

КВАЗИКРИСТАЛЛИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АППРОКСИМАНТОВ 1D И 2D СТРУКТУР

д.ф.-м.н., проф. Короленко П.В., студ. Логачев П.А.,
инж. Мишин А.Ю., к.ф.-м.н., доц. Рыжиков С.Б.,
к.ф.-м.н., с.н.с. Рыжикова Ю.В.

Физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Москва
pvkorolenko@rambler.ru

Элементы с фрактальной или фракталоподобной структурой нашли широкое применение в различных оптических устройствах [1-3]. Очень часто такие элементы создаются с использованием моделей квазикристаллических структур [4-5]. Свойства таких моделей ранее рассматривались применительно к объектам, геометрия которых определяется различными апериодическими числовыми последовательностями. Однако, сведений о создании подобных моделей применительно к аппроксимантам квазикристаллических структур в литературе крайне мало.

Аппроксиманты занимают промежуточное положение между периодическими и апериодическими системами. Их изучение представляет как общенаучный, так и практический интерес [6-7]. Наличие аппроксимантов в структуре объектов вносит заметные изменения в проявление фрактальных признаков, меняет свойства пластичности, трансформирует структуру поверхности, а также значительно уменьшает фрикционные эффекты [8]. Необходимость создания аппроксимантов, имеющих разное предназначение, делает актуальной задачу о поиске оптимальных алгоритмов для расчета их геометрии и оптических характеристик.

В данной работе эта задача решается применительно к апериодическим 1D фотонным кристаллам, представляющим собой многослойные системы, и 2D дифракционным решеткам. Одновременно разрабатываются подходы к решению важной физической проблемы, относящейся к установлению связи между скейлингом характеристик световых полей и структурными особенностями аппроксимантов. Рассмотрим алгоритмы построения аппроксимантов квазикристаллического типа. Для построения аппроксимантов в качестве первого шага нужно сформировать первичную моноструктуру на базе одного из видов апериодических числовых последовательностей [2, 4-5]. Для этого чаще всего используется блочный принцип, который позволяет производить последовательное увеличение числа образующих элементов первичной структуры, переходя от более низкого к более высокому уровню генерации [4]. Используемые последовательности определяют закон чередования элементов в первичной структуре. В фотонных кристаллах этот закон определяет распределение слоев с высоким и низким показателем преломления. В квазикристаллических решетках, матрицы, построенные на базе указанных последовательностей, характеризуют положение рассеивающих центров и свободных вакансий.

На втором этапе осуществляется построение аппроксиманта. В простейшем случае аппроксиманты первичной последовательности $A_l = \{S_l\}^p$ представляют собой последовательность элементарных ячеек S_l . В роли таких ячеек могут выступать отдельные уровни генерации l используемой квазикристаллической последовательности. Порядок аппроксиманта p определяется числом элементарных ячеек.

Для примера приведем алгоритм построения аппроксимантов одномерной структуры на основе числовой последовательности двойного периода, сформированной по блочному методу. В этом случае блоки первых структурных уровней запишутся как $S_0 = A, S_1 = AB, S_2 = ABA, S_3 = ABAABAB$ и т. д. Переход к каждому более высокому структурному уровню осуществляется с помощью правил замещения: $A \rightarrow AB, B \rightarrow AA$, где A, B – составные элементы системы [4]. Последовательность элементов A и B можно представить в виде чередующихся в определенном порядке нулей и единиц $P_j = \{0,1\}$ (j – порядковый номер элемента). Тогда, семейство аппроксимантов двойного периода примет вид

$$\begin{aligned} A_0 &= \left\{ \underbrace{0}_{S_0} \right\}^p, A_1 = \left\{ \underbrace{01}_{S_1} \right\}^p, A_2 = \left\{ \underbrace{0100}_{S_2} \right\}^p, \\ A_3 &= \left\{ \underbrace{01000101}_{S_3} \right\}^p, A_4 = \left\{ \underbrace{0100010101000100}_{S_4} \right\}^p, \dots, \\ A_{l+1} &= \{S_l \bar{S}_l\}^p, \text{ где } \bar{S}_l = S_{l-1} S_{l-1}; \bar{S}_0 = 1. \end{aligned} \quad (1)$$

В ходе расчетов спектров отражения 1D фотонных кристаллов использовался известный матричный метод [9]. Вычисления были выполнены в предположении, что слои A имели показатель преломления $N_A = 2$, а слои $B - N_B = 3$. Считалось, что показатель преломления окружающей среды равен $N_C = 1$. Для удобства представления формы и положения запрещенных зон анализируемых оптических спектров, рассчитывалось приведенное значение коэффициента отражения: $r = -\ln(T)$, где T – коэффициент пропускания.

Для примера на рис. 1 показана эволюция спектров отражения $r = r(\omega / \omega_0)$ многослойной системы двойного периода и ее аппроксимантов разного порядка p с различным количеством элементов в элементарных ячейках n_l при одинаковом числе образующих слоев: $z = p \cdot n_l$. На структурное соответствие величины и положения основных максимумов приведенных спектров отражения указывают пунктирные линии на рис. 1. Нормировочная частота ω_0 соответствует в анализируемой системе фазовым набегам в слоях, равным $\pi/2$.

На рис. 1 видна трансформация спектров отражения r при увеличении уровня генерации элементарных ячеек и изменении порядка аппроксимантов многослойной системы двойного периода. Так, уменьшение размеров образующих ячеек l и соответствующее увеличение их количества приводит к заметному разрежению спектров отражения. Тем не менее, положение наиболее интенсивных спектральных максимумов сохраняется вплоть до $l \leq 2$.

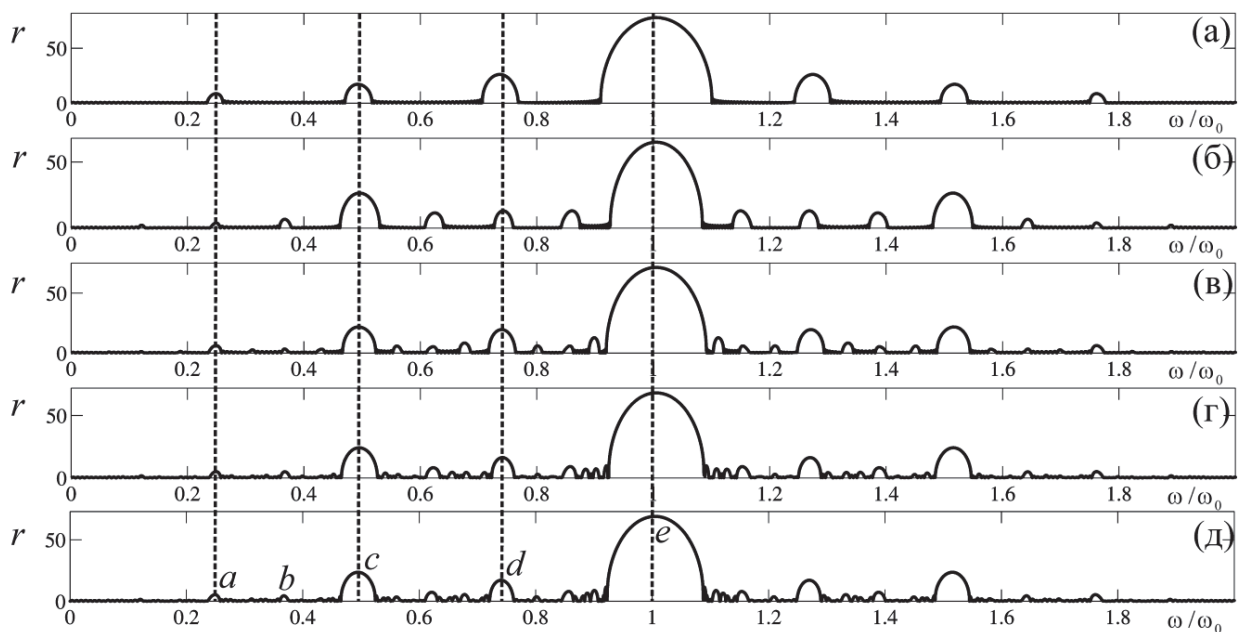


Рис. 1. Эволюция спектров отражения систем двойного периода (256 слоев). Спектры отражения аппроксимантов $A_3 = \{S_3\}^{32}$ (а), $A_4 = \{S_4\}^{16}$ (б); $A_5 = \{S_5\}^8$ (в); $A_6 = \{S_6\}^4$ (г) и многослойной системы двойного периода (д).

Важной количественной характеристикой исследуемых структур является коэффициент скейлинга (масштабной инвариантности) ζ . Коэффициент скейлинга, определяемый отношением размеров самоподобных областей (например, se/ac), оказывается равным внутреннему коэффициенту скейлинга всей аперидической многослойной структуры двойного периода $\zeta \approx 2$ [10]. Следует отметить, что даже при наличии заметных деформаций формы анализируемых распределений значения коэффициентов скейлинга ζ проявляют значительную устойчивость.

На основе числовой последовательности P_j могут быть построены также двумерные матрицы с разной плотностью рассеивающих центров Q_{mn} и C_{mn} , формирующие двумерную систему [11]. Матрица Q_{mn} определяется, как: $Q_{mn} = P_m P_n$. Структурные матрицы C_{mn} формируются по иному алгоритму. Первая строка и первый столбец совпадают с фрагментом исходной числовой последовательности P_j : $C_{1n} = C_{m1} = P_j = \{0, 1\}$. Элементы в последующих строках m матрицы C_{mn} получаются путем замены

элементов первой строки согласно правилам $0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0$ (если $C_{11} \neq C_{m1}$) и $0 \rightarrow 0, 1 \rightarrow 1$ (если $C_{11} = C_{m1}$). Индексы j, m, n удовлетворяют соотношению $0 \leq j, m, n \leq J$, J – максимальное значение индексов, определяющее общие размеры двумерных объектов. Порядок чередования элементов $\{0, 1\}$ в последовательности P_j и в 2D матрицах определяет структуру как одномерных, так и двумерных систем. Примеры элементарных ячеек двумерных аппроксимантов двойного периода на основе матриц Q_{mn} и C_{mn} ($m = n$) приведены на рис. 2.

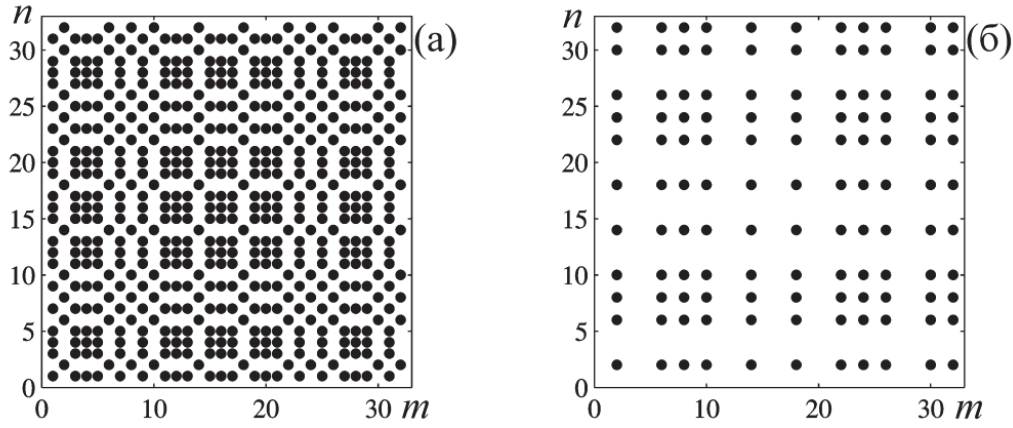


Рис. 2. Структура элементарных ячеек S_{55} аппроксимантов двойного периода, построенных на основе матриц с разной плотностью рассеивающих центров C_{mn} (а) и Q_{mn} (б).

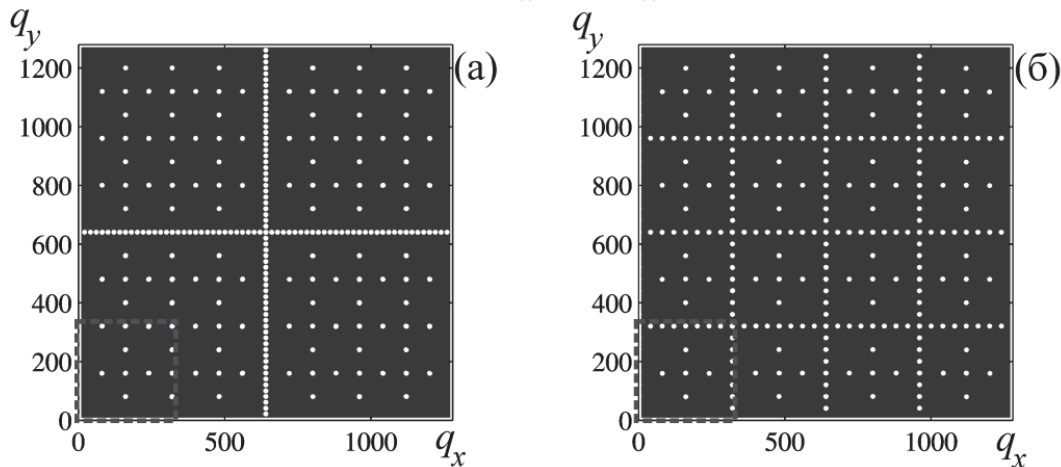


Рис. 3. Графическое представление фурье-образов аппроксимантов $A_{66} = \{S_{66}\}^{20}$ (а) и $A_{77} = \{S_{77}\}^{10}$ (б). Положение локальных паттернов выделено пунктиром.

Несмотря на заметные отличия в плотности распределения рассеивающих центров, 2D решетки, построенные с помощью структурных матриц C_{mn} и Q_{mn} , имеют близкие по структуре фурье-образы даже при различных уровнях генерации ячеек l . Это хорошо видно из рис. 3, где приведены фурье-образы некоторых аппроксимантов. Высокая степень стабильности скелетона фурье-образов, сформированного наиболее интенсивными рефлексами, оправдывает перенесение паттерного анализа на оптическую диагностику аппроксимантов квазикристаллического типа на основе регистрации картин дифракции [12].

Путем фиксирования паттернов – отдельных фрагментов, характерных для скейлинговых характеристик рассеянного 2D структурами излучения, – появляется возможность идентифицировать аппроксиманты с разными типами симметрии самоподобия.

На рис. 3 паттерные образования, сформированные наиболее интенсивными дифракционными рефлексами, выделены пунктиром. Указанные паттерны могут быть использованы для идентификации аппроксиманта определенного вида. Регистрируемые паттерные образования в фурье-образах определенным образом отражают структуру самоподобных элементов в 1D фотонных кристаллах. Так, на рис. 3 рефлексам в пределах паттерна соответствуют системы пиков abc и cde на рис. 1.

Аналогичные результаты были получены для семейств аппроксимантов Морса-Туэ, Фибоначчи и Кантора, коэффициенты скейлинга которых в их характеристиках оказались равными $\zeta \approx 2$, $\zeta \approx 1.6$ и $\zeta \approx 3$, соответственно. Проведенные расчеты показали, что коэффициенты скейлинга ζ являются наиболее устойчивыми количественными характеристиками рассмотренных систем, устанавливающими связь между скейлингом характеристик световых полей и морфологическими особенностями аппроксимантов.

Таким образом, предложенные в данной работе алгоритмы формирования аппроксимантов с различной геометрией и расчета их оптических характеристик позволили установить высокую степень устойчивости формы паттернов в скейлинговых распределениях аперидических 1D фотонных кристаллов и 2D дифракционных решеток. При этом, несмотря на значительные внешние различия, аппроксиманты с разной степенью сложности элементарных ячеек, принадлежащие к одному классу симметрии самоподобия, характеризуются одинаковой формой паттернов и одинаковыми значениями коэффициентов скейлинга ζ .

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-02-00461 а).

Список литературы

1. Bogolyubov, A.N., Petukhov, A.A., Shapkina, N.E. Optical diffraction on fractal lattices // Moscow University Physics Bulletin. 2008. Vol. 63 (2). P. 87-90.
2. Negro, L.D. Optics of Aperiodic Structures – Fundamentals and Device Applications / CRC Press Taylor & Francis Group, 2014.
3. Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации / М.: Логос, 2002.
4. Albuquerque, E.L., Cottam, M.G. Theory of elementary excitation in quasiperiodic structures // Phys. Rep. 2003. Vol. 376. P. 225-337.
5. Steurer, W., Sutter-Widmer, D. Photonic and phononic quasicrystals // J. Phys. D.: Appl. Phys. 2007. Vol. 40. P. R229-R247.
6. Schluter, H. Models of the atomic structure of approximants and related quasicrystals / SCHLUTER CONSULT. Gottingen, 2011.
7. Дьяченко П.Н., Микляев Ю.В. Двухмерные аппроксиманты фотонных квазикристаллов, полученные методом голографической литографии // Компьютерная оптика. 2006. №30. С. 23-29.
8. Дерлугян П.Д., Иванов В.В., Иванова И.В., Логинов В.Т., Данюшина Г.А., Шишка В.Г., Щербаков И.Н. Фрактальные структуры 2D-пространства как возможные аппроксиманты конфигураций межфазных границ и распределения фаз на поверхности антифрикционных композиционных покрытий // Современные наукоемкие технологии. 2013. №9. С. 86-88.
9. Борн М., Вольф Э. Основы оптики / М.: Наука, 1970.
10. Korolenko, P.V., Mishin, A.Yu., Ryzhikova, Yu.V. Scaling in the characteristics of aperiodic multilayer structures // Journal of Optical Technology. 2012. Vol. 79 (12). P. 754-757.
11. Зотов А.М., Ким Е.Г., Короленко П.В., Рыжикова Ю.В. Моделирование аперидических структур со скейлинговыми оптическими характеристиками // Электромагнитные волны и электронные системы. 2013. Т. 18. №12. С. 10-15.
12. Korolenko, P.V., Ryzhikov, S.B., Ryzhikova, Yu.V. Pattern stability in diffraction of light from structures with self-similarity symmetry // Phys. Wave Phenom. 2013. Vol. 21(4). P. 256-260.

QUASICRYSTALS APPROXIMANTS MODELS OF 1D AND 2D STRUCTURES

P.V. Korolenko, P.A. Logachev, A.Yu. Mishin,
S.B. Ryzhikov, and Yu.V. Ryzhikova

The problem of finding optimal algorithms for constructing approximants of aperiodic 1D photonic crystals and 2D diffraction gratings to calculate their geometry and optical characteristics is investigated. On the basis of local patterns and scaling parameters registration in fields of probing beams the possibility of identifying 1D and 2D approximants of quasicrystalline structures are considered. Practical approaches to solving important problems relating to the establishment of laws between the scaling characteristics of the light fields and the structural features of approximants are developed.

