Проблемы и перспективы полиномиальной аппроксимации рельефа для его морфометрической характеристики

С.В. Харченко

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Институт географии РАН, г. Москва
xar4enkkoff@rambler.ru

В статье описываются ограничения методов полиномиальной аппроксимации для морфометрической характеристики рельефа земной поверхности. Это пока еще редкий, но весьма перспективный способ количественного описания и анализа рельефа. Он позволяет характеризовать морфологию ЗП с помощью уравнений тренда поверхности, отсеивать главные черты топографической структуры.

Ключевые слова: *рельеф, полином, тренд поверхности, морфометрическая характеристика*

Постановка проблемы. Аппроксимация рельефа земной поверхности полиномами нашла широкое применение в геоморфометрии. Зачастую пользователи различных ГИС-приложений, проводящие с их помощью морфометрический анализ, не задумываются о фундаментальных принципах и математических алгоритмах вычисления конкретных метрик. Так, например, всем понятно, как вычислить угол наклона линии, если известны длина ее проекции на горизонтальную плоскость и превышение конца линии над ее началом. При переходе от двумерного случая к трехмерному возникает некоторая неопределенность в выборе наилучшего алгоритма вычисления крутизны.

Одно из наиболее популярных приложений для «продвинутой» геоморфометрии — ГИС SAGA — позволяет рассчитывать крутизну (и некоторые сопутствующие метрики) десятью разными способами. Среди них, по-видимому, наибольшую популярность имеет метод Зевенбергена и Торна (Zevenbergen и др., 1987). В первом приближении, он работает по следующему принципу: 1) на ячейку регулярной ЦМР, в «точке» которой необходимо рассчитать значение крутизны поверхности, накладывается окно 3*3 ячейки, 2) отметки высот в данном окне аппроксимируются алгебраическим полиномом второй степени; 3) уравнение полинома дифференцируется в частных производных, и путем подстановки в получаемые при этом уравнения координат центральной ячейки вычисляются уклоны в направлениях вдоль строк и столбцов матрицы; 4) рассчитывается значение крутизны по линии наикрутейшего ската. Прочие методы вычисления ряда морфометрических характеристик рельефа, используемые в ГИС SAGA, построены схожим образом.

Здесь полиномиальная аппроксимация используется для расчета т. н. локальных морфометрических характеристик. В противовес им, в морфометрии рельефа используются фокальные характеристики, описывающие некоторую окрестность точки. Например, при расчете глубины расчленения по квадратам исследователь имеет соблазн утверждать, что полученный параметр характеризует рельеф в различных точках «А» и «Б» внутри этого квадрата. В действительно, это совсем не так. «Фокальная» полиномиальная аппроксимации для количественной характеристики рельефа, судя по анализу публикаций в ряде ведущих журналов по геоморфологии и картографии, используется крайне редко. Тем не менее, думается, она может дать принципиально новую информацию о морфологии рельефа, нежели дают классические общеизвестные характеристики. Навевает эти мысли еще и следующее обстоятельство: часто эксперт-геоморфолог в состоянии провести на топографической карте границы типов рельефа, но не по линии резкого «перелома» какой-либо локальной метрики (хотя бывает и так), а сразу по совокупности визуальных признаков, по рисунку горизонталей, сети тальвегов, по т.н. «геоморфологическому образу» (Грейсух, 1967; Иванов и др., 1987) территории. Очевидно, если этот образ отражает объективные свойства рельефа, то, возможно, получится выразить их в формате морфометрической характеристики, а затем и «обучить» ЭВМ экспертно распознавать такие геоморфологические границы. Быть может, именно разработка фокальных полиномиальных характеристик откроет эту возможность.

Относительная новизна (а вернее, парадоксальная неразработанность) темы определяет наличие целого ряда не решенных проблем как технологического, так и методологического характера. Вместе с этим, полиномиальные характеристики рельефа, отражая совершенно другой иерархический уровень его морфологической структуры, могут дать возможность улучшить предсказательный потенциал морфологии рельефа по отношению к его генезису и возрасту. Эта работа рассматривается нами как, своего рода, «меморандум о намерениях», постановка задач.

Опыт автора показывает, что попытки только на основе морфометрической классификации рельефа уловить генетические геоморфологические границы оказывают малоуспешными. Особенно трудно рассчитывать на успех при использовании только локальных метрик или даже их статистических распределений. Классическими стали работы (например, Шарапов, 1967), в которых геоморфологи уверенно сопоставляли разным типам распределения высоты различные генетические комплексы рельефа. Однако нетрудно смоделировать ситуацию, когда двум идентичным распределениям высот будут соответствовать, с одной стороны, пластовая наклонная равнина, а с другой, — карстовый рельеф легендарного мадагаскарского заповедника Цинжи-дю-Бемараха. Для этого достаточно лишь взять ЦМР плоской наклонной поверхности и случайным образом перетасовать строки и столбцы. Идея использовать статистические распределения высоты для типизации рельефа не дала ожидаемого от нее эффекта (хотя, без сомнения, и она нуждается в дальнейшей разработке).

Итак, в работе рассматриваем полиномы двух видов: классические алгебраические полиномы и тригонометрические полиномы (ряды Фурье). Бытует мнение (основанное, вероятно, на классической работе (Берлянт, 1978)), что первые достаточно качественно описывают рельеф, не имеющий ярко выраженной периодической структуры, в то время как вторые успешно «справляются» именно с таким рельефом (например, эрозионный, горно-долинный, рельеф дюнных полей). При этом оценка периодичности структуры (перед выбором метода) проводится, как правило, «на глаз». Расчеты, однако, показывают, что при одинаковой длине записи полинома, тригонометрические тренды часто лучше приближают рельеф, даже интуитивно не относимый к явно периодичному.

Использование полиномов для картографической генерализации моделей рельефа, отделения его главных черт от второстепенных представляется самоочевидным. И встает вопрос о том, может ли дать полиномиальная аппроксимация какую-либо новую информацию для морфометрии рельефа?

Тригонометрические полиномы. Приближение матрицы высот тригонометрическим рядом позволяет охарактеризовать рельеф участка следующими параметрами: 1) интенсивность и 2) направления колебаний высоты в определенных 3) пространственных частотах. Для каждой ЦМР с размерами N*M ячеек можно получить данные параметры для N*M/2 гармоник. Распределение гармоник по амплитудам (интенсивность колебаний), азимутальное соотношение направлений ведущих гармоник, распределение их по пространственным частотам — вот те сложные метрики, разработка которых еще только предстоит. Все они кодируются т. н. Фурье-образом исходной матрицы высот. (Строго говоря, разложение ЦМР в ряд Фурье дает еще и информацию о фазовых сдвигах отдельных гармоник, однако трудно связать этот отвлеченный параметр с реальными геоморфологическими свойствами территории).

Гипотетически, различные хроногенетические комплексы рельефа обладают своими особенностями «устройства» Фурье-образа, который может быть, как бы «отпечатком пальца» того или иного типа рельефа. Для демонстрации преимущества гармонических метрик рельефа перед классическими представим ступенчатый склон. За вычетом линейного тренда, склон превращается в волновую поверхность с волнами определенной характерной амплитуды и частоты, ярко выраженным одним их направлением и полным или частичным отсутствием волн других направлений. Фурье-образ матрицы высот такого участка однозначно определяет все черты морфологии склона.

Известные специалисты в области морфометрии рельефа Дж. Гэлэнт и М. Хатчинсон в своем докладе (Gallant et al., 1996) назвали три основных ограничения приложения гармонического анализа к характеристике морфологии земной поверхности. Во-первых, «сигнал» (поле высот), подвергаемый гармоническому разложению, должен быть стационарным. Зачастую, такое допущение не адекватно реальности. Во-вторых, вряд ли синусоидальные функции являются наилучшим способом приближения огромного морфологического разнообразия земной поверхности. В-третьих, рельеф — это всегда суперпозиция действия геоморфологических процессов, часто направленных в противоположные стороны, а раз так — имеющие место процессы вряд ли получится диагностировать на основе одной только морфометрии поверхности. Очевидно, что этим коротким перечнем не заканчивается список ограничений метода. Так, не избегнута и «основная проблема геоморфометрии» (Evans, 1972) — эффект масштаба. Искомые в модели периоды колебаний высоты всегда кратны размеру ее ячейки. Если же реальная периодичность в рельефе не кратна этой величине, то точно определить длины «волн» (а, следовательно, и их реальные амплитуды) не удастся.

Алгебраические полиномы. Каждый член ряда Фурье самостоятельно характеризует колебания высот разных частот, и потому есть возможность из исходной ЦМР выделить отдельные составляющие и построить их модели высот. Наложение их друг на друга возвращает нас к исходной ситуации. В качестве грубого примера: можно отделить в матрице высот долины разного ранга. Иначе обстоит ситуация с алгебраическими полиномами. Отдельные черты рельефа характеризуются только суммой членов многочлена *(рис.1)*. Хорошо заметно, что второстепенные черты морфологии задаются полным уравнением тренда, а не отдельными составляющими. Например, приподнятым отрогам хребтов на севере участка (отметки от 1100 м и выше) соответствует «понижение» на 50–100 м в квадратической составляющей тренда поля высот.

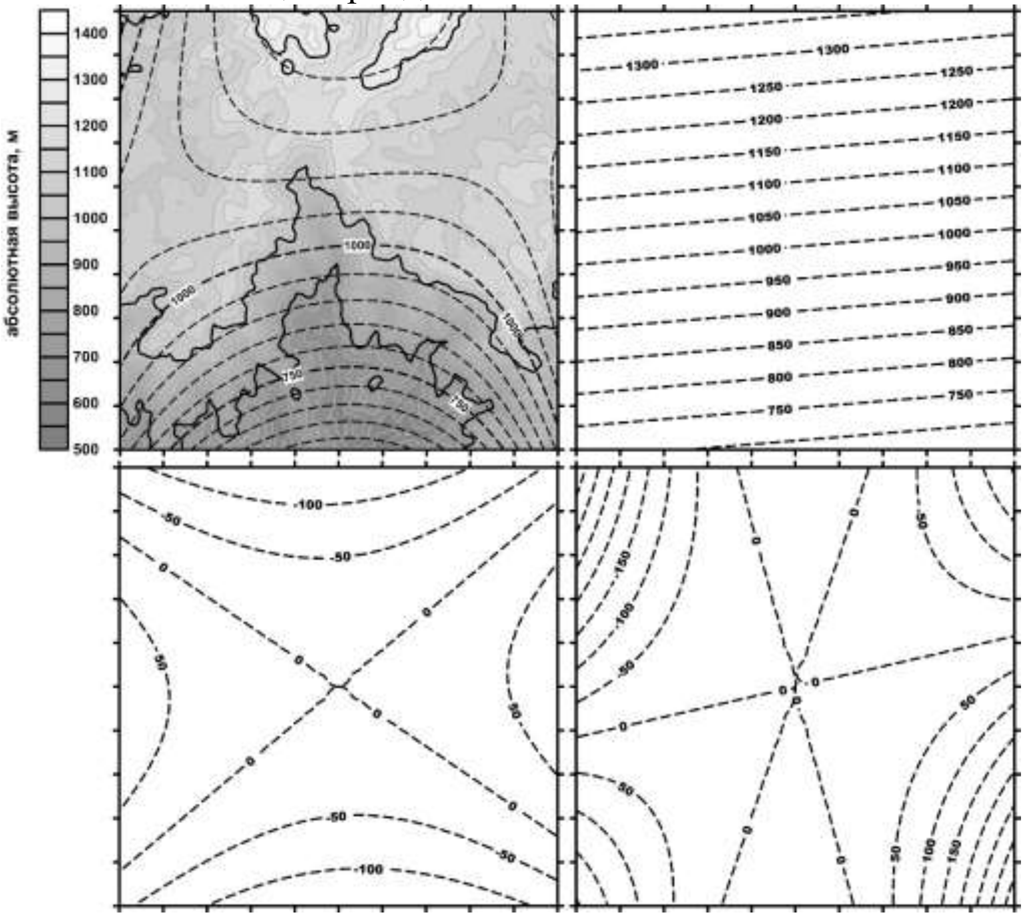

Рис.1. Цифровая модель рельефа и ее кубический тренд (слева вверху), а также линейная, квадратическая и кубическая составляющие этого тренда

Более или менее информативна здесь только линейная составляющая, характеризующая генеральное направление и среднюю интенсивность наклона земной поверхности на участке. В ряде работ разделение поля высот на т.н. «региональную» (тренд) и «локальную» (остатки) компоненты используется как инструмент структурно-геоморфологического анализа. В этом случае используется допущение о том, что формы, описываемые составляющими тренда разной степени, соответствуют реальным геологическим объектам и телам разных порядков. Чем ниже степень составляющей тренда — тем значимее особенности структуры, описываемые ею.

Интересный пример изучения фоновых поверхностей тренда и поверхностей остатков приводят А. М. Берлянт и В. Н. Перминова (Берлянт и др., 1971). Для анализа была взята не гипсометрическая карта или регулярная сетка высот, а карта позднечетвертичных тектонических деформаций поверхности. Рассматриваемая территория — Бескудский р-н Северного Прикаспия — последние значимые трансформации рельефа претерпела во время раннехвалынской трансгрессии. Отступившее «Хвалынское море» оставило здесь не расчлененную горизонтальную равнину, которая затем, в силу специфики климата, почти не была переработана экзогенными геоморфологическими процессами. Следовательно, все основные гипсометрические «неоднородности» на территории были созданы последними тектоническими движениями, и отражают блоковую структуру коры. Анализ остаточных поверхностей позволил авторам выделить семь важнейших областей поднятия, наличие которых подтвердилось и геофизическими данными.

Традиционно разделяют аппроксимацию неортогональными и ортогональными алгебраическими полиномами. В отсутствие широкого распространения вычислительной техники популярность приобрел второй подход (ортогональные полиномы), удобный тем, что при вычислении коэффициентов уравнения для повышения его степени не требовалось пересчитывать уже рассчитанные коэффициенты членов полинома низких степеней. Однако получаемые при таком подходе уравнения тренда не позволяли просто подставлять в них координаты X и Y для получения высоты. В качестве переменной в них используется производная от двух плановых координат, обычно обозначаемая греческой буквой «τ». Кроме того, как и в случае с тригонометрическими полиномами, данный подход требователен к входным данным, а именно — для его применения необходимы регулярные сетки значений.

Аппроксимация неортогональными алгебраическими полиномами имеет ряд достоинств: так, она не требовательна к регулярности матрицы высот. Оба типа алгебраических полиномов не требовательны к стационарности сигнала. Широчайшее распространение персональных компьютеров и специализированных программ сняло ограничение на вычислительную сложность (и, соответственно, «табу» на применение неортогональных полиномов) — теперь расчеты, на которые уходили многие часы, осуществляются за доли секунды. Однако коэффициенты уравнений не поддаются такой очевидной геоморфологической интерпретации, как коэффициенты тригонометрических рядов. И это еще одна задача, решение которой только предстоит.

Нет никаких сомнений в том, что разработка хотя бы некоторых из озвученных в работе проблем — долгий и кропотливый труд. Однако их возможное решение может многое дать теории и практике геоморфометрии. В частности, включение в перечень классификационных признаков фокальных полиномиальных метрик рельефа, вероятно, позволит усилить предсказательную силу классификаций и выделять по моделям рельефа его генетические типы с большей степень надежности, чем это было возможно раньше. Здесь имеется ввиду, прежде всего, группировка в классы (например, по генезису рельефа) уже заранее выделенных контуров, которыми могут быть речные бассейны, единицы АТД и пр. Кроме того, само автоматизированное нахождение границ участков, отличающихся гипсометрическим «рисунком» тоже может стать возможным при использовании более сложных метрик, нежели классические морфометрические параметры. Сейчас вполне очевидно, по крайней мере, то, что использование для этой цели показателя абсолютной высоты, его производных и их пространственной динамики непродуктивно.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ по проекту 17-05-00765 а.

Литература

Берлянт А.М. Картографический метод исследования. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1978. — 257 с.

Берлянт А.М., Перминова В.Н. Разложение поверхностей на составляющие как метод структурно-геоморфологического анализа // Геоморфология. — 1971. — С. 78–86.

Грейсух В.Л. Образное представление геоморфологической информации // Рельеф Земли и математика / А.С. Девдариани. — М.: Недра, 1967. — С. 18–43.

Иванов В.В., Чалова Е.Р. Опыт систематизации картографических образов геоморфологических объектов // Геоморфология. — 1987. — № 2. — С. 62–66.

Шарапов И.П. Функции распределения высоты рельефа // Рельеф Земли и математика / А. С. Девдариани. — М.: Недра, 1967. — С. 72–79.

Evans I.S. General geomorphometry, derivatives of altitude, and descriptive statistics // Spatial Analysis in Geomorphology / R. J. Chorley. — London: Methuen, 1972. — Pp. 17–90.

Gallant J.C., Hutchinson M.F. Towards an understanding of landscape scale and structure // 3rd Intern. Conf./Workshop on Integrating GIS and Environmental Modeling (21–26 January 1996). — Santa Fe: National Center for Geographic Information and Analysis, 1996. — Pp. 412–418.

Zevenbergen L.W., Thorne C.R. Quantitative analysis of land surface topography // Earth Surface Processes and Landforms. — 1987. — No. 12. — Pp. 12–56.