

ФОРМИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СВЕТОВОДОВ ПРИ КРОСС-МОДУЛЯЦИОННОМ САМОЗАХВАТЕ НЕКОГЕРЕНТНЫХ СОЛИТОННЫХ МОД

*В. А. Выслоух, В. Кутузов, В. М. Петникова, В. В. Шувалов**

*Международный учебно-научный лазерный центр
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова
119899, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 26 июня 1997 г.

Рассмотрен новый класс пространственно-локализованных решений солитонного типа с ограниченной энергией в задаче нелинейного распространения светового пучка по фоторефрактивному кристаллу (ФРК) с дрейфовым механизмом нелинейного отклика. Солитоны этого класса отвечают устойчивому распространению в ФРК двух и более согласованных по распределению интенсивности, но некогерентных волновых пакетов — компонент. Их пространственные распределения соответствуют одновременному кросс-модуляционному самозахвату в сформированный ими же общий нелинейный световод его мод нулевого и более высоких порядков. Показана реализуемость таких многокомпонентных солитонов и их структурная устойчивость как по отношению к столкновениям, так и к существенным (более 10% по интенсивности) стохастическим возмущениям их составляющих при распространении на расстояния порядка нескольких дифракционных длин. Обсуждается возможность существования в сопряженных полимерах, антиферромагнетиках и сверхпроводниках необычных состояний, отвечающих устойчивому распространению по сопряженным цепям либо выделенным атомным плоскостям двух и более взаимно некогерентных, но согласованных электронных волновых пакетов.

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из интереснейших проблем современной лазерной физики является исследование процессов самоорганизации, протекающих в системах, состоящих из нелинейной среды и светового поля. Уже хорошо изучены устойчивые самосогласованные решения задач такого типа (солитоны) в средах с пространственно-локализованным (локальным) нелинейным откликом — случай так называемой «керровской» нелинейности [1]. Понятия однокомпонентных и двухкомпонентных («векторных») солитонов как самосогласованных пространственно-локализованных решений (по сути дела, собственных мод) нелинейных задач прочно вошли в самые разные области современной физики. Это — волоконная оптика и оптика сверхкоротких световых импульсов [1–3], нелинейная оптика и лазерная спектроскопия [4–6], физика квазиодномерных цепей в ферромагнетиках [7, 8], высокотемпературных сверхпроводниках [9], сопряженных полиме-

*E-mail: vsh@vsh.ilc.msu.su

рах [10–12] и др. С модельной точки зрения весьма интересны результаты, полученные в последнее время при исследовании солитонов, многосолитонных решений, а также устойчивых солитонных пар в фоторефрактивных кристаллах (ФРК). Актуальность таких исследований определяется еще и тем, что механизм формирования оптической нелинейности в ФРК является одним из наиболее сильных. Его ощутимые проявления наблюдаются при интенсивностях света порядка всего нескольких мВт/см² [13]. Начиная с пионерских работ [14–16] в ФРК с дрейфовым (локальным) механизмом формирования нелинейного отклика [17] интенсивно изучались так называемые «светлые» [18, 19], «темные» [20], «серые» [21], векторные [22] и «vortex» [23] солитоны, многосолитонные решения [24], вопросы их распространения и взаимодействий [25, 26], пространственной размерности [27, 28] и устойчивости [29–31]. Была показана, например, возможность формирования в объеме ФРК солитонных световодов с последующим захватом и распространением по ним относительно слабых (по интенсивности) световых пучков [24, 32]. При условии, что длина волны сильных световых пучков не попадает в область фоторефрактивной чувствительности кристалла, возможно и их распространение в световодах, наведенных в ФРК низкоинтенсивными пространственными солитонами. Наблюдалось формирование устойчивых пар из двух некогерентных пространственных солитонов любого из перечисленных выше типов (светлый–светлый, светлый–темный, темный–темный) [33, 34]. С прикладной точки зрения полученные результаты открывают широкие перспективы для управления светом с помощью света в системах передачи и обработки оптической информации.

Предметом настоящей работы является анализ нового класса пространственно-локализованных устойчивых решений солитонного типа с ограниченной энергией, соответствующего связанному состоянию двух и более некогерентных световых пучков — компонент такого солитона — в ФРК с дрейфовым (локальным) механизмом нелинейного отклика. По характеру распределения светового поля решения этого класса отвечают одновременному само- и взаимозахвату в сформированный ими же общий нелинейный световод нескольких его мод нулевого и более высоких порядков. Взаимодействие захваченных мод при этом носит кросс-модуляционный (реактивный) характер и не сопровождается процессами энергообмена.

2. ИСХОДНАЯ МОДЕЛЬ

В основу использованной нами модели нелинейного отклика ФРК положено известное [35] стационарное решение классической системы материальных уравнений для внутреннего электрического поля $E_{sc}(x, z)$, записанное для двумерного случая без учета фотовольтаического эффекта [17]

$$E_{sc} = \frac{1}{aI_0(\chi + 1)(\lambda_1 - \lambda_2)} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2^{m+1}} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1^{m+1}} \right) \frac{\partial^m I(x, z)}{\partial x^m}, \quad (1)$$

$$a = \frac{\varepsilon}{4\pi e N_a}, \quad \chi = \frac{N_a}{N_d - N_a}, \quad \lambda_{1,2} = \frac{eE_0}{2\theta} \pm \sqrt{\left(\frac{eE_0}{2\theta} \right)^2 + \frac{e}{a\theta(\chi + 1)}}.$$

Здесь N_a и N_d — концентрации акцепторов и доноров соответственно, I_0 — параметр, описывающий темновую проводимость ФРК и определяющий скорость темновой ионизации доноров как sI_0 , где s — сечение процесса фотоионизации, $I(x, z)$ — интенсивность излучения, ε — статическая диэлектрическая проницаемость, e — заряд свободных носителей с учетом их знака, т. е. отрицательный для электронов и положительный для дырок, θ — температура ФРК в энергетических единицах. Предполагается, что в поперечном направлении (вдоль оси x) к ФРК приложено внешнее статическое электрическое поле E_0 . Считается, что оптическое излучение распространяется вдоль оси z , и что $N_a \gg n$, $I_0 \gg I$ и $a(\partial E/\partial x) \ll 1$. Здесь n — концентрация свободных носителей. При $E_0 \sim 10$ кВ/см, $\theta \sim 300$ К и пространственных масштабах изменения светового поля не менее длины световой волны члены ряда (1) уменьшаются настолько быстро, что в нем может быть удержан лишь первый член, пропорциональный $I(x, z)$, который и будет везде далее называться локальной компонентой нелинейного отклика. Фактически это означает, что в рамках настоящей работы мы ограничимся нелинейностью лишь так называемого керровского типа [1].

Распространение светового пучка с комплексной амплитудой поля $A(x, z)$ описывалось стандартным укороченным волновым уравнением [1]

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + k \frac{\delta \eta}{\eta} A, \quad (2)$$

записанным в параксиальном приближении без учета поглощения. Здесь k — волновое число, $\delta \eta = -(r_{eff} \eta^3/2) E_{sc}(x, z)$ — нелинейная добавка к показателю преломления η , r_{eff} — эффективный электрооптический коэффициент. В (2) опущено однородное по x изменение показателя преломления, обусловленное E_0 . Уравнения (1) и (2) формируют самосогласованную задачу, которая учитывает взаимное влияние процессов перераспределения интенсивности света и электрического поля в объеме ФРК. Эта модель хорошо описывает эксперименты с так называемыми «шелевыми» пучками [36], которые широко используются на практике при исследовании солитонных эффектов в ФРК из-за сильной анизотропии нелинейного отклика последних.

3. ДВУХКОМПОНЕНТНЫЕ СОЛИТОНЫ

Попытаемся найти двухкомпонентные солитоноподобные решения системы, сформированной уравнениями (1) и (2), отвечающие случаю разделения переменных

$$A(x, z) = Y(x) \exp(-i\nu_1 z) + Y_2(x) \exp(-i\nu_2 z), \quad (3)$$

где вещественные функции $Y_{1,2}(x)$ задают пространственные распределения двух взаимно некогерентных компонент светового поля по x , а положительные константы $\nu_{1,2}$ определяют их нелинейные фазовые набег по z . Таким образом, речь идет о поиске стационарных по z распределений интенсивности. Легко убедиться, что с учетом взаимной некогерентности компонент $Y_{1,2}$ подстановка (3) в (1) и (2) приводит к системе

уравнений для пространственных профилей их амплитуд в виде

$$\frac{d^2 Y_{1,2}}{dx^2} + 2k \left[\frac{\alpha_0 E_0}{I_0} (Y_1^2 + Y_2^2) - \nu_{1,2} \right] Y_{1,2} = 0, \tag{4}$$

где $\alpha_0 = (1/2)kr_{eff}\eta^2$ и в (1) сохранен лишь первый член разложения. В (4) удобно ввести безразмерные координаты $\xi = x/x_0$, $\zeta = z/L_d$ и амплитуды компонент поля $\rho_{1,2}(\xi) = Y_{1,2}(\xi)\sqrt{R/I_0}$, где x_0 определяется характерным поперечным масштабом задачи, например, шириной одного из световых пучков, $L_d = kx_0^2$ — дифракционная длина, соответствующая x_0 , $R = L_d/L_r$, $L_r = |1/\alpha_0 E_0|$ — длина нелинейной рефракции. При этом (4) переходит в систему уравнений для безразмерных амплитуд:

$$\frac{d^2 \rho_{1,2}}{d\xi^2} \pm 2 [\rho_1^2 + \rho_2^2 - \beta_{1,2}] \rho_{1,2} = 0, \tag{5}$$

где $\beta_{1,2} = L_d \nu_{1,2}$, а знаки «+» и «-» соответствуют случаям фокусирующей ($\delta\eta > 0$) и дефокусирующей ($\delta\eta < 0$) нелинейности. Оба эти случая могут быть реализованы при соответствующем выборе ориентации ФРК и направления E_0 [17]. Нетрудно убедиться, что система (5) сохраняет тот же вид и при встречном распространении световых пучков.

В зависимости от знака нелинейности система (5) имеет хорошо известные частные решения, имеющие характер однокомпонентных светлых [18, 19],

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \pm \frac{\sqrt{2\beta_1}}{\text{ch}(\sqrt{2\beta_1}\xi)}, \quad \rho_2 = 0, \\ \rho_1 &= 0, \quad \rho_2 = \pm \frac{\sqrt{2\beta_2}}{\text{ch}(\sqrt{2\beta_2}\xi)}, \end{aligned} \tag{6}$$

либо темных [20],

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \pm \sqrt{\beta_1} \text{th}(\sqrt{\beta_1}\xi), \quad \rho_2 = 0, \\ \rho_1 &= 0, \quad \rho_2 = \pm \sqrt{\beta_2} \text{th}(\sqrt{\beta_2}\xi), \end{aligned} \tag{7}$$

солитонов. Такие решения, в принципе, являются устойчивыми, хотя в реальных экспериментах необходимая одномерность процессов дифракции и самовоздействия достигается лишь за счет использования щелевых пучков, имеющих однородное распределение поля в направлении, ортогональном ξ и ζ [36]. При этом приходится считаться с возможностью развития на длине ФРК модуляционной неустойчивости [37], приводящей к филаментации пучка в этом направлении. Устойчивость двумерных солитонов достигается за счет эффекта насыщения нелинейности.

При анализе двухкомпонентных самосогласованных решений более общего, чем заданного выражениями (6) и (7), вида удобно воспользоваться математической аналогией между характером зависимостей $\rho_{1,2}(\xi)$, которые определяет система уравнений (5), и нелинейными колебаниями двух осцилляторов в общем потенциале

$$U(\rho_1, \rho_2) = \pm \frac{1}{2}(\rho_1^2 + \rho_2^2)^2 \mp (\beta_1 \rho_1^2 + \beta_2 \rho_2^2). \quad (8)$$

Здесь, как и ранее, знаки «+» и «-» соответствуют случаям фокусировки и дефокусировки соответственно. На плоскости $\rho_1 \rho_2$ потенциальная энергия эквивалентной механической системы имеет несколько локальных экстремумов, которые соответствуют особым точкам ее фазового портрета. Однако, предположив для определенности, что $\beta_1 > \beta_2$, и рассматривая случай самофокусировки (рис. 1), легко убедиться, что лишь два абсолютных минимума $U(\rho_1, \rho_2)$ с координатами $\rho_1 = \pm\sqrt{\beta_1}$, $\rho_2 = 0$ (один минимум с координатами $\rho_1 = \rho_2 = 0$ при дефокусировке) представляют собой точки устойчивого равновесия — фокусы, а единственный локальный максимум $\rho_1 = \rho_2 = 0$ (два абсолютных максимума с координатами $\rho_1 = \pm\sqrt{\beta_1}$, $\rho_2 = 0$ при дефокусировке) является узлом. Все остальные особые точки имеют характер седел. В вырожденном случае $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ все точки с координатами $\rho_1^2 + \rho_2^2 = \beta$, расположенные на дне «ложбины» потенциала (8), отвечают безразличному равновесию.

Кроме однокомпонентных светлых и темных солитонов (6) и (7) существуют и двухкомпонентные решения (5), которые удается записать в элементарных функциях. Так, при $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ решениями (5) являются также известные пары, образованные двумя некогерентными светлыми (случай самофокусировки),

$$\rho_1 = \frac{\sqrt{2\beta}}{\operatorname{ch}(\sqrt{2\beta}\xi)} \cos \alpha, \quad \rho_2 = \frac{\sqrt{2\beta}}{\operatorname{ch}(\sqrt{2\beta}\xi)} \sin \alpha, \quad (9)$$

либо темными (дефокусировка),

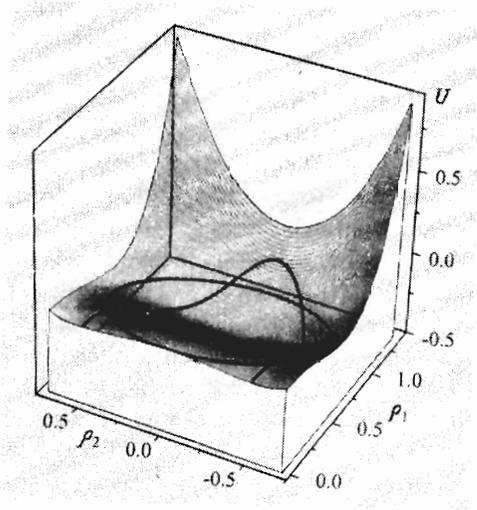


Рис. 1. Траектории, отвечающие известному для ФРК [33] солитону (11), образованному двумя взаимно некогерентными («светлой» и «темной») составляющими, и двухкомпонентному солитону (13) (незамкнутая и замкнутая кривые, соответственно). $U(\rho_1, \rho_2)$ — потенциальная энергия, $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 0.25$

$$\rho_1 = \sqrt{\beta} \operatorname{th}(\sqrt{\beta} \xi) \cos \alpha, \quad \rho_2 = \sqrt{\beta} \operatorname{th}(\sqrt{\beta} \xi) \sin \alpha, \quad (10)$$

солитонами [33]. В координатах (ρ_1, ρ_2, U) оба эти решения отвечают проектированию на оси $\rho_{1,2}$ соответствующих односолитонных решений (6) и (7), плоскости траекторий которых поворачиваются вокруг оси симметрии U на угол α .

При $\beta_1 > \beta_2$ устойчивые пары — «серые» солитоны [21] — могут быть сформированы из некогерентных светлого и темного солитонов как при самофокусировке,

$$\rho_1 = \pm \frac{\sqrt{2\beta_1 - \beta_2}}{\operatorname{ch}[\sqrt{2(\beta_1 - \beta_2)} \xi]}, \quad \rho_2 = \pm \sqrt{\beta_2} \operatorname{th}[\sqrt{2(\beta_1 - \beta_2)} \xi], \quad (11)$$

так и при дефокусировке,

$$\rho_1 = \pm \sqrt{\beta_1} \operatorname{th}[\sqrt{2(\beta_1 - \beta_2)} \xi], \quad \rho_2 = \pm \frac{\sqrt{2\beta_2 - \beta_1}}{\operatorname{ch}[\sqrt{2(\beta_1 - \beta_2)} \xi]}. \quad (12)$$

Последнее решение существует лишь при $\beta_1 < 2\beta_2$. В случае самофокусировки траектория такого солитона начинается ($\xi \rightarrow -\infty$) в точке неустойчивого равновесия $(0, \pm\sqrt{\beta_2})$ (локальный максимум на дне ложбины потенциала (8)) и заканчивается ($\xi \rightarrow +\infty$) в симметрично расположенной точке $(0, \mp\sqrt{\beta_2})$ (рис. 1, незамкнутая кривая). На плоскости $\rho_1\rho_2$ эта траектория представляет собой полуэллипс с полуосями $\sqrt{2\beta_1 - \beta_2}$ и $\sqrt{\beta_2}$ и в зависимости от знака асимптотики лежит либо в полуплоскости $\rho_1 \geq 0$, либо $\rho_1 \leq 0$. При дефокусировке траектория такого двухкомпонентного солитона также представляет собой полуэллипс (правда, уже с полуосями $\sqrt{\beta_1}$ и $\sqrt{2\beta_2 - \beta_1}$), начинающийся в точке неустойчивого равновесия $(\mp\sqrt{\beta_1}, 0)$ (абсолютный максимум потенциальной энергии) и заканчивающийся в симметрично расположенной на плоскости $\rho_1\rho_2$ точке $(\pm\sqrt{\beta_1}, 0)$. Как и прежде, в зависимости от знака асимптотики эта траектория расположена либо в полуплоскости $\rho_2 \geq 0$, либо $\rho_2 \leq 0$.

Все перечисленные выше двухкомпонентные решения системы (5) представляют собой определенные парные комбинации из светлых и темных солитонов. Причем, если в такую пару входит хотя бы один темный солитон, ее энергия оказывается бесконечно большой. Поэтому все известные до сих пор для ФРК [33] комбинации этого типа имели, скорее, чисто методический интерес.

Нам удалось найти новое для ФРК двухкомпонентное солитонное решение (5) с ограниченной энергией для случая нелинейности фокусирующего типа. Аналогичное решение было получено ранее, например, в задаче распространения двух сверхкоротких световых импульсов со взаимно ортогональными поляризациями вдоль световода с керровской нелинейностью [38, 39]. Хотя его траектория на плоскости $\rho_1\rho_2$, как и для самосогласованной пары, образованной двумя светлыми некогерентными солитонами, начинается и заканчивается в точке $(0, 0)$, зависимость $\rho_2(\xi)$ является в этом решении нечетной (рис. 1, замкнутая кривая). В то же время, в отличие от традиционного темного солитона (10), функция $\rho_2(\xi)$ экспоненциально убывает при $\xi \rightarrow \pm\infty$. Для $\beta_1 = 4\beta_2$ это новое для ФРК двухкомпонентное решение может быть записано в явном виде:

$$\rho_1 = \pm \frac{\sqrt{6\beta_2}}{\operatorname{ch}^2(\sqrt{2\beta_2} \xi)}, \quad \rho_2 = \pm \frac{\sqrt{6\beta_2} \operatorname{sh}(\sqrt{2\beta_2} \xi)}{\operatorname{ch}^2(\sqrt{2\beta_2} \xi)}. \quad (13)$$

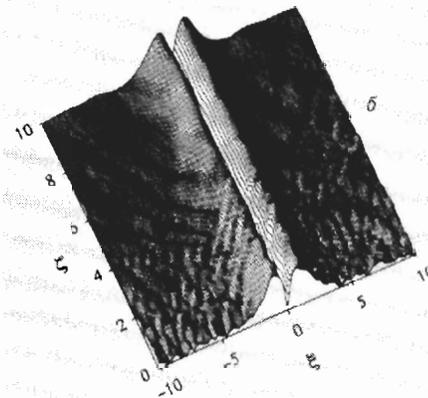
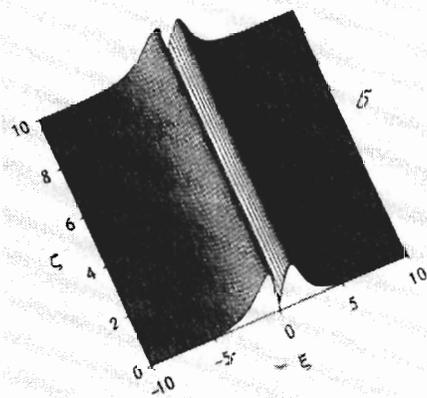
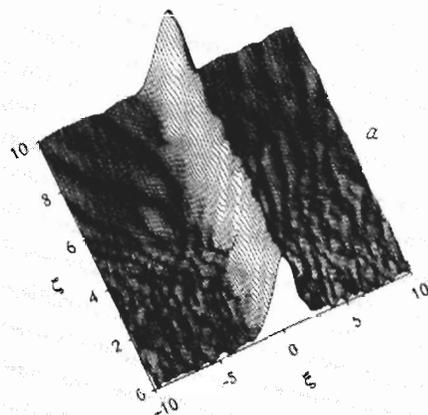
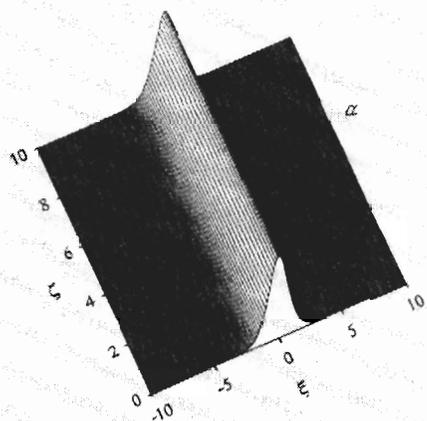


Рис. 2

Рис. 3

Рис. 2. Распределения $|\rho_1(\xi)|$ (а) и $|\rho_2(\xi)|$ (б) для компонент парного солитона (13) и их устойчивое распространение вдоль оси ζ : $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 0.25$

Рис. 3. Структурная устойчивость распределений $|\rho_1(\xi)|$ (а) и $|\rho_2(\xi)|$ (б), возмущенных гауссовским шумом (10% по интенсивности), для компонент парного солитона (13) при распространении вдоль оси ζ : $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 0.25$

На рис. 2 показаны пространственные распределения модуля амплитуды светового поля в двух взаимно некогерентных компонентах решения (13) (симметричная (рис. 2а) и антисимметричная (рис. 2б) составляющие соответственно) и их устойчивое распространение на расстояние $\zeta = 10$, что в масштабе реального эксперимента соответствовало бы длине ФРК около 5 см. Численный расчет показывает, что в отсутствие антисимметричной составляющей ρ_2 симметричная компонента ρ_1 по мере ее распространения

по ФРК трансформируется в обычный однокомпонентный светлый солитон вида (6). В то же время антисимметричная компонента ρ_2 в отсутствие составляющей ρ_1 постепенно превращается в пару расходящихся по поперечной координате ξ противофазных светлых солитонов с малыми амплитудами.

Рисунок 3 иллюстрирует структурную устойчивость двухкомпонентного солитона (13) к существенным (10% по интенсивности) возмущениям входных профилей амплитуды обеих составляющих поля $\rho_{1,2}$ гауссовским шумом. С увеличением уровня шума (20% по интенсивности) в компьютерном эксперименте наблюдался распад такого солитона (13) на обычные светлые солитоны, которые, следовательно, имеют несколько больший запас устойчивости к возмущениям. Численный расчет доказал также структурную устойчивость двухкомпонентного солитонного решения (13) по отношению к столкновениям (взаимопересечениям) с таким же двухкомпонентным (рис. 4) либо обычным однокомпонентным светлым солитонами.

Проведенное нами компьютерное моделирование позволило проследить трансформацию структуры новых двухкомпонентных солитонов при изменении отношения параметров $\beta_{1,2}$. Оказалось, что предельным случаем решения вида (13) при $\beta_1/\beta_2 \rightarrow 1$ является пара $[\rho_1^{(1,2)}, \rho_2^{(1,2)}]$ бесконечно удаленных друг от друга на оси ξ и, следовательно, не взаимодействующих двухкомпонентных фоторефрактивных светлых солитонов вида (9). Каждый из солитонов этой пары состоит из двух взаимно некогерентных компонент $\rho_1^{(1,2)}$ и $\rho_2^{(1,2)}$. Однако соответствующие составляющие этих раздвинутых по ξ солитонов $\rho_{1,2}^{(1)}$ и $\rho_{1,2}^{(2)}$ попарно когерентны. Причем, если когерентные компоненты $\rho_1^{(1)}$ и $\rho_1^{(2)}$ в этих солитонах синфазны, компоненты $\rho_2^{(1)}$ и $\rho_2^{(2)}$ противофазны. По мере роста отношения β_1/β_2 происходит постепенное сближение солитонов пары по ξ . При их полном пространственном совмещении (предельный переход $\beta_1/\beta_2 \rightarrow \infty$) происходит полное интерференционное гашение противофазных составляющих и формируется однокомпонентный светлый солитон вида (6). Естественно, что такая аналогия весьма условна, поскольку форма и параметры солитонов пары меняются за счет кросс-модуляционного взаимодействия при их сближении по ξ .

Таким образом, полученное нами решение (13) представляет собой новый для ФРК тип устойчивого и физически реализуемого двухкомпонентного солитона, принадлежащего к классу решений с разделяющимися переменными.

4. САМОЗАХВАТ СОЛИТОННЫХ МОД ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

По сути, рассмотренное нами выше двухкомпонентное решение (13) описывает кросс-модуляционный самозахват и распространение по результирующему нелинейному световоду его мод нулевого и первого порядков. В настоящем разделе мы покажем, что существуют и более сложные устойчивые решения такого типа, т. е. многокомпонентные солитоны, включающие в себя более двух некогерентных самосогласованных составляющих светового поля с конечной энергией и пространственно-ограниченными распределениями, отвечающими структуре собственных мод высших порядков их общего нелинейного световода. Насколько нам известно, до настоящего времени многокомпонентные решения такого типа в литературе пока не обсуждались. По-видимому, это

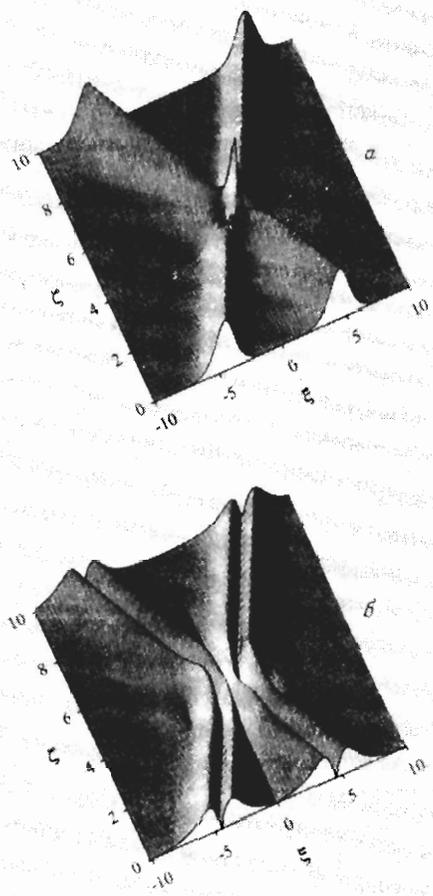


Рис. 4

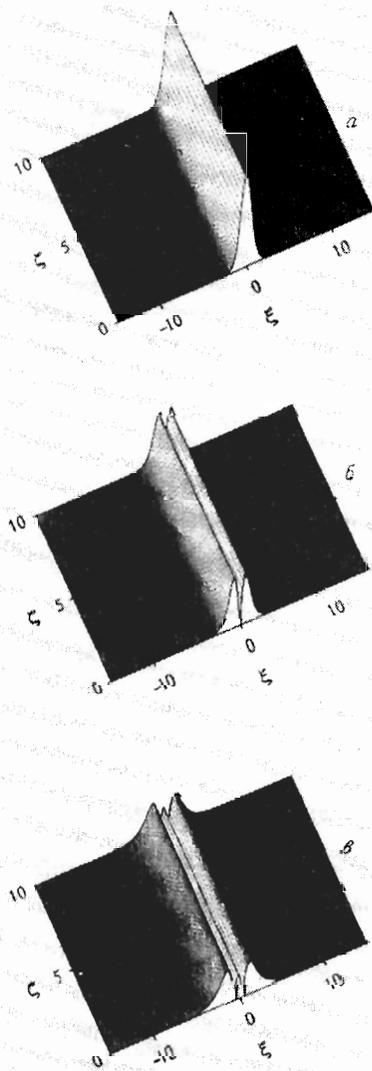


Рис. 5

Рис. 4. Устойчивость распределений $|\rho_1(\xi)|$ (а) и $|\rho_2(\xi)|$ (б) для компонент парного солитона (13) по отношению к пересечению в ФРК с таким же парным солитоном: $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 0.25$

Рис. 5. Распределения $|\rho_1^{(3)}(\xi)|$ (а), $|\rho_2^{(3)}(\xi)|$ (б) и $|\rho_3^{(3)}(\xi)|$ (в) для компонент солитона (17в) и их устойчивое распространение вдоль оси ζ : $\beta_0 = 1$

связано с тем, что для их практической реализации необходимо, прежде всего, устранить интерференцию между их компонентами — составляющими. В том случае, когда таких компонент всего две, можно выбрать их поляризации ортогональными [38, 39]. Однако, если таких компонент становится больше, приходится идти по другому пути. Для этого можно, например, использовать компоненты с разными несущими частотами и нелинейную среду со сравнительно медленным откликом, который вследствие своей инерционности не способен отследить интерференционные биения. Именно этот случай, рассматривавшийся ранее для описания пространственно-локализованных спаренных электронных состояний (так называемая «бисолитонная» модель высокотемпературной сверхпроводимости [40]), и может быть реализован на практике в ФРК.

Легко убедиться, что в результате нелинейного взаимодействия двух компонент солитона (13) в ФРК формируется общий нелинейный световод с поперечным распределением показателя преломления:

$$\Delta n \propto \Delta n_{max} / \text{ch}^2(\xi/\xi_0), \tag{14}$$

где параметры $\Delta n_{max} = 6\beta_2$ и $\xi_0 = 1/\sqrt{2\beta_2}$ описывают максимальную величину изменения показателя преломления и ширину этого световода. Предположим, что все решения рассматриваемого нами класса формируют в ФРК общий нелинейный световод с профилем показателя преломления, аналогичным (14). В качестве варьируемых параметров будем рассматривать Δn_{max} и ξ_0 . Тогда на первом этапе наша задача фактически сведется к одной из двух уже достаточно хорошо изученных проблем: расчету локализованных состояний в потенциальной яме, соответствующей (14) формы [41], либо собственных мод оптического градиентного световода с известным профилем распределения показателя преломления (частный случай так называемого профиля Эпштейна), заданным (14) [42]. Далее мы дополнительно потребуем, чтобы найденные на первом этапе решения формировали бы в ФРК за счет керровской нелинейности общий световод требуемого профиля, и определим из этого условия коэффициенты соответствующих разложений по собственным модам.

В общем случае обсуждаемая задача не имеет элементарных аналитических решений и ее собственные функции выражаются через гипергеометрические функции. Однако характер решений существенно упрощается при вполне определенных дискретных соотношениях между Δn_{max} и ξ_0 [41, 42], для которых собственные функции могут быть выражены через так называемые присоединенные функции Лежандра [43]. При этом система уравнений, которую нам надо решить, для произвольного целого $n = 1, 2, \dots$ записывается в виде

$$\frac{d^2 \rho_i^{(n)}}{d\xi^2} + 2 \left[\frac{\beta_0 n(n+1)}{\text{ch}^2(\sqrt{2\beta_0} \xi)} - \beta_i \right] \rho_i^{(n)} = 0, \tag{15}$$

где $i = 1, 2, \dots, n$. Условие самосогласованности многокомпонентных решений солитонного типа определяется в этом случае как

$$\sum_{i=1}^n \left[\rho_i^{(n)} \right]^2 = \frac{\beta_0 n(n+1)}{\text{ch}^2(\sqrt{2\beta_0} \xi)}. \tag{16}$$

Не останавливаясь здесь на процедуре рутинного расчета, приведем лишь три первых многокомпонентных решения этого класса для $n = 1, 2, 3$:

$$\rho_1^{(1)} = \frac{\sqrt{2\beta_0}}{\text{ch}(\sqrt{2\beta_0}\xi)}, \quad (17a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1^{(2)} = \frac{\sqrt{6\beta_0}}{\text{ch}^2(\sqrt{2\beta_0}\xi)}, \\ \rho_2^{(2)} = \frac{\sqrt{6\beta_0} \text{sh}(\sqrt{2\beta_0}\xi)}{\text{ch}^2(\sqrt{2\beta_0}\xi)}, \end{array} \right. \quad (17b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1^{(3)} = \frac{(3/2)\sqrt{5\beta_0}}{\text{ch}^3(\sqrt{2\beta_0}\xi)}, \\ \rho_2^{(3)} = \frac{\sqrt{30\beta_0} \text{sh}(\sqrt{2\beta_0}\xi)}{\text{ch}^3(\sqrt{2\beta_0}\xi)}, \\ \rho_3^{(3)} = \frac{(1/2)\sqrt{3\beta_0} [4 - 5/\text{ch}^2(\sqrt{2\beta_0}\xi)]}{\text{ch}(\sqrt{2\beta_0}\xi)}. \end{array} \right. \quad (17b)$$

Легко убедиться, что первое решение (17a) представляет собой не что иное, как обычный светлый солитон вида (6), второе — (17b) — соответствует описанному уже нами выше и известному в ряде других задач [38, 39] двухкомпонентному солитону (13), а третье — (17b) — является еще одним новым решением, включающим третью некогерентную компоненту светового поля с пространственным распределением, соответствующим второй симметричной моде записываемого в ФРК нелинейного световода.

Рисунок 5 иллюстрирует пространственные распределения модуля амплитуды светового поля для всех трех некогерентных компонент нового решения (17b) (рис. 5a, рис. 5б и рис. 5в, соответственно) и их устойчивое распространение на расстояние $\zeta = 5$, что в масштабе реального эксперимента соответствует длине ФРК порядка нескольких сантиметров.

В заключение необходимо отметить еще одну особенность найденного нами класса многокомпонентных солитонов. Кроме ограниченности их энергии весьма важную с прикладной точки зрения роль, на наш взгляд, играет тот факт, что в отличие от известных ранее двухкомпонентных солитонов (9) и (13) в солитонах нового типа появляется возможность варьировать глубину модуляции показателя преломления Δn_{max} — т. е. управлять параметрами светоиндуцированного световода за счет изменения числа компонент в солитоне.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги работы, кратко перечислим ее основные результаты и сформулируем некоторые выводы. Исходя из вполне реалистичной модели формирования нелинейного отклика ФРК [35], мы впервые показали возможность реализации в ФРК уже известного для других физических задач [38, 39] двухкомпонентного решения солитонного типа, отвечающего устойчивому распространению в ФРК с дрейфовым механизмом нелинейного отклика двух самосогласованных некогерентных пространственно-локализованных пучков с ограниченной энергией и нетривиальной пространственной структурой. Распределения световых полей в этом решении соответствуют одновременному кросс-модуляционному самозахвату и распространению в сформированном самой парой компонент нелинейном световоде его мод нулевого и первого порядков. Дальнейший анализ показал, что существуют и более сложные многокомпонентные солитоны аналогичного типа, которые включают в себя уже более двух самосогласованных некогерентных составляющих светового поля — собственных мод их общего нелинейного световода. Проведенное компьютерное моделирование показало, что подобные решения не только являются физически реализуемыми, но и структурно устойчивыми.

На наш взгляд найденный и проанализированный здесь класс многокомпонентных солитонов важен с прикладной точки зрения, поскольку в нем появляется определенная свобода выбора соотношения между максимальной величиной изменения показателя преломления в формируемом световодном канале Δn_{max} и его пространственным масштабом ξ_0 .

Такие многокомпонентные решения нелинейного уравнения Шредингера могут представлять интерес и с методической точки зрения, особенно в связи с проблемами формирования нелинейных коллективных мод в волноводных решетках [45], а также физики квазиодномерных цепей в ферромагнетиках [7, 8], высокотемпературных сверхпроводниках [9, 40] и сопряженных полимерах [10–12]. Как нам представляется, в последней группе задач может оказаться плодотворной идея о возможности формирования и последующего устойчивого распространения по одномерным сопряженным цепям либо выделенным атомным плоскостям нескольких (двух и более) взаимно некогерентных (вследствие быстрой фазовой релаксации либо разных собственных частот), но устойчивых электронных волновых пакетов (составляющих многокомпонентных солитонов) с необычными взаимно ортогональными пространственными распределениями. Более того, формирование именно таких некогерентных, но связанных пакетов из когерентных электронных пар при возбуждении последних пикосекундными импульсами с энергией кванта ~ 2 эВ может объяснить полученный нами в пленках Y-Ba-Cu-O неожиданный экспериментальный результат, когда в течение более чем 3 нс после ударного возбуждения сверхпроводящих образцов в спектре их электронных состояний наблюдалась энергетическая щель [44].

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 96-02-16238).

Литература

1. С. А. Ахманов, В. А. Выслоух, А. С. Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*, Наука, Москва (1988).
2. А. С. Щербаков, Е. И. Андреева, Письма в ЖТФ **21**, 6 (1995).
3. A. Hook and V. N. Serkin, IEEE J. of Quant. Electr. **30**, 148 (1994).
4. M. Shalaby and A. C. Barthelemy, IEEE J. of Quant. Electr. **28**, 2736 (1992).
5. A. F. Kaplan and P. L. Shkolnikov, JOSA B **13**, 347 (1996).
6. M. Logdlund, P. Dannetun, S. Stafstrom et al., Phys. Rev. Lett. **70**, 970 (1993).
7. С. Н. Мартынов, ТМФ **91**, 112 (1992).
8. J. P. Goff, D. A. Tennant, and S. E. Nagler, Phys. Rev. B **52**, 5992 (1995).
9. D. B. Haviland and P. Deising, Phys. Rev. B **54**, R6857 (1996).
10. S. Takeuchi, M. Yoshizawa, T. Masuda et al., IEEE J. of Quant. Electr. **28**, 2508 (1992).
11. A. Takahashi and S. Mukamel, J. of Chem. Phys. **100**, 2366 (1994).
12. Xu Jizhong and Huang Jingning, Phys. Lett. A **197**, 127 (1995).
13. *Photorefractive materials and applications*, ed. by P. Gunter and J.-P. Huignard, Springer Series in Topics in Applied Physics **61–62**, Springer-Verlag, Heidelberg (1988).
14. M. Segev, B. Crosignani, and A. Yariv, Phys. Rev. Lett. **68**, 923 (1992).
15. M. D. Iturbe-Castillo, P. A. Marquez-Aguilar, J. J. Sanchez-Mondragon et al., Appl. Phys. Lett. **64**, 408 (1994).
16. G. C. Duree, J. L. Shultz, G. J. Salamo et al., Phys. Rev. Lett. **71**, 533 (1993).
17. N. Kukhtarev, V. Markov, S. Odulov et al., Ferroelectrics **22**, 949 (1979).
18. B. Crosignani, M. Segev, D. Engin et al., JOSA B **10**, 446 (1993).
19. M. Shamonin, Appl. Phys. A **56**, 467 (1993).
20. G. C. Valley, M. Segev, B. Crosignani et al., Phys. Rev. A **50**, R4457 (1994).
21. D. N. Christodoulides and M. I. Carvalho, JOSA B **12**, 1628 (1995).
22. M. Segev, G. C. Valley, S. R. Singh et al., Opt. Lett. **20**, 1764 (1995).
23. G. Duree, M. Morin, G. Salamo et al., Phys. Rev. Lett. **74**, 1978 (1995).
24. Z. Chen, M. Mitchell, and M. Segev, Opt. Lett. **21**, 716 (1996).
25. C. M. Gomez, J. J. Sanchez-Mondragon, S. Stepanov, and V. A. Vysloukh, J. of Modern Optics **43**, 1253 (1996).
26. A. V. Mamaev, M. Saffman, and A. A. Zozulya, Phys. Rev. Lett. **77**, 4544 (1996).
27. M.-F. Shih, M. Segev, G. C. Valley et al., Electronics Lett. **31**, 826 (1995).
28. M.-F. Shih, P. Leach, M. Segev et al., Opt. Lett. **21**, 324 (1996).
29. M. Segev, B. Crosignani, P. Di Porto et al., Opt. Lett. **19**, 1296 (1994).
30. A. V. Mamaev, M. Saffman, and A. A. Zozulya, Europhys. Lett. **35**, 25 (1996).
31. A. V. Mamaev, M. Saffman, and A. A. Zozulya, Phys. Rev. Lett. **76**, 2262 (1996).
32. M. Morin, G. Duree, G. Salamo, and M. Segev, Opt. Lett. **20**, 2066 (1995).
33. Z. Chen, M. Segev, T. H. Coskun, and D. N. Christodoulides, Opt. Lett. **21**, 1436 (1996).
34. D. N. Christodoulides, S. R. Singh, M. I. Carvalho, and M. Segev, Appl. Phys. Lett. **68**, 1763 (1996).
35. В. А. Выслоух, В. Кутузов, В. М. Петникова, В. В. Шувалов, ЖЭТФ **111**, 705 (1997).
36. G. Duree, G. Salamo, M. Segev et al., Opt. Lett. **19**, 1195 (1994).
37. D. Iturbe-Castillo, M. Torres-Cisneros, J. J. Sanchez-Mondragon et al., Opt. Lett. **20**, 1 (1995).
38. M. V. Tratnik and J. E. Sipe, Phys. Rev. A **38**, 2011 (1988).
39. M. Florjanczyk and R. Tremblay, Phys. Lett. A **141**, 34 (1989).

40. А. С. Давыдов, *Высокотемпературная сверхпроводимость*, Наук. думка, Киев (1990), гл. 7.
41. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика: нерелятивистская теория*, Наука, Москва (1989).
42. М. Адамс, *Введение в теорию оптических волноводов*, Мир, Москва (1984), гл. 4.
43. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Наука, Москва (1971), гл. 8.
44. A. N. Zherikhin, V. A. Lobastov, V. M. Petnikova, and V. V. Shuvalov, *Physica C* **221**, 311 (1994).
45. S. Darmanyan, I. Relke, and F. Lederer, *Phys. Rev. E* **55**, 7662 (1997).