ПИ

ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА

1'2017

Научно-методический журнал издается с 1992 года

ISSN 2070-9013

Учредитель издания Академия информатизации образования

Журнал входит в перечень изданий, рекомендованных ВАК

Редакционный совет:
Ваграменко Я.А.
главный редактор, президент Академии информатизации образования

Авдеев Ф.С.
д-р пед. наук, профессор, председатель научного совета Среднерусского отделения Академии информатизации образования,
Берил С.И.
д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой Приднестровского государственного университета им. Т.Г. Шевченко,
Горлов С.И.
д-р физ.-мат. наук, профессор, ректор Нижневартовского государственного университета,
Карпенко М.П.
д-р техн. наук, профессор, президент Современной гуманитарной академии,
Киселев В.Д.
д-р техн. наук, профессор, председатель научного совета Тульского отделения Академии информатизации образования,
Кузовлев В.П.
д-р пед. наук, профессор, председатель научного совета Елецкого отделения Академии информатизации образования,

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАТИЗАЦИЯ ШКОЛЫ

ИНФОРМАТИЗАЦИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Лапенок М.В.
д-р пед. наук, директор Института информатики и математики Уральского государственного педагогического университета,
Лапчик М.П.
академик РАО, д-р пед. наук, профессор, заведующий кафедрой Омского государственного педагогического университета,
Митюшев В.В.
д-р техн. наук, профессор, профессор Педагогического университета, Краков, Польша,
Письменский Г.И.
д-р ист. наук, профессор, проректор Современной гуманитарной академии,
Роберт И.В.
академик РАО, д-р пед. наук, профессор, директор ФГБНУ «Институт информатизации образования» РАО,
Сендов Б.Х.
д-р физ.-мат. наук, профессор, действительный член Болгарской академии наук, София, Болгария,
Сергеев Н.К.
член-корреспондент РАО, д-р пед. наук, профессор, ректор Волгоградского государственного социально-педагогического университета,
Чернышенко С.В.
д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор Университета Кобленц-Ландау, Германия

Редакционная коллегия:
Сасыкина А.С.,
Русаков А.А.,
Яламов Г.Ю.

Адрес редакции:
109029, Москва,
ул. Нижегородская, д. 32, стр. 4
Тел.: (926) 202-7613
E-mail: ininforao@gmail.com,
http://www.pedinf.ru/

РЕСУРСЫ ИНФОРМАТИЗАЦИИ

Майер Роберт Валерьевич,
Глазовский государственный педагогический институт им. В.Г. Короленко, профессор кафедры физики и дидактики физики,
доктор педагогических наук, доцент, robert_maier@mail.ru
Majer Robert Valer`evich,
The Glazov State Pedagogical Institute of name V.G. Korolenko,
the Professor of the Chair of the physics and didactic physics,
Doctor of Pedagogics, Assistant professor, robert_maier@mail.ru

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ ИЗУЧЕНИИ АСТРОНОМИИ: ПРОВЕРКА ТРЕТЬЕГО ЗАКОНА КЕПЛЕРА*

COMPUTER MODELING WHEN STUDYING ASTRONOMY: THE KEPLER’S THIRD LAW VERIFICATION*

Аннотация. Рассмотрена проблема использования компьютерных моделей для доказательства третьего закона Кеплера (в обычной и обобщенной формах). Предложены два макроса, созданные в табличном процессоре Excel, которые моделируют: движение планеты вокруг Солнца; вращение двух небесных тел вокруг общего центра масс. Они позволяют рассчитать траектории движения, период и среднее расстояние между телами.
Ключевые слова: астрономия; вычислительный эксперимент; дидактика; законы Кеплера; компьютерное моделирование; методика преподавания.

Annotation. The problem of the computer models using for the proof of the Kepler’s third law (in the ordinary and generalized forms) is considered. It is offered two macros created in the table Excel processor which simulate: the planet movement around the Sun; the rotation of two celestial bodies around their common center of mass. They allow to calculate trajectories of movement, the period and the average distance between bodies.
Keywords: astronomy; computing experiment; didactics; Kepler's laws; computer modeling; teaching technique.

**Редакция посчитала целесообразным опубликование данной статьи в связи с предполагаемым возобновлением курса астрономии в общеобразовательной школе с учетом применения новых вычислительных возможностей.*

Повсеместное распространение персональных компьютеров и информационных технологий (ИТ), сделало компьютерное моделирование одним из результативных методов изучения физических, технических, биологических и иных систем [6; 10]. Логичность и формализованность компьютерных моделей помогают выявить основные факторы, определяющие свойства изучаемых объектов, исследовать отклик исследуемой системы на изменения ее параметров, начальных условий и внешних воздействий [5; 7]. Развитие ИТ открывает большие возможности для проведения вычислительного эксперимента с математической моделью, позволяет создавать визуальные образы абстрактных объектов, изучать процессы в их динамике, формировать у школьников и студентов навыки алгоритмизации и программирования [4].

Для повышения наглядности и эффективности изучения астрономии и астрофизики применяются графические 3D-модели различных небесных тел и создаваемых ими полей, а также динамические модели движения планет, комет, двойных звезд и т.д. [3]. В настоящее время существуют различные компьютерные модели Солнечной системы [9; 8], помогающие изучить целую совокупность астрономических явлений, начиная от Солнечных и Лунных затмений и заканчивая прохождением той или иной кометы мимо Юпитера. Они созданы профессиональными программистами и имеют несомненные преимущества. В то же время большой интерес представляет собой компьютерное моделирование движения планеты с помощью простых программ, написанных студентами в рамках учебно-исследовательской работы [5; 6; 7].

Для создания простейших моделей и решения несложных задач достаточно использовать метод конечных разностей Эйлера [6; 10]. Рассмотрим функцию $y = y(x)$, определенную на интервале [a ; b]. Разобьем интервал на элементарные отрезки длиной $h = \Delta x$, получив конечное множество узлов одномерной сетки $x_i = a + i\Delta x$, где $i = 1,2,...N$, а $N = (b-a)/\Delta x$ – число узлов. При этом мы переходим от непрерывной области Ω к сетке $\Omega_{\Delta x}$, от функции непрерывного аргумента $y = y(x)$ к функции дискретного аргумента $y_i = y(x_i)$. Запишем для нее ряд Тейлора:

$$y(x_{i+1}) = y(x_i) + y'(x_i)\frac{(x_{i+1}-x_i)}{1!} + y''(x_i)\frac{(x_{i+1}-x_i)^2}{2!} + y'''(x_i)\frac{(x_{i+1}-x_i)^3}{3!} + ...$$

Ограничиваясь первыми двумя слагаемыми в правой части, получаем приближенное равенство: $y(x_{i+1}) \approx y(x_i) + y'(x_i)\Delta x$, где $h = \Delta x = x_{i+1} - x_i$.

Оно же следует из определения производной:

$$y' = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta x}, \quad y_{i+1} \approx y_i + y'(x_i)\Delta x.$$

Для решения диффуравнений и создания разнообразных компьютерных моделей можно использовать табличный процессор Excel. Это мощное программное средство, объединяющее в себе электронные таблицы, средства визуального программирования и графический модуль, которое позволяет реализовать простейшие алгоритмы численного решения дифференциальных уравнений и построить графики. Применяются два способа нахождения искомой функции [2]:

1. табулирование функций путем ввода и копирования формул в различные ячейки электронной таблицы, использование абсолютной и относительной адресации;
2. написание макроса (небольшой программы на Visual Basic), который может содержать цикл по времени или координате и использоваться для нахождения интеграла, производной, многократном пересчете элементов массива и т.д. На основе получающейся таблицы стандартными средствами Excel строят графики исследуемых функций.

При изучении небесной механики в курсе астрономии педагогического института методическое и познавательное значение имеет демонстрация действия законов Кеплера и их следствий [1]. Очевидно, что студент не сможет проверить справедливость третьего закона Кеплера с помощью результатов астрономических наблюдений или физического эксперимента. Это возможно сделать с помощью компьютерной модели, основанной на численном решении соответствующего дифференциального уравнения. Проанализируем решение следующих двух задач.

Задача 1. Промоделируйте движение планеты вокруг Солнца, проведите серию вычислительных экспериментов, изменяя начальную скорость планеты и расстояние от нее до Солнца, определяя при этом период вращения T и большую полуось a орбиты. Подтвердите третий закон Кеплера, который гласит, что для любой планеты (астероида, кометы) отношение квадрата периода обращения к кубу большой полуоси ее орбиты остается постоянным: $T_1^2 / a_1^3 = T_2^2 / a_2^3 = 4\pi^2 /(GM_C) = const$, где M_C – масса Солнца.

Для проверки этого утверждения необходимо создать компьютерную модель движения планеты m (кометы, астероида) вокруг Солнца M_C на основе численного решения уравнений динамики. Пусть Солнце находится в точке O(0;0), тогда проекции силы притяжения: $F_x = -F\cos\alpha = -F \cdot x / r$, $F_y = -F\sin\alpha = -F \cdot y / r$, где $F = GM_C m / r^2$, $r = (x^2 + y^2)^{0,5}$ – расстояние от планеты до Солнца. Проекции ускорений, скоростей и координаты планеты вычисляются так [4; 6]: $a_x^{t+1} = F_x^{t+1} / m$, $a_y^{t+1} = F_y^{t+1} / m$, $\upsilon_x^{t+1} = \upsilon_x^t + a_x^{t+1}\Delta\tau$,

$\upsilon_y^{t+1} = \upsilon_y^t + a_y^{t+1}\Delta\tau$, $x^{t+1} = x^t + \upsilon_x^{t+1}\Delta\tau$, $y^{t+1} = y^t + \upsilon_y^{t+1}\Delta\tau$. Программа для расчета движения планеты содержит цикл, в котором пересчитываются проекции действующей силы, ускорения, скорости, координаты в последовательные моменты времени $\tau_i = i \cdot \Delta\tau$. На основе полученной таблицы строится траектория, определятся период обращения T и большая полуось a.

Программа 1.

```
Private Sub CommandButton1_Click()
dt = 0.0005:  G = 2: Mc = 1000: m = 1: x = -20: y = 0: vy = 8
For i = 1 To 25000
t = i * dt: r = Sqr(x * x + y * y): cosa = x / r: sina = y / r
F = -G * Mc * m / r / r: ax = F * cosa / m: ay = F * sina / m
vx = vx + ax * dt: vy = vy + ay * dt
x = x + vx * dt: y = y + vy * dt
If i Mod 50 = 0 Then
Cells(i / 50, 1) = t: Cells(i / 50, 2) = x: Cells(i / 50, 3) = y
End If
Next
End Sub
```

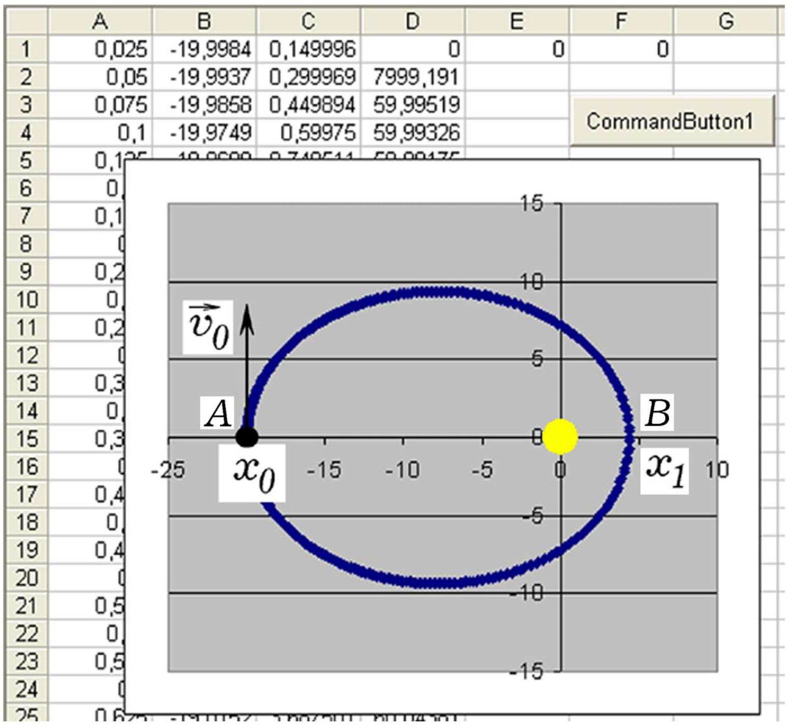

Рис. 1. Расчет движения планеты вокруг звезды

Если начальные условия задать так: $x_0 = -20$, $y_0 = 0$, $\upsilon_x = 0$, $\upsilon_y = 6$ (все величины в условных единицах), то планета начнет свое движение из точки А(x_0,0), лежащей на оси Ox левее нуля, со скоростью, параллельной оси Oy (рис. 1). Через половину периода $t_1 = T/2$ она оказывается в точке В(x_1,0). Большая ось АВ эллипса имеет длину $x_1 - x_0$ и совпадает с осью Ox. Поэтому большая полуось орбиты $a = (x_1 - x_0)/2$. Значение x_1 и соответствующий ему момент времени t_1 могут быть найдены из таблицы, получающейся в результате работы программы 1. Период обращения планеты $T = 2t_1$. Выполнив 5–10 численных экспериментов при различных начальных координатах x_0 и скоростях υ_y, заполняют таблицу 1 и убеждаются, что во всех случаях коэффициент $k = T^2/a^3$ остается постоянным и равен $4\pi^2/(GM_C)$.

Таблица 1.

Проверка третьего закона Кеплера

N	x_0	x_1	v_0	a	T	k
1	-20	4,39	6	12,2	6	0,0198
2	-25	16,66	8	20,8	13,35	0,0198
3						

Задача 2. Промоделируйте движение двух небесных тел m_1 и m_2 вокруг общего центра масс, и подтвердите третий обобщенный закон Кеплера, согласно которому для любой пары тел $T^2(m_1 + m_2)/a^3 = 4\pi^2/G = const$, где T – период обращения, a – большая полуось орбиты.

Рассмотрим движение двух материальных точек m_1 и m_2, притягивающихся с силой $F = Gm_1m_2/r^2$, вокруг общего центра масс. Расстояние между частицами $r = ((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2)^{0,5}$, где (x_1, y_1) и (x_2, y_2) – их координаты. Пусть $x_2 > x_1$ и $y_2 > y_1$, тогда проекции сил притяжения равны: $F_{1x} = F\cos\alpha = F(x_2 - x_1)/r$, $F_{1y} = F\sin\alpha = F(y_2 - y_1)/r$, $F_{2x} = -F_{1x}$, $F_{2y} = \; = -F_{1y}$. Проекции ускорений, скоростей и координаты частицы вычисляются так [4; 6]: $a_{ix}^{t+1} = F_{ix}^{t+1}/m_i$, $\upsilon_{ix}^{t+1} = \upsilon_{ix}^{t} + a_{ix}^{t+1}\Delta\tau$, $x_i^{t+1} = x_i^t + \upsilon_{ix}^{t+1}\Delta\tau$,

$$a_{iy}^{t+1} = F_{iy}^{t+1} / m_i,\ \upsilon_{iy}^{t+1} = \upsilon_{iy}^{t} + a_{iy}^{t+1}\Delta\tau,\ \ y_i^{t+1} = y_i^{t} + \upsilon_{iy}^{t+1}\Delta\tau,\ i = 1{,}2.$$

Для решения этой задачи двух тел используется программа 2. Она содержит цикл, в котором пересчитываются проекции действующей силы, ускорения, скорости, координаты в последовательные моменты времени $\tau_i = i \cdot \Delta\tau$ и результаты выводятся в таблицу 2. На ее основе, используя стандартные средства Excel, можно построить траектории (рис. 2). В наших расчетах массы звезд, координаты, скорости и гравитационная постоянная измеряются в условных единицах. Эта компьютерная модель также позволяет изучить центральный и нецентральный удар, движение частицы в поле центральных сил притяжения и отталкивания [4; 6].

Проверка третьего обобщенного закона Кеплера сводится к проведению серии вычислительных экспериментов при различных массах тел m_1 и m_2, начальных скоростях и расстояниях между ними. Пусть первое тело при $t = 0$ всегда находится в начале координат ($x_1^0 = 0$, $y_1^0 = 0$), а $y_2^0 = 0$, тогда расстояние r между телами в начальный момент времени равно x_2^0 (рис. 2.1). Для удобства предлагается задавать только начальную скорость второго тела: $\upsilon_{2x}^0 = 0$ и υ_{2y}^0. Начальная скорость первого тела вычисляется так, чтобы центр масс системы оставался неподвижным относительно выбранной системы координат: $\upsilon_{1y}^0 = -m_2\upsilon_{2y}^0 / m_1$, которая при этом становится ц–системой.

Программа 2 рассчитывает только один оборот системы из двух тел. По получающейся табл. 2 определяют период T и среднее расстояние a между телами, которое равно полусумме максимального и минимального расстояний (в моменты, когда тела пересекают ось Ox): $a = (r_{\max} + r_{\min})/2$. В обоих случаях, когда орбиты не пересекаются (рис. 2.1) и пересекаются (рис. 2.2), среднее расстояние между небесными телами $a = (|OB| + |AC|)/2$. По полученным результатам вычисляют значение $C = T^2(m_1 + m_2)/a^3$ и убеждаются в том, что оно постоянно независимо от масс звезд, начальных расстояний, скоростей и траекторий движения (табл. 3). Значение C точно совпадает с теоретически ожидаемым $C_T = 4\pi^2 / G = 0{,}0395$, которое вычислено исходя из предположения, что $G = 1000$ усл. ед.

Программа 2.

Модель вращения двух тел вокруг общего центра масс

```
Private Sub CommandButton1_Click()
dt = 0.00005: m1 = 10: m2 = 1: x1 = 0: x2 = 13: y1 = 0: y2 = 0
v2y = 15: v1y = -m2 * v2y / m1: a = (13 + 2.48) / 2
While (flag = 0)
t = t + dt: i = i + 1
r = Sqr((x1 - x2) * (x1 - x2) + (y1 - y2) * (y1 - y2))
sinal = (y2 - y1) / r: cosal = (x2 - x1) / r
F = -1000 * m1 * m2 / r / r: F1x = -F * cosal: F2x = F * cosal
F1y = -F * sinal: F2y = F * sinal: a1x = F1x / m1: a1y = F1y / m1
a2x = F2x / m2: a2y = F2y / m2: v1x = v1x + a1x * dt
v1y = v1y + a1y * dt: v2x = v2x + a2x * dt: v2y = v2y + a2y * dt
x1 = x1 + v1x * dt: y1 = y1 + v1y * dt: x2 = x2 + v2x * dt
y2 = y2 + v2y * dt: cosa1 = v1x / Sqr(v1x * v1x + v1y * v1y)
cosa2 = v2x / Sqr(v2x * v2x + v2y * v2y)
vv1 = v1x * v1x + v1y * v1y: vv2 = v2x * v2x + v2y * v2y
If (v2x > 0) And (v2y < 0) Then f1 = 1
If (v2x < -2) And (f1 = 1) Or (i > 50000) Then flag = 1
If i Mod 100 = 0 Then
Cells(i / 100, 1) = t: Cells(i / 100, 2) = x1
Cells(i / 100, 3) = y1: Cells(i / 100, 4) = x2
Cells(i / 100, 5) = y2: Cells(i / 100, 6) = r
Cells(i / 100, 7) = vv1: Cells(i / 100, 8) = vv2
Cells(i / 100, 9) = 1000 * (m1 + m2) * (2 / r - 1 / a): End If
Wend
End Sub
```

Таблица 2.

Результаты расчетов движения двух тел

N	τ	x_1	y_1	x_2	y_2	r	υ_1^2	υ_2^2	υ_T	υ_{om}	υ_{om}^2	δ
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	0,005	0,0001	-0,0150	12,9993	0,0750	12,9994	9,0023	225,06	309,74	18,00	324,08	0,0442
2	0,010	0,0006	-0,0300	12,9970	0,1500	12,9977	9,0091	225,23	309,99	18,01	324,33	0,0442
3	0,015	0,0013	-0,0450	12,9933	0,2250	12,9948	9,0205	225,51	310,40	18,02	324,74	0,0442
4	0,020	0,0024	-0,0600	12,9881	0,2999	12,9908	9,0364	225,91	310,97	18,04	325,31	0,0441
5	0,025	0,0037	-0,0750	12,9815	0,3748	12,9856	9,0569	226,42	311,71	18,06	326,05	0,0440
6	0,030	0,0053	-0,0899	12,9733	0,4496	12,9793	9,0820	227,05	312,61	18,08	326,95	0,0439
7	0,035	0,0073	-0,1049	12,9637	0,5244	12,9718	9,1117	227,79	313,68	18,11	328,02	0,0437
8	0,040	0,0095	-0,1198	12,9526	0,5991	12,9631	9,1460	228,65	314,91	18,15	329,26	0,0436
9	0,045	0,0120	-0,1348	12,9400	0,6738	12,9533	9,1850	229,62	316,31	18,18	330,66	0,0434
10	0,050	0,0148	-0,1497	12,9259	0,7483	12,9424	9,2286	230,72	317,88	18,23	332,23	0,0432
11	0,055	0,0179	-0,1645	12,9103	0,8227	12,9302	9,2769	231,92	319,62	18,27	333,97	0,0430
12	0,060	0,0214	-0,1794	12,8932	0,8970	12,9170	9,3300	233,25	321,53	18,33	335,88	0,0427

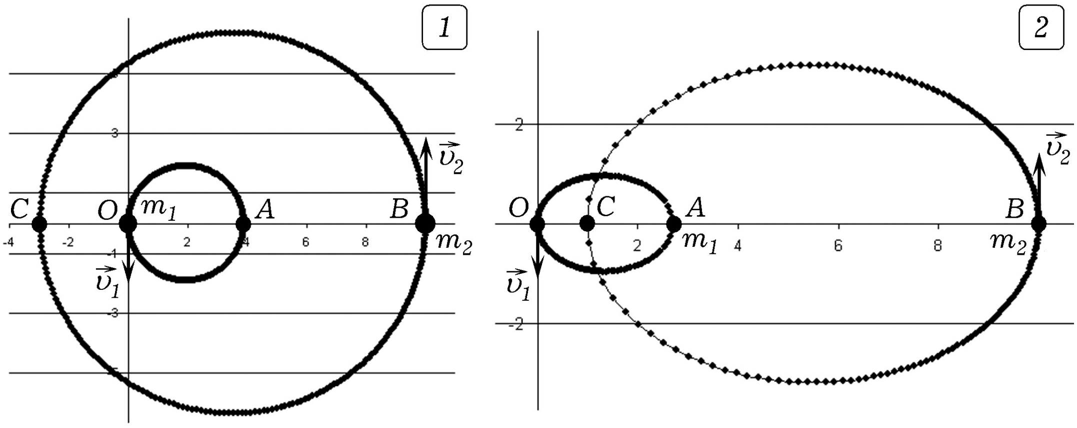

Рис. 2. Вращение двух небесных тел вокруг общего центра масс

Таблица 3.

Проверка третьего обобщенного закона Кеплера

N	m_1	m_2	x_2^0	υ_{2y}^0	T	a	C
1	10	0,2	10	25	1,235	7,3390	0,03936
2	10	0,5	10	25	1,245	7,4395	0,03953
3	10	0,5	10	30	1,790	9,4780	0,03951
4	10	1	10	20	0,970	6,4095	0,03931
5	10	1	15	15	1,675	9,2075	0,03954
6	10	2	10	15	0,795	5,7770	0,03934
7	10	2	15	15	1,655	9,4040	0,03952
8	10	3	10	25	1,345	8,4205	0,03939
9	10	3	10	15	0,780	5,8565	0,03937
10	10	5	10	25	1,480	9,4110	0,03942
11	10	10	15	10	0,905	7,4690	0,03931
12	10	10	10	25	2,165	13,3300	0,03958

Рассматриваемая компьютерная модель позволяет проверить формулу для расчета линейной скорости легкого тела относительно тяжелого (центрального) тела: $\upsilon_T^2 = G(m_1 + m_2)(2/r - 1/a)$, где a – большая полуось орбиты легкого тела. Программа выводит в 7 и 8 столбцы табл. 2 значения квадратов скоростей υ_1^2 и υ_2^2 обоих тел, а в столбец 9 – значение υ_T. Так как в ц–системе отсчета в каждый момент времени тела движутся в противоположных направлениях, то их относительная скорость $\upsilon_{отн} = \sqrt{\upsilon_1^2} + \sqrt{\upsilon_2^2}$. В рассматриваемом случае ее среднее относительное отклонение от теоретически ожидаемого υ_T не превышает $\delta_{ср} = 2$ %.

Использование этих и других [4; 5; 6; 7; 10] компьютерных моделей в педагогическом вузе способствует более глубокому пониманию сущности изучаемых явлений, освоению методов компьютерного моделирования и вычислительного эксперимента, повышению интереса студентов к информационным технологиям и астрономии.

Литература

1. Воронцов-Вельяминов Б.А., Страут Е.К. Астрономия. 11 кл.: учебник для общеобразовательных учреждений. М.: Дрофа, 2004. 224 с.
2. Гельман В.Я. Решение математических задач средствами Excel: практикум. СПб.: Питер, 2003. 240 с.
3. Емец Н.П. Использование интерактивных компьютерных моделей в обучении астрономии студентов физических специальностей педагогических вузов: дис. ... канд. пед. наук:13.00.02. СПб., 2010. 138 с.
4. Информатика и ИКТ. Задачник-практикум: в 2 т. / Л. А. Залогова [и др.]; под ред. И.Г. Семакина, Е.К. Хеннера. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. Т. 2. 309 с.
5. Майер Р.В. Использование компьютерных моделей при изучении астрономии: расчет движения Марса по небесной сфере // Современная педагогика. 2014. №12. URL: http://pedagogika.snauka.ru/2014/12/3138.
6. Майер Р.В. Компьютерное моделирование: учебно-методическое пособие для студентов педагогических вузов [Электронное учебное издание на компакт диске]. Глазов: Глазов. гос. пед. ин-т, 2015. 24,3 Мб. 620 с.
7. Майер Р.В. Решение физических задач с помощью электронных таблиц MS Excel // International Journal of Open Information Technologies. vol. 2. №9. 2014. С. 18-23.
8. Наглядная схема Солнечной системы [Электронный ресурс] // Spacegid.com: [сайт]. URL: http://spacegid.com/kompyuternaya-model-solnechnoy-sistemyi.html (дата обращения: 12.12.2016).
9. Солнечная система 3D-модель [Электронный ресурс] // Ecoss: [сайт]. URL: http://ecocollaps.ru/solnechnaya-sistema-3d-model (дата обращения: 12.12.2016).
10. Угринович Н.Д. Исследование информационных моделей. Элективный курс: учебное пособие. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. 183 с.

Индекс журнала в каталоге агентства «Роспечать» – 72258

Свидетельство о регистрации средства массовой информации
ПИ №ФС77-60598 от 20 января 2015 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций

В дизайне обложки использованы материалы сайта http://lenagold.ru/

Адрес редакции: 109029, г. Москва, ул. Нижегородская, д. 32, стр. 4
e-mail: ininforao@gmail.com, http://www.pedinf.ru/

Сдано в набор 01.03.2017 Подписано в печать 31.03.2017

Формат 70x100
Усл. печ. л. 5,6
Цена договорная