре раза ослабляется энергия сейсмических волн. Срок службы рассматриваемых гранулированных метаматериалов сравним со сроком службы защищаемого сооружения из-за неорганической природы гранул, изготавливаемых из плавленого базальта [169], или плавленого стекла.

(III) Сейсмические подушки, специально сконструированные для сейсмоизоляции высокоточного оборудования, например, использование эластомерных листов в сочетании с механическими ползунками [170].

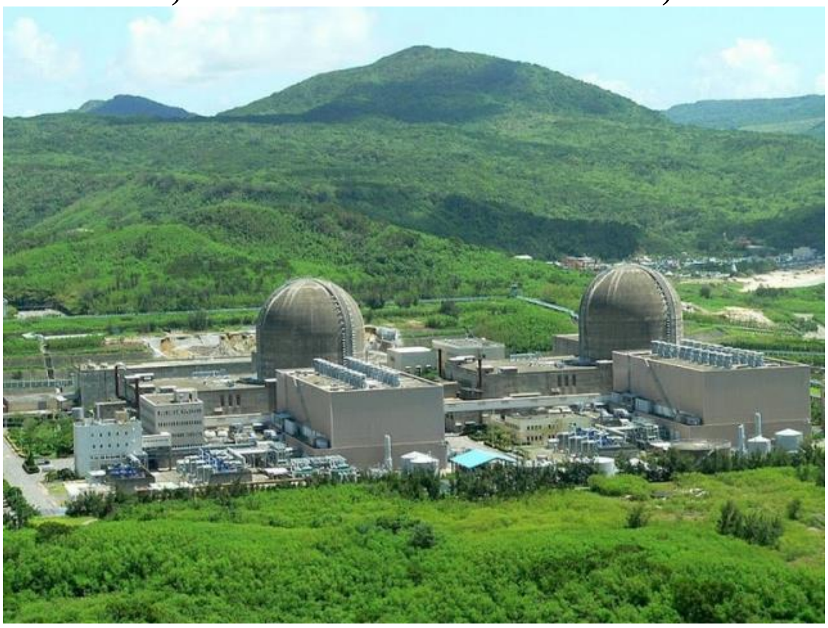
(IV) Сейсмические прокладки из листов фторопласта, имеющие очень малый коэффициент трения и служащие для получения поверхностей, практически свободных от трения скольжения [80, 143]. Этот подход также можно отнести к системам сейсмозащиты на основе метаповерхностей, так как он основан на концепции поверхностей скольжения.



а)



б)



в)

Рис. 5.9. Сейсмические подушки для защиты: *а*) Здание реактора АЭС защищено как от P-волн, так и от S-ударных волн, композитная подушка из акустически контрастных слоев (слои выделены разными цветами) размещена под конструкцией фундамента [169]; *б*) разделение фундаментной плиты сейсмостойкой подушкой (красная линия); *в*) Энергоблоки атомной станции Нанван (Тайвань), с проектируемой системой сейсмической защиты на основе подушек из гранулированных метаматериалов

(V) Сейсмические подушки из материалов, обладающих малым акустическим импедансом, по сравнению с грунтовыми массивами, что обеспечивает отражение энергии сейсмических S и P волн от соответствующих подушек.

5.5.2 Сейсмические подушки, основные принципы. Рассмотренные сейсмические подушки способны обеспечить сейсмическую защиту от S-волн большой интенсивности в широком диапазоне частот, причем, как уже упоминалось ранее, некоторые виды подушек способны защищать как от продольных, так и от поперечных волн. В этой связи, можно сформулировать три основных принципа, обеспечивающих применимость и эффективность рассматриваемых сейсмических подушек:

(A) Различие акустических импедансов окружающего массива грунта, бетона и гранулированного метаматериала, используемого для сейсмической подушки (не относится к сейсмической подушке из фторопластовых листов). Этот принцип обеспечивает отражение энергии сейсмических волн на границах между сейсмической подушкой и грунтом или бетоном, тем самым уменьшая энергию волн, распространяющихся в вышележащие конструкции защищаемого сооружения. Отметим также, что коэффициенты отражения-преломления не зависят от частоты волны в соответствии с теорией Knott – Zoeppritz [171], независимость от частоты обеспечивает главное преимущество сейсмической подушки перед более распространенными сейсмоизолирующими устройствами; см. раздел 5.2.

(B) Формирование и распространение ударных волновых фронтов в микроструктуре гранулированного метаматериала, что приводит к существенной диссипации волновой энергии внутри сейсмической подушки [172]. Этот необычный эффект доминирует в рассеянии волновой энергии внутри гранулированного метаматериала [173].

(C) Возможность относительного перемещения различных гранул внутри подушки, что обеспечивает дополнительное ослабление энергии сейсмических волн. Учет сухого трения на контактирующих поверхностях между гранулами дает еще один источник рассеяния механической энергии в микроструктуре метаматериала [174–176].

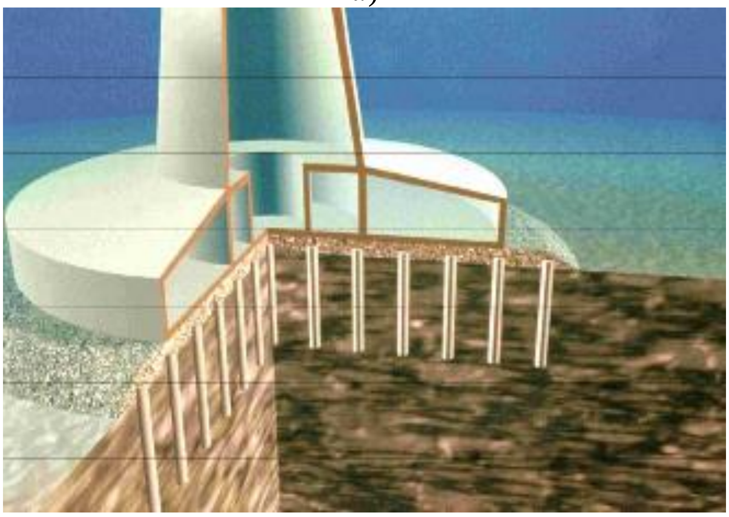
5.6. Заключительные замечания

Анализ сейсмограмм недавнего разрушительного землетрясения магнитудой Mw 7.8, произошедшего 6 февраля 2023 года в районе Кахраманмарас (Kahramanmaraş), выявил появление на сейсмограмме землетрясения необычно сильного дельта-образного импульса S-волны. Как было указано, наблюдаемый дельта-образный импульс соответствует большому пику, имеющему максимум на нулевой частоте, что делает большинство широко используемых сейсмоизолирующих устройств практически непригодными, или даже опасными при появлении дельта-образных импульсов, поскольку рассматриваемые сейсмоизоляторы усиливают сигналы вблизи нулевой частоты.

Анализ существующих и разрабатываемых способов сейсмозащиты на основе различных сейсмических подушек, содержащих гранулированные метаматериалы, выявил основные преимущества этих способов сейсмозащиты по сравнению с другими видами сейсмоизоляции, особенно в связи с появлением дельта-образных импульсов на сейсмограммах землетрясений.

Еще одно интересное применение естественных гранулированных материалов, связано с использованием сейсмических подушек из калиброванных камней, уложенных между свайным полем о подошвой ростверка фундаментных конструкций мостовых опор, см. рис. 5.10.

а)



б)

Рис. 5.10. *а*) Мост Рион – АнтирионРион-Антирион через Коринфский пролив в Южной Греции; *б*) Подушка из гранулированных материалов между оголовками свай и подошвой ростверка опорной части моста [177 – 179]

Благодарность

Работа финансировалась Министерством науки и высшего образования РФ, проект № FSWG-2023-0004 «Система территориальной сейсмической защиты критически важных объектов инфраструктуры на основе гранулированных метаматериалов, обладающих свойствами широкодиапазонных фононных кристаллов».

ГЛАВА 6. Экспериментальная и численная оценка устройств сейсмической защиты оборудования высоковольтных подстанций

Введение. Технология сейсмоизоляции и других сейсмозащитных устройств за последние годы существенно изменилась. В настоящее время производители предлагают широкий выбор таких устройств, обладающих четко определенными свойствами, которые можно адаптировать практически к любому практическому применению. Старая версия норматива США IEEE693 [180], направленный на обеспечение сейсмостойкости оборудования высоковольтных подстанций, отставал от требований практики. Это было отмечено в нескольких работах [181 – 183]. В результате совместной работы группы экспертов (включая автора этой главы) были разработаны основные положения для внесения изменений, касающихся вопросов сейсмозащиты высоко важного оборудования высоковольтных подстанций [184]. Эти рекомендации стали основой для нового Приложения W в последней версии норматива [185]. Хотя эти новые рекомендации [184] были основаны на знании и результатах работ ведущих экспертов, возникла потребность в научно-исследовательской программе, которое системно рассмотрит все эти вопросы и подтвердит рекомендации экспериментальным и численным путями. Оно описано вкратце ниже.

Данное исследование было предпринято с целью дальнейшего расширения и продвижения применения сейсмозащитных устройств для защиты высоко важного оборудования высоковольтных подстанций. В этой главе описаны результаты обширных компонентных и полномасштабных испытаний сейсмически изолированного высоковольтного оборудования на сейсмоплатформе. Все эти исследования были проведены в ходе многолетней научно-исследовательской программы, проведенной в Калифорнийском Университете в Беркли, штат Калифорния, США. Эта программа была финансирована Научно-исследовательским Институтом Электроэнергетики (The Electric Power Research Institute: EPRI), штат Калифорния, США. Программа компонентного тестирования соответствовала требованиям недавно разработанного Приложения W, которое является частью обновленной версии норматива IEEE693 опубликованного в 2018 году [185]. Результаты этой программы были использованы для экспериментального обоснования нескольких положений в этом норматива и его улучшения.

Одной из основных фаз этой программы было определение разработка синтетических асселерограмм и модификация выборки существующих асселерограмм дли использования в квалификационных тестах на сейсмоплатформе или при численном моделировании высоковольтного оборудования. Результаты этой фазы были обобщены в нескольких публикациях [186 – 188].

Экспериментальная программа полномасштабных систем была в основном сфокусирована на высоковольтном оборудовании среднего и легкого веса (по сравнению с весом зданий). По результатам исследований было опубликовано множество статей, которые были систематизированы в отдельной работе [189]. Полномасштабные испытания были проведены на сейсмоплатформе при использовании стандартных землетрясений с максимальным ускорением 1,0 g, спектральные кривые которых отвечают требованиям норматива [185]. В исследование были включены следующие широко используемые устройства сейсмической защиты: проволочные тросы, фрикционные демпферы и сейсмоизоляторы, основанные на скольжении по маятниковым траекториям. В ходе выполнения программы были выявлены несколько реальных применений каждого типа сейсмозащиты. В дополнение к обширной экспериментальной программе были созданы конечно-элементные модели сейсмозащищенного оборудования и сопоставлены с экспериментальными результатами. Изменчивость сейсмического поведения этих нелинейных систем, подвергнутых воздействию набора акселерограмм, совместимых со спектром IEEE693, изучалась как в экспериментальных, так и в численных исследованиях. Экспериментальные и численные исследования систем с фиксированным и изолированным основанием ясно продемонстрировали преимущества этих защитных устройств для снижения сейсмической нагрузки на уязвимое высоковольтное оборудование. По результатам исследования сформированы рекомендации по применению устройств защиты с целью оптимизации их использования.

Эта глава представляет результаты для одного из типов сейсмозащиты, а именно демпферов, сделанных из витых стальных тросов.

6.1. Компонентные испытания сейсмозащитных устройств

Компонентные испытание демпферов, сделанных из витых стальных тросов (Wire Rope – WR). Для достижения целей исследования и изучения характеристик имеющихся в продаже устройств сейсмической защиты для проекта был приобретен комплект из четырех WR [190]. Из списка имеющихся в продаже моделей была выбрана одна из наиболее подходящих, представленная на рис.6.1 [190]. Производителю было предложено предоставить все технические характеристики, которые обычно предоставляются клиентам, внедряющим устройства в свою конструкцию. Производителем были предоставлены результаты монотонных испытаний, проведенных на репрезентативных образцах этой модели. Кроме того, были предоставлены заводские сертификаты на сталь, используемую при изготовлении WR.

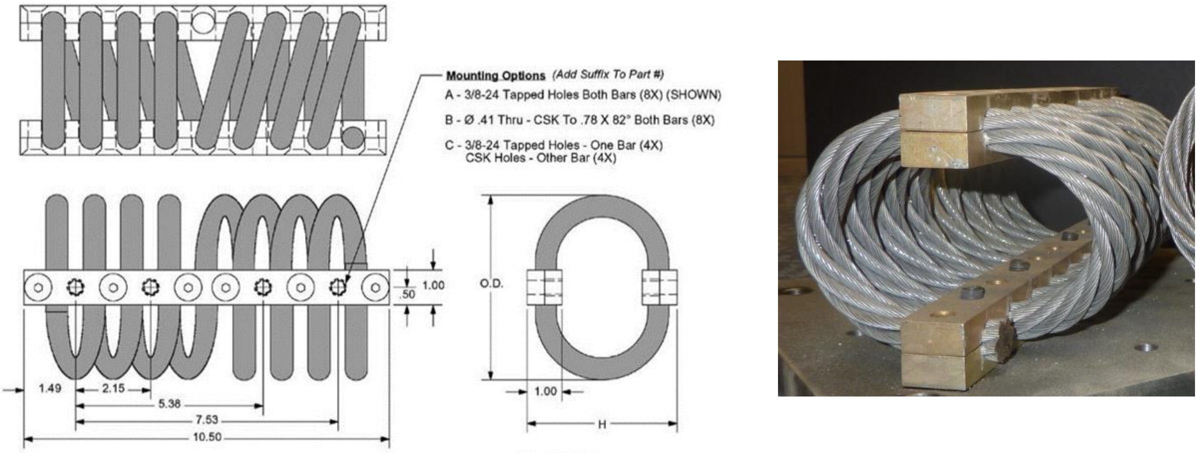


Рис. 6.1. Демпферы, сделанные из витых стальных тросов (WR)

Вся документация, поставляемая производителем по механическим свойствам, представлена на рис. 6.2.

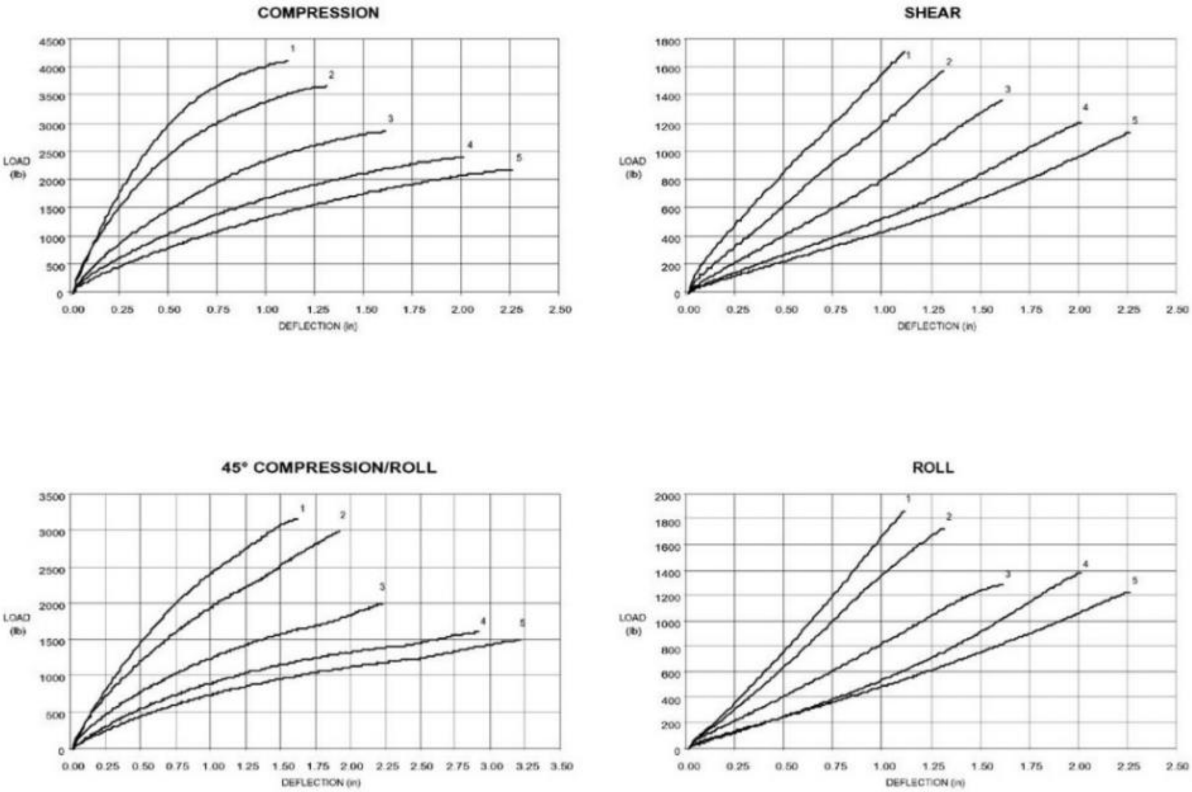


Рис. 6.2. Механические свойства демпфера, сделанного из витых стальных тросов (WR)

Как показано на рис. 6.2, документация, предоставленная производителем, имела ряд недостатков. Во-первых, кривые зависимости усилия от перемещения были получены в монотонной односторонней конфигурации сжатия или вытягивания без какой-либо циклической нагрузки. Во-вторых, вертикальная нагрузка на WR во время испытаний не была указана, и предполагалось, что результаты получены в результате испытаний на фиксированный сдвиг и фиксированный крен. В-третьих, испытания проводились со статической нагрузкой, поэтому по результатам испытаний нельзя оценить зависимость механического поведения от скорости нагрузки. В-четвертых, также отсутствовала оценка разброса механических параметров при переходе от одного устройства к другому. Не была учтена возможность старения при многократном нагружении. В-пятых, отсутствовали результаты испытаний с комбинированным осевым и сдвиговым нагружением. В-шестых, не была представлена оценка максимальной несущей способности.

Поскольку все эти вопросы необходимо решить для надлежащего численного моделирования устройств сейсмической защиты, стандарт IEEE693-2018 [185] требует проведения компонентного тестирования устройств, которые будут использоваться для защиты оборудования высоковольтных подстанций от землетрясений. Протокол испытаний, рекомендованный в [185], был применен в программе компонентного тестирования, представленной в следующем разделе.

Поскольку это не было указано в данных производителя, предполагалось, что результаты, представленные на рис. 6.2, были получены в результате широко используемых испытаний на фиксированный сдвиг и фиксированный крен [191], которые показаны на рис. 6.3. Как показано на рисунке, во время этих испытаний вертикальная высота верхней планки не изменяется по отношению к нижней планке. Это приведет к одновременному изменению сдвиговой и осевой нагрузки, которая не соответствует нагрузке на WR, установленные под высоковольтным оборудованием. Поэтому для независимого тестирования WR в вертикальном и горизонтальном направлениях была разработана специальная двумерная экспериментальная установка, которая описана ниже.

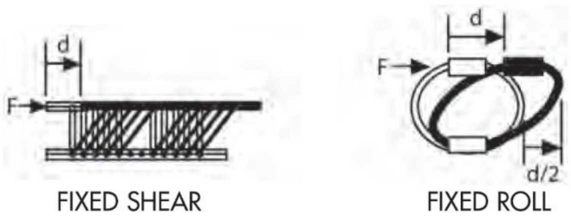


Рис. 6.3. Схематика типичных компонентных тестов для демпферов, сделанных из витых стальных тросов (WR) [191]

Двумерная экспериментальная установка. Для этого проекта была разработана и изготовлена специальная экспериментальная машина, способная независимо прикладывать вертикальные и горизонтальные нагрузки. Она состояла из вертикального и горизонтального гидравлических приводов, направляемых соответствующими линейными подшипниковыми системами, как показано на рис. 6.4. В результате вертикальный и горизонтальный приводы были установлены независимо друг от друга и могли независимо прикладывать усилия в соответствующих вертикальном и горизонтальном направлениях. Как показано на рис. 6.5, вертикальный привод окрашен в серебристый цвет, а горизонтальный - в черный. Нижняя планка WR прикреплена к стальной пластине, которая приводится в горизонтальное движение черным приводом, а верхняя планка WR прикреплена к кронштейну, приводимому в движение серебристым приводом.

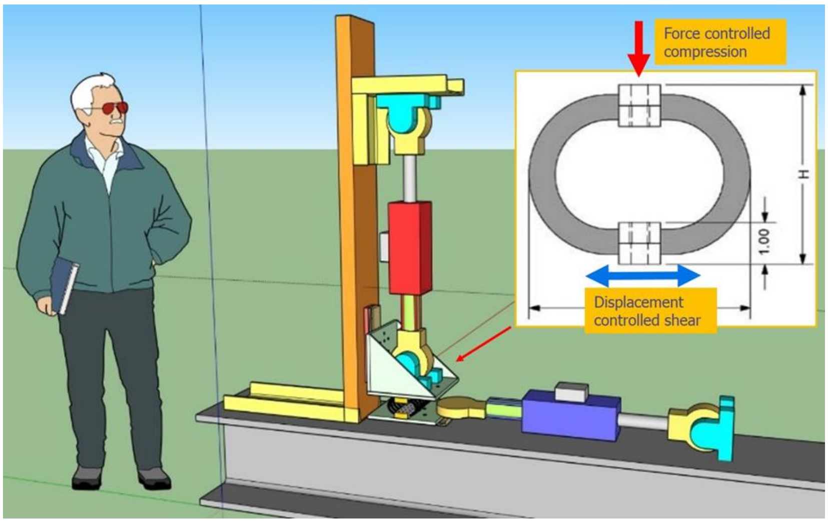


Рис. 6.4. Схематика двумерной экспериментальной установки

Рис. 6.5. Фотография двумерной экспериментальной установки

Протоколы испытаний. Были применены два протокола испытаний. Сначала приводы WR были протестированы в циклических испытаниях на сжатие и растяжение. В ходе этих испытаний вертикальный привод управлялся на основе силовой обратной связи, а горизонтальный привод удерживался на нулевом смещении. На втором этапе, к WR была приложена постоянная вертикальная предварительная нагрузка при циклическом нагружении. В этом случае горизонтальный привод управлялся на основе обратной связи по перемещению, а вертикальный привод управлялся для поддержания предварительной нагрузки. Протоколы испытаний представлены на рис. 6.6.

Результаты компонентного тестирования WR. WR были испытаны в трех ориентациях: 0°, 45° и 90° по отношению к оси горизонтального привода. Фотографии типичного испытания на сдвиг при 90° ориентации представлены на рис. 6.7. В дополнение к испытаниям на сдвиг были проведены циклические испытания на растяжение и сжатие. Матрица экспериментальной программы для компонентного тестирования WR представлена в табл. 6.1.

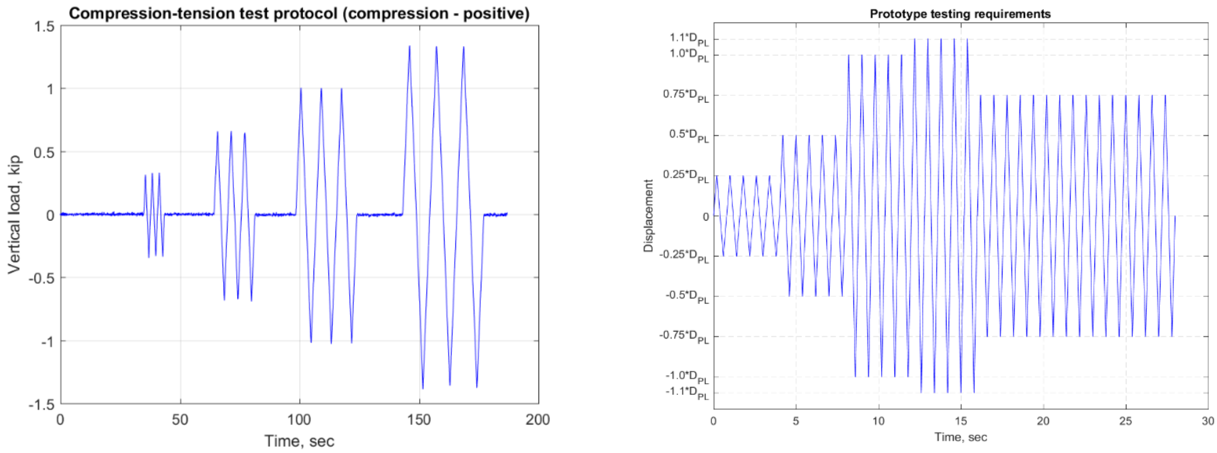
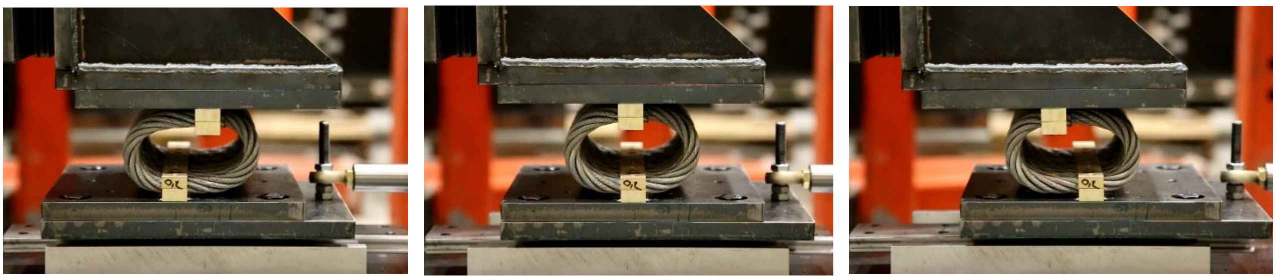


Рис. 6.6. Протокол вертикальных испытаний при нулевом сдвиге (слева) и горизонтальном циклическом нагружении с постоянной вертикальной предварительной нагрузкой (справа)

Таблица 6.1 – Матрица экспериментальной программы для компонентного тестирования WR

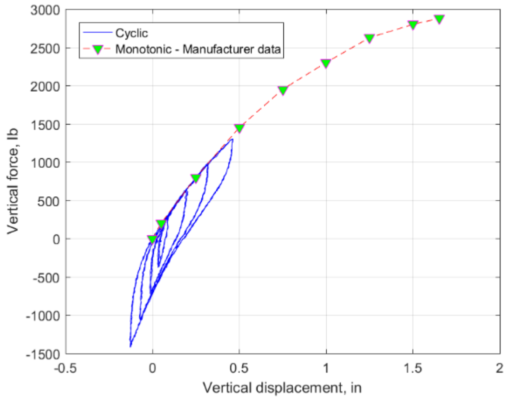
Направление тестирования	**Вертикальная предварительная нагрузка, килофунты**	**Ориентация: угол горизонтального привода оси демпфера**	**Файл данных**
Вертикальное сжатие и растяжение	0,1.0	0	Run147-148
Сдвиг	0	0	Run150
Сдвиг	1.4	0	Run151
Вертикальное сжатие и растяжение	0, 0.35, 0.7, 1.05, 1.4	0	Run099
Сдвиг	0	0	Run100
Сдвиг	0.5	0	Run101
Сдвиг	1.4	0	Run102
Сдвиг	0	90	Run103 и Run104
Сдвиг	0.5	90	Run105
Сдвиг	1.4	90	Run106
Сдвиг	0	45	Run107
Сдвиг	0.5	45	Run108
Сдвиг	1.4	45	Run109



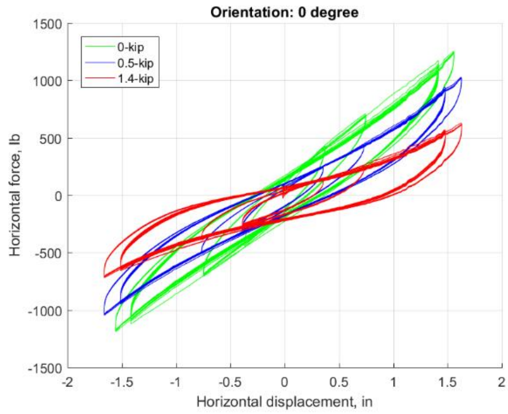
а) Положительный сдвиг *б*) Без сдвига *в*) Отрицательный сдвиг

Рис. 6.7. Испытание WR на циклический сдвиг

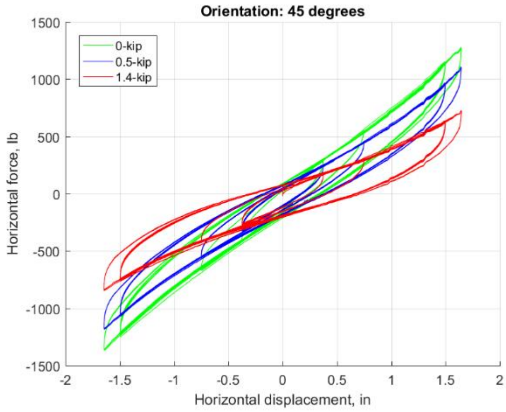
Общее поведение WR является нелинейным, как показано на графиках на рис. 6.8. В дополнение к силе и перемещению, измеренным во время испытаний на сжатие и растяжение, на графике на рис.6.8, *а* представлены кривые зависимости силы от смещения, взятые из спецификаций производителя. Как видно из графика на рис.6.8, *а*, жесткость при растяжении (ветвь с отрицательным усилием) намного выше, чем при сжатии. Это связано с тем, что при растяжении жесткость WR будет связана с жесткостью стальных тросов при растяжении. Данные производителя близки к результатам испытаний во время циклов сжатия (ветвь с положительным усилием), как показано на рис. 6.8, *а*.



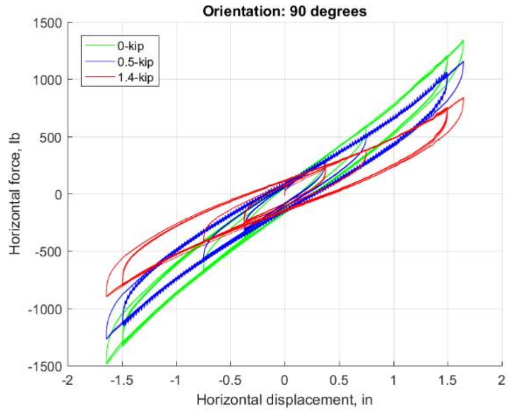
(а) Результаты растяжения/сжатия



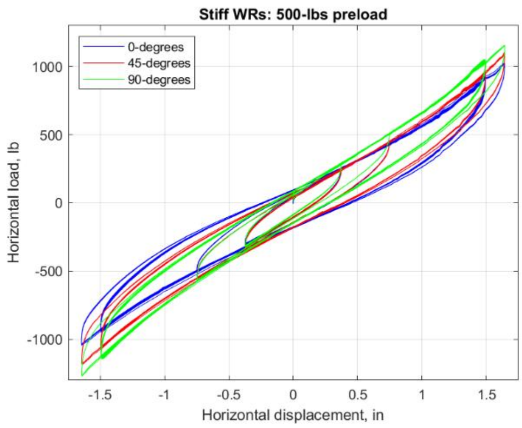
(б) ориентация - 0°



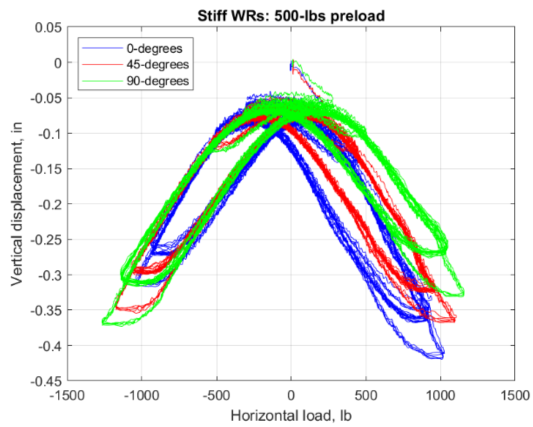
(в) ориентация - 45°



(г) ориентация - 90°



(д) Зависимость горизонтального усилия от горизонтального перемещения при одинаковом предварительном вертикальном нагружении



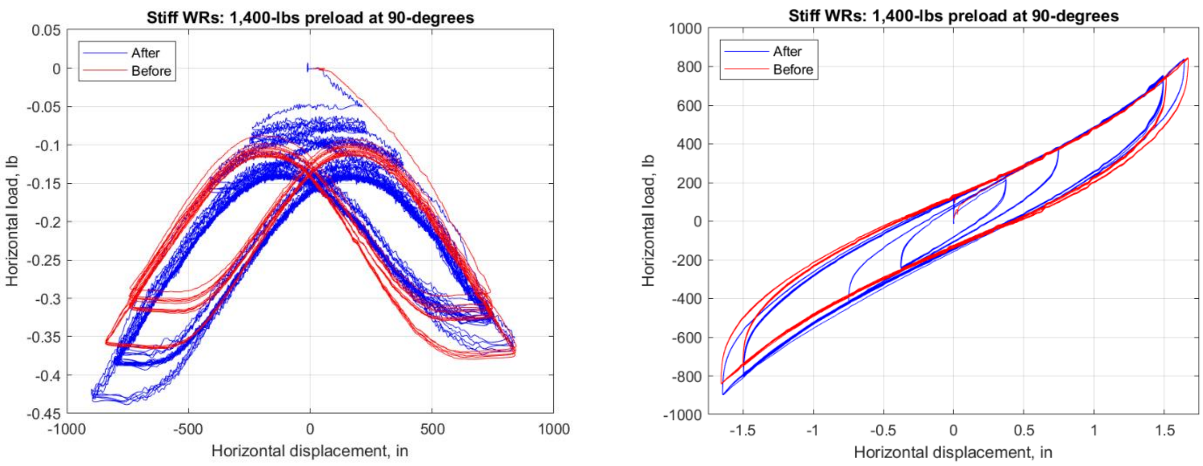
(е) Зависимость горизонтального усилия от вертикального перемещения при одинаковом предварительном вертикальном нагружении

Рис. 6.8. Результаты компонентного тестирования WR

Жесткость при испытаниях на сдвиг зависит от предварительной нагрузки, приложенной к WR, как показано на рис. 6.8, *б*, *в*, *г*. Жесткость уменьшается при увеличении предварительной нагрузки. Здесь не представлены данные производителя по испытаниям на сдвиг, поскольку испытательная установка данного проекта не была рассчитана на применение фиксированного сдвига и фиксированного крена, упомянутых ранее и показанных на рис. 6.2. Кривые зависимости горизонтальной силы от горизонтального смещения изменяются при изменении угла приложения сдвигающей силы, как показано на рис. 6.8, *д*.

Стоит отметить, что для поддержания вертикальной предварительной нагрузки во время испытаний на сдвиг, вертикальный привод опускался вниз, что соответствует дугообразному движению, представленному на рис. 6.8, *е*.

Стоит отметить, что один из WR был подвергнут протоколу компонентного тестирования в сентябре 2016 года, перед началом обширной экспериментальной программы, проведенной на высоковольтном оборудовании, изолированного с помощью WR. Результаты этих испытаний были сопоставлены с соответствующими результатами компонентных испытаний, проведенных в марте 2017 года (см. табл. 6.1). В обоих случаях образец был выбран случайным образом из группы из четырех образцов, использованных в исследовании. Результаты представлены на рис. 6.9. На этом рисунке показано сравнение характеристических кривых поведения между случайно выбранными образцами. Образец, испытанный в сентябре 2016 года, соответствует так называемому состоянию “до”, а образец, испытанный в марте 2017 года, соответствует так называемому состоянию “после”. Поскольку кривые производительности примерно одинаковы, возможное старение WR и вариабельность свойств от одного WR к другому, скорее всего, не должны вызывать беспокойство.



(а) Соотношение горизонтального усилия и вертикального перемещения при одинаковом предварительном нагружении

(б) Соотношение горизонтального усилия и горизонтального перемещения при одинаковом предварительном нагружении

Рис. 6.9. Сравнение между случайно выбранными образцами: характеристические кривые до и после проведения полномасштабных испытаний на сейсмоплатформе

Выводы. В результате тестирования компонентов WR были сделаны следующие выводы. Во-первых, вертикальная жесткость WR в значительной степени зависит от направления нагрузки. Вертикальная жесткость больше при растяжении, чем при сжатии. Следовательно, для оборудования с преобладающим режимом качания наличие двух WR, центрированных в точке качания, выгодно для достижения симметричных характеристик при растяжении и сжатии. Во-вторых, жесткость WR на сдвиг зависит от вертикальной предварительной нагрузки и постепенно уменьшается при увеличении вертикальной нагрузки. В-третьих, изменчивость жесткости при сдвиге несколько мала при том же предварительном натяжении. В-четвертых, возможность старения (при многократном нагружении) и вариабельность от одного WR к другому, скорее всего, не окажут существенного влияния на характеристики WR.

6.2. Полномасштабные испытания на сейсмоплатформе высоковольтного оборудования, защищённого с помощью WR

Описание сейсмоплатформы и две конфигурации для полномасштабных испытаний. Для достижения целей исследования была разработана специальная сейсмоплатформа. Рабочий ход платформы составляет ±0,813 м, а максимальная скорость близка к 2.5 м в секунду. Грузоподъемность сейсмоплатформы составляет 10 тонн. Максимальное ускорение сейсмоплатформы может достичь 3,0 g. Сейсмоплатформа является одноосным, как показано на рис. 6.10. Некоторые из этих результатов были опубликованы в работе [192].

Рис. 6.10. Сейсмоплатформа с длинным ходом и высокой скоростью, разработанная в Калифорнийском университете в г. Беркли

Программа компонентных испытаний сейсмозащитных устройств WR завершилась испытаниями на этой сейсмоплатформе. Как показано на рис. 6.11 испытания на сейсмоплатформе были проведены с WR и без них, чтобы оценить эффективность WR в качестве устройств сейсмической защиты. Как видно из рис. 6.11, высоковольтное оборудование в конфигурация с фиксированным основанием было жестко закреплено к платформе. В случае использования WR, они были установлены под несущей плитой оборудования.

Резонансная частота каждой конфигурации была измерена в тестах на сейсмоплатформе.

(а) Жестко закрепленая конфигурация (б) Конфигурация с защитными устройствами WR

Рис. 6.11. Две конфигурации для полномасштабных испытаний высоковольтного оборудования на сейсмоплатформе

Контрольно-измерительные приборы и акселерограммы для сейсмоплатформы. Для тестирования на сейсмоплатформе использовались акселерограммы, рекомендованные в нормативе [185]. Они были разработаны в [186 – 188]. Для мониторинга реакции оборудования и работы сейсмоплатформы использовался ряд приборов, как показано на рис. 6.12.

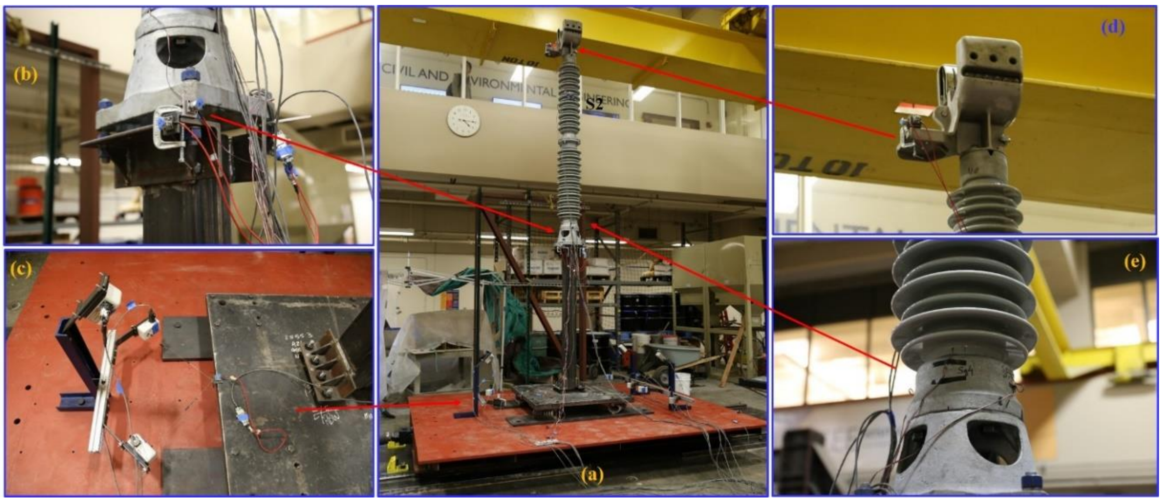


Рис. 6.12. (а) Общий вид оборудования на сейсмоплатформе и подробные сведения об измерительных приборах: (б) акселерометры на верхней части опорной конструкции, (в) трехмерные перемещения опорной плиты были рассчитаны на основе триангуляции в трех точках, (г) акселерометры на верхней части оборудования, (е) тензометрические датчики в нижней части фарфорового изолятора

Несущая плита оборудования была оснащена тремя наборами триангулированных датчиков положения, как показано на рис. 6.13 и 6.14. Акселерометр, расположенный на несущей плите оборудования, показан на рис. 6.15.

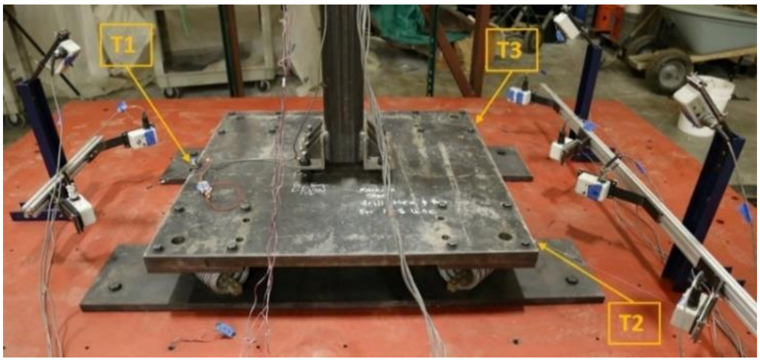


Рис. 6.13. Мишени, используемые для триангуляции 3-х датчиков перемещения

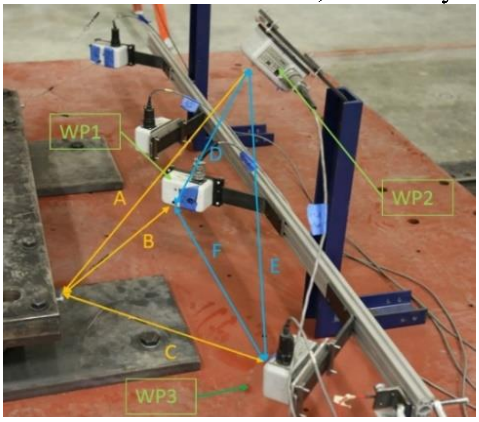


Рис. 6.14. Типичный случай триангуляции

Рис. 6.15. Датчик ускорения на верхней части опорной плиты в вертикальном направлении

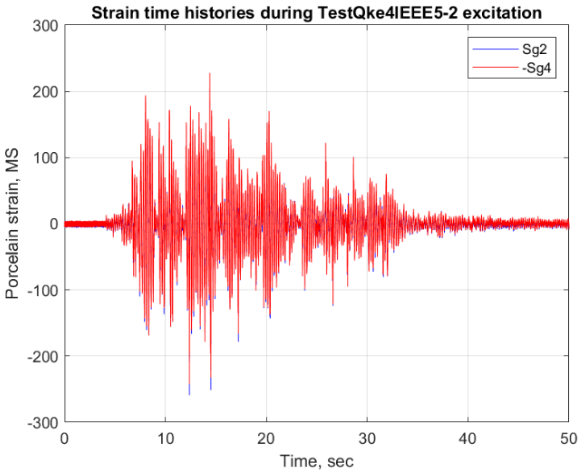
Экспериментальная программа. Была проведена обширная программа тестирования на сейсмоплатформе оборудования в двух конфигурациях: жестко защемлённого к сейсмоплатформе и защищенного устройствами WR.

Экспериментальная программа, представлена в табл. 6.2. Акселерограммы для сейсмоплатформы были выбраны из набора акселерограмм, совместимых со спектром IEEE-693 [186 – 188], и были отфильтрованы чтобы соответствовать максимальному ходу сейсмоплатформы (±0.813 м). Каждая акселерограмма повторялась три раза, чтобы изучить вариацию в поведении на одно и то же возбуждение. Тест на определение времени TestQke4IEEE5-5 не использовался в качестве сигнала возбуждения для сейсмоплатформы. Чтобы избежать перенапряжения керамического материала оборудования и сохранить испытуемый образец для последующих испытаний, уровень сейсмического возбуждения был намеренно ограничен на 50 % от максимального уровня, который соответствует максимальному ускорению 1,0 g, как показано в табл. 6.2.

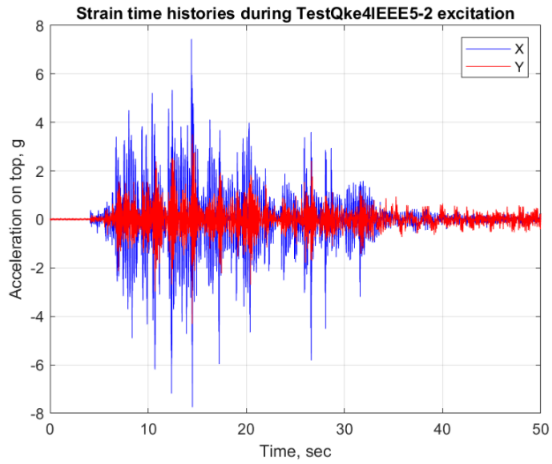
Таблица 6.2. – Матрица экспериментальной программы для полномасштабного тестирования на сейсмоплатформе

Модифицирована из следующей акселерограммы	**Название стандартной IEEE693 акселерограммы [186–188]**	**Защищенное с помощью WR**			**Жестко защемлен-ное**	
El-Centro, CA (1940)	TestQke4IEEE5-1	0.25g	0.5g	1.0g	0.25g	0.5g
Landers, CA (1992)	TestQke4IEEE5-2	0.25g	0.5g	1.0g		0.5g
Chi-Chi, Taiwan (1999)	TestQke4IEEE5-3	0.25g	0.5g	1.0g		0.5g
El Mayor-Cucapah, Mexico (2010)	TestQke4IEEE5-4	0.25g	0.5g	1.0g		0.5g
CONSTITUCIONS/N4598 Chile, February 27, 2010	TestQke4IEEE5-5					0.5g
Синтетическое	TestQke4IEEE5-6	0.25g	0.5g	1.0g		0.5g
Синтетическое	TestQke4IEEE5-7	0.25g	0.5g	1.0g		0.5g
Синтетическое	TestQke4IEEE5-8	0.25g	0.5g	1.0g		0.5g

Результаты испытаний для конфигурации с фиксированным основанием. Как отмечалось ранее, чтобы избежать перенапряжения фарфорового изолятора и сохранить его для последующих экспериментальных программ, уровень возбуждающей акселерограмы был ограничен 50 %. График, показывающий деформации в нижней части фарфорового изолятора, представлен на рис. 6.16, *а*. Тензодатчики были установлены с интервалом 180° по периметру сечения фарфорового изолятора. Поэтому графики деформаций, записанные на противоположных поверхностях, меняются по абсолютной величине одинаково, но с противоположным знаком. Пиковые значения деформации были близки к 260 MS (1000 MS соответствует деформации 0,001).



(а) деформации в нижней части фарфорового изолятора

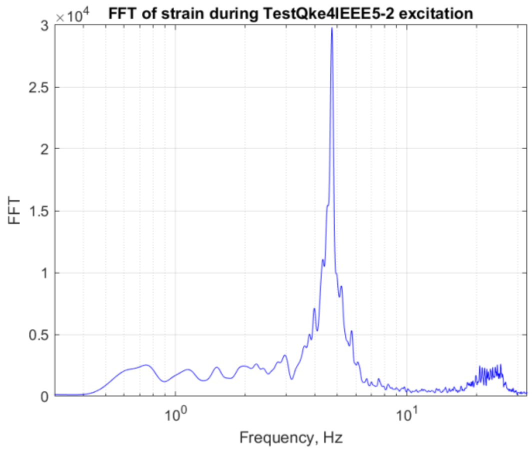


(б) ускорения в верхней части изолятора

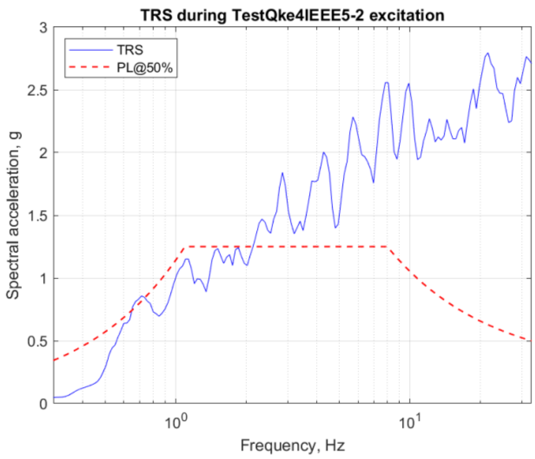
Рис. 6.16. Деформация и ускорение для конфигурации с фиксированным основанием

Значения ускорения в верхней части изолятора представлены на рис. 6.16, *б*. Преобладающим видом вибрации является качение вокруг оси Y, и поэтому ускорения в направлении Y намного меньше, чем в направлении X. Ускорение по оси X достигло максимума в 7,75g при этом возбуждении. Эти результаты представляет собой поведение испытательного образца на сейсмическое возбуждение акселерограммой TestQke4IEEE5-2 (первый запуск из серии из трех). Подобные результаты были получены для других возбуждений.

Значения коэффициентов преобразования Фурье (FFT) для деформаций в нижней части изолятора представлены на рис. 6.17, *а*. Исходя из этого графика, резонансная частота модели с фиксированным основанием была оценена как 4,72 Гц. Стоит отметить, что эта частота близка к частоте, определенной другими экспериментальными способами [189]. На основе ускорений сейсмоплатформы были построены спектральные кривые (TRS). Сравнение этих кривых со спектральной кривой IEEE-693 (RRS) показано на рис. 6.17, *б*. Спектральная кривая возбуждений превосходят нормативную спектральную кривую начиная с частоты 2,1 Гц как это и требуется.



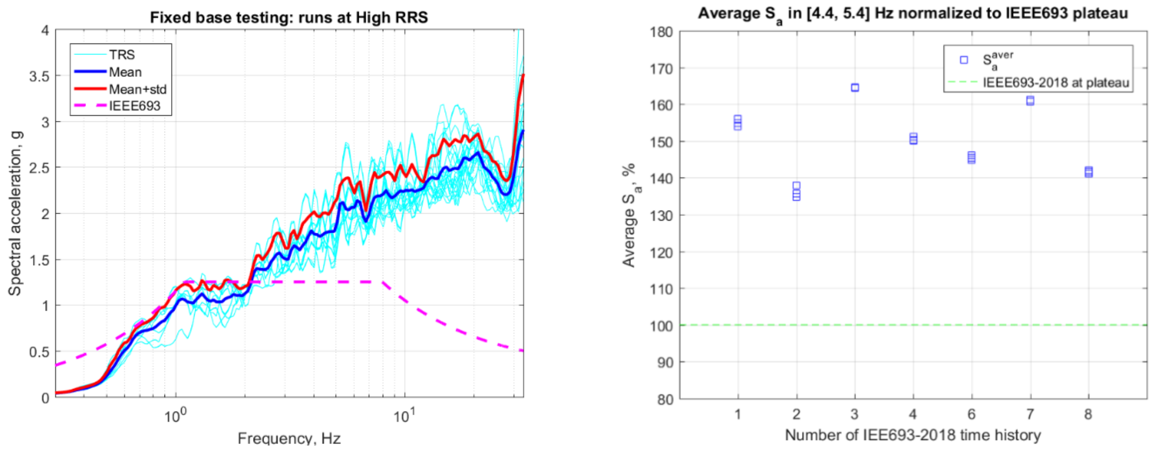
(а) коэффициентов преобразования Фурье (FFT) для деформаций



(б) спектральная кривая возбуждений превосходят нормативную спектральную кривую начиная с частоты 2,1 Гц

Рис. 6.17. Резонансная частота конфигурации с фиксированным основанием и спектральные кривые

Спектральные кривые для конфигурации с фиксированным основанием были почти постоянными от одного возбуждения к другому, как показано на рис. 6.18, *а*. Все значения TRS для всех прогонов (голубые линии) представлены на рис. 6.18, *а*. вместе со средним значением (синяя линия) и средним значением плюс одно стандартное отклонение (красная линия). Спектральные ускорения в непосредственной близости от резонансной частоты были усреднены для оценки спектральной нагрузок вблизи резонансной частоты. Спектральная нагрузка была явно выше, чем значения плато в спектре IEEE 693 [185], как показано на рис. 6.18, *б*.

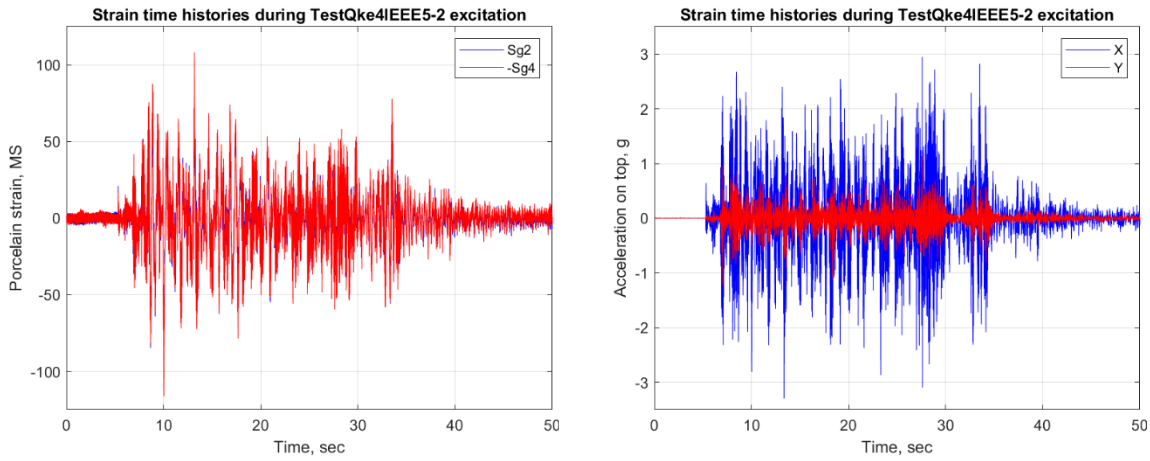


(а) Спектры тестовых откликов во всех прогонах

(б) среднее спектральное ускорение, нормализованное к значениям RRS

Рис. 6.18. Спектральные кривые для конфигурации с фиксированным основанием

Результаты тестирования оборудования, защищенного WR. Тот же набор возбуждающих акселерограмм, рекомендованный в [185], был использован для тестирования оборудования, защищенного WR. Здесь обсуждаются типичные результаты на примере возбуждения с помощью TestQke4IEEE5-2. Как и в предыдущем случае, напряжения на противоположных сторонах изолятора находятся в противоположных фазах, как показано на рисунке рис. 6.19, *a*. В результате защиты с помощью WRs пиковое значение напряжения было снижено до 116 MS. Как показано на рис. 6.19, *b*, пиковые ускорения также снизились до 3,3g, что также свидетельствует о том, насколько эффективны WRs для сейсмозащиты.

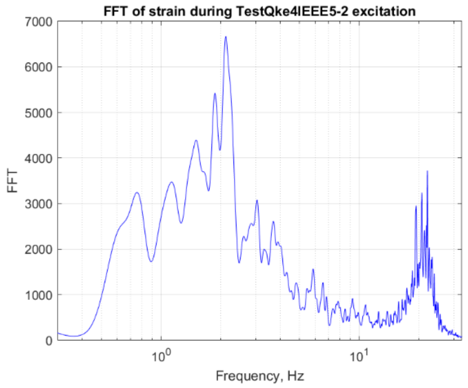


(в) деформации в нижней части фарфорового изолятора

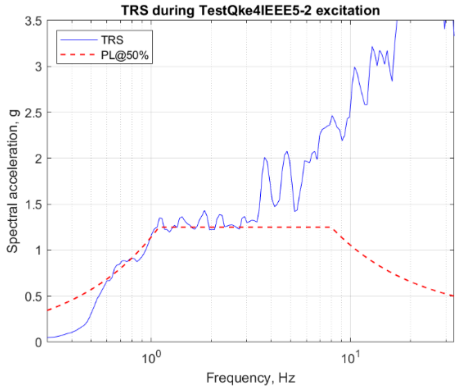
(г) ускорения в верхней части изолятора

Рис. 6.19. Деформация и ускорение для конфигурации оборудования, защищенного с помощью WR

Значения FFT для деформаций в нижней части изолятора представлены на рис. 6.20, *а*. Исходя из этого графика, резонансная частота модели с фиксированным основанием была оценена как 2,12 Гц. Спектр тестовых ускорений (TRS) представлен на рис. 6.20, *б*. Он расположен в непосредственной близости спектральной кривой IEEE693-2018 [185] с коэффициентом 50 %, начиная со всех частот, превышающих 0,6 Гц. Кроме того, TRS выше спектральной кривой IEEE693-2018 на резонансной частоте конфигурации с сейсмоизоляцией.



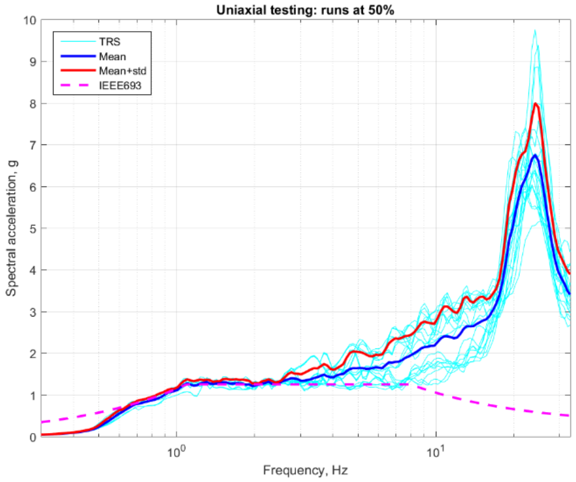
(а) коэффициентов преобразования Фурье (FFT) для деформаций



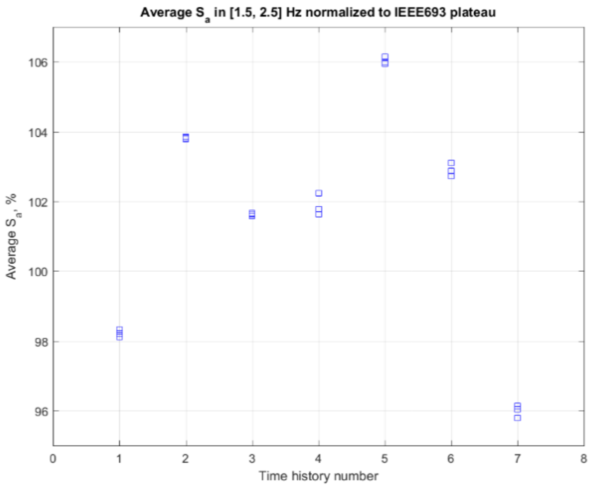
(б) спектральная кривая возбуждений превосходят нормативную спектральную кривую начиная с частоты 0,6 Гц

Рис. 6.20. Резонансная частота для конфигурации оборудования, защищенного с помощью WR

Спектральные кривые для конфигурации с фиксированным основанием были почти постоянными от одного возбуждения к другому, как показано на рис. 6.21, *а*. Все значения TRS для всех прогонов (голубые линии) представлены на рис. 6.21, *а*. вместе со средним значением (синяя линия) и средним значением плюс одно стандартное отклонение (красная линия). Спектральные ускорения в непосредственной близости от резонансной частоты были усреднены для оценки спектральной нагрузок вблизи резонансной частоты. Спектральная нагрузка была явно выше, чем значения плато в спектре IEEE 693 [185], как показано на рис. 6.21, *б*.



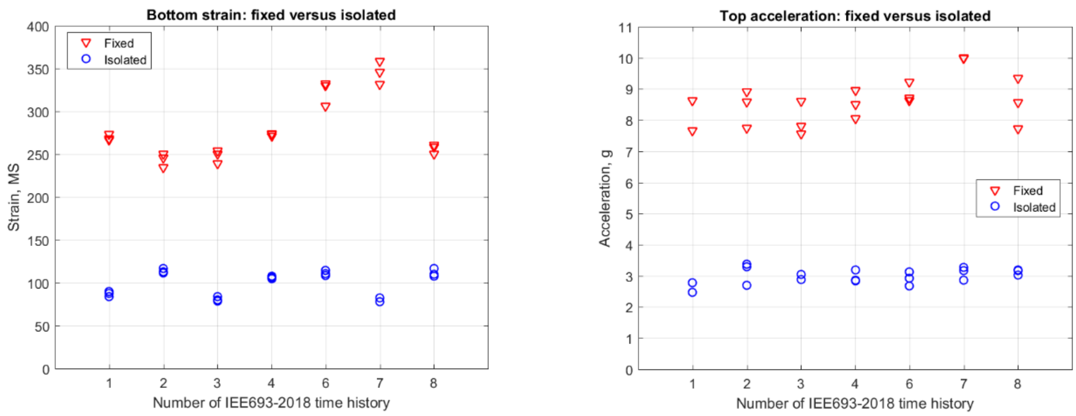
(а) Спектры тестовых откликов во всех прогонах



(б) среднее спектральное ускорение, нормализованное к значениям RRS

Рис. 6.21. Спектральные кривые для конфигурации оборудования, защищенного с помощью WR

Сравнительный анализ: оборудование с жестко защемленным основанием и оборудование, защищенная WR. Сравнение пиковых значений деформации, измеренных в нижней части изолятора при испытаниях с фиксированным основанием и изолированным основанием, представлено на рис. 6.22, *а*. График ясно показывает, что деформации были уменьшены примерно в три раза, когда WR были установлены в нижней части опорной плиты. Пиковые ускорения также были уменьшены примерно в три раза, как показано на рис. 6.22, *б*. Оба графика показывают, что в конфигурации с WR нагрузки на хрупкий изолятор снизилась примерно в три раза по сравнению с фиксированным основанием.



(а) деформации (б) ускорения

Рис.6.22. Деформации в нижней части изолятора и ускорения в верхней части изолятора

К сожалению, значительное снижение деформации в нижней части изолятора сопровождалось увеличением максимального смещения в верхней части изолятора, как показано на рис. 6.23.

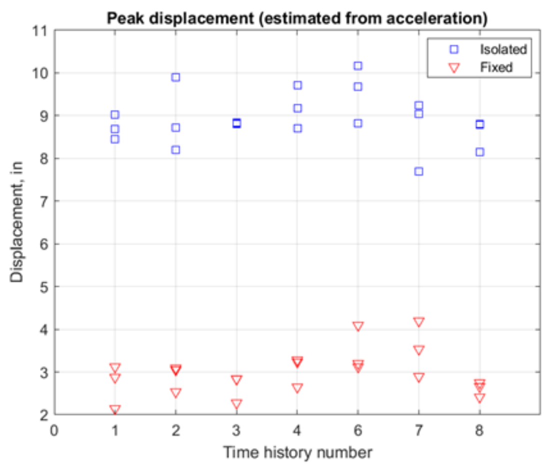
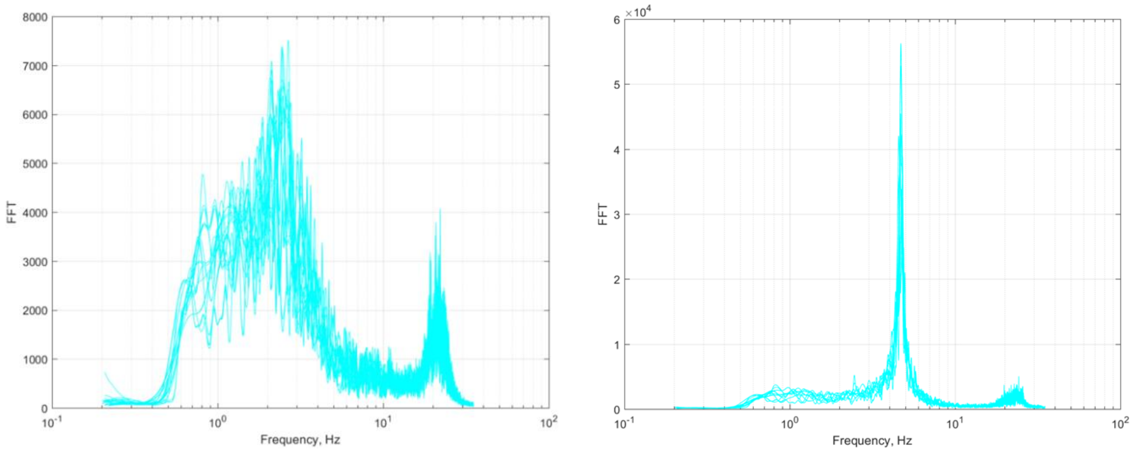


Рис. 6.23. Максимальные смещения в верхней части изолятора

Значительное снижение нагрузки на фарфоровый изолятор связано с большим демпфированием, вносимым в систему WR, как показано на рис.6.24. Как показано на рис. 6.24, *а*, частоты оборудования, защищенного WR, сдвинуты в сторону низких частот по сравнению с конфигурацией с фиксированным основанием, представленной на рис. 6.24, *б*. Кроме того, графики, соответствующие случаю с защищенным оборудованием, шире, чем для случая с фиксированной базой. Это служит свидетельством дополнительного большого затухания, вносимого посредством WR. В результате амплитуды FFT для корпуса защищаемого оборудования примерно в десять раз меньше, чем для стационарного основания. Это отражает снижение сейсмических нагрузок к высоковольтному оборудованию, что подтвердилось уменьшением деформаций в нижней части фарфорового изолятора.



(а) Широкое FFT изолированного оборудования: высокое демпфирование

(б) Узкое FFT фиксированного оборудования: низкое затухание

Рис. 6.24. FFT ускорения на вершине изолятора

Выводы. Следующие выводы были сделаны на основе испытаний высоковольтного оборудования с WR и без сейсмозащиты. Во-первых, в результате использования WR снизилась резонансная частота оборудования. Во-вторых, WR увеличили общее демпфирование системы. В-третьих, в результате введения WR в основу оборудования деформации в нижней части фарфорового изолятора уменьшились почти в три раза. В-четвертых, примерно во столько же раз сократились ускорения на верхней части оборудования. В-пятых, повышение гибкости системы привело к большим перемещениям сверху защищаемого оборудования, что свойственно любой сейсмоизолированной конструкции.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баркан Д.Д. Динамика оснований и фундаментов. М.: Стройвоенмориздат, 1948. – 412 с.
2. Ильичев В.А. К оценке коэффициентов демпфирования основная фундаментов, совершающих вертикальные колебания // Основание, фундаменты и механика грунтов. !881. №4. С. 22 – 26.
3. Сеймов Б.М., Шевченко Е.Д. Колебания круглого штампа при сейсмическом воздействии. В кн.: Динамика оснований, фундаментов и подземных сооружений, Ташкент, 1977. С. 87 – 90.
4. Ципеюк И.Ф., Проскурина С.Ф., Мардонов Б.М., Мубораков Я.Н., Каюм А.К. Сейсмические воздействия на здания и заглубленные сооружения. Ташкент: Фан, 1986. – 296 с.
5. Кристесен Р. Введение в теорию вязкоупругости. М.: Мир, 1974. – 338 с.
6. Сафаров И.И Колебания и волны в диссипативно-неоднородных средах и конструкциях. Ташкент: Фан, 1992. – 250 с.
7. Баркан Д.Д., Мардонов Б.М. Колебания круглого штампа на упруго-пористом полупространстве // Материалы конференции «Динамика основания, фундаментов и подземных сооружений». Ташкент, 1977. С. 87 – 90.
8. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid. I. Low frequency range // The Journal of the Acoustical Society of America, 1966. Vol. 28. N.2. P. 168 – 178.
9. Deresiewicz H. The effect of boundaries on wave propagation in a liquid-filled porous solid // Bulletin of the Seismological Society of America. 1960. V. 50. N. 11. P. 599 – 607.
10. Френкель Я.И. К теории сейсмических и сейсмоэлекрических явлений во влажной почве // Изв. АН СССР сер. геогр. и геофиз. 1944. № 4. С. 133-150.
11. Эйслер Л.А. К вопросу о построении уравнений движения водонасыщенного несвязанного грунта как многокомпонентной среды // Изв. ВНИИГ. 1968. № 86. С. 236 – 245.

12. Мардонов Б.М. Волновые процессы в упругих насыщенных средах. Ташкент: Фан, 1991. – 200 с.
13. Бердичевский В.Л. Вариационные принципы механики сплошных сред. М.: Наука, 1983. – 420 с
14. Филин А.П. Прикладная механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1978. Т. II. – 616 с.
15. Полак Л.С. Вариационные принципы механики: их развитие и применение к физике. М.: Гос. изд-во физико-математической лит-ры, 1960. – 599 с.
16. Бородавкин П.П. Механика грунтов в трубопроводном строительстве. М.: Недра, 1986. – 224 с. https://www.studmed.ru/borodavkin-pp-mehanika-gruntov-v-truboprovodnom stroitelstve_fb36ed58318.html
17. Айбиндер А.Б., Камерштейн А.Г. Расчет магистральных трубопроводов на прочность и устойчивость. М.: Недра, 1962. – 342 с.
18. Каудерер Г. Нелинейная механика. М.: Издательство иностранной литературы. 1960. – 832 с.
19. Грин А., Адкинс Дж. Большие упругие деформации и нелинейная механика М.: Мир, 1965. – 455 с.
20. Хейл Дж. Колебания в нелинейных системах. М.: Мир, 1966. – 230 с.
21. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Основные дифференциальные уравнения математической физики. М.: Физматгиз, 1962. – 767 с.
22. Вайсман А.М., Гольдштик М.А. Деформирование зернистой среды // ДАН СССР. 1980. Т. 252. № 1. С. 61 – 64.
23. Исраилов М.Ш. О гипотезе Ильюшина в сейсмодинамике подземных сооружений. Упругость и неупругость. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2016. С. 323 – 328. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29405941.
24. Исраилов М.Ш. Сейсмодинамика протяженных подземных сооружений: граница применимости инженерных подходов и неправомерность аналогии с наземными сооружениями // Сейсмостойкое строительство и безопасность специальных сооружений. 2017. № 1. С. 55 – 60. https://www.elibrary.ru/item.asp ?id=29116842

25. Вольмир А.С. Устойчивость упругих систем. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. – 878 с. https://dwg.ru/lib/1986
26. Муравский Г.Б. Действие движущейся системы сил на балку, лежащую на упругом основании // Изв. АН СССР. МТТ, 1975. № 3. С. 190 – 195.
27. Ильюшин А.А., Рашидов Т.Р. О действии сейсмической волны на подземный трубопровод // Известия АН УзССР. Сер. техн. наук. 1971. № 1. С. 37 – 42. С. 3– 11. https://scienceweb.uz/publication/8900
28. Рашидов Т.Р. Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений. Ташкент: Фан. 1973. – 180 с. URL: https://ru.b-ok.as/book/2975567/59d466.
29. Рашидов Т.Р., Хожметов Г., Мардонов Б. Колебания сооружений, взаимодействующих с грунтом. Ташкент: Фан, 1975. – 176 с. https://search.rsl.ru/ru/record/01006968274
30. Кузнецов Е.А., Гороховский Г.А. Фрикционное взаимодействие тел с позиций механики твердого тела. Трение и износ. 1980. Т.1. №4. – 638 с.
31. Султанов К.С. Волновая теория сейсмостойкости подземных сооружений. –Ташкент: Фан, 2016. –392 с. https://www.twirpx.com/file/2097102/
32. Рашидов Т.Р., Кузнецов С.В., Мардонов Б.М., Мирзаев И. Прикладные задачи сейсмодинамики сооружений. Кн. 1 «Действие сейсмических волн на подземный трубопровод и фундаменты сооружений, взаимодействующих с грунтовой средой». Ташкент: Навруз, 2019. – 268 с. https://www.twirpx.club/file/3027260/
33. Рашидов Т.Р., Кузнецов С.В., Мардонов Б.М., Мирзаев И. Прикладные задачи сейсмодинамики сооружений. Кн. 2 «Колебания и устойчивость подземных сооружений сложной структуры при сейсмических воздействиях». Ташкент: Навруз, 2021. – 172 с. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/RashidovKuznetsovMardonovMirzaev2021ru.pdf
34. Sultanov K., Vatin N. Wave Theory of Seismic Resistance of Underground Pipelines // Appl. Sci. 11(4), 1797. 2021. https://doi.org/10.3390/app11041797

35. Mirzaev I., Shomurodov J.F. Wave processes in an extended underground pipeline interacting with soil according to the model of an "ideal elastoplastic body" // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 1902. Paper 012017. doi:10.1088/1742-6596/1902/1/012017
36. Ясин Э.М., Черникин В.В. Устойчивоть подземных трубопроводов. М.: Недра, 1967. – 120 с.
37. Рашидов Т., Хожметов Г.Х. Сейсмостойкость подземных трубопроводов. Ташкент: Фан, 1985. – 152 с. URL:https://www.twirpx.com/file/1141472
38. Okamoto S. Introduction to Earthquake Engineering. 2nd Edition. University of Tokyo Press: Tokyo, Japan, 1984. 629 p.
39. Mirzaev I., Shomurodov J. Wave processes in an extended underground pipeline interacting with soil according to a bilinear model // AIP Conference Proceedings. 2022. Vol. 2432. Paper 030049. https://doi.org/10.1063/5.0089583
40. Мирзаев И., Шомуродов Ж.Ф. Математическое моделирование сейсмодинамики протяженного трубопровода в разжижаемом грунте // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сборник трудов Международной научной конференции, Воронеж, 13-15 декабря 2021 г. 2022. С. 1270 – 1277.
41. Mirzaev I., Shomurodov J.F. Seismodynamics of an extended underground pipeline based on a nonlinear model of interaction with the ground // AIP Conference Proceedings. 2022. Vol. 2637. Paper 030004. doi: 10.1063/5.0118457
42. Mirzaev I., Shomurodov J.F. Unsteady waves in an extended underground pipeline under seismic action // Computational Technologies. 2023. Vol. 28. N. 3. P. 10 – 24. https://doi.org/10.25743/ICT.2023.28.3.002
43. Мирзаев И., Шомуродов Ж.Ф., Турдиев М.С. Нестационарные волны в сейсмодинамике протяженного подземного трубопровода с взаимодействием по модели сухого трения // Международная научно-практическая конференция «Рахматулинские чтения». 26 –27 мая 2023. Ташкент. С. 26 – 27.
44. Мирзаев И., Шомуродов Ж.Ф. Исследование сейсмодинамики подземного трубопровода на основе экспериментальных кривых взаимодействия с

грунтом // Сборник трудов Международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики». Воронеж, 12-14 декабря 2022 г. Воронеж, 2023. С. 1085 – 1092.
45. Mirzaev I., Nishonov N., Bekmirzaev D., Kosimov E. Seismodynamics of the cross-shaped underground pipeline under real earthquakes // AIP Conference Proceedings. 2022. Vol. 432. Paper 030107. https://doi.org/10.1063/5.0089585
46. Israilov M.Sh. Seismiodynamics of an underground pipeline // Proc. of the 15th World. Conf. on Earth. Engng. Lissabon, Portugal. 2012. Paper. 2125.
47. Массарш К.Р. Деформационные свойства мелкозернистых грунтов на основе показателей сейсмических испытаний // Реконструкция городов и геотехническое строительство. 2005. №9. С.203 – 220.
48. Колмакова Е. Действие стационарной сейсмической волны на длинный трубопровод при учете пластических свойств взаимодействия с грунтом // Труды межд. научной конф. Т.5. Трение, износ и смазочные материалы. Ташкент: Фан. 1985. С.139 – 140.
49. Muravyeva L., Vatin N. Risk assessment for a main pipeline under severe soil conditions on exposure to seismic forces // Appl. Mech. Mater. 2014. P.468-471.
50. Georgievskii D.V., Israilov M.S. Seismodynamics of extended underground structures and soils: Statement of the problem and self-similar solutions // Mechanics of Solids. 2015. Vol.50(4). P.473–484. doi: 10.3103/S0025654415040135
51. O'Rourke M.J., Liu X. Response of Buried Pipelines Subject to Earthquake Effects. Monograph Series. Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research. 1999. – 276 p.
52. Psyrras N.K., Sextos A.G. Safety of buried steel natural gas pipelines under earthquake-induced ground shaking: A review // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2018. Vol. 106. P. 254 – 277. doi: 10.1016/j.soildyn.2017.12.020
53. Tsinidis G., Di Sarno L., Sextos A., Furtner P. A critical review on the vulnerability assessment of natural gas pipelines subjected to seismic wave propagation. Part 1: Fragility relations and implemented seismic intensity measures // Tunnelling and Underground Space Technology. 2019. Vol. 86. P. 279 – 296. doi:10.1016/j.tust.2019.01.025

54. Halkijevic I., Vouk D., Posavcic H., Mostecak H. Damage assessment of water supply networks due to seismic events using vulnerability functions // Gradjevinar. 2021. Vol. 73. Issue 7. P. 737 – 749. doi: 10.14256/JCE.3185.2021
55. Xu R., Jiang R., Qu T.J. Review of Dynamic Response of Buried Pipelines // Journal of Pipeline Systems Engineering and Practice. 2021. Vol. 12, N. 2. 03120003. doi: 10.1061/(ASCE)PS.1949-1204.0000527
56. Yousife D.F., Aldefae A.H., Zubaidi S.L., Humaish W.H., Sinichenko E.K. Static and Seismic Performance of Buried Pipelines: A review // E3S Web of Conferences. 2021. Vol. 318. Paper 01011. doi: 10.1051/e3sconf/202131801011
57. Toprak S., Taskin F., Koc A.C. Prediction of earthquake damage to urban water distribution systems: a case study for Denizli Turkey // Bull Eng Geol Environ 68:499–510. 2009. doi:10.1007/s10064-009-0230-1
58. O'Rourke T.D., Jeon S. S., Toprak S., Cubrinovski M., Hughes M., Ballegooy S.V., Bouziou D. Earthquake Response of Underground Pipeline Networks in Christchurch, NZ // Earthquake Spectra. 2014. Vol. 30. N. 1. P. 183 – 204. doi:10.1193/030413EQS062M
59. Erdik M., Rashidov T., Safak E., Turdukulov A. Assessment of seismic risk in Tashkent, Uzbekistan and Bishkek, Kyrgyz Republic // Soil Dyn. Earthq. Eng. 2005. doi:10.1016/j.soildyn.2004.11.002
60. Muravyeva L., Vatin N. The Safety Estimation of the Marine Pipeline // Appl. Mech. Mater. 2014. doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.633–634.958
61. Mirzaev I.M., Nikiforovskii V.S. Plane wave propagation and fracture in elastic and imperfectly elastic jointed structures Soviet Mining Science. 1973. Vol. 9. P. 161 – 165. doi:10.1007/BF02506181
62. Virginia Corrado, Berardino D'Acunto, Nicola Fontana and Maurizio Giugni 2012 Inertial Effects on Finite Length Pipe Seismic Response // Mathematical Problems in Engineering Hindawi Publishing Corporation. 2012 824578. doi:10.1155/2012/824578
63. Никифировский В.С. Динамичекое разрушение твердых тел. Новосибирск: Наука, 1979. – 272 с.
64. Bekmirzaev D.A., Mirzaev I. Dynamic Processes in Underground Pipelines of Complex Orthogonal Configuration at Different Incidence Angles of Seismic

Effect // International journal of scientific & technology research. Vol. 9. Issue 04. P. 2449 – 2453.

65. Kosimov E.A., Mirzaev I., Bekmirzaev D.A. Comparison of the impacts of harmonic and seismic waves on an underground pipeline during the Gazli earthquake // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2021. Vol. 1030. Paper 012082.
66. Bekmirzaev D., Mirzaev I., Mansurova N., Kosimov E., Juraev D.P. Numerical methods in the study of seismic dynamics of underground pipelines // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 869(5). Paper 052035.
67. Рашидов Т., Мардонов Б., Мирзаев И. О колебаниях подземных трубопроводов под действием сейсмических волн // Проблемы механики. 2018. № 4. С. 19 – 23.
68. Султанов К.С. Сравнительный анализ теории сейсмостойкости подземных трубопроводов // Проблемы Механики. 2021. №1. С.3–27. pmjournal.uz/archive/2021/1
69. Ревуженко А.Ф., Стажевский С.Б., Шемякин Е.И. О механизме деформирования сыпучего материала при больших сдвигах // Физико-техн. пробл. разработки полезных ископаемых. 1974. №3. С. 130 – 133.
70. Ревуженко А.Ф. Механика сыпучей среды. Новосибирск: ЗАО ИПП «ОФСЕТ», 2003. – 373 с.
71. Khusanov B., Rikhsieva B. Thickness dimensions of the contact layer of soil-rigid body interaction // E3S Web Conf. 2019. Vol. 97. Paper 04040. doi:10.1051/e3sconf/20199704040
72. Israilov M.Sh. Action of an Oblique Seismic Wave on an Underground Pipeline // Mechanics of Solids. 2022. Vol. 57. P. 1006 – 1015. doi: 10.3103/s0025654422050089
73. Баширзаде С.Р., Овчинников И.Г. Прогнозирование поведения трубопроводных конструкций в сложных грунтово-геологических условиях. Часть 2. Модели взаимодействия грунта с трубопроводом // Интернет журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ». 2017. Vol. 9(1). http://naukovedenie.ru/PDF/99TVN117.pdf

74. Мирзаев И. Волновые процессы в протяженном подземном трубопроводе при взаимодействии с грунтом по модели «идеального упругопластического тела» // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сборник трудов Международной научной конференции, Воронеж, 7-9 декабря 2020 г. Воронеж, 2021. С. 1354 – 1361.
75. Israilov M.Sh., Takhirov S.M. Dynamics of an underground pipeline with slipping contact at soil-pipiline interface under seismic excitation: analytical and numerical investigation of coupled problems // 6th International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering. 2017. P. 1231 – 1239. doi: 10.7712/120117.5488.18510
76. Исраилов М.Ш. Действие сейсмической волны на подземный трубопровод // Проблемы механики. 2022. №3. С. 3 – 24. pmjournal.uz/archive/2022/3
77. Hasbullah N., Bagus Eko P., Andhika S. Strength and Deformation Characteristics of Reconstituted Sand under Different Stress Paths in True Triaxial Tests // Journal of Engineering and Technological Sciences. 2020. Vol. 52(6). P. 907 – 929. doi: 10.5614/j.eng.technol.sci.2020.52.6.10
78. Nikitin L.V. Multiple impacts of a bar with external dry friction. Dynamics of Vibro-Impact Systems. 1999. P. 221–230. doi: 10.1007/978-3-642-60114-9_25.
79. Никитин Л.В. Статика и динамика твердых тел с внешним сухим трением. М.: Моск. Лицей. 1998. –261 с. https://www.twirpx.com/file/1003867
80. Mirzaev I. Dynamics of prestressed rod under impact load. Dynamics Problems of Inelastic Medium: Continuum Dynamics. 1985. 71. P. 65–74. https://zv17.twirpx.net/3405/3405370_FD7EC652/dinamika_predvaritelno_napriazhennogo_sterzhnia_pri_deistvii.pdf
81. Isakov A.L., Shmelev V.V. Wave 1998 processes when driving metal pipes into the ground using shock-pulse generators // Journal of Mining Science. Vol. 34. P. 139–147.
82. Aleksandrova N.I. Numerical-analytical investigation into impact pipe driving in soil with dry friction. Part I. Nondeformable external medium Journal of Mining Science 2012. Vol. 48. P. 856 – 869.

83. Mogilevsky R.I., Ormonbekov T.O., Nikitin L.V. Dynamics of rods with interfacial dry friction // J. Mech. Behav. Mater. 1993. Vol.5. N. 1. 85. URL: https://doi:10.1515/JMBM.1993.5.1.85
84. Mirzaev I., Yuvmitov A.S., Turdiev M.S., Shomurodov J.F. Influence of the Vertical Earthquake Component on the Shear Vibration of Buildings on Sliding Foundations // E3S Web of Conferences. 2021. Vol. 264. Paper 02022. doi:org/10.1051/e3sconf/202126402022
85. Уздин А.М., Сандович Т.А., Аль Насер Мохомад Самих Амин. Основы теории сейсмостойкости и сейсмостойкого строительства зданий и сооружений. Санкт-Петербург: ВНИИГ им Б Е Веденеева. 1993. – 176 с.
86. Elmer F.J. Nonlinear dynamics of dry friction // Journal of Physics A: Mathematical and General. 1997. Vol. 30. N. 17. P. 6057–6063. doi:10.1088/0305-4470/30/17/015
87. Turer A., Özden B. Seismic base isolation using low-cost Scrap Tire Pads (STP) // Materials and Structures. 2008. Vol. 41. N. 5. P. 891 – 908. doi: 10.1617/s11527-007-9292-3
88. Wojewoda J., Stefanski A., Wiercigroch M., Kapitaniak T. Hysteretic effects of dry friction: modelling and experimental studies // Philosophical Transactions A. 2008. Vol. 366. Issue 1866. P. 747 – 765. doi:10.1098/rsta.2007.2125
89. Dimova S.L. Numerical algorithm for the dynamic analysis of base-isolated structures with dry friction // Natural Hazards. 1992. Vol. 6(1). P. 71-86. doi: 10.1007/BF00162100.
90. Pelekis I., Madabhushi G.S.P., DeJong M.J. Seismic performance of buildings with structural and foundation rocking in centrifuge testing // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. 2018. Vol. 47(12). P. 2390 – 2409. doi:10.1002/eqe.3089
91. Pipeline Performances under Earthquake-Induced Soil Liquefaction: State of the Art on Real Observations, Model Tests, and Numerical Simulations/ M. Castiglia, T. Fierro, De Magis-tris F. Santucci; Shock and Vibration. 2020. Vol. 2020. 8874200. – 20 p.
92. Field Evaluation of Soil Liquefaction and Its Confrontation in Fine-Grained Sandy Soils (Case Study: South of Hormozgan Province) / H. Haeri,

V. Sarfarazi, A. Shemirani, H. Go-har, H. Nejati; Journal of Mining Science. 2017. Vol. 53. N. 3. P. 457 – 468.

93. Trautmann C.H. Lateral force-displacement response of buried pipe // Journal of Geotechnical Engineering. 1985. Vol. 111. N. 9. P. 1077 – 1092.

94. Бишоп А.У. Параметры прочности при сдвиге ненарушенных и перемятых образцов грунта // Определяющие законы механики грунтов. Механика. Новое в зарубежной науке. Сер. 2. М.: Мир, 1975. С. 7 – 75.

95. Byerlee J.D. Frictional characteristics of granite under high confining pressure // J. Geophys. Res. 1967. Vol. 72. N. 14. P. 3639 – 3648.

96. Bekmirzaev D.A., Mirzaev I. Earthquake Resistance Assessment of Buried Pipelines of Complex Configuration Based on Records of Real Earthquakes // Soil Mechanics and Foundation Engineering. 2021. Vol. 57. P. 491 – 496. doi.org/10.1007/s11204-021-09697-0

97. O'Rourke T.D., Jung J.K., Argyrou C. Underground pipeline response to earthquake-induced ground deformation // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2016. Vol. 91. P. 272 – 283.

98. Gersena B., Ingo W. Seismic analysis of a district heating pipeline // Energy Procedia. 2018 Vol. 149. P. 216 – 225.

99. Wei L., Sun Q., Miao H., Li J. Nonlinear stochastic seismic analysis of buried pipeline systems // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2015. Vol. 74. P. 69 – 78.

100. Wei L., Chunjie H., Yunchang W., Peixin Sh. Seismic Analysis of Connections of Buried Continuous Pipelines // Advances in Civil Engineering. 2020. Vol. 2020. 20 p.

101. Saberi M., Behnamfar F., Vafaeian M. A Continuum Shell-beam Finite Element Modeling of Buried Pipes with 90-degree Elbow Subjected to Earthquake Excitations // Int. J. Eng, 2015. 28 p.

102. Stewart H., O'Rourke T., Ha D., Abdoun T., O'Rourke M., Van Laak P. Split-containers for centrifuge modeling of permanent ground deformation effects on buried pipeline systems // Physical Modelling in Geotechnics, Taylor & Francis. 2006.

103. Rashidov T.R., Nishonov N.A. Seismic Behavior of Underground Polymer Piping with Variable Interaction Coefficients // Soil Mechanics and Foundation Engineering. 2016. Vol. 53. P. 196 – 201.

104. Chopra K.A. Dynamics of structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering. Fourth Edition. USA, Berkeley, Prentice Hall, One Lake Street, Upper Saddle River, 2012. – 980 p. http://faculty.tafreshu.ac.ir/file/download/course/1587566331-dynamic.of.structures.chopra.4th-www.ucivil.ir.pdf.

105. Рыскин Н.М., Трубецков Д.И. Нелинейные волны // Синергетика: от прошлого к будущему. №80. М.: URSS; ЛЕНАНД. 2017. –312 с.

106. Полянин А.Д. Нелинейные уравнения типа Клейна–Гордона с переменными коэффициентами: точные решения в неявной форме // Вестник национального исследовательского ядерного университета МИФИ. 2019.

107. Zienkiewicz O.C. The finite element method // 3-rd education-New York: McGraw-Hill, 1977.

108. Мяченков В.И., Мальцев В.П., Майборода В.П. и др. Расчеты машиностроительных конструкций методом конечных элементов / Под общ.ред. В.И. Мяченкова. М.: Машиностроение, 1989. – 520 с.

109. Zienkiewicz O.C., Morgan K. Finite elements and approximation. New York: A Wiley-Interscience Publication, 1983.

110. George A. Computer Solution of large Sparse Positive Definite Systems. New Jersey: Prentice-Hall, 1981.

111. Ambraseys N.N., Smit P., Douglas J., Margaris B., Sigbjörnsson R., Ólafsson S., Suhadolc P., Costa G. // Internet site for European strong-motion data. Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata. 2004. Vol. 45(3). http://www.isesd.hi.is/ESD_local/frameset.htm

112. Bakre S.V., Jangid R.S., Reddy G.R. Seismic response of piping systems with isolation devices // 13th World Conference on Earthquake Engineering. 2004. Vol. 2676. https://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/13_2676.pdf.

113. Kentro Nakagawa, Dai Shimazaki, Satoshi Yoshida, Ken Okada. Application of Seismic Isolation Systems in Japanese High-Rise Buildings // CTBUH Journal. 2015. Issue 2. P. 36 – 40.

114. Patro S.K., Sinha R. Influence of Friction Models on Response Evaluation of Buildings with Sliding Isolation Devices // 13th World Conference on Earthquake Engineering Vancouver 2004. Paper 1373.

115. Костарев В., Васильев П., Навроцкий П. Инновационная система полной сейсмоизоляции АЭС с реакторами ВВЭР, возводимых в районах умеренной и большой сейсмичности до 10 баллов по шкале МСК-64 // 4-ая Научно-техническая конференция СРО атомной отрасли АТОМСТРОЙСТАНДАРТ-2017.

116. Кузнецов В., Чен С.: Скользящий пояс с фторопластом сейсмостойкого здания. Инженерно-строительный журнал. 2011. № 21(3). С. 53–58. doi:10.18720/MCE.21.8.

117. Чен С. Сейсмически изолированное здание со скользящим фторопластовым поясом. Санкт-Петербург, 2011. – 86с. https://scadhelp.com/content/downloads/files/2011/Chehn-mag-2011.pdf

118. Ювмитов А.С., Хакимов С.Р. Исследование влияния сейсмоизоляции на динамические характеристики здания ACTA TTPU 2. 2020. С 59 – 65.

119. Лапин В.А., Ержонов С.Е., Даугавет В.П. Сравнительный анализ эффекта сейсмоизоляции с использованием инструментальных записей станций инженерно-сейсмометрической службы // Проблемы механики. 2018. №4. С.14–18.

120. Mkrtychev O.V., Mingazova S.M. Study of the seismic isolation sliding belt: The case of a monolithic reinforced concrete building // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1425(1). P. 3 – 10. doi:10.1088/1742-6596/1425/1/012161

121. Mkrtychev O.V., Mingazova S.M. Analysis of the reaction of reinforced concrete buildings with a varying number of stories with a seismic isolation sliding belt to an earthquake // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 869(5). P. 3 – 12. doi:10.1088/1757-899X/869/5/052065

122. Мкртычев О.В., Бунов А.А. Расчет на перемещения сейсмоизолированного здания. Вестник МГСУ. 2014. № 6. С. 63 – 70.
123. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Физматгиз, 1959. – 915 с.
124. Розенблат Г.М. Сухое трение и односторонние связи в механике твердого тела.М., 2011. – 205 с.
125. Мирзаев И.М. Динамика предварительно напряженного стержня при действии ударной нагрузки // Динамические задачи неупругой среды: динамика сплошной среды. Институт гидродинамики СО РАН СССР. 1985. Вып. 71. С. 65 – 74.
126. Smirnov A.L. Computation of the process of impact submersion of a pile in the ground Soviet Mining. 1989. Vol. 25. P. 359 – 365.
127. Mirzaev I.M. Reactions of composite structures, with concentrated and distributed parameters, to seismic action (vertical vibrations) // Soviet Mining Science, 1976. Vol. 12. P. 296 – 300. doi.org/10.1007/BF02594874
128. Tarasov V.A. Double Seismic Insulation System of Turbine Unit Foundation Construction of Unique Buildings and Structures. 2020. Vol. 91. 9101. doi:10.18720/CUBS.91.1.
129. Тарасов В.А., Барановский М.Ю., Редькин А.В., Соколов Е.А., Степанов А.С. Системы сейсмоизоляции. Строительство уникальных зданий и сооружений. 2016. № 4(43). С.117–140. https://readera.org/sistemy-sejsmoizoljacii-14322325.
130. Tarasov V.A., Baranovskii M.Yu., Pavlushkina Yu.E., Meleshchenkov L.S., Shakirov R.M., Imeskenov T.L., Zagidullina E.G. Comparison of the seismic calculation results according to SNiP II-7-81* 1995 and SP 14.13330.2014 // Construction of Unique Buildings and Structures. 2015. Vol. 1 (28). P. 52 – 73.
131. Бабский А.Э., Лалин В.В., Олейников И.И., Тарасов В.А. Сейсмостойкость виброизолированных фундаментов турбоагрегатов в зависимости от частотного состава сейсмического воздействия // Строительная механика инженерных конструкций и зданий. 2021. № 17(1). С. 30 – 41.

132. Апсеметов М.Ч., Андашев А.Ж. Расчет зданий и сооружений с сейсмоизоляционным скользящим поясом на сейсмические воздействия интенсивностью более 9 баллов // Вестник МИУ. 2017. № 3(145). С. 86–91. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=30671944

133. Iurian C., Ikhouane F., Rodellar J., Robert G. Identification of a system with dry fiction. Institut d'Organització i Control de Sistemes Industrials. 2005. P.1-47. https://www.researchgate.net/publication/33421035.

134. Выскребенцева М.А., Ву Ле Куен. Методы сейсмогашения и сейсмоизоляции с применением специальных устройств // Инженерный вестник Дона. 2019. №1. С.2017–2019. https://cyberleninka.ru/article/n/metody-seysmogasheniya-i-seysmoizolyatsii-s-primeneniem-spetsialnyh-ustroystv

135. Belash T. Dry friction dampers in quake-proof structures of buildings // Procedia Engineering. 2015. Vol.117(1). P.397–403. doi:10.1016/j.proeng.2015.08.184.

136. Buckle I., Constantinou M., Dicleli M., Ghasemi H. Seismic Isolation of Highway Bridges // University at Buffalo, The State University of New York. 2016. – 194 p. https://www.eng.buffalo.edu/mceer-reports/06/06-SP07.pdf

137. Banović I., Radnić J., Grgić N. Geotechnical seismic isolation system based on sliding mechanism using stone pebble layer: Shake-table experiments // Shock and Vibration. 2019. Vol. 2019(3). P. 1 – 26. doi:10.1155/2019/9346232

138. Arutunyan A.R. Modern methods of seismic insulation of buildings and structures. Engineering and construction journal. 2010. Vol. 3(13). P. 56 – 60. doi: 10.18720/MCE.13.1.

139. Ajzenberg, Y.M.: Seismic-insulating adaptive foundation systems // Soil Mechanics and Foundation Engineering. 1992. Vol. 29. P. 197 – 202. doi:https://doi.org/10.1007/BF02125532

140. Mohammed Ismail. Seismic isolation of structures Part I Concept, review and a recent development // Hormigón y Acero. 2018. Vol. 69. Issue 285. P. 147 – 161. doi: org/10.1016/j.hya.2017.10.002

141. Финогенко И.А. О дифференциальных уравнениях, возникающих из динамики систем с сухим трением // Соросовский образовательный журнал. 1999. №8, С. 122 – 127. http://window.edu.ru/resource/684/20684/files/9908_122. pdf
142. Hiroki Akehashi, Kotaro Kojima, Kohei Fujita, Izuru Takewaki. Critical Response of Nonlinear Base-Isolated Building Considering Soil-Structure interaction Under Double Impulse as Substitute for Near-Fault Ground Motion // Frontiers in Built Environment. 2018. Vol.4. N.34. doi:10.3389/fbuil.2018.00034
143. Mirzaev I., Turdiev M.S. Vibrations of buildings with sliding foundations under real seismic effects // Construction of unique buildings and structures. 2021. Vol. 94. N. 9407. doi: 10.4123/CUBS.94.7
144. Mirzaev I., Turdiev M.S. Vibrations of buildings with a sliding foundation having lateral yielding contact under real seismic impacts // AIP Conference Proceedings. 2022. Vol. 2432. Paper 030050. https://doi.org/10.1063/5.0089584
145. Mirzaev I., Turdiev M. The effect of the size of the horizontal gap between the foundation and the sliding grillage on the oscillation of the building during an earthquake // AIP Conference Proceedings. 2023. Vol. 2612. Paper 040033. https://doi.org/10.1063/5.0113473
146. Mirzaev I., Turdiev M. Seismic Isolation of NPP Turbine Unit Using Dry Friction Devices // Proceedings of MPCPE 2022. Lecture Notes in Civil Engineering. 2023. Volume 335. https://doi.org/10.1007/978-3-031-30570-2
147. Mirzaev I., Sagdiev Kh., Yuvmitov A., Turdiev M., Egamberdiev B. Experimental determination of dynamic coefficient of amonton-coulomb dry friction // Facta Universitatis Series Mechanical Engineering, 2024, 12 p.
148. CURVED SURFACE SLIDERS. Homepage. https://docplayer.net/133188454-Curved-surface-sliders.html
149. USGS, 6 February 2023. "USGS earthquake catalogue". Archived from the original on 7 February 2023. 2023.
150. National Earthquake Information Center. "M 7.8 - 26 km ENE of Nurdağı, Turkey". United States Geological Survey. 6 February 2023. https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/eventpage/us6000jllz/executive

151. Emre Ö. et al. Active fault database of Turkey // Bull. Earthquake Eng. 2018. Vol. 16. P. 3229 – 3275.
152. Kawoosa V.M. Scarr S., Gerry, D. (eds.). 10,000 tremors. Reuters. 2 March 2023.
153. Kinoshita S. Low-frequency and trend compensation of broadband seismograms // Earth Planet Space. 2012. Vol. 64. P. e5 – e8.
154. Larsonnier F. et al. Comparison on seismometer sensitivity following ISO 16063-11 standard // 19th International Congress of Metrology. 2019. 27003.
155. Singh N., Tampubolon D., Yadavalli V.S. Time series modelling of the Kobe-Osaka earthquake recordings // Int. J. Math. Math. Sci. 2002. Vol. 29(8). P.467 – 479.
156. Eberhard M.O. et al. The M W 7.0 Haiti earthquake of January 12, 2010; USGS/EERI Advance Reconnaissance Team report. U.S. Geological Survey Report 2010. P. 2010 – 1048.
157. DesRochers R. et al. Overview of the 2010 Haiti earthquake // Earthquake Spectra. 2011. Vol. 27(1, suppl. 1). P. 1 – 21.
158. Magnitude 7.0 HAITI Tuesday, January 12, 2010 at 21:53:09 UTC. IRIS. 2010. https://www.iris.edu/hq/files/programs/education_and_outreach/retm/tm_10012_haiti/100112haiti.pdf
159. Bormann P., Wielandt E. Seismic signals and noise // New Manual of Seismological Observatory Practice 2 (NMSOP2). Potsdam: GFZ.2013. P.1–62.
160. Ye W., Entezari A. A geometric construction of multivariate sinc functions // IEEE Trans. Image Processing. 2012. Vol. 2(6). P. 2969 – 2979.
161. Jóźwiak B., Orczykowska M., Dziubiński M. Fractional generalizations of Maxwell and Kelvin-Voigt models for biopolymer characterization // PLoS ONE, 2015. Vol. 10(11). 0143090.
162. Goldstein R.V. et al. Study of forced vibrations of the Kelvin-Voigt model with an asymmetric spring // Mech. Solids. 2015. Vol. 50(3). P. 294 – 304.
163. Kuznetsov S.V. Fundamental and singular solutions of Lamé equations for media with arbitrary elastic anisotropy // Quart. Appl. 2005. Vol. 63(3). P. 455 – 467.
164. Smith, K. Frank Lloyd Wright and the Imperial Hotel: A postscript // The

Art Bulletin. 1985. Vol. 67(2). P. 296 – 310.
165. Hammer J. The Great Japan earthquake of 1923 // Smithsonian Magazine. 2011. 1764539.
166. Dobry R. et al. Damping/global energy balance in FE model of bridge foundation lateral response // Soil Dynam. Earthquake Eng. 2003. Vol. 23. P. 483 – 495.
167. Teyssandier J.P., Combault J., Pecker A. Rion Antirion: le pontqui defieles seismes, La Recherche, 2000. Vol. 334. P. 42 – 46.
168. Cremer C., Pecker A., Davenne L. Cyclic macro-element of soilstructure interaction: material and geometrical nonlinearities // Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech. 2001. Vol. 25(13). P. 1257 – 1284.
169. Granular metamaterials. Booklet. Marathon Allaince: Adelaide, Australia. 2022. https://www.marathonalliance.com.au/metamaterials.
170. Begambre-Carrillo O.J. et al. Passive seismic protection systems with mechanical metamaterials: A current review // Struct. Eng. & Mech. 2022. Vol. 82(4). 417.
171. Avesth P., Mukerji T., Mavko G. Quantitative Seismic Interpretation. Cambridge University Press, Cambridge, UK. 2005
172. Kuznetsov S.V. "Forbidden" planes for Rayleigh waves // Quart. Appl. Math. 2002. Vol. 60(1). P. 87 – 97.
173. Pelat A., Gautier F., Conlon S.C., Semperlotti F. The acoustic black hole: A review of theory and applications // J. Sound Vibr. 2020. 476. Paper 115316.
174. Goldstein R.V. et al. The modified Cam-Clay (MCC) model: cyclic kinematic deviatoric loading // Arch. Appl. Mech. 2016. Vol. 86(12). P. 2021 – 2031.
175. Djeran-Maigre I. Velocities, dispersion, and energy of SH-waves in anisotropic laminated plates // Acoust. Phys. 2014. Vol. 60(2). P. 200 – 207.
176. Kuznetsov S.V. Seismic waves and seismic barriers // Acoust. Phys. 2011. Vol. 57(3). P. 420 – 426.
177. Antonakakis T., Craster R.V., Guenneau S. Homogenisation for elastic photonic crystals and metamaterials // J. Mech. Phys. Solids. 2014. Vol. 71. P.84–96.

178. Infanti S., Papanikolas P., Castellano M.G. Seismic protection of the Rion-Antirion Bridge // Proceedings of 8th World Seminar on Seismic Isolation, Energy Dissipation and Active Vibration Control of Structures, Yerevan. 2003. P. 1 – 6.
179. Pecker A. Enhanced seismic design of shallow foundations: example of the Rion Antirion Bridge // 4th Athenian Lecture on Geotechnical Engineering, 2006. P. 1– 23.
180. IEEE STANDARD 693-2005 - IEEE Recommended Practice for Seismic Design of Substations. 2005.
181. Takhirov S., Gilani A., Fujisaki E. Test Requirements for Seismic Qualification of Substation High-Voltage Equipment and Recommendations for New Edition of IEEE693 Standard // EURODYN 2014: 9th International Conference on Structural Dynamics. 30 June – 2 July 2014. Porto, Portugal.
182. Fujisaki E., Takhirov S., Xie Q., Mosalam K.M. Seismic Vulnerability of Power Supply: Lessons Learned from Recent Earthquakes and Future Horizons of Research // EURODYN 2014: 9th International Conference on Structural Dynamics. 30 June – 2 July 2014. Porto, Portugal.
183. Takhirov S.M., Gilani A.S.J., Blalock F., Ahrano C. Analysis of Coupled Systems Consisting of Support Structure and High Voltage Substation Equipment with Verification via Fullscale Shaking Table Tests // COMPDYN 2015. 5th ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering. M. Papadrakakis, V. Papadopoulos, V. Plevris (eds.). Crete Island, Greece, 25–27 May 2015.
184. Aiken I.D., Black C.J., Fujisaki E.M., Gilani A.S.J., Takhirov S., Riley M.J. New IEEE693 Guidelines for Electrical Substation Equipment with Protective Systems. In proceedings of the NZSEE Annual Technical Conference, Auckland, New Zealand, 13 – 15 April 2018.
185. IEEE STANDARD 693-2018 - IEEE Recommended Practice for Seismic Design of Substations. 2018.
186. Takhirov S., Fujisaki E., Kempner L., Riley M., Low B. Time Histories for IEEE693 Testing and Analysis: A Summary of Unfiltered and Filtered Versions. Structures Laboratory Report 2017/01, Department of Civil and

Environmental Engineering, University of California, Berkeley, December 2017.

187. Takhirov S., Fujisaki E., Kempner L., Riley M., Low B. Development of Time Histories for IEEE693 Testing and Analysis (Including Seismically Isolated Equipment). PEER Report No. 2017/10, Pacific Earthquake Engineering Research Center, Headquarters at the University of California, Berkeley, December 2017.

188. The Electric Power Research Institute (EPRI). Takhirov et al. Development of IEEE 693 Spectrum-Compatible Time Histories for Seismic Qualifications. Palo Alto, CA: 2017. 3002011880.

189. The Electric Power Research Institute (EPRI). Takhirov et al. Experimental and Numerical Evaluation of Seismic Protection Devices for High-Voltage Substation Equipment, 3002023379, Technical Update, February 2022.

190. https://springcompany.com/wp-content/uploads/2018/03/HM08625.pdf.

191. https://www.enidine.com/CorporateSite/media/itt/Resources/TechnicalData/WR_Catalog_2012.pdf?ext=.pdf.

192. Takhirov S., Fujisaki E., Kempner L., Riley M., Low B. Full-scale component testing of seismic isolation devices and verification of their performance in full-scale system level tests on a shaking table // International Conference on Advances in Experimental Structural Engineering. 2017. P. 89– 96. doi: 10.7414/7aese.T1.119.

СОДЕРЖАНИЕ

Обнаруженные опечатки в Книге 1 и Книге 2

В Книге 1 на стр. 77 и 78 ускорение должно иметь размерность м/с^2.

В Книге 2 на стр. 98 матрицы должны иметь вид

$$\left[K_{12}^e\right]=\left[K_{21}^e\right]^T=\begin{bmatrix} -\frac{EF}{\ell} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EJ_\zeta a_\zeta}{\ell^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EJ_\zeta a_\zeta}{\ell^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EJ_\eta a_\eta}{\ell^3} & 0 & -\frac{6EJ_\eta a_\eta}{\ell^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ_\xi}{\ell} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EJ_\eta a_\eta}{\ell^2} & 0 & \frac{EJ_\eta(3a_\eta-1)}{\ell} & 0 \\ 0 & -\frac{6EJ_\zeta a_\zeta}{\ell^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{EJ_\zeta(3a_\zeta-1)}{\ell} \end{bmatrix}$$

Б.М. МАРДОНОВ, С.В. КУЗНЕЦОВ, И. МИРЗАЕВ,
Г.Х. ХОЖМЕТОВ, Ш. ТАХИРОВ

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ СЕЙСМОДИНАМИКИ СООРУЖЕНИЙ

Книга 3

СЕЙСМОДИНАМИКА СООРУЖЕНИЙ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ГРУНТОВЫХ УСЛОВИЯХ И ЗАКОНАХ ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Редактор Ф.Тишабаев
Компьютерная верстка М. Хакимов

Издательство «Voris-nashriyot».
Лицензия № 2015881 от 23 февраля 2006 года.
Адрес издательства: г.Ташкент, ул. Широк-100.

Бумага офсет. Формат 60х84. 1/16
Гарнитура «TimesNewRoman». Офсетная печать.
Усл. печ.л. 12,75. Заказ № 68. от 18.10.2024 г. Тираж 100.
Отпечатано в типографии ООО «Munis design group»
100170, г.Ташкент, ул. Буз-2, проезд, дом-17-А.