

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОБРАБОТКА ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ СО СКЕЙЛИНГОВЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

к.ф.-м.н. Н.В. Грушина, к.ф.-м.н. А.М. Зотов, студ. Е.Г. Ким,
проф. П.В. Короленко, инж. И.А. Никандров, к.ф.-м.н. Ю.В. Рыжикова

МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет
natasha_grushina@mail.ru

При оптической диагностике разнообразных структур и анализе процессов со сложной временной структурой часто возникает необходимость в изучении скейлинга в структуре регистрируемых сигналов. Определение области и коэффициентов скейлинга, а также фрактальной размерности при наличии в сигналах самоподобных элементов несет в себе важную информацию о свойствах исследуемых объектов. Методы обработки оптической информации при освещении объектов с фрактальной структурой хорошо известны и давно освоены физиками и математиками [1-3]. Однако, в тех случаях, когда фрактальные свойства исследуемых структур выражены слабо или совсем отсутствуют, обнаружение скейлинга и оценка его параметров в характеристиках зондирующих световых пучков представляет собой задачу, недостаточно проработанную в литературе.

В данной работе задача моделирования оптических сигналов со скейлинговыми характеристиками и анализа их свойств рассмотрена применительно к проблеме взаимодействия плоской однородной световой волны с апериодическими детерминированными и стохастическими структурами. В качестве таких структур рассматриваются многослойные системы, 1D, 2D и 3D решетки, а также неоднородные фазовые пластины. При проведении численных экспериментов решалась также важная для фрактальной оптики задача определения устойчивости параметров скейлинга и их связи с особенностями структуры исследуемых объектов.

Построение многослойных систем и дифракционных решеток производилось при помощи алгоритмов, основанных на использовании свойств числовых последовательностей Морса-Туэ, двойного периода и Фибоначчи [4]. Эти последовательности могут быть представлены в виде чередующихся в определенном порядке нулей и единиц. Переход к более высокому структурному уровню, увеличивающему количество элементов в каждой из последовательностей $P_i = \{0,1\}$, может быть осуществлен с помощью следующих правил замещения: $g(0) = 0,1; g(1) = 1,0$ (Морса-Туэ); $g(0) = 0,1; g(1) = 0,0$ (двойной период); $g(0) = 0,1; g(1) = 0$ (Фибоначчи) [5]. При построении многослойных систем нулевому элементу ставится в соответствие слой с низким показателем преломления, а единичному – с высоким. Апериодические решетки рассеивающих центров моделировались на основе периодических систем путем удаления из них части рассеивающих центров. Так, при построении апериодической 1D-решетки из одномерной периодической решетки удалялись рассеивающие центры, соответствующие нулевым элементам последовательности P_i . 2D и 3D-решетки несложно построить, используя матрицы:

$$Q_{mn} = P_m P_n \text{ и } Q_{mnk} = P_m P_n P_k, \text{ где } 0 < m, n, k < J,$$

где J – положительное целое число, определяющее общие размеры решетки. Наконец, фазовый профиль случайно неоднородных фазовых пластинок моделировался на основе расчета интерференционной картины, сформированной в некоторой плоскости суперпозицией плоских волн со случайными наклонами и случайным разбросом фаз.

Отметим, что структуры указанных типов многослойных систем, решеток и фазовых пластинок в строгом смысле фракталами не являются. Однако, как показали расчеты, их оптические характеристики обладают определенным скейлингом. К основным оптическим характеристикам многослойных систем были отнесены спектры отражения и пропускания. Они рассчитывались на основе матричного метода [4]. При расчете дифракции световых волн на решетчатых структурах использовалась скалярная теория дифракции. При этом для дифракционных интегралов было разработано специальное представление, позволяющее использовать процедуру быстрого преобразования Фурье как для дальней, так и ближней зон дифракции. Формализм фурье-оптики применялся также при моделировании спекловых световых структур, формирующихся в результате прохождения волн через неоднородные фазовые пластины.

Оценка проявлений скейлинга в указанных характеристиках осуществлялась двумя способами. Первый способ основывался на вычислении структурной функции [6], с помощью которой обычно определяется «массовая» фрактальная размерность [7]. Второй использовал метод, известный в литературе как метод «покрытий» [8].

Структурная функция $S(q)$ исследуемых одномерных и двумерных оптических сигналов F имеет вид

$$S(q) = \int_{q_1}^q F(q') dq', \quad (1)$$

где q – обобщенный аргумент структурной функции, q_1 – значение аргумента, обозначающее начало области скейлинга. Когда сигнал характеризует пропускание многослойной системы, то аргументом является частота или длина волны излучения, если сигнал определяет распределение интенсивности волны по поперечным координатам $\{x, y\}$, рассеянной объектом, то аргументами являются пространственные частоты. Если выполняется соотношение

$$S(q) = (q - q_1)^D, \quad (2)$$

то из него следует, что массовая размерность рассматриваемого сигнала равна D .

При определении скейлинговых характеристик сигналов на основе поведения структурной функции использовалась определенная самосогласованная процедура. На ее первом этапе на графике $S(q)$, построенного в двойном логарифмическом масштабе, определялся участок, близкий к линейному. При выборе этого участка считалось, что коэффициент взаимной корреляции K между ним и аппроксимирующей его прямой должен составлять величину $K \geq 0.95$. На втором этапе по длине этой прямой определялась область скейлинга, а по ее наклону – фрактальная размерность. Наконец, на третьем этапе на графическом представлении сигнала в области скейлинга определялись характерные самоподобные элементы (паттерны), а затем – по соотношению их размеров – коэффициенты скейлинга.

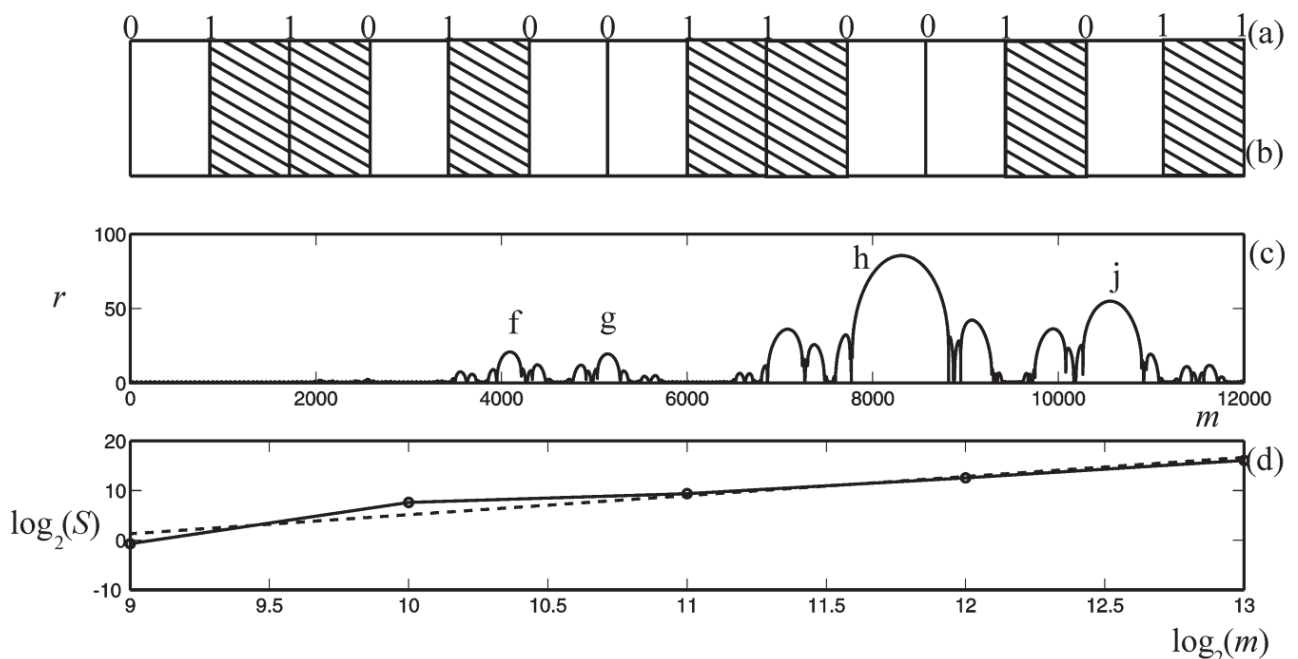


Рис. 1. Скейлинг в спектрах пропускания многослойных систем. а – последовательность Морса-Туэ P_i ; б – структура многослойной системы (заштрихованы слои с более высоким показателем преломления); в – спектр пропускания ($r = -\ln T$, T – коэффициент пропускания, m – выраженная в относительных единицах частота падающего излучения); д – графики структурной функции (непрерывная линия) и аппроксимирующей прямой (пунктир); f-g и h-j самоподобные элементы

Рис. 1, 2 иллюстрируют указанную процедуру для случая моделирования сигналов F , описывающих спектры пропускания многослойной системы для 512 слоев и поле дифракции в дальней зоне на одномерной решетке с 512 штрихами. Многослойная система и решетка построены на основе числовой последовательности Морса-Туэ. В результате геометрических построений и оценок для величины области скейлинга δ [9], фрактальной размерности D и коэффициентов скейлинга ς получаются следующие значения: $512 < \delta < 8190$, $D = 3.85$, $\varsigma = 2$ (для спектров многослойной системы); $4 < \delta < 256$, $D = 3.76$, $\varsigma = 2$ (для дифракционной картины).

Из рисунков видно, что спектр пропускания многослойной системы и распределение поля дифракции волны на решетке имеют схожий фракталоподобный вид со значительной по величине областью скейлинга. Несмотря на различие их фрактальных размерностей, самоподобные элементы (например, f-g и h-j) в анализируемых распределениях имеют схожую форму. При этом отношение их размеров соответствуют одинаковым коэффициентам скейлинга равным 2. Последний факт непосредственно связан с присутствием в порождающей числовой последовательности P_i парной симметрии самоподобия (присваивая паре элементов 0, 1 значение 0, а паре элементов 1, 0 – значение 1, мы получим ту же самую структуру).

Аналогичные по структуре самоподобные элементы могут быть зарегистрированы в двумерных сигналах, описывающих распределение поля дифракции на 2D и 3D структурах. На рис. 3 представлен фрагмент дифракционной картины на 2D-решетке, построенной с помощью матрицы $Q_{mn} = P_m P_n$ с образующими последовательностями Морса-Туэ. Квадратом выделена область, соответствующая на рис. 2с частотному интервалу между пунктирными линиями.

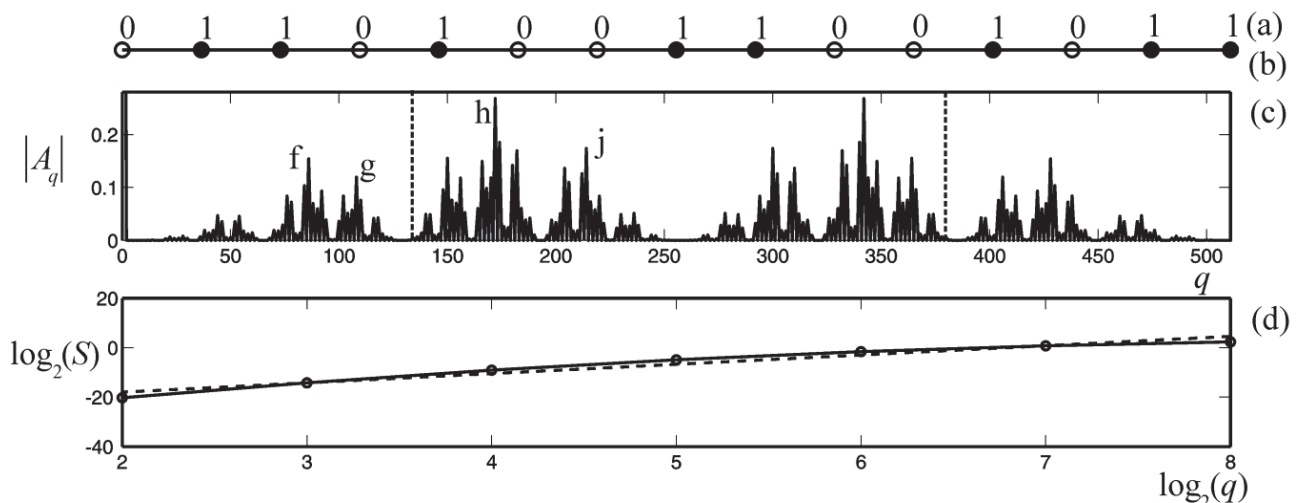


Рис. 2. Скейлинг в поле дифракции на 1D решетке. а – числовая последовательность P_i ; б – структура решетки (заштрихованы рассеивающие центры, не заштрихованы свободные вакансии); с – распределение амплитуды A_q дифрагированной волны (q – нормированная пространственная частота); d – график структурной функции и аппроксимирующей прямой (пунктир); f-g и h-j самоподобные элементы.

Расчеты показали, что закономерности, обнаруженные на объектах, отражающих структуру последовательности Морса-Туэ, в общем виде оказываются справедливыми и для систем, построенных с помощью последовательностей двойного периода и Фибоначчи. Эти последовательности также обладают внутренней симметрией самоподобия, приводящей к фракталоподобным свойствам их оптических характеристик, коэффициент скейлинга в которых составляет соответственно величину $\varsigma = 2$ и $\varsigma = 1.62 \approx \Phi$ (Φ – коэффициент золотого сечения).

Отдельные самоподобные элементы в оптических сигналах можно рассматривать в качестве паттернов, специфическая структура которых позволяет использовать их для идентификации типов объектов. Поэтому важным является вопрос об устойчивости паттернов к условиям освещения. С этой целью был рассчитан коэффициент взаимной корреляции K распределения амплитуды поля внутри паттерна при нормальном и наклонном падении волны на 1D-решетку в области, соответствующей выделенному паттерну, оказался равным $K = 1$. При повороте решетки наблюдается

снижение коэффициентов корреляции K . Так, при угле наклона 0.1 рад коэффициенты корреляции составляют $K = 0.93$ (структура Фибоначчи); $K = 0.73$ (структура двойного периода); $K = 0.6$ (структура Морса-Туэ).

На основе корреляционного анализа проводилось также исследование устойчивости формы локальных паттернов при внесении в решетки структурных дефектов. При возмущении структуры решеток с помощью процедуры рандомизации положения части ее элементов, наблюдалась весьма высокая устойчивость формы локальных паттернов в рассматриваемых системах.

В случае, когда степень рандомизации структуры увеличивалась от 5% до 40% средние значения коэффициентов корреляции K распределения амплитуды поля в возмущенных и невозмущенных паттернах изменялись в пределах: $K = 0.99 - 0.9$ (структуры двойного периода, Фибоначчи), $K = 0.98 - 0.78$ (структура Морса-Туэ).

Высокая устойчивость паттерных образований в картинах дифракции подтверждается тем фактом, что их можно зарегистрировать в ближней и дальней зонах на фоне заметной шумовой компоненты, даже если свет будет проходить через целую систему наложенных друг на друга и сдвинутых по случайному закону в поперечном направлении решеток. Так, если система будет состоять из 25-ти решеток Фибоначчи коэффициент корреляции поля в области расположения паттерна с полем паттерна, сформированного одной решеткой, будет составлять в дальней зоне величину $K = 0.57$.

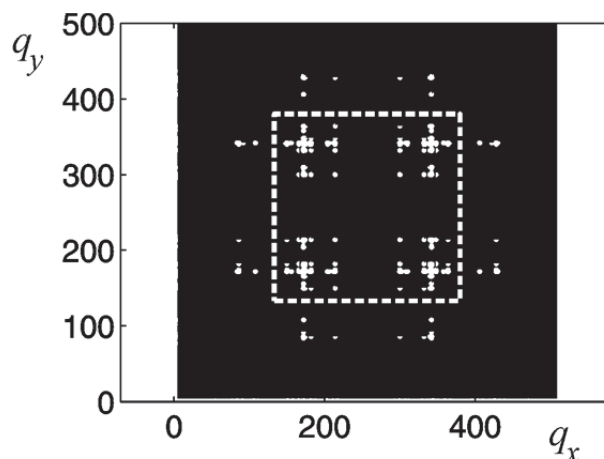


Рис. 3. Фрагмент картины дифракции на 2D-решетке Морса-Туэ

Исследование спеклоподобных структур показало, что даже в отсутствии внутренней симметрии самоподобия и явно выраженных фрактальных признаков они обнаруживают признаки скейлинга с точки зрения поведения специальным образом определяемых величин, характеризующих гладкость анализируемого распределения. В методе «покрытий» [8], реализующим такой подход, распределение интенсивности в исследуемом изображении представляется в виде поверхности, высота отдельных точек которой пропорциональна интенсивности в этих точках, выраженной в шкале градации серого. Сверху и снизу от этой поверхности на расстоянии ε от нее строятся две вспомогательные поверхности. Путем деления объема, заключенного между ними, на 2ε определяется величина тестовой поверхности, зависимость которой от ε позволяет извлечь информацию о скейлинге. В ходе проводимых исследований за счет изменения критерия выбора тестовой поверхности удалось модифицировать указанный метод, сделав его нечувствительным к масштабу оцифровки сигнала.

С его использованием был установлен факт практически полного совпадения фрактальной размерности распределения фазы на случайно-неоднородной фазовой пластине и распределения интенсивности в зоне развитого спекл-поля. Так, если стандартные отклонения фазы от среднего уровня задавались значением $\sigma = 0.2$, то фрактальная размерность распределения фазы на пластине оказывалась равной $D = 2.35 \pm 0.04$, а распределения интенсивности спекл-поля — $D = 2.34 \pm 0.01$. Для указанных случаев область скейлинга δ , примерно, в 4 – 5 раз превосходила размер зоны корреляции изменения интенсивности.

Таким образом, существующие методы анализа скейлинговых характеристик оптических сигналов, несущих информацию о свойствах многослойных, решетчатых и случайно-неоднородных структур,

значительно расширяет возможности оптической диагностики широкого класса детерминированных и стохастических объектов.

Список литературы

1. Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации / М.: Логос, 2002.
2. Боголюбов А.Н, Потапов А.А, Рехвиашвили С.Ш. Способ введения дробного интегродифференцирования в классической электродинамике // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физика. Астрономия. 2009. № 4. С. 9-12.
3. Марголин В.И., Жабров В.А., Тупик В.А. Физические основы микроэлектроники. / М.: Издательский центр «Академия», 2008.
4. Albuquerque, E.L., Cottam, M.G. Theory of elementary excitation in quasiperiodic structures // Phys. Rep. 2003. Vol. 376. P. 225-337.
5. Macia, E. The role of aperiodic order in science and technology // Rep. Prog. Phys. 2006. Vol. 69. P. 397-441.
6. Короленко П.В., Маганова М.С., Меснянкин А.В. Новационные методы анализа стохастических процессов и структур в оптике. Фрактальные и мультифрактальные методы, вейвлет-преобразования. Учебное пособие. / М.: Изд-во УНЦ ДО, НИИЯФ МГУ, 2004.
7. Feder, J. Fractals / Plenum Press. N.Y., 1988.
8. Peli, T. Multiscale fractal theory and object characterization // Opt. Soc. Am. A. J. 1990. V. 7. No 6. P. 1101-1112.
9. Короленко П.В., Мишин А.Ю., Рыжикова Ю.В. Скейлинг в характеристиках аperiодических многослойных структур // Оптический журнал. 2012. Т. 79(12). С. 11-15.

MODELING AND OPTICAL SIGNAL PROCESSING WITH SCALING CHARACTERISTICS

N.V. Grushina, A.M. Zotov, E.G. Kim, P.V. Korolenko, I.A. Nikandrov, and D.Y. Ryzhikova

The problem of modeling and analysis of the optical signal properties with scaling characteristics is considered in relation to the problem of the interaction of light waves with aperiodic deterministic and stochastic structures. The investigated objects are multilayer systems, 1D, 2D and 3D gratings and inhomogeneous phase plate. The rating of scaling manifestations in their optical characteristic was carried out on the basis of the analysis of the structure function of the investigated distributions and properties of coatings of the intensities landscape in optical images. The procedure for the self-consistent determination of parameters such as the width of the scaling field and the value of the scaling factors and the fractal dimensions is considered in detail. It is shown that self-similar patterns in the the intensity distribution of the waves scattered by gratings have a high degree of stability to change in lighting conditions and to the presence of random structural defects in lattice.