Том XLVIII

2017

№ 1

УДК 532.526.048.3

ПРИМЕНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ДЛЯ РАСЧЕТА НЕСЖИМАЕМЫХ ВНУТРЕННИХ ТЕЧЕНИЙ

П. А. БАРАНОВ, С. В. ГУВЕРНЮК, М. А. ЗУБИН, С. А. ИСАЕВ, А. Е. УСАЧОВ

С помощью пяти различных дифференциальных моделей турбулентности численно моделируется несжимаемое внутреннее турбулентное течение в плоском канале с открытой цилиндрической каверной на одной из его стенок. Результаты численного моделирования сравниваются с данными, полученными на экспериментальной установке при натурном числе Рейнольдса $\text{Re} = 1.34 \cdot 10^5$. На основе сопоставления совпадения данных расчета и эксперимента делаются выводы о применимости моделей турбулентности для подобных типов течений.

Ключевые слова: численное моделирование, дифференциальные модели турбулентности, сопоставление с экспериментом.



БАРАНОВ Павел Андреевич научный сотрудник ОАО АК «Ригель»



В настоящее время имеется широкий выбор дифференциальных моделей турбулентности для описания различных типов турбулентных течений. Целью настоящего исследования является сравнение пяти современных моделей турбулентности, которые активно применяются на практике при численном моделировании внутренних двумерных турбулентных течений. В качестве исследуемого типа течения выбран плоский канал с открытой цилиндрической каверной на одной из его стенок. Задачей исследования было сопоставление данных численного моделирования с различными моделями турбулентности между собой и с данными эксперимента.



ГУВЕРНЮК Сергей Владимирович кандидат физикоматематических наук, заместитель директора НИИ механики МГУ



ЗУБИН Михаил Адольфович кандидат физикоматематических наук, ведущий научный сотрудник НИИ механики МГУ



ИСАЕВ Сергей Александрович доктор физикоматематических наук, профессор СПбГУГА



УСАЧОВ Александр Евгеньевич доктор физикоматематических наук, ведущий научный сотрудник ЦАГИ

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Полную систему уравнений, описывающую движение вязкой жидкости в декартовой системе координат, можно представить в тензорной форме [1]:

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial U_j}{\partial x_i} = 0, \tag{1}$$

уравнения изменения количества движения (уравнения Навье — Стокса), осредненные по Рейнольдсу,

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_i} - \frac{\partial p u'_i u'_j}{\partial x_j}, \qquad (2)$$

где t — время; x_i — декартовы координаты (i = 1, 2, 3); U_i — компоненты осредненной скорости течения жидкости в направлении x_i ; p — осредненное статическое давление; ρ — плотность; μ — динамический коэффициент вязкости.

В соответствии с гипотезой Буссинеска, напряжения Рейнольдса в правой части моделируются как

$$-\rho \overline{u_i' u_j'} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\mu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \rho k \right) \delta_{ij},$$
(3)

где $k = \frac{\overline{u'_i u'_i}}{2}$ — кинетическая энергия турбулентных пульсаций; μ_t — динамический коэффициент турбулентной вязкости, определяемый в соответствии с выбранной моделью турбулентности.

Для замыкания уравнений Навье — Стокса, осредненных по Рейнольдсу, применялись модели турбулентности Спаларта — Аллмареса с коррекцией источникового члена [2], realizable *k*-ε-модели турбулентности [3], SST *k*-ω-модель Ментера [4, 5], transition SST *k*-ω-модель [6] и модель турбулентности для Рейнольдсовых напряжений (RSM) [7—12].

Оценка работоспособности различных моделей турбулентности проводилась путем сопоставления расчетных и экспериментальных данных на примере решения модельной задачи о движении вязкой жидкости в плоскопараллельном канале, имеющем на одной из стенок вихревую ячейку в виде выреза круговой формы [13].

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Экспериментальное исследование течения в канале с поперечной цилиндрической выемкой выполнено в НИИ механики МГУ на специализированной установке «вихревая ячейка» ВиЯ-1 (рис. 1, *a*), представляющей собой малогабаритную аэродинамическую трубу прямого действия, в которой поток воздуха создается нагнетающим вентилятором *1*. Для выравнивания и успокоения потока перед соплом *3* размещена удлиненная форкамера *2*, в которой установлены хоней-комб и мелкоячеистая сетка для гашения возмущений.

Форкамера плавно сопрягается с плоским профилированным дозвуковым соплом 3 со степенью сжатия 4, соединяющимся с рабочим каналом установки 4, изготовленным из органического стекла и имеющим прямоугольное поперечное сечение высотой 0.05 м и шириной 0.08 м. На нижней горизонтальной стенке канала устанавливаются сменные блоки с цилиндрическими выемками различного диаметра *d* при одинаковой входной длине L = 0.052 м (рис. 1, δ , δ). Верхняя стенка канала может отклоняться на угол α до 10°, что позволяет регулировать продольный градиент давления в окрестности ячейки. Вентилятор и сопло обеспечивают во входном сечении канала $x = x_*$ равномерный поток со скоростью *U* в диапазоне от 1.5 до 50 м/с. Число Рейнольд-

са, определенное по *L* и *U* изменяется в интервале $6 \cdot 10^3 < \text{Re} < 1.8 \cdot 10^5$.



Рис. 1. Экспериментальная установка ВиЯ-1

В данной работе использовался канал постоянного сечения ($\alpha = 0$) со вставкой диаметром d = 0.06 м при скорости потока U = 36 м/с (Re = $1.34 \cdot 10^5$). Величины L и U далее выбираются в качестве характерных масштабов длины и скорости. На рис. 1, *в* показаны характерные поперечные сечения, в которых производились измерения. Безразмерные координаты характерных поперечных сечений приведены ниже в таблице.

AB	<i>x</i> _*	<i>x</i> ₁	<i>x</i> ₂	<i>x</i> ₃
1	-3.73	-1.04	0.5	1.94

Уровень турбулентных пульсаций $\varepsilon(y) = \sqrt{{u'}^2}$ во входном сечении канала $x = x_*$ измерялся с помощью термоанемометра DISA A-55. Вне пограничного слоя величина ε была на уровне 1.6%.

Распределение скоростного напора $q = \rho u^2/2$ определялось по разности полного и статического давлений. Для измерения давлений использовались дифференциальные датчики фирмы Honeywell различных диапазонов (±62.5, ±122.5 и 250 мм вод. столба), погрешность измерений которых составляла 0.5—1%. Измерение полного и статического давлений в потоке и вблизи поверхностей в различных сечениях канала проводилось микронасадками, перемещаемыми с помощью координатника с микрометрическим винтом, обеспечивающим контролируемое перемещение с точностью до 0.05 мм. Кроме того, статическое давление измерялось с помощью дренажных отверстий на стенках канала.

Измерения статического давления в трех поперечных сечениях канала (см. рис. 1, *в*) позволили сделать следующие выводы:

a) о слабом влиянии боковых (передней и задней) стенок канала, которым можно пренебречь, о чем свидетельствует практически постоянное давление по ширине канала, измеренное с помощью дренажных отверстий на нижней стенке канала и на дне цилиндрической выемки;

б) о практически постоянном статическом давлении по высоте канала в сечениях до- и по- сле выемки;

в) о наличии интенсивного вихревого течения в цилиндрической выемке, на что указывает характерное понижение статического давления на боковых стенках канала в области центра выемки.

Первое из отмеченных свойств течения было определяющим при выборе двумерной расчетной модели.



Рис. 2. Профили скорости в контрольных сечениях $x = x_1$ (*a*) и $x = x_2$ (*б*)

Наличие отрицательного продольного градиента статического давления в канале до и после выемки является следствием вытесняющего действия пограничных слоев. Профиль скорости набегающего пограничного слоя, восстановленный по измеренному скоростному напору, в сечении $x = x_1$ по вертикальной координате у показан на рис. 2, *a*. С помощью аппроксимаций этого профиля сплайнами Безье были вычислены интегральные параметры:

$$\delta^* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u_1(y)}{u_{1e}} \right) dy, \quad \delta^{**} = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u_1(y)}{u_{1e}} \right) \frac{u_1(y)}{u_{1e}} dy,$$

 $\delta^* = 0.015$ — толщина вытеснения и $\delta^{**} = 0.0099$ — толщина потери импульса (u_{1e} — постоянная скорость потока вне пограничного слоя в сечении $x = x_1$). На рис. 2, δ аналогичным образом по данным измерений скоростного напора построен профиль $u_2(y)/u_{2e}$ в сечении, проходящем через центр выемки. Хорошо видны характерные структурные элементы отрывного течения в каверне: слой смещения, ядро вихря, циклический пограничный слой.

МОДЕЛЬ ВИХРЕВОЙ ВЯЗКОСТИ СПАЛАРТА — АЛЛМАРЕСА

Модель Спаларта — Аллмареса (SA) [2] принадлежит к типу однопараметрических моделей с одним дифференциальным уравнением для турбулентной вязкости, не требующих расчета относительного масштаба длины. Модель была сконструирована специально для расчетов аэрокосмических систем, для прогнозирования характеристик пристеночных течений и хорошо зарекомендовала себя при расчете пограничных слоев с положительным градиентом давления. Для задач внутренней аэродинамики она успешно применяется в моделировании течений в турбомашинах. Модель SA представляет собой низкорейнольдсовую модель, которая требует надлежащего разрешения пристеночной зоны пограничного слоя. В пакете FLUENT [14] она приспособлена для использования в сочетании с пристеночными функциями в случае применения относительно грубых сеток. Отмечается, что модель менее чувствительна к численным ошибкам, когда у стенок используются неструктурированные сетки, однако она не вполне безупречна и, в частности, не может предсказать распад гомогенной изотропной турбулентности.

Записанное в декартовых координатах x_i дифференциальное уравнение для определения коэффициента турбулентной вязкости \tilde{v} в сочетании с алгебраическими выражениями для вспомогательных функций и модельными константами формулируется в следующем виде:

$$\frac{\partial(\rho\tilde{\mathbf{v}})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\tilde{\mathbf{v}}U_i)}{\partial x_i} = G_{\tilde{\mathbf{v}}} + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\mathbf{v}}}} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \rho\tilde{\mathbf{v}}) \frac{\partial\tilde{\mathbf{v}}}{\partial x_j} \right] + C_{b2}\rho \left(\frac{\partial\tilde{\mathbf{v}}}{\partial x_j} \right)^2 \right\} - Y_{\tilde{\mathbf{v}}}, \quad \mu_t = \rho\tilde{v}f_{v1}, \tag{4}$$

где $G_{\tilde{v}}$ — генерация турбулентной вязкости; $Y_{\tilde{v}}$ — диссипация турбулентной вязкости; константы $C_{b2} = 0.622$; $\sigma_{\tilde{v}} = 2/3$. Формат статьи не позволяет привести полностью все уравнения для моделей турбулентности, поэтому ограничимся основными уравнениями, которые дают общее представление о модели. Точные уравнения моделей турбулентности даны в представленных ссылках.

REALIZABLE k-є-МОДЕЛЬ

Термин Realizable *k*- ε -модель [3] означает, что эта модель в отличие от высокорейнольдсового аналога содержит ограничения на нормальные напряжения, согласующиеся с физикой турбулентных течений. Важно избежать отрицательных величин вихревой вязкости для течений с высокими градиентами. Это достигается введением функциональной зависимости вместо константы C_{μ} и, таким образом, корректируется формула для определения турбулентной вязкости.

Новое уравнение переноса для скорости диссипации турбулентной энергии є выводится из точного уравнения переноса среднеквадратических флуктуаций завихренности:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \epsilon;$$

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i \epsilon)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 G_k - \rho C_2 \frac{\epsilon^2}{k + \sqrt{\nu \epsilon}} + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} C_{3\epsilon} G_b,$$
(5)

где G_k — генерация кинетической энергии турбулентности; константы $\sigma_k = 1$, $\sigma_{\varepsilon} = 1.2$, $C_2 = 1.9$.

SST-МОДЕЛЬ МЕНТЕРА

Модель переноса сдвиговых напряжений (SST) Ментера не просто объединяет распространенные k- ω и k- ε -модели, но и учитывает перенос сдвиговых напряжений [4, 5]. Стандартная k- ω -модель и переформированная k- ε -модель объединяются с помощью функции смешения, которая конструируется таким образом, что в пристеночной области она принимает единичное значение, т. е. в ней активизируется стандартная k- ω -модель, а вдали от стенки равняется нулю и тогда преобладает использование преобразованной k- ε -модели. В SST-модель добавляется демпфированный член с перекрестными производными в уравнении для ω . Турбулентная вязкость определяется с учетом переноса турбулентных сдвиговых напряжений в рамках подхода Джонсона — Кинга. Имеется некоторое отличие модельных констант от аналогичных значений в исходных моделях. Сравнительно недавно Ментером внесены коррекции в модель SST k- ω , сделанные на основе десятилетнего опыта ее эксплуатации [5]. Вместо модуля завихренности Ω в выражении для вихревой вязкости используется инвариантная величина модуля тензора скоростей деформации $S = |S_{ij}| = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$. Окончательно модель Ментера реализуется в следующем виде:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - Y_k, \quad \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i \omega)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega, \quad (6)$$

где G_{ω} — генерация диссипации кинетической турбулентности ω на единицу k; Y_k — диссипация кинетической энергии турбулентности; Y_{ω} — диссипация кинетической турбулентности ω ; $\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$; $\Gamma_{\omega} = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega}}$; D_{ω} — перекрестный диффузионный член.

TRANSITION SST-МОДЕЛЬ МЕНТЕРА

Одной из последних модификаций модели SST Ментера является модель турбулентности с учетом ламинарно-турбулентного перехода, состоящая из четырех уравнений [6]. Предыдущие низкорейнольдсовые модели турбулентности не учитывали многие важные факторы, которые влияют на ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое: степень турбулентности внешнего потока, наличие градиентов давления, присутствие шероховатости на стенке. В предложенной модели турбулентности сделана попытка учесть некоторые из этих факторов. С этой целью вводятся два дополнительных дифференциальных уравнения для перемежаемости течения γ и местного числа Рейнольдса, рассчитанного по толщине потери импульса Re_θ.

Уравнение переноса для перемежаемости потока у записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j\gamma)}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial\gamma}{\partial x_j} \right].$$

Уравнение для переходного числа Рейнольдса Re_{0t}:

$$\frac{\partial \left(\rho \operatorname{Re}_{\theta t}\right)}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho U_{j} \operatorname{Re}_{\theta t}\right)}{\partial x_{j}} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\sigma_{\theta t} \left(\mu + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{\gamma}}\right) \frac{\partial \operatorname{Re}_{\theta t}}{\partial x_{j}}\right],\tag{7}$$

где $P_{\gamma 1}, E_{\gamma 1}, P_{\gamma 2}, E_{\gamma 2}, P_{\theta t}$ — источниковые члены; константы $\sigma_{\gamma} = 1.0; \sigma_{\theta t} = 2.0.$

УРАВНЕНИЯ ДЛЯ НАПРЯЖЕНИЙ РЕЙНОЛЬДСА

Для замыкания уравнений Навье — Стокса, осредненных по Рейнольдсу, можно использовать уравнения переноса для напряжений Рейнольдса. Приведем их здесь в наиболее общей форме [7—12]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \overline{u'_{i}u'_{j}} \right) + \frac{\partial}{\partial x_{k}} \left(\rho u_{k} \overline{u'_{i}u'_{j}} \right) = -\frac{\partial}{\partial x_{k}} \left[\rho \overline{u'_{i}u'_{j}u'_{k}} + \overline{p\left(\delta_{kj}u'_{i} + \delta_{ik}u'_{j}\right)} \right] + \frac{\partial}{\partial x_{k}} \left[\mu \frac{\partial \left(\overline{u'_{i}u'_{j}}\right)}{\partial x_{k}} \right] - \rho \left(\overline{u'_{i}u'_{k}} \frac{\partial u'_{j}}{\partial x_{k}} + \overline{u'_{i}u'_{k}} \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{k}} \right) + \overline{p} \left(\frac{\partial u'_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial u'_{j}}{\partial x_{k}} \right) - 2\mu \frac{\partial u'_{i}}{\partial x_{k}} \frac{\partial u'_{j}}{\partial u_{k}},$$
(8)

где δ_{ki} — дельта-функция.

В уравнении для переноса напряжений Рейнольдса некоторые члены в правой части не определены, они находятся с помощью дополнительных соотношений. Это касается турбулентного диффузионного переноса и корреляций давления. Для их замыкания используются дополнительные соотношения с привлечением уравнений для кинетической энергии турбулентности и ее диссипации [9—12].

ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

Численное моделирование проведено с помощью пакета прикладных программ VP2/3. Дифференциальные уравнения решаются хорошо зарекомендовавшим себя численным методом контрольного объема [14], позволяющим строить консервативные дискретные схемы для неортогональных криволинейных сеток с ячейками различной формы. Методом контрольного объема решаются как стационарные, так и нестационарные уравнения Навье — Стокса, осредненные по Рейнольдсу [14]. При дискретизации конвективных потоков через грани контрольного объема использовались противопоточные схемы второго порядка точности [15]. Давление рассчитывалось с помощью полунеявных методов (SIMPLEC), основанных на предложенной Патанкаром процедуре SIMPLE [15]. На базе данной методики многоблочной вычислительной технологии (MBT) разработан программный комплекс VP2/3, который успешно применяется при численном моделировании различных задач тепломассообмена в течениях вязкой жидкости и газа [16].

Для численного моделирования использовалась неструктурированная треугольная сетка с числом ячеек 137 678. Минимальное расстояние до стенки составляло y = 0.0002 от характерного линейного размера. Контроль величины y^+ показал, что ее значение вблизи стенки не превосходит величины 2.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Данные численного моделирования несжимаемого стационарного течения в канале с цилиндрической каверной для случаев замыкания уравнений Навье — Стокса, осредненных по Рейнольдсу, с помощью моделей турбулентности (4) — (8) представлены на рис. 3—7.

Поля вектора скорости и траектории меченых частиц, полученные в ходе численного моделирования с помощью разных моделей турбулентности, показаны на рис. 3.

Моделирование течения в цилиндрической каверне с помощью всех моделей турбулентности дает близкие результаты. В каверне возникает рециркуляционное течение с крупным вихрем в центре каверны, при этом небольшое смещение центра вихря к задней стенке канала наблюдается для модели турбулентности Спаларта — Аллмареса (рис. 3, *a*). Кроме того, в случае использования модели турбулентности SST Ментера (рис. 3, *в*) и transition SST-модели Ментера (рис. 3, *г*) можно наблюдать возникновение небольшого вторичного рециркуляционного течения вблизи передней острой кромки.



Рис. 3. Векторы скорости и траектории меченых частиц:

а — модель турбулентности Спаларта — Аллмареса (SA) с коррекцией источникового члена; δ — realizable k-ε-модель турбулентности; ε — SST k-ω-модель Ментера (MSST); г — transition SST k-ω-модели; д — модель для Рейнольдсовых напряжений (RSM)



Рис. 4. Поле модуля скорости (обозначения аналогичны рис. 3)



Рис. 5. Поле турбулентной вязкости (обозначения аналогичны рис. 3)



Рис. 6. Сравнение результатов расчетов профиля осредненной горизонтальной составляющей скорости по различным моделям турбулентности с данными эксперимента



Рис. 7. Сравнение распределения статического давления по стенке канала и каверны в расчете по различным моделям турбулентности с данными эксперимента

Поля модуля скорости с одинаковой градацией цвета по величине модуля скорости показаны на рис. 4. Незначительное расхождение по величине модуля скорости можно констатировать только в случае применения модели турбулентности Спаларта — Аллмареса (рис. 4, *a*).

При рассмотрении полей турбулентной вязкости, изображенных на рис. 5, видно, что для всех рассматриваемых моделей турбулентности, кроме realizable *k*-ε-модели, наблюдается нали-

чие турбулентной вязкости в центре вихря. Этот эффект не согласуется с физическими процессами в центре крупного вихря, однако он исчезает с введением в указанные модели турбулентности поправки на кривизну линий тока [17].

СОПОСТАВЛЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Проведем сравнение результатов расчетов профиля осредненной горизонтальной составляющей скорости в срединном сечении цилиндрической каверны по различным моделям турбулентности с данными эксперимента.

Необходимо отметить, что все результаты расчета величины горизонтальной составляющей осредненной скорости *U*, полученные по представленным моделям турбулентности, хорошо совпадают с данными эксперимента (см. рис. 6). Поэтому для более точного анализа сопоставим распределение статического давления на нижней стенке канала и каверны, полученного в расчете по различным моделям турбулентности и экспериментально (см. рис. 7).

Из анализа представленных рисунков наиболее удовлетворительное совпадение наблюдается в случае transition SST *k*- ω -модели Ментера с четырьмя уравнениями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнено сопоставление данных численного моделирования для пяти современных моделей турбулентности: модели Спаларта — Аллмареса с коррекцией источникового члена, realizable k- ε -модели турбулентности, SST k- ω -модели Ментера, transition SST k- ω -модели и модели для Рейнольдсовых напряжений (RSM) для несжимаемого внутреннего стационарного течения в канале с цилиндрической каверной на его нижней стенке. По результатам сравнения результатов численного моделирования с экспериментом для профиля осредненной горизонтальной составляющей скорости и распределения давления по нижней стенке канала и дну каверны в продольном направлении показано, что наиболее удовлетворительный результат дала модель турбулентности transition SST Ментера с четырьмя уравнениями.

Работа выполнена в рамках программы ЦАГИ-РАН 2014—2015 гг. (численные исследования) и при частичной поддержке РНФ по проекту 14-19-00003 (трубные эксперименты).

ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1987, 736 с.

2. S p a l a r t P. R., A l l m a r e s S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // AIAA Paper 92-0439, 1992, 22 p.

3. Shih T.-H., Liou W. W., Shabbir A., Yang Z., Zhu J. A new *k*- ε eddy-viscosity model for high Reynolds number turbulent flows — model developmentand validation // Computers Fluids, 24(3), 1995, p. 227—238.

4. Menter F. R. Zonal two equation k- ω turbulence models for aerodynamic flows // AIAA Paper 93-2906, 1993, p. 21.

5. Menter F. R., Kuntz M., Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model // Turbulence, Heat and Mass Transfer 4. Ed. K. Hajalic, Y. Nogano, M. Tummers. — Begell House, Inc. 2003, 8 p.

6. Menter F. R., Langtry R. B., Likki S. R., Suzen Y. B., Huang P. G., Volker S. A Correlation based transition model using local variables. Part 1 — Model Formulation // (ASME-GT2004-53452), 2004, p. 413—422.

7. D aly B. J., H arlow F. H. Transport equations in turbulence // Phys. Fluids, 13, 1970, p. 2634–2649.

8. G i b s o n M. M., L a u n d e r B. E. Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer // J. Fluid Mech., 86, 1978, p. 491—511.

9. L a u n d e r B. E. Second-moment closure: present... and Future? // Inter. J. Heat Fluid Flow, 10(4), 1989, p. 282—300.

10. L a u n d e r B. E., R e e c e G. J., R o d i W. Progress in the development of a Reynolds — stress turbulence closure // J. Fluid Mech., 68(3), April 1975, p. 537—566.

11. Lien F. S., Leschziner M. A. Assessment of turbulent transport models including non-linear RNG eddy-viscosity formulation and second-moment closure // Computers Fluids, 23(8), 1994, p. 983—1004.

12. Fu S., Launder B. E., Leschziner M. A. Modeling strongly swirling recirculating jet flow with Reynolds-stress transport closures // In Sixth Symposium on Turbulent Shear Flows. — Toulouse, France, 1987.

13. Баранов П. А., Гувернюк С. В., Зубин М. А., Исаев С. А. Численное и физическое моделирование циркуляционного течения вихревой ячейки на стенке плоскопараллельного канала // Изв. РАН, МЖГ. 2000. № 5, с. 44—56.

14. Баранов П. А., Гувернюк С. В., Исаев С. А., Судаков А. Г., Усачов А. Е. Моделирование периодических вихревых структур в следе за профилем // Ученые записки ЦАГИ. 2014. Т. XLV, № 2, с. 63—77.

15. Fluent Inc. Fluent 6.1 Usersguide. — Lebanon, 2003.

16. И с а е в С. А., Б а р а н о в П. А., У с а ч о в А. Е. Многоблочные вычислительные технологии в пакете VP2/3 по аэротермодинамике // LAMBERT Academic Publishing. — Саарбрюкен, 2013, 316 с.

17. И саев С. А., Баранов П. А., Кудрявцев Н. А., Лысенко Д. А., Усачов А. Е. Комплексный анализ моделей турбулентности, алгоритмов и сеточных структур при расчете циркуляционного течения в каверне с помощью пакетов VP2/3 и FLUENT. Ч. 2. Оценка адекватности моделей // Теплофизика и аэромеханика. 2006. Т. 13. № 1, с. 63—73.

Рукопись поступила 13/VII 2016 г.