ОБ ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ УРОВНЕМ ВОДЫ В ВОДОХРАНИЛИЩЕ

А.С. Козицын

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова, Москва
e-mail: alexanderkz@mail.ru

Аннотация. В данной работе рассматриваются вопросы, касающиеся максимизации выработки электроэнергии посредством оптимизации режима сброса воды.

Ключевые слова: гидроэлектростанция, водохранилище, оптимизация.

Введение

В настоящее время, все острее встает вопрос о недостатке водных и энергетических ресурсов в крупных населенных пунктах. В связи с этим, для водохранилищ, обеспечивающих населенные пункты водой и осуществляющих обводнение судоходные каналов, требуется, при условии выполнения основных задач, максимизировать выработку электроэнергии за счет сброса излишков воды из водохранилища через ГЭС. Общие постановки подобных задач можно найти в [1].

В качестве примера такого водохранилища можно привести Иваньковское водохранилище на р. Волга в Тверской области, заполненного в 1937 г. Его площадь составляет 327 км^2. Используется это водохранилище для водоснабжения Москвы, обеспечения водой судоходного канала им. Москвы, в целях энергетики и рекреации. Заметим, что для водохранилищ, не имеющих расходов на обеспечение судоходства и водоснабжение решение задачи, приведенное ниже, упрощается за счет обращения соответствующих функций расхода воды в 0.

1. Постановка задачи

Основной информацией для построения оптимального управления сбросами излишков воды из водохранилища через ГЭС является долговременный прогноз притока и расхода (помимо сброса через ГЭС) воды водохранилища. Построение такого прогноза осуществляется на основе многолетней статистики по рекам данного региона. На первом этапе, на основе анализа статистических данных, строятся доверительные интервалы притоков и расходов воды в течении всего анализируемого периода. На втором, за счет имеющийся на текущей момент данных гидрометцентра и собственных аналитических данных, происходит уточнение полученного прогноза для некоторого небольшого начального временного интервала. Далее в работе считается, что нам задан прогноз на временном интервале $[0, \mathrm{T}]$. Для водохранилищ с многолетним циклом глубина (заблаговременность) прогноза T составляет 2-3 года.

В каждый момент времени водохранилище характеризуется объемом воды $\mathrm{V}(t)$, причем в силу технических требований эта величина должна находится между минимально и максимально допустимыми объемами воды в водохранилище $\mathrm{V}^{\min} < \mathrm{V}(t) < \mathrm{V}^{\max}$.

Кроме того, важными характеристиками являются приток и расход воды водохранилища.

Прогноз притока воды из рек за период $\mathrm{Q}(t) = \int_0^t \mathrm{q}(\tau)\,d\tau \in (Q^{min}(t), Q^{max}(t))$ имеет некоторое вероятностное распределение в доверительном диапазоне. Здесь $\mathrm{q}(t)$ - скорость притока воды, а $Q^{min}(t), Q^{max}(t)$ - минимальный и максимальный прогнозируемый приток воды за период. Заметим, что в отличии от работ [2] здесь используется вероятность суммарного прихода за период, и, поскольку $\forall f(x,y)$ выполняется неравенство:

$$\sum_i min_j f(x_i, y_j) \le min_j \sum_i f(x_i, y_j) \le max_j \sum_i f(x_i, y_j) \le \sum_i max_j f(x_i, y_j),$$

данный подход позволяет значительно улучшить точность прогноза. Особенно это актуально во время весеннего паводка, поскольку за счет возможных сдвигов паводка по времени разброс прихода воды за отдельные месяцы оказывается значительно выше разброса суммарного прихода воды за весенний период.

Общий расход воды суммируется из расхода на технические нужды и естественных потерь. Расход на технические нужды - это расход на обводнение судоходных каналов, забор воды для населенных пунктов и предприятий, а также другие подобные расходы (без расхода через ГЭС). Естественные потери определяются впитыванием, фильтрацией и испарением. Как правило, эти характеристики имеют не очень значительное случайное колебание по годам. Расход воды на технические нужды и естественные потери воды за период $\mathrm{R}(t) = \int_0^t r(\tau)\,d\tau \in (R^{min}(t), R^{max}(t))$ задаются, как правило, в небольшом диапазоне (по сравнению с диапазоном прихода). Здесь $\mathrm{r}(t)$ - скорость расхода, $\mathrm{R}^{min}(t), R^{max}(t)$ - минимальный и максимальный прогнозируемые расходы соответственно.

Управление происходит заданием величины сброса воды через ГЭС $\mathrm{u}(t)$, задаваемой в интервале $[\mathrm{u}^{min}, u^{max}]$ (минимальная и максимальная допустимая величина сброса соответственно). Причем, при превышении некоторой величины $\mathrm{u}^{tex} < u^{max}$ начинается холостой сброс воды мимо турбин.

Баланс водохранилища в этом случае можно сформулировать следующим образом:

$$\mathrm{V}(t) = \mathrm{V}(0) + \int_0^t \mathrm{q}(\tau)\,d\tau - \int_0^t r(\tau)\,d\tau - \int_0^t u(\tau)\,d\tau = \mathrm{V}(0) + \mathrm{Q}(t) - \mathrm{R}(t) - \mathrm{U}(t),$$

где $\mathrm{U}(t) = \int_0^t u(\tau)\,d\tau$ - суммарный расход расход воды через ГЭС за период.

Количество вырабатываемой энергии в единицу времени зависит от сброса воды и текущего наполнения водохранилища

$$\mathrm{F}(t) = \mathrm{F}(\mathrm{u}(t), \mathrm{V(t)}).$$

Данная функция монотонно неубывающая по обоим параметрам.

Таким образом, задача оптимизации сводится к задаче нахождения управления u(t) позволяющего максимизировать

$$\int_0^T \mathrm{F}(t)\,dt$$

при ограничении управления

$$0 < \mathrm{u^{min}} < \mathrm{u(t)} < \mathrm{u^{max}}.$$

Состояние системы в текущий момент времени $t = 0$ полностью описывается функцией $\mathrm{V}(0)$. Однако, в силу вероятностного задания величины $Q(t)$ состояние системы для прогноза описывается вероятностью наличия объема V в момент времени t.

2. Метод решения

Для подобного класса задач может эффективно применяться метод динамического программирования [3] или методы дифференциальных игр [4]. Однако в виду большого объема задачи при решении на ЭВМ обычно делают одно из перечисленных ниже упрощений.

Увеличение дискретности шага по объему δV линейно снижает сложность задачи, однако сильно ухудшает гибкость управления.

Уменьшение глубины прогноза T квадратично снижает сложность задачи, однако, при этом существует возможность построения управления, удовлетворительного на прогнозируемое время, но приводящего к критической ситуации в конце прогнозируемого периода. Например, если использовать глубину прогноза 1 месяц, то рекомендуемой стратегией в декабре-феврале месяце будет максимальное наполнение водохранилища, что приведет к внештатным ситуациям во время начала паводка.

Увеличение дискретности по времени при составлении прогноза δt квадратично снижает сложность задачи, снижая гибкость управления.

Наиболее распространенный способ уменьшения сложности данной задачи - переход от вероятностного прогноза к дискретному [5]. В этом случае вместо вероятностной характеристики Q используется ее матожидание или аналогичные дискретные характеристики. Это позволяет значительно упростить вычисления, однако приводит, во-первых, к неверным результатам в силу значительной нелинейности функции $F(u(t), V(t))$ около траектории оптимального управления, во-вторых, к увеличению риска внештатных ситуаций, поскольку не учитывается вероятность и цена отклонений от ожидаемого объема притока воды.

И, наконец, наиболее эффективный способ, рассматриваемый в этой статье построение аналитического решения близкого к оптимальному, позволяющего поддерживать наибольший уровень воды в водохранилище при котором удается избежать потерь на холостые сбросы.

Для нахождения максимального и минимального допустимого управления введем следующие функции:

$$U^{max}(t) = \min_{\tau\in(0\,T)}(\begin{cases} V_0 - V^{min} + Q^{min}(\tau) - R^{max}(\tau) + \int_\tau^t u^{max}(x)\,dx & t \geq \tau \\ V^0 - V^{min} + Q^{min}(\tau) - R^{max}(\tau) - \int_t^\tau u^{min}(x)\,dx & t < \tau \end{cases})$$

$$U^{min}(t) = \max_{\tau\in(0\,T)}(\begin{cases} V_0 - V^{max} + Q^{max}(\tau) - R^{min}(\tau) + \int_\tau^t u^{min}(x)\,dx & t \geq \tau \\ V^0 - V^{max} + Q^{max}(\tau) - R^{min}(\tau) - \int_t^\tau u^{max}(x)\,dx & t < \tau \end{cases})$$

$$U^{tex}(t) = \max_{\tau\in(0\,T)}(\begin{cases} V^0 - V^{max} + Q^{max}(\tau) - R^{min}(\tau) + \int_\tau^t u^{min}(x)\,dx & t \geq \tau \\ V^0 - V^{max} + Q^{max}(\tau) - R^{min}(\tau) - \int_t^\tau u^{tex}(x)\,dx & t < \tau \end{cases})$$

$$U^{sr}(t) = \max_{\tau\in(0\,T)}(\begin{cases} V^0 - V^{max} + Q^{max}(\tau) - R^{min}(\tau) + \int_\tau^t u^{min}(x)\,dx & t \geq \tau \\ V^0 - V^{max} + \overline{Q}(\tau) - overlineR(\tau) - \int_t^\tau u^{tex}(x)\,dx & t < \tau, \end{cases})$$

где $\overline{Q}, \overline{R}$ - математическое ожидания соответствующих величин.

С учетом введенных обозначений ограничение на управление запишется в следующем виде:

$$U^{min}(t) \leq U(t) \leq U^{max}(t). \quad (1)$$

Кроме того, в силу ограничений на управление:

$$\int_0^t u^{min}(x)\,dx \leq U(t) \leq \int_0^t u^{max}(x)\,dx. \quad (2)$$

Для максимизации выработки электроэнергии следует избегать холостых сбросов воды. Ограничения на управление, не приводящее с доверительной вероятностью к холостым сбросам воды аналогичны (1) и (2) и имеют вид:

$$\begin{aligned} &U^{tex}(t) \leq U(t) \leq U^{max}(t) \\ &\textstyle\int_0^t u^{min}(x)\,dx \leq U(t) \leq \int_0^t u^{tex}(x)\,dx. \end{aligned} \quad (3)$$

Ограничения на управление, не приводящее к холостым сбросам воды при $Q - R = \overline{Q} - \overline{R}$ имеют вид:

$$\begin{aligned} &U^{sr}(t) \leq U(t) \leq U^{max}(t) \\ &\textstyle\int_0^t u^{min}(x)\,dx \leq U(t) \leq \int_0^t u^{tex}(x)\,dx. \end{aligned} \quad (4)$$

В силу приведенных выше ограничений (3), (4) аналитическое выражение для траектории, позволяющей избежать холостых сбросов для наиболее вероятного прихода и расхода воды на технические нужды при условии отсутствия критических ситуаций имеет вид:

$$U^{**}(t) = min(U^{sr}(t), U^{max}(t), \int_0^t u^{tex}(x)\,dx), \quad (5)$$

а аналитическое выражение для траектории, позволяющей с достоверной вероятностью избежать холостых сбросов при условии отсутствия критических ситуаций имеет вид:

$$U^{*}(t) = min(U^{tex}(t), U^{max}(t), \int_0^t u^{tex}(x)\,dx). \quad (6)$$

Оптимальная траектория будет располагаться между траекториями U^* и U^{**}, причем ближе к траектории U^* в силу больших потерь от наличия холостых сбросов. Таким образом, поиск оптимальной траектории может быть продолжен методами динамического программирования или вариационным методом в существенно более узком классе решений после уточнения вида функции F, зависящей от конкретного гидроузла, и выдвижения гипотезы о вероятностном распределении функций P и Q.

Заметим, что при отсутствии дополнительной информации в качестве решения с достаточной степенью точности можно взять траекторию U^*.

Соответствующее управление, позволяющей с достоверной вероятностью избежать холостых сбросов при условии отсутствия критических ситуаций имеет вид:

$$u^*(t) = \begin{cases} u^{min} & U(t) > U^*(t) \\ \frac{\partial U^*(t)}{\partial t} & U(t) = U^*(t) \\ u^{max} & U(t) < U^*(t) \end{cases}. \quad (7)$$

где $U(t)$ - текущий сброс воды.

Заметим, что для точки $t = 0$ формула (7) имеет вид:

$$u^*(t) = \frac{\partial U^*(t)}{\partial t}.$$

Таким образом, в данной работе получены траектория (6) и управление (7), позволяющие с достоверной вероятностью избежать холостых сбросов воды при отсутствии критических ситуаций. При этом учитывается вероятностный характер притока и расхода воды водохранилища.

Список литературы

[1] С.Н. Крицкий *Водохозяйственные расчеты.* Ленинград: Гидрометеоиздат, 1952

[2] И.С. Меньшиков *Методы оптимального управления и дифференциальных игр в задачах управления каскадом водохранилищ.* Москва: ВЦ АН СССР, 1983

[3] В.З. Беленький *Оптимальное управление: принцип максимума и динамическое программирование.* Москва: Российская экономическая школа, 2001

[4] А.Н. Ермолов *К математической теории управления каскадом водохранилищ.* Москва: ВЦ АН СССР, 1983

[5] Г.А. Агасандян *О принципах построения диспетчерских правил управления режимом работы Волжско-Камского каскада водохранилищ.* Москва: ВЦ АН СССР, 1983

ABOUT WATER PLANE OPTIMAL CONTROL FOR RESERVOIR

A.S. Kozitsin

Moscow State University, Moscow
e-mail: alexanderkz@mail.ru

Abstract. This work touch upon maximization of power production by water plane optimal control

Key words: optimization, hydroelectric station, reservoir