

УДК 537.876.23

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ В ВЕРХНЕЙ ИОНОСФЕРЕ ОТ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО КРАЙНЕ НИЗКОЧАСТОТНОГО НАЗЕМНОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

*Е. Н. Фёдоров*¹, *Н. Г. Мазур*¹, *В. А. Пилипенко*^{1,2 *}

¹ Институт физики Земли РАН;

² Институт космических исследований РАН, г. Москва, Россия

Теоретически рассмотрена возможность обнаружения электромагнитного отклика в верхней ионосфере от крупномасштабных крайне низкочастотных (КНЧ) передатчиков низкоорбитальными спутниками. В качестве примера таких мегаантенн рассмотрены передатчик «ЗЕВС» на частоте 82 Гц и установка FENICS с выведенными из эксплуатации линиями электропередач, запитываемыми генератором на частотах 0,5÷100 Гц. Численно рассчитана утечка энергии КНЧ излучения в верхнюю ионосферу от заземлённого линейного тока конечной длины, подвешенного над высокоомной земной поверхностью. Высотный профиль параметров ионосферной плазмы реконструирован с использованием модели ионосферы IRI. Основным этапом анализа проблемы является решение уравнений Максвелла в системе атмосфера—ионосфера с источником в виде горизонтального токового диполя. Проведено разбиение электромагнитного поля на потенциальную и вихревую составляющие с помощью представления через потенциалы. Данная задача лишена осевой симметрии, а потенциальная и вихревая составляющие поля в отдельности такой симметрией обладают. Этот подход позволяет разделить переменные и перейти с помощью преобразования Ганкеля к одномерной краевой задаче. Возмущение, возбуждаемое горизонтальным током конечной длины, рассчитывается путём суммирования полей горизонтальных токовых диполей, плотно расположенных вдоль линии тока. Согласно предлагаемой модели, для горизонтальных КНЧ антенн с токами 100÷200 А и длиной 60÷100 км амплитуды электрического отклика ночной верхней ионосферы могут достигать значений 60÷70 мкВ/м.

ВВЕДЕНИЕ

Постоянно растёт число свидетельств антропогенного воздействия на природные процессы в околоземном пространстве [1]. Это влияние проявляется не только при специальных активных экспериментах, но и как непреднамеренный побочный продукт развития техносферы [2]. Электромагнитный отклик ионосферы на естественные явления (например, грозы) [3] и искусственные воздействия (например, радиопередатчики) [4] хорошо изучен в диапазоне очень низких частот (ОНЧ) (от одного до нескольких десятков килогерц). Значительно меньше внимания уделялось ультранизкочастотному (УНЧ) диапазону (ниже частоты основного шумановского резонанса, т. е. примерно ~ 8 Гц) и крайне низкочастотному (КНЧ) диапазону (выше частоты основного шумановского резонанса, но много меньше 1 кГц). Заметной эффективности излучения УНЧ/КНЧ диапазона можно ожидать только для чрезвычайно крупномасштабных излучающих систем. Такие искусственные КНЧ передатчики действительно существуют. В США и СССР были развёрнуты мегаантенны с протяжённостью в несколько десятков километров. В настоящее время передатчик «ЗЕВС» работает на частоте 82 Гц недалеко от побережья Белого моря. На Кольском полуострове проводились специальные эксперименты FENICS с управляемыми источниками электромагнитных полей УНЧ/КНЧ диапазонов с использованием линий электропередач (ЛЭП) в качестве горизонтальной излучающей антенны [5, 6]. Установка FENICS оказалась эффективным источником УНЧ/КНЧ сигналов, регистрируемых на значительных удалениях [7,

* space.soliton@gmail.com

8]. Наконец, все промышленные районы Земли охвачены ЛЭП, работающих на частотах 50 или 60 Гц. Протяжённость ЛЭП составляет многие сотни километров, поэтому если по каким-то причинам передаваемые токи в них не сбалансированы, то эти линии становятся крупномасштабными излучающими антеннами.

Распространение электромагнитного поля вдоль поверхности Земли от КНЧ передатчиков в волноводе Земля—ионосфера детально изучено экспериментально и теоретически (см., например, [9–13]). Но в этих работах ионосфера либо моделировалась как проводящий однородный слой без учёта влияния геомагнитного поля [9], либо заменялась импедансным условием на нижней границе, без учёта зависимости матрицы импедансов от горизонтального волнового числа [11]. Использование таких моделей удовлетворительно описывает распространение КНЧ волн вдоль земной поверхности, но не даёт возможности оценить прохождение электромагнитных полей в верхнюю ионосферу. В работах [12, 13] изучалось дальнейшее распространение от источников, расположенных в ионосфере, с учётом анизотропии и даже горизонтальной неоднородности ионосферы, но в рамках лучевого приближения. Однако геометрическая оптика неприменима в атмосфере в рассматриваемом частотном диапазоне и не даёт оценки степени проникновения в ионосферу КНЧ излучения от наземных систем. Таким образом, возможность обнаружения таких излучений спутниками на низкой орбите не была изучена в рамках моделей ионосферы, учитывающих все существенные для распространения основные факторы. О реальности проникновения крайненизкочастотных излучений в ионосферу говорит обнаружение сигналов «ЗЕВС» спутником DEMETER во время пролётов над передатчиком. Попыток обнаружить УНЧ/КНЧ излучение в космосе в ходе экспериментов FENICS не предпринималось.

В отличие от ОНЧ излучателей (например, радиопередатчиков или грозовых разрядов) источник излучения КНЧ диапазона не может быть смоделирован как точечный диполь, и его конечный масштаб, часто превышающий высоту нижней ионосферы (около 100 км), необходимо принимать во внимание. В качестве первого шага в [15] была разработана численная модель электромагнитного отклика реалистичной ионосферы, находящейся в вертикальном геомагнитном поле $\mathbf{B}_0$, на приземный бесконечный линейный ток. Эта теоретическая модель была в дальнейшем развита в работе [16] с учётом произвольного наклона геомагнитного поля. Учёт этого наклона значительно усложнил задачу, поскольку в этом случае параметры среды перестают быть осесимметричными. Эта численная модель для ионосферных условий средних широт показала, что излучения на частоте 50 Гц частично канализируются геомагнитными силовыми линиями, поэтому максимальная интенсивность излучения ЛЭП в верхней ионосфере должна быть смещена от вертикали к экватору. При этом интенсивность излучения незначительно спадает с уменьшением широты, на которой расположен источник.

В данной работе построена теория возбуждения КНЧ волн в ионосфере линейным заземлённым током конечной длины. На основании этой теории разработана численная модель с реалистичным горизонтально-слоистым профилем ионосферы, находящейся в вертикальном геомагнитном поле. Эта модель близка к моделям, представленным в работах [17, 18]. Мы использовали данную модель для интерпретации спутниковых наблюдений; с её помощью рассчитана ожидаемая амплитуда излучений на спутниковых высотах для различных типов КНЧ передатчиков с учётом их реальных размеров.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИ

Мы изучаем электромагнитное поле только на удалении от КНЧ передатчика не более нескольких сотен километров; для таких расстояний плоская геометрия является хорошим приближением. Для простоты принимается, что геомагнитное поле вертикально, т. е. его наклонение

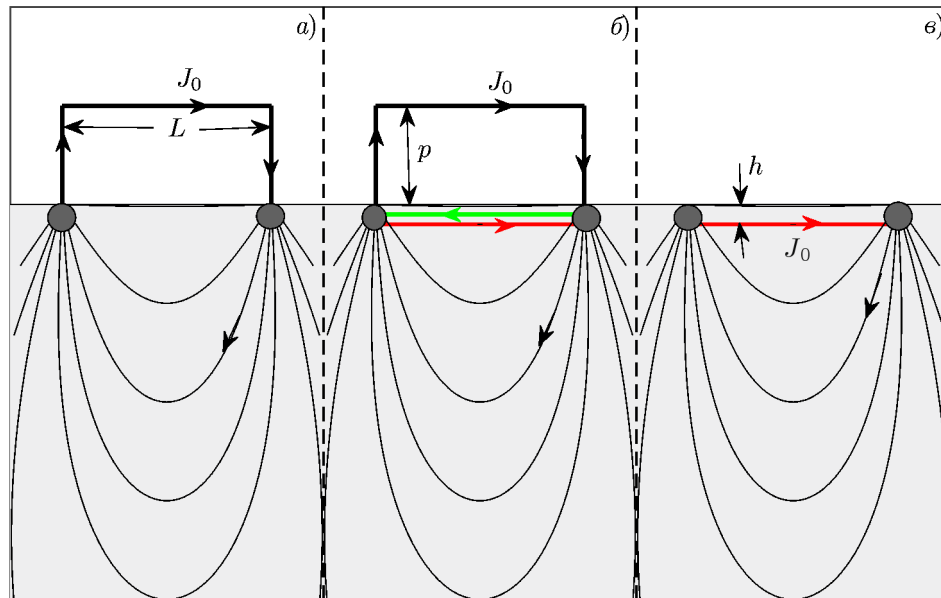


Рис. 1. Иллюстрация перехода от реального источника к модельному: подвешенный над Землёй заземлённый провод с током J_0 (а); замыкание исходного стороннего тока виртуальным током с образованием токовой рамки и компенсация замыкающего тока противоположным (точная модель, б); приближённая модель только с заглублённым проводом с током J_0 , создающим те же токи растекания в Земле, что и исходный заземлённый провод (в). Квазидипольные линии тока показаны для глубин, меньших толщины скин-слоя

$I = 90^\circ$. Ось z декартовой системы координат направляем вертикально вверх, полагая $z = 0$ на поверхности Земли, ось x — на восток и ось y — на север.

Рассмотрим висящий на высоте p над землёй (p порядка нескольких метров) линейный заземлённый на концах бесконечно тонкий провод конечной длины L . Пусть действующая в проводе электродвижущая сила возбуждает в нём сторонний ток, который будем считать заданным (см. рис. 1а). Амплитуду и частоту тока обозначим J_0 и ω соответственно. Этот ток замыкается через землю, причём замыкающий ток сосредоточен в основном в скин-слое, имеющем толщину $\delta_g = \sqrt{2/(\sigma_g \mu_0 \omega)}$, где σ_g — проводимость земли, μ_0 — магнитная постоянная. Растекание токов проводимости под поверхностью показано на рис. 1а тонкими линиями на глубинах, меньших толщины скин-слоя. Требуется найти электромагнитное поле во всём пространстве.

Сформулированная таким образом задача не имеет простого решения. Поэтому мы заменяем исходную модель источника более простой, электромагнитные поля в которой, при определённых условиях, должны быть близки к полям в исходной модели. Один из известных способов состоит в замене горизонтального заземлённого провода магнитной рамкой [20] с магнитным моментом $M_0 = J_0 L \delta_g / \sqrt{2}$. Однако это приближение пригодно лишь для расстояний, много больших толщины скин-слоя δ_g в земле и длины провода L .

В нашей работе мы используем другую приближённую модель. Заземлённые концы провода соединяем под землёй на небольшой глубине h изолированным проводом, по которому течёт ток величины J_0 (показан на рис. 1б зелёной линией) в направлении, противоположном направлению исходного стороннего тока, и, тем самым, замыкающий исходный сторонний ток. Для того чтобы исходный сторонний ток не изменился, добавляем текущий по изолированному проводу ток той же величины J_0 и направления (показан на рис. 1б красной линией), причём через землю замыкается именно этот ток. Электромагнитное поле теперь возбуждается рамкой с током с магнитным

дипольным моментом $J_0 p L$ (чёрная и зелёная линии на рис. 1б) и линейным током в земле (красная линия). Для сравнения полей, создаваемых над землёй вплоть до её поверхности этими двумя источниками, заметим, что приближённо можно заменить поле линейного тока в земле (красная линия) полем магнитного диполя с моментом $J_0 L \delta_g / \sqrt{2}$ [20]. Видим, что отношение поля от рамки с током к полю от горизонтального тока в земле порядка p/δ_g . В интересующем нас диапазоне параметров ($f = \omega/(2\pi) < 100$ Гц, $p \leq 10$ м и $\sigma_g < 10^{-3}$ См/м) имеем $p/\delta_g < 10^{-2}$, поэтому вкладом в электромагнитное поле от рамки с током (чёрная и зелёная линии на рис. 1б) можно пренебречь.

Таким образом, мы приходим к задаче определения электромагнитного поля от изолированного линейного провода с заземлёнными концами, по которому течёт сторонний ток J_0 . Такое задание сторонних токов полностью совпадает с постановкой В. А. Фока в задаче о заземлённом изолированном проводе, лежащем на земной поверхности [21].

Генератор создаёт в этой антенне однородный по x переменный ток $J^{\text{ext}}(t) = J_0 \exp(-i\omega t)$. Задача состоит в нахождении магнитной $\mathbf{B}(x, y, z, t)$ и электрической $\mathbf{e}(x, y, z, t) \equiv c^{-1} \mathbf{E}$ компонент поля в окружающем пространстве, возбуждаемого гармоническим источником. Начальный и наиболее важный этап решения этой задачи — нахождение решения уравнений Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{B} = -ik_0 \hat{\mathbf{e}} \mathbf{e} + \mu_0 \mathbf{j}^{\text{ext}}, \quad \nabla \times \mathbf{e} = ik_0 \mathbf{B} \quad (1)$$

с источником $\mathbf{j}^{\text{ext}} = j_x^{\text{ext}} \hat{\mathbf{x}}$ в виде точечного элемента горизонтального тока (горизонтального токового диполя). Здесь $k_0 = \omega/c$ — тензор диэлектрической плазмы, $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ — орты соответствующих осей. Найдя такое решение, мы фактически определим элементы матричной функции Грина, через которую можно на следующем шаге получить полное возмущение в виде интегрального преобразования сторонних токов. Ввиду трансляционной инвариантности в горизонтальной плоскости интегральный оператор Грина сводится к свёртке функции Грина со сторонними токами. В рассматриваемом случае линейного горизонтального тока можно приближённо вычислить соответствующие свёртки, просто расположив достаточно плотно горизонтальные токовые диполи вдоль линии тока. Сначала вычисляются поля от точечного источника, помещённого в начало координат. В силу трансляционной симметрии поля от остальных диполей находятся соответствующим сдвигом в горизонтальной плоскости. После этого полное возмущение, возбуждаемое током конечной длины, получается суммированием полей от всех диполей. Ниже в разделе 1.6 эта процедура описана подробно.

В уравнениях (1) тензор относительной диэлектрической проницаемости столкновительной ионоферной плазмы $\hat{\mathbf{e}}$ в координатной системе с осью z вдоль геомагнитного поля имеет вид

$$\hat{\mathbf{e}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\perp} & ig & 0 \\ -ig & \varepsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\parallel} \end{pmatrix}.$$

Стандартные формулы для элементов тензора $\hat{\mathbf{e}}$ можно найти, например, в книге [19]. В приземной атмосфере $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_{\parallel} \rightarrow 1$ и $g \rightarrow 0$. Ниже поверхности земли $g = 0$ и $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_{\parallel} \rightarrow \varepsilon_g$, где $\text{Re } \varepsilon_g \sim 10$, $\text{Im } \varepsilon_g = \sigma_g/(\omega \varepsilon_0)$, ε_0 — диэлектрическая постоянная.

1.1. Уравнения для потенциалов

При решении поставленной задачи будет использовано представление электромагнитного поля через потенциалы. В этом формализме наиболее эффективно удаётся разбить поле на потенциальную и вихревую составляющие. Это разбиение принципиально при решении данной задачи, которая, очевидно, лишена осевой симметрии, но при этом оказывается, что потенциальная

и вихревая составляющие в отдельности такой симметрией обладают. Благодаря этому становится возможным, разделяя переменные, с помощью преобразования Ганкеля прийти к краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Электрическое и магнитное поля можно стандартно представить с помощью скалярного Φ и векторного $\mathbf{A}$ потенциалов

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad \mathbf{e} = -\nabla \Phi + ik_0 \mathbf{A}.$$

Полное поле представляется в виде суммы парциальных электрической и магнитной мод: $\mathbf{B} = \mathbf{B}_E + \mathbf{B}_M$, $\mathbf{e} = \mathbf{e}_E + \mathbf{e}_M$. Следует подчеркнуть, что только в случае $g = 0$ парциальные моды по отдельности дают решения, удовлетворяющие уравнениям Максвелла. При $g \neq 0$ электрическая и магнитная моды «зацеплены» и электромагнитное поле даётся только суммой парциальных мод.

Электрическая мода определяется скалярным потенциалом Φ и продольной компонентой векторного потенциала $A = \text{img alt="yellow speech bubble icon" data-bbox="330 300 360 320"/>$

$$\mathbf{B}_E = \nabla \times A \hat{\mathbf{z}}, \quad \mathbf{e}_E = -\nabla \Phi + ik_0 A \hat{\mathbf{z}}. \quad (2)$$

Из (2) видно, что продольная компонента $\mathbf{B}_E$ обращается в нуль. В магнитогидродинамическом (МГД) пределе, когда частота излучения много меньше гирочастоты ионов, парциальная электрическая мода соответствует альвеновской волне в ионосфере и магнитосфере.

Магнитная мода выражается через поперечный векторный потенциал $\mathbf{A}_\perp$:

$$\mathbf{B}_M = \nabla \times \mathbf{A}_\perp, \quad \mathbf{e}_M = ik_0 \mathbf{A}_\perp. \quad (3)$$

Мы дополним определение магнитной моды условием нулевого продольного тока $j_z = 0$, благодаря которому она, как показано ниже, может быть выражена через скалярный магнитный потенциал Ψ . Определённая таким образом магнитная мода в соответствии с этим условием переходит в МГД пределе в быструю магнитозвуковую волну. Условие нулевого продольного тока $j_z = 0$ накладывает дополнительное ограничение на $\mathbf{A}_\perp$. Действительно, из этого условия следует, что $[\nabla \times [\nabla \times \mathbf{A}_\perp]]_z = 0$, откуда с учётом $(\mathbf{A}_\perp)_z = 0$ находим, что $\partial_z \nabla_\perp \cdot \mathbf{A}_\perp = 0$. Таким образом, векторное поле $\mathbf{A}_\perp$ оказывается двумерно-соленоидальным в каждой из плоскостей $z = \text{const}$. Это означает, что поле $\mathbf{A}_\perp$ удовлетворяет калибровочному условию $\nabla_\perp \cdot \mathbf{A}_\perp = 0$. При таком калибровочном условии $\mathbf{A}_\perp$ может быть представлено через скалярный магнитный потенциал Ψ :

$$\mathbf{A}_\perp = (ik_0)^{-1} \nabla \times \Psi \hat{\mathbf{z}}. \quad (4)$$

Используя выражения (2), (3) и (4), находим, наконец, представление полного поля через потенциалы A , Φ и Ψ :

$$\mathbf{B} = \nabla A_z \times \hat{\mathbf{z}} + (ik_0)^{-1} \nabla_\perp \partial_z \Psi - (ik_0)^{-1} \nabla_\perp^2 \Psi \hat{\mathbf{z}}, \quad (5)$$

$$\mathbf{e} = -\nabla \Phi + ik_0 A + \nabla \Psi \times \hat{\mathbf{z}}. \quad (6)$$

Система уравнений, определяющая эти потенциалы, справедлива для источника общего вида $\mathbf{j}^{\text{ext}} = \mathbf{j}_\perp^{\text{ext}} + \mathbf{j}_z^{\text{ext}}$. Эта система имеет вид

$$\begin{aligned} \nabla_\perp^2 \partial_z A &= ik_0 \varepsilon_\perp \nabla_\perp^2 \Phi + k_0 g \nabla_\perp^2 \Psi + \mu_0 \text{Div} \mathbf{j}_\perp^{\text{ext}}, \\ (ik_0)^{-1} \nabla_\perp^2 \nabla^2 \Psi &= -k_0 g \nabla_\perp^2 \Phi + ik_0 \varepsilon_\perp \nabla_\perp^2 \Psi + \mu_0 \text{Rot} \mathbf{j}_\perp^{\text{ext}}, \\ \nabla_\perp^2 A &= ik_0 \varepsilon_\parallel (-\partial_z \Phi + ik_0 A) - \mu_0 j_z^{\text{ext}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Подробный вывод системы (5) и (6) приведён в Приложении 1; там же определены двумерные дифференциальные операторы $\text{Div} \mathbf{a}$ и $\text{Rot} \mathbf{a}$.

1.2. Модель точечного горизонтального тока (токовый диполь)

Рассмотрим элемент горизонтального тока, который занимает область с линейным размером d , малым по сравнению с расстоянием до точки наблюдения. Назовём такой источник электромагнитного поля горизонтальным токовым диполем. Пусть он расположен в плоскости $z = h < 0$ ниже уровня земли и направлен по оси x . Тогда в уравнениях (7) имеем $j_z^{\text{ext}} = 0$ и $\mathbf{j}_{\perp}^{\text{ext}} = j_x^{\text{ext}} \hat{\mathbf{x}} = M_0 \delta(x) \delta(y) \delta(z - h) \hat{\mathbf{x}}$, где $M_0 = J_0 d$ — токовый момент, $\delta(a)$ — δ -функция. В цилиндрических координатах φ, ϱ, z

$$j_x^{\text{ext}}(\varrho, z) = M_0 (2\pi\varrho)^{-1} \delta(\varrho) \delta(z - h), \quad (8)$$

поскольку $\delta(x)\delta(y) = (2\pi\varrho)^{-1} \delta(\varrho)$. Используя связь между производными в декартовых и цилиндрических координатах: $\partial_x = \cos \varphi \partial_{\varrho} - \varrho^{-1} \sin \varphi \partial_{\varphi}$, $\partial_y = \sin \varphi \partial_{\varrho} + \varrho^{-1} \cos \varphi \partial_{\varphi}$, а также учитывая независимость выражения (8) от азимута φ , получаем следующие формулы для зависящих от $\mathbf{j}_{\perp}^{\text{ext}}$ величин в уравнениях (7):

$$\text{Div } \mathbf{j}_{\perp}^{\text{ext}} = q(\varrho) \delta(z - h) \cos \varphi, \quad \text{Rot } \mathbf{j}_{\perp}^{\text{ext}} = -q(\varrho) \delta(z - h) \sin \varphi,$$

где $q(\varrho) = M_0 \partial_{\varrho} [(2\pi\varrho)^{-1} \delta(\varrho)]$. Таким образом, для рассматриваемой модели точечного горизонтального источника тока система уравнений (7) приобретает вид

$$\begin{aligned} \nabla_{\perp}^2 \partial_z A &= ik_0 \varepsilon_{\perp} \nabla_{\perp}^2 \Phi + k_0 g \nabla_{\perp}^2 \Psi + \mu_0 q(\varrho) \delta(z - h) \cos \varphi, \\ \nabla_{\perp}^2 (\partial_z^2 + \nabla_{\perp}^2) \Psi &= -ik_0^2 g \nabla_{\perp}^2 \Phi - k_0^2 \varepsilon_{\perp} \nabla_{\perp}^2 \Psi - ik_0 \mu_0 q(\varrho) \delta(z - h) \sin \varphi, \\ \nabla_{\perp}^2 A &= ik_0 \varepsilon_{\parallel} (-\partial_z \Phi + ik_0 A). \end{aligned} \quad (9)$$

1.3. Приведение уравнений для точечного источника к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

Поскольку неоднородность в системе уравнений (9) представляет собой линейную комбинацию векторов, зависящих от ϱ и z , с коэффициентами $\cos \varphi$ и $\sin \varphi$, то решение следует искать в виде таких же комбинаций $F(\rho, \varphi, z) = F_c(\rho, z) \cos \varphi + F_s(\rho, z) \sin \varphi$, где $F = A, \Phi, \Psi$. В результате подстановки этих комбинаций в (9) и группировки членов с множителями $\cos \varphi$ и $\sin \varphi$ получаются две системы уравнений: для A_c, Φ_c, Ψ_c и для A_s, Φ_s, Ψ_s . Эти системы имеют одну и ту же однородную часть и отличаются только свободными членами. Удобно представить их в виде одной системы уравнений, зависящей от индекса, принимающего два значения (с и s):

$$\begin{aligned} R \partial_z A_{\tau} &= ik_0 \varepsilon_{\perp} R \Phi_{\tau} + k_0 g R \Psi_{\tau} + \alpha_{\tau}; \\ R(\partial_z^2 + R) \Psi_{\tau} &= -ik_0^2 g R \Phi_{\tau} - k_0^2 \varepsilon_{\perp} R \Psi_{\tau} - ik_0 \beta_{\tau}; \\ R A_{\tau} &= ik_0 \varepsilon_{\parallel} (-\partial_z \Phi_{\tau} + ik_0 A_{\tau}), \end{aligned} \quad (10)$$

где $\tau = c, s$, оператор $R = \varrho^{-1} \partial_{\varrho} \varrho \partial_{\varrho} - \varrho^{-2}$, $\alpha_c = \beta_s = \mu_0 q(\varrho) \delta(z - h)$, $\alpha_s = \beta_c = 0$. Принципиально важным является то обстоятельство, что система уравнений (10) обладает цилиндрической симметрией, а несимметричность исходной задачи преодолена благодаря разделению на две составляющие, имеющие разную угловую зависимость ($\cos \varphi$ и $\sin \varphi$). Это позволяет разделить переменные и прийти к одномерной краевой задаче.

Применим обратный оператор R^{-1} к первым двум уравнениям (10) и для симметрии введём дополнительную искомую функцию $B_{\tau} = (ik_0)^{-1} \partial_z \Psi_{\tau}$, $\tau = c, s$. Получается система уравнений

$$\partial_z A_{\tau} = ik_0 \varepsilon_{\perp} \Phi_{\tau} + k_0 g \Psi_{\tau} + a_{\tau}, \quad \partial_z B_{\tau} = -k_0 g \Phi_{\tau} - (ik_0)^{-1} (k_0^2 \varepsilon_{\perp} + R) \Psi_{\tau} - b_{\tau},$$

$$\partial_z \Phi_\tau = ik_0[1 + (k_0^2 \varepsilon_{||})^{-1} R] A_\tau, \quad \partial_z \Psi_\tau = ik_0 B_\tau \quad (11)$$

с неоднородными членами $a_c = b_s = \mu_0 R^{-1} q(\varrho) \delta(z - h)$ и $a_s = b_c = 0$.

Система уравнений (11) с частными производными приводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений по переменной z с помощью преобразования Ганкеля первого порядка

$$\mathbb{K}_1[\tilde{f}(\varrho)](k) = \int_0^\infty \tilde{f}(\varrho) J_1(k\varrho) \varrho d\varrho,$$

которое переводит дифференциальный оператор R в умножение на $-k^2$: $\mathbb{K}_1[R\tilde{f}(\varrho)] = -k^2 \mathbb{K}_1[\tilde{f}(\varrho)]$ (здесь J_1 — функция Бесселя первого порядка). Применение преобразования $\mathbb{K}_1[\tilde{f}(\varrho)]$ к функции $a_c(\varrho) = b_s(\varrho)$ в неоднородных членах системы (11) даёт $k^{-1} S_0 \delta(z - h)$, где $S_0 = (2\pi)^{-1} \mu_0 M_0$. Видно, что при $k \rightarrow 0$ неоднородные члены в (11) стремятся к бесконечности. Для исключения этих особенностей после применения преобразования $\mathbb{K}_1$ к (11) перейдём к следующим переменным ($\tau = c, s$):

$$\tilde{A}_\tau = k \mathbb{K}_1[A_\tau], \quad \tilde{B}_\tau = k \mathbb{K}_1[B_\tau], \quad \tilde{\Phi}_\tau = k \mathbb{K}_1[\Phi_\tau], \quad \tilde{\Psi}_\tau = k \mathbb{K}_1[\Psi_\tau]. \quad (12)$$

В результате получается система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \partial_z \tilde{A}_\tau &= \alpha \tilde{\Phi}_\tau + \beta \tilde{\Psi}_\tau + \tilde{a}_\tau & \partial_z \tilde{\Phi}_\tau &= \lambda \tilde{A}_\tau, \\ \partial_z \tilde{B}_\tau &= \gamma \tilde{\Phi}_\tau + \delta_k \tilde{\Psi}_\tau - \tilde{b}_\tau, & \partial_z \tilde{\Psi}_\tau &= ik_0 \tilde{B}_\tau, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\tau = c, s$, $\alpha = ik_0 \varepsilon_\perp$, $\beta = k_0 g$, $\gamma = -k_0 g$, $\delta_k = (ik_0)^{-1}(k^2 - k_0^2 \varepsilon_\perp)$, $\lambda = ik_0[1 - k^2/(k_0^2 \varepsilon_{||})]$, $\tilde{a}_c = \tilde{b}_s = S_0 \delta(z - h)$ и $\tilde{a}_s = \tilde{b}_c = 0$.

1.4. Однородная система и матрица адмиттанса

Ввиду того, что в неоднородности системы (13) присутствует множитель $\delta(z - h)$, её решение сводится к решению соответствующей однородной системы с некоторыми условиями сшивки при $z = h$, которые обсуждаются и используются в следующем разделе. Эту однородную систему представим наглядно в виде

$$\partial_z \mathbf{u} = \mathbf{S} \mathbf{v}, \quad \partial_z \mathbf{v} = \mathbf{T} \mathbf{u}, \quad (14)$$

используя двумерные векторы и матрицы 2×2 ($\mathbf{u}, \mathbf{v} = c, s$)

$$\mathbf{u}_\tau = \begin{pmatrix} \tilde{A}_\tau \\ \tilde{B}_\tau \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} \tilde{\Phi}_\tau \\ \tilde{\Psi}_\tau \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta_k \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & ik_0 \end{pmatrix}.$$

При решении однородной системы (14) весьма полезной оказывается матрица $\mathbf{Y}(z)$, преобразующая вектор $\mathbf{v}(z)$ в вектор $\mathbf{u}(z)$:

$$\mathbf{u}(z) = \mathbf{Y}(z) \mathbf{v}(z). \quad (15)$$

Матрица $\mathbf{Y}(z)$ аналогична матрице адмиттанса, связывающей электрическое и магнитное поля [22] и облегчающей решение уравнений Максвелла при наличии резко растущих и затухающих волновых мод. Матрица $\mathbf{Y}(z)$ удовлетворяет нелинейному дифференциальному уравнению типа Риккати

$$\partial_z \mathbf{Y} = \mathbf{S} - \mathbf{Y} \mathbf{T} \mathbf{Y}. \quad (16)$$

1.5. Граничные условия для потенциалов и приведение краевой задачи к задаче Коши с помощью матрицы адмиттанса

Систему уравнений (14) необходимо дополнить краевыми условиями при $|z| \rightarrow \infty$. Естественными условиями являются требования затухания возмущения при подъёме в ионосферу и погружении в глубь Земли. Предположим, что, начиная с некоторой высоты (глубины) z_∞ ($z_{-\infty}$), тензор диэлектрической проницаемости меняется достаточно медленно, так что этим изменением можно пренебрегать, полагая все его элементы постоянными. В этих удалённых областях система (14) имеет 4 линейно независимых решения, пропорциональных $\exp(ik_n z)$, $n = 1, \dots, 4$, из которых выбираются пары затухающих решений при $z \rightarrow \infty$ ($z \rightarrow -\infty$), т. е. решения с соответствующим знаком мнимой части волнового числа k_n . Такие решения существуют, т. к. мнимая часть тензора $\hat{\epsilon}$ не равна нулю.

Важно отметить, что краевые условия при $|z| \rightarrow \pm\infty$ для системы (14), или, что то же самое, для системы (13), учитываются через посредство матрицы адмиттанса $\mathbf{Y}(z)$. Действительно, граничное условие для уравнения (16) можно найти, комбинируя предельные при $z \rightarrow -\infty$ (или при $z \rightarrow +\infty$) затухающие решения системы (14) следующим образом. Рассмотрим два такие линейно независимые решения $\mathbf{u}_{1\nu}, \mathbf{v}_{1\nu}$ и $\mathbf{u}_{2\nu}, \mathbf{v}_{2\nu}$ ($\nu = +, -$). Если из векторов $\mathbf{u}_{1\nu}, \mathbf{u}_{2\nu}$, и $\mathbf{v}_{1\nu}, \mathbf{v}_{2\nu}$ как из столбцов составить матрицы $\mathbf{U}_{\nu\infty} = (\mathbf{u}_{1\nu}, \mathbf{u}_{2\nu})$ и $\mathbf{V}_{\nu\infty} = (\mathbf{v}_{1\nu}, \mathbf{v}_{2\nu})$, то с помощью соотношения (15) находим, что $\mathbf{U}_{\nu\infty} = \mathbf{Y}_{\nu\infty} \mathbf{V}_{\nu\infty}$, где $\mathbf{Y}_{\nu\infty}$ — матрица «адмиттанса» в пределе $z \rightarrow \nu\infty$. Отсюда её можно найти как $\mathbf{Y}_{\nu\infty} = \mathbf{U}_{\nu\infty} \mathbf{V}_{\nu\infty}^{-1}$. Далее, решая (численно) соответствующие задачи Коши в направлении из $+\infty$ или из $-\infty$ к источнику, можно найти матрицу $\mathbf{Y}(z)$ на всех высотах вплоть до уровня источника. Более подробное обсуждение краевых условий при $|z| \rightarrow \infty$ для аналогичной системы уравнений можно найти в работах [15, 16].

Интегрируя уравнения (13) от $z = h - 0$ до $z = h + 0$, находим условие сшивки решений однородной системы (14) при $z = h$. Вектор $\mathbf{u}_\tau(z)$ терпит разрыв ($\tau = c, s$):

$$\mathbf{u}_\tau(h+0) - \mathbf{u}_\tau(h-0) = \mathbf{d}_\tau, \quad \mathbf{d}_c = S_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{d}_s = -S_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

По сути дела, условие (17) выражает собой воздействие источника: величина разрыва пропорциональна токовому моменту диполя M_0 . При этом вектор $\mathbf{v}_\tau(z)$ непрерывен в точке $z = h$: $\mathbf{v}_\tau(h+0) = \mathbf{v}_\tau(h-0) = \mathbf{v}_\tau(h)$.

На границе раздела Земля—атмосфера ($z = 0$) касательные к поверхности раздела компоненты магнитного ($\mathbf{B}_t$) и электрического ($\mathbf{e}_t$) полей должны быть непрерывны: $\mathbf{B}_t|_{z=+0} = \mathbf{B}_t|_{z=-0}$ и $\mathbf{e}_t|_{z=+0} = \mathbf{e}_t|_{z=-0}$. В соответствии с представлением поля через потенциалы (5) и (6) эти условия выполняются, если потенциалы A , Φ и Ψ , а также $\partial_z \Psi$, непрерывны на границе раздела. Из системы (14), ввиду ограниченности её правых частей, также следует непрерывность $\mathbf{u}_\tau$ и $\mathbf{v}_\tau$ на границе раздела. Тогда из (15) получается, что и матрица $\mathbf{Y}$ на границе $z = 0$ непрерывна.

Теперь можно приступить к решению краевой задачи для уравнения Риккати (16). Зная пределы $\mathbf{Y}(z)$ при $|z| \rightarrow \infty$, находим матрицу $\mathbf{Y}_+ = \mathbf{Y}(h+0)$, решая задачу Коши из $+\infty$ вниз до уровня источника. Аналогично, находим матрицу $\mathbf{Y}_- = \mathbf{Y}(h-0)$, решая задачу Коши снизу вверх. После этого, из соотношений $\mathbf{u}_\tau(h+0) = \mathbf{Y}_+ \mathbf{v}_\tau(h)$ и $\mathbf{u}_\tau(h-0) = \mathbf{Y}_- \mathbf{v}_\tau(h)$, $\tau = c, s$ получаем уравнение $\mathbf{u}_\tau(h+0) - \mathbf{u}_\tau(h-0) = (\mathbf{Y}_+ - \mathbf{Y}_-) \mathbf{v}_\tau(h)$, левая часть которого известна и определяется формулами (17). Поэтому, обращая матрицу $\mathbf{Y}_+ - \mathbf{Y}_-$, находим $\mathbf{v}_\tau(h) = (\mathbf{Y}_+ - \mathbf{Y}_-)^{-1} \mathbf{d}_\tau$, $\mathbf{u}_\tau(h+0) = \mathbf{Y}_+ (\mathbf{Y}_+ - \mathbf{Y}_-)^{-1} \mathbf{d}_\tau$, $\mathbf{u}_\tau(h-0) = \mathbf{Y}_- (\mathbf{Y}_+ - \mathbf{Y}_-)^{-1} \mathbf{d}_\tau$. Таким образом, получены краевые условия для системы уравнений (14) на уровне источника. Решая задачу Коши для этой системы с этими краевыми условиями численно вверх и вниз, можно найти высотные профили потенциалов, а затем и компоненты электромагнитного поля, используя формулы из Приложения 2.

1.6. Поле тока конечной длины

Пусть ток величины J_0 течёт по прямолинейному отрезку $-L/2 \leq x \leq L/2$. Для нахождения электромагнитного поля такого тока можно использовать результаты, полученные для горизонтального токового диполя (см. Приложение 2). С этой целью расположим достаточно большое число N диполей с токовым моментом M_0 (и с осью каждого диполя вдоль оси x) в серединах разбиения линии тока на N равных частей, т. е. в точках $x_n = -L/2 - d/2 + nd$ ($n = 1, \dots, N$), где $d = L/N$. Такой системе диполей соответствует величина тока $J_0 = NM_0L^{-1}$. Дискретная структура такого источника может проявляться только на расстояниях, не превышающих d .

Нахождение полей $\mathbf{B}(x, y, z)$ и $\mathbf{e}(x, y, z)$ от описанной системы горизонтальных токовых диполей проводится с использованием формул из Приложения 2. Вычислим для каждого диполя цилиндрические координаты $\varrho_n(x, y)$ и $\varphi_n(x, y)$ точки наблюдения (x, y, z) относительно этого диполя:

$$\varrho_n = [(x - x_n)^2 + y^2]^{1/2}, \quad \cos \varphi_n = (x - x_n)\varrho_n^{-1}, \quad \sin \varphi_n = y\varrho_n^{-1}.$$

Далее, горизонтальные компоненты поля каждого диполя надо преобразовать к фиксированной системе координат, связанной с осями x и y :

$$\begin{aligned} B_x^{(n)} &= B_\varrho^{(n)} \cos \varphi_n - B_\varphi^{(n)} \sin \varphi_n, & e_x^{(n)} &= e_\varrho^{(n)} \cos \varphi_n - e_\varphi^{(n)} \sin \varphi_n, \\ B_y^{(n)} &= B_\varrho^{(n)} \sin \varphi_n + B_\varphi^{(n)} \cos \varphi_n, & e_y^{(n)} &= e_\varrho^{(n)} \sin \varphi_n + e_\varphi^{(n)} \cos \varphi_n, \end{aligned}$$

где $B_\chi^{(n)} = B_\chi(\varrho_n, \varphi_n, z)$ и $e_\chi = e_\chi^{(n)}(\varrho_n, \varphi_n, z)$, $\chi = \varrho, \varphi$ задаются формулами из Приложения 2. Вертикальные компоненты, естественно, преобразованию не подвергаются: $B_z^{(n)} = B_z(\varrho_n, \varphi_n, z)$ и $e_z^{(n)} = e_z(\varrho_n, \varphi_n, z)$. После этого остаётся просто просуммировать по всем диполям для определения суммарного поля, создаваемого током конечной длины:

$$B_b(x, y, z) = \sum_{n=1}^N B_b^{(n)}(x, y, z), \quad e_b(x, y, z) = \sum_{n=1}^N e_b^{(n)}(x, y, z), \quad b = x, y, z.$$

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ИОНОСФЕРНОГО ОТКЛИКА НА НАЗЕМНЫЙ КРАЙНЕ НИЗКОЧАСТОТНЫЙ ПЕРЕДАТЧИК

Для задачи о горизонтальном распространении поля УНЧ/КНЧ излучателя вдоль земной поверхности достаточен упрощённый учёт наличия ионосферы (например, как импедансной стенки), т. к. утечка волновой энергии в ионосферу относительно мала. Однако для задачи о прохождении излучения через ионосферу реалистичность ионосферной модели имеет ключевое значение. В представленной в данной работе программе использована наиболее апробированная и полная на сегодняшний день эмпирическая модель ионосферы IRI [23]. Она даёт необходимую информацию для расчёта высотного хода компонент тензора диэлектрической проницаемости [23].

Параметры модели IRI были выбраны соответствующими зимним ночным условиям (21:00 LT, 08.12.2007) на широте 69° , отвечающей местоположению установок «Зевс» и FENICS. Даваемые моделью IRI профили параметров ионосферы, дополненные атмосферной моделью MSIS [24], позволяют рассчитать частоты столкновений, проводимости и элементы тензора диэлектрической проницаемости. Интегральные статические проводимости Педерсена и Холла для выбранных условий равны $\Sigma_P = 0,04$ См и $\Sigma_H = 0,12$ См соответственно, высота максимума плотности $h_{mF_2} = 303$ км, а полное ионосферное электронное содержание (проинтегрированное от 50 до 2000 км) составляет 0,5 TECu. Установки «Зевс» и FENICS расположены на кристаллическом

щите с очень высоким удельным сопротивлением порядка 10^5 Ом·м. Атмосферная проводимость принимается равной $\sigma_a = 1 \cdot 10^{-14}$ См/м у поверхности Земли и экспоненциально увеличивается до высоты 80 км, где она сплывает с проводимостью, даваемой моделью IRI. Согласно модели геомагнитного поля IGRF, наклон магнитного поля в точке расположения «Зевс» и FENICS составляет $I = 78^\circ$. Поскольку отличие от вертикального магнитного поля невелико, мы при расчётах полагаем, что $I = 90^\circ$.

В более ранних работах [14–16] мы допускали, что ток линейного источника имеет бесконечную длину. Вопрос о том, насколько это предположение переоценивает эффект от реалистичного токового излучателя с конечной длиной, оставался открытым. Разработанная численная модель позволяет ответить на этот вопрос. Для расчётов были использованы параметры $L = 60$ км («Зевс») и $L = 100$ км (FENICS). Рассчитанные компоненты поля соответствуют току источника $J_0 = 1$ А. Поле КНЧ излучения оценивается на фиксированной высоте ($z \approx 660$ км), соответствующей типичной орбите спутника DEMETER. Следует иметь в виду, что вертикальный профиль амплитуд возбуждаемых волн может оказаться немонотонным, что является следствием их распространения в неоднородной среде [15].

2.1. Передатчик «Зевс»

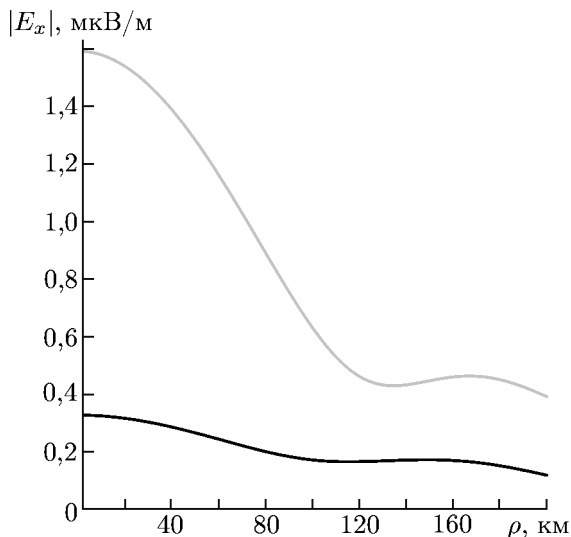


Рис. 2. Пространственная структура в направлении поперёк токового источника амплитуды электрической компоненты $|E_x(\rho)|$ излучения передатчика ЗЕВС на частоте 82 Гц на высоте 660 км. Чёрная кривая соответствует реальному масштабу излучателя 60 км, серая — очень длинному источнику (500 км)

На Кольском полуострове установлен КНЧ передатчик «Зевс», который состоит из двух параллельных горизонтальных заземлённых антенн с длиной около 60 км, излучающих на несущей частоте 82 Гц. Антенные линии вытянуты почти вдоль линии восток–запад на северной широте $68^\circ 48'$. Генератор подаёт в передатчик ток с амплитудой $200 \div 300$ А и мощностью до 2,5 МВт.

Отклик верхней ионосферы на горизонтальный заземлённый излучатель с частотой $f = 82$ Гц показан на рис. 2. Амплитуды поперечных электрических составляющих $|E_x|$ и $|E_y|$ оказываются почти одинаковыми, поэтому приведены данные только для одной из них. Расчёты проведены для очень длинного источника ($L = 500$ км), фактически соответствующего модели с бесконечным источником, и для источника с реальным масштабом ($L = 60$ км). Для очень крупномасштабного источника нормированная амплитуда возмущения достигает максимальных значений $|E_x| \approx 1,6$ мкВ/м. Для реального источника амплитуда возбуждаемого излучения непосредственно над источником ($\rho = 0$) оказывается заметно меньше: $|E_x| \approx 0,3$ мкВ/м. Таким образом, сделанное в работе [14] предположение о бесконечном масштабе завышает отклик электрического поля в верхней ионосфере примерно в 5 раз по сравнению со случаем реального масштаба передатчика «Зевс».

При реальном токе $J_0 = 200$ А передатчик «Зевс» может вызывать отклик в верхней ночной ионосфере до 60 мкВ/м. Такие амплитуды могут быть обнаружены спутниками на низких орбитах. Действительно, спутник DEMETER при нескольких пролётах над Кольским полуостровом

зарегистрировал излучения на частоте 82 Гц с амплитудами электрической компоненты от 3 до 100 мкВ/м [14].

2.2. Установка FENICS

На Кольском полуострове регулярно проводятся эксперименты FENICS с использованием двух выведенных из эксплуатации ЛЭП с протяжённостью 100 и 120 км в качестве УНЧ/КНЧ излучателей. В ходе экспериментов генератор с мощностью 200 кВт возбуждает в ЛЭП переменный ток с амплитудой от 240 А на низких частотах (менее 10 Гц) до 20 А на более высоких частотах (порядка 200 Гц).

Рассмотрим интенсивность КНЧ излучения, которое можно было бы наблюдать в верхней ионосфере ($z = 660$ км) непосредственно над установкой FENICS ($L = 100$ км) для различных частот излучения (рис. 3). На частотах 10 и 60 Гц максимальная нормированная амплитуда электрического поля примерно одинакова, $|E_x| \approx 0,6$ мкВ/м. Она становится несколько выше (примерно 0,7 мкВ/м) при $f = 150$ Гц. Однако на низких частотах (3 Гц) амплитуда падает примерно на порядок, до 0,06 мкВ/м. Таким образом, при типичном токе $J_0 = 100$ А во время экспериментов FENICS с частотой 10–150 Гц в верхнюю ионосферу могут просачиваться излучения с амплитудой до 60–70 мкВ/м. Попыток обнаружить излучение FENICS в околоземном пространстве пока не предпринималось.

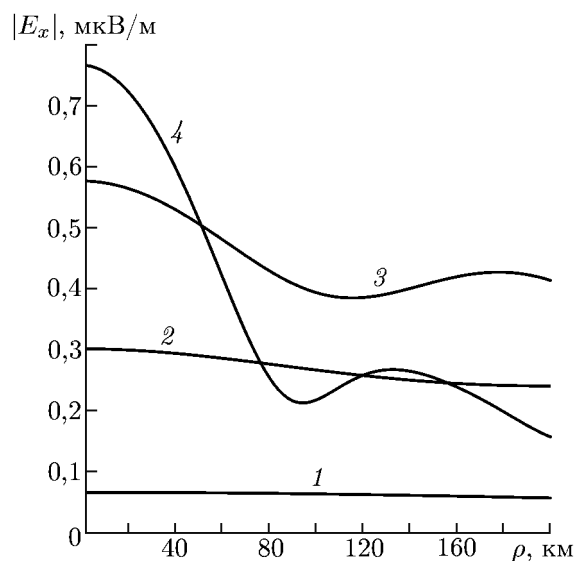


Рис. 3. Пространственная структура в направлении поперёк токовой линии амплитуды электрической компоненты $|E_x(\rho)|$ излучения системы FENICS на частотах от 3 до 150 Гц на высоте 660 км. Кривые 1–4 отвечают частотам 3; 10; 50; 150 Гц соответственно, для всех кривых учтён реальный масштаб излучателя 100 км

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Характеристики излучения от источника в однородной плазме в КНЧ диапазоне рассматривались во многих работах, в частности в [25]. Однако в этой работе пренебрегалось гиротропией плазмы ($g = 0$, $\varepsilon_{\parallel} = \infty$). В случае слоистой среды, когда диэлектрическая проницаемость меняется с высотой, уравнение для поперечного вектор-потенциала содержит дополнительные члены, которые существенно меняют структуру решения. Введённые нами потенциалы с «урезанной» кулоновской калибровкой $\nabla_{\perp} \cdot \mathbf{A}_{\perp} = 0$ (вместо калибровки Лоренца или Кулона $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$) обладают цилиндрической симметрией и могут быть представлены в виде одного преобразования Ганкеля.

В данной работе использована численная схема, которую условно можно назвать матричным методом адмиттанса/импеданса (в вычислительной математике — метод пересчёта краевых условий). Этот метод облегчает решение уравнений Максвелла при наличии резко растущих и затухающих волновых мод. Однако в данной статье мы применили этот метод не к системе уравнений Максвелла, а к системе уравнений (13). Матрица адмиттанса, зависящая от z в соответствии с обобщённым уравнением Риккати, связывает одну пару неизвестных функций с другой. Эти 4 неизвестные — три потенциала и производная по z одного из них. Кроме того, особенностью реше-

емой задачи является отсутствие осевой симметрии, так что учёт конечного размера излучателя существенно усложняет задачу. Благодаря использованному формализму удаётся разделить потенциальную и вихревую составляющие возмущения, каждая из которых указанной симметрией обладает. Только это и позволяет разделить переменные и прийти к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

Разработанная численная модель показывает, что предположение о бесконечном линейном токе даёт завышенные в несколько раз результаты по сравнению со случаем конечной длины. Модель предсказывает, что в верхней ионосфере над КНЧ линейным излучателем длины $L = 60$ км с током 200 А амплитуда электрической составляющей излучения может достигать 60 мкВ/м. Этот результат моделирования соответствует наиболее благоприятным условиям, когда спутник находится точно над источником. При этом моделирование соответствует ночным условиям, когда поглощение КНЧ излучения в ионосферной плазме слабее по сравнению с дневными условиями. Расчёты проводились для излучателя, находящегося над высокоомными породами, характерными для Кольского полуострова. При более высокой проводимости земной поверхности эффективность излучения снижается [15].

Разработанная модель имеет некоторые ограничения. Геомагнитное поле считалось вертикальным. Однако учёт его наклона существенно не изменяет результаты [16]. Геомагнитное поле может частично канализировать электромагнитное КНЧ излучение, поэтому на средних широтах должно наблюдаться смещение к экватору максимального отклика в ионосфере на наземный КНЧ передатчик. Хотя учёт конечного размера излучателя заметно приблизил модель к реальной ситуации, тем не менее трудно ожидать детального количественного согласия между расчётами и данными спутниковых наблюдений. Остаётся немало параметров, которые для конкретного события в момент регистрации известны довольно приблизительно: реальный ток в излучающей системе, вертикальная структура ионосферы, геоэлектрическая структура подстилающей поверхности, горизонтальное удаление от излучателя. Согласно [14], амплитуда электрической компоненты, зафиксированная спутником DEMETER во время пролётов над Кольским полуостровом, варьировалась от 3 до 100 мкВ/м. С учётом этой неопределённости расхождение не более чем в 2 раза между модельными расчётами и реальными наблюдениями говорит о хорошей надёжности модели.

Представленные здесь результаты численного моделирования показывают, что крупномасштабные наземные КНЧ излучатели могут создавать сигнал в верхней ионосфере, который современные низкоорбитальные спутники способны зарегистрировать. Для того, чтобы проверить возможность обнаружения сигналов FENICS в данных низкоорбитальных спутников, на сайте проекта FENICS [26] можно найти дневник экспериментов (включая частоту, продолжительность, интенсивность переменного тока).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан теоретический формализм для расчёта электромагнитных полей в системе атмосфера—ионосфера, создаваемых заземлённым токовым источником конечной длины. Численно оценено проникновение в реалистичную ионосферу КНЧ излучения наземного источника, который моделируется как линейный ток конечного масштаба. Теоретическая модель предсказывает, что в верхней ночной ионосфере над линейным передатчиком с силой тока 200 А и длиной $L = 60 \div 100$ км над высокоомной земной поверхностью амплитуда электрической составляющей КНЧ излучения может достигать 60 мкВ/м. Моделирование показывает, что КНЧ сигналы от таких источников могут быть надёжно обнаружены электрическими датчиками на борту низкоорбитальных спутников.

Работа выполнена в рамках госзаданий ИФЗ РАН и ИКИ РАН. Выражаем признательность рецензентам за конструктивные замечания.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Вывод системы уравнений для потенциалов

Найдём систему уравнений, определяющую потенциалы A , Φ и Ψ в общем случае, когда сторонний ток имеет как поперечную, так и продольную компоненты: $\mathbf{j}^{\text{ext}} = \mathbf{j}_{\perp}^{\text{ext}} + \mathbf{j}_z^{\text{ext}}$. Для её вывода удобно использовать следующие двумерные дифференциальные операторы над скалярным полем Φ и двумерным векторным полем $\mathbf{a}$:

$$\begin{aligned}\text{Grad } \Phi &= \nabla_{\perp} \Phi = (\partial_x \Phi) \hat{\mathbf{x}} + (\partial_y \Phi) \hat{\mathbf{y}}, & \text{Rot } \mathbf{a} &= (\nabla \times \mathbf{a})_z = \partial_x a_y - \partial_y a_x, \\ \mathbf{Rot } \Phi &= (\partial_y \Phi) \hat{\mathbf{x}} - (\partial_x \Phi) \hat{\mathbf{y}}, & \text{Div } \mathbf{a} &= \nabla_{\perp} \cdot \mathbf{a} = \partial_x a_x + \partial_y a_y.\end{aligned}$$

Для этих операторов справедливы двумерные векторные тождества

$$\begin{aligned}\text{Div Grad } \Phi &= \nabla_{\perp}^2 \Phi, & \text{Rot Rot } \Phi &= -\nabla_{\perp}^2 \Phi, \\ \text{Rot Grad } \Phi &= 0, & \text{Div Rot } \Phi &= 0.\end{aligned}$$

С помощью соотношения (5) находим выражение для ротора магнитного поля через потенциалы A , Φ и Ψ :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \nabla \nabla \cdot \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A} = -\nabla_{\perp}^2 A \hat{\mathbf{z}} + \text{Grad } \partial_z A - (ik_0)^{-1} \text{Rot } \nabla^2 \Psi. \quad (\text{П1.1})$$

Здесь учтено условие калибровки $\text{Div } \mathbf{A}_{\perp} = 0$. Далее, представим с помощью соотношения (6) через потенциалы также поперечную и продольную компоненты полного тока, включающего в себя сторонний ток:

$$-ik_0 \hat{\mathbf{e}}_{\perp} \mathbf{e}_{\perp} + \mu_0 \mathbf{j}_{\perp}^{\text{ext}} = ik_0 \varepsilon_{\perp} \text{Grad } \Phi - ik_0 \varepsilon_{\perp} \text{Rot } \Psi + k_0 g \text{Rot } \Phi + k_0 g \text{Grad } \Psi + \mu_0 \mathbf{j}_{\perp}^{\text{ext}}, \quad (\text{П1.2})$$

$$ik_0 \varepsilon_{\parallel} \mathbf{e}_z + \mu_0 \mathbf{j}_z^{\text{ext}} = -ik_0 \varepsilon_{\parallel} (-\partial_z \Phi + ik_0 A) + \mu_0 \mathbf{j}_z^{\text{ext}}, \quad (\text{П1.3})$$

и заменим в левых частях соотношений (П1.2) и (П1.3) компоненты полного тока на компоненты ротора $\nabla \times \mathbf{B}$ с помощью закона Ампера из системы уравнений Максвелла (1). После этого, используя (П1.1), приходим к системе уравнений

$$\begin{aligned}\text{Grad } \partial_z A - (ik_0)^{-1} \text{Rot } \nabla^2 \Psi &= \\ &= ik_0 \varepsilon_{\perp} \text{Grad } \Phi - ik_0 \varepsilon_{\perp} \text{Rot } \Psi + k_0 g \text{Rot } \Phi + k_0 g \text{Grad } \Psi + \mu_0 \mathbf{j}_{\perp}^{\text{ext}},\end{aligned} \quad (\text{П1.4})$$

$$-\nabla_{\perp}^2 A = -ik_0 \varepsilon_{\parallel} (-\partial_z \Phi + ik_0 A) + \mu_0 \mathbf{j}_z^{\text{ext}}. \quad (\text{П1.5})$$

Применив к обеим частям векторного равенства (П1.4) операции Div и Rot, получим систему уравнений (7), определяющую искомые потенциалы A , Φ и Ψ .

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Компоненты поля горизонтального диполя

Система (13) обыкновенных дифференциальных уравнений получена с помощью преобразования Ганкеля, и её решения определяют потенциалы относительно спектральной переменной k . Поэтому, решив систему (13) с соответствующими краевыми условиями, для нахождения пространственных компонент поля надо применить обратное преобразование Ганкеля (совпадающее с прямым), а затем использовать формулы (5) и (6). Согласно этим формулам, компоненты поля в цилиндрических координатах имеют вид

$$\begin{aligned} B_\varrho &= \varrho^{-1} \partial_\varphi A + (ik_0)^{-1} \partial_{\varrho z} \Psi, & e_\varrho &= -\partial_\varrho \Phi + \varrho^{-1} \partial_\varphi \Psi, \\ B_\varphi &= (ik_0 \varrho)^{-1} \partial_{\varphi z} \Psi - \partial_\varrho A, & e_\varphi &= -\varrho^{-1} \partial_\varphi \Phi - \partial_\varrho \Psi, \\ B_z &= -(ik_0 \varrho)^{-1} [\partial_\varrho (\varrho \partial_\varrho \Psi) + \varrho^{-1} \partial_\varphi^2 \Psi], & e_z &= -\partial_z \Phi + ik_0 A. \end{aligned} \quad (\text{П2.1})$$

После подстановки в (П2.1) представлений $A_z(\varrho, \varphi, z) = A_c(\varrho, z) \cos \varphi + A_s(\varrho, z) \sin \varphi$, $\Phi(\varrho, \varphi, z) = \Phi_c(\varrho, z) \cos \varphi + \Phi_s(\varrho, z) \sin \varphi$ и $\Psi_z(\varrho, \varphi, z) = \Psi_c(\varrho, z) \cos \varphi + \Psi_s(\varrho, z) \sin \varphi$, $F(\varrho, \varphi, z) = F_c(\varrho, z) \cos \varphi + F_s(\varrho, z) \sin \varphi$ и дифференцирования получаются выражения, для вычисления которых надо обратить соотношения (12), найдя ($\tau = c, s$)

$$A_\tau = \mathbb{K}_1[k^{-1} \tilde{A}_\tau], \quad B_\tau = \mathbb{K}_1[k^{-1} \tilde{B}_\tau], \quad \Phi_\tau = \mathbb{K}_1[k^{-1} \tilde{\Phi}_\tau], \quad \Psi_\tau = \mathbb{K}_1[k^{-1} \tilde{\Psi}_\tau].$$

Кроме того, надо вычислить нулевые преобразования Ганкеля $\mathbb{K}_0[\tilde{A}_\tau]$, $\mathbb{K}_0[\tilde{B}_\tau]$, $\mathbb{K}_0[\tilde{\Phi}_\tau]$ и $\mathbb{K}_0[\tilde{\Psi}_\tau]$. Они появляются из-за того, что при нахождении производных по ϱ использовано соотношение $\partial_\varrho \mathbb{K}_1[\tilde{f}(k)] = -\varrho^{-1} \mathbb{K}_1[\tilde{f}(k)] + \mathbb{K}_0[k \tilde{f}(k)]$. Наконец, понадобятся ещё преобразования Ганкеля первого порядка от $k \tilde{A}_\tau$ и $k \tilde{\Psi}_\tau$. В результате этих вычислений получаются искомые выражения для компонент поля через решение системы (13):

$$\begin{aligned} B_\varrho &= \cos \varphi \left(\varrho^{-1} (A_s - B_c) + \mathbb{K}_0[\tilde{B}_c] \right) - \sin \varphi \left(\varrho^{-1} (A_c + B_s) - \mathbb{K}_0[\tilde{B}_s] \right), \\ B_\varphi &= \cos \varphi \left(\varrho^{-1} (A_c + B_s) - \mathbb{K}_0[\tilde{A}_c] \right) + \sin \varphi \left(\varrho^{-1} (A_s - B_c) - \mathbb{K}_0[\tilde{A}_s] \right), \\ B_z &= (ik_0)^{-1} \left(\cos \varphi \mathbb{K}_1[k \tilde{\Psi}_c] + \sin \varphi \mathbb{K}_1[k \tilde{\Psi}_s] \right), \\ e_\varrho &= \cos \varphi \left(\varrho^{-1} (\Phi_c + \Psi_s) - \mathbb{K}_0[\tilde{\Phi}_c] \right) + \sin \varphi \left(\varrho^{-1} (\Phi_s - \Psi_c) - \mathbb{K}_0[\tilde{\Phi}_s] \right), \\ e_\varphi &= \cos \varphi \left(\varrho^{-1} (\Psi_c - \Phi_s) - \mathbb{K}_0[\tilde{\Psi}_c] \right) + \sin \varphi \left(\varrho^{-1} (\Psi_s + \Phi_c) - \mathbb{K}_0[\tilde{\Psi}_s] \right), \\ e_z &= i(k_0 \varepsilon_{\parallel})^{-1} \left(\cos \varphi \mathbb{K}_1[k \tilde{A}_c] + \sin \varphi \mathbb{K}_1[k \tilde{A}_s] \right). \end{aligned}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Parrot M. // Comptes Rendus Physique. 2018. V.19, No. 1–2. P.26–35. doi: 10.1016/j.crhy.2018.02.001
2. Rothkaehl H. Parrot M. // J. Atmosph. Solar-Terr. Phys. 2005. V.67, No. 8–9. P.821–828. doi: 10.1016/j.jastp.2005.02.003

3. Inan U.S., Cummer S.A., Marshall R.A. // J. Geophys. Res. 2010. V.115, No. A6. Art. no. A00E36. doi: 10.1029/2009JA014775
4. Starks M.J., Quinn R.A., Ginet G.P., et al. // J. Geophys. Res. Space Phys. 2008. V. 113, No. A9. Art. no. A09320. doi: 10.1029/2008JA013112
5. Велихов Е. П., Жамалетдинов А. А. и др. // Докл. АН РАН. 1994. Т. 338, № 1. С. 106–109.
6. Жамалетдинов А. А., Шевцов А. Н., Велихов Е. П. и др. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2015. Т. 51. С. 826–857.
7. Беляев П. П., Поляков С. В., Ермакова Е. Н. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 2. С. 151–162.
8. Ermakova E.N., Kotik D.S., Polyakov S.V., et al. // J. Geophys. Res. Space Phys. 2006. V. 111, No. A4. Art. no. A04305. doi: 10.1029/2005JA011420
9. Терещенко Е. Д., Терещенко П. Е. // Журн. техн. физики. 2017. Т. 87. С. 453–457.
10. Nickolaenko A.P., Shvets A.V., Hayakawa M. // Int. J. Electron. Appl. Res. 2016. V. 3, No. 2. P. 1–91.
11. Собчаков Л. А., Астахова Н. Л., Поляков С. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2003. Т. 46, № 12. С. 1027–1037.
12. Ермакова Е. Н., Рябов А. В., Котик Д. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 2021. Т. 64, № 3. С. 163–178.
13. Ermakova E.N., Kotik D.S., Ryabov A.V. // J. Geophys. Res. Space Phys. 2022. V. 127, No. 3. Art. no. e2021JA030025. doi: 10.1029/2021JA030025
14. Pilipenko V.A., Parrot M., Fedorov E.N., Mazur N.G. // J. Geophys. Res. Space Phys. 2019. V. 124, No. 10. doi: 10.1029/2019JA026929
15. Fedorov E., Mazur N., Pilipenko V., Vakhnina V. // Radio Sci. 2020. V. 55, No. 7. Art. no. e2019RS006943. doi: 10.1029/2019RS006943
16. Fedorov E.N., Mazur N.G., Pilipenko V.A. // J. Geophys. Res. Space Phys. 2021. V. 126, No. 10. Art. no. e2021JA029659. doi: 10.1029/2021JA029659
17. Fedorov E., Mazur N., Pilipenko V., Baddeley L. // J. Geophys. Res. Space Phys. 2016. V. 121, No. 11. P. 11 282–11 301. doi: 10.1002/2016JA023354
18. Mazur N.G., Fedorov E.N., Pilipenko V.A., Vakhnina V.V. // J. Geophys. Res. Space Phys. 2018. V. 123, No. 8. P. 6 692–6 702. doi: 10.1029/2018JA02562
19. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. Изд. 2-е, перераб. М. : Наука, 1967. 684 с.
20. Вайслейб Ю. В., Собчаков Л. А. // Антенны. 1979. Вып. 27. С. 98–109.
21. Фок В. А. // в книге Бурсиан В. Р. «Теория электромагнитных полей, применяемых в электроразведке». Изд. 2-е. Л. : «Недра», 1972. С. 325–342.
22. Budden K.G. // The propagation of radio waves. Cambridge University Press, 1985. 670 p.
23. Bilitza D. // Adv. Radio Sci. 2018. V. 16. P. 1–11. doi: 10.5194/ars-16-1-2018
24. https://ccmc.gsfc.nasa.gov/modelweb/models/msis_vitmo.php
25. Беллюстин Н. С., Докучаев В. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18, № 1. С. 17–26.
26. <http://geoksc.apatity.ru/index.php/14-sample-data-articles/496-fenics-2019>

Поступила в редакцию 18 апреля 2022 г.; принята в печать 14 ноября 2022 г.

ELECTROMAGNETIC FIELD IN THE UPPER IONOSPHERE FROM HORIZONTAL ELF GROUND-BASED TRANSMITTER WITH A FINITE LENGTH

E. N. Fedorov, N. G. Mazur, and V. A. Pilipenko

The feasibility of detection of electromagnetic response in the upper ionosphere to ground large-scale extremely-low-frequency (ELF) transmitters by low-orbiting satellites is considered. As an example of such mega-transmitters, we consider the ZEVS 82 Hz transmitter, and FENICS installation with decommissioned electric power line driven by 0.5÷100 Hz generator. We modeled the ELF wave energy leakage into the upper ionosphere, generated by an oscillating grounded linear current with a finite length suspended above a high-resistive ground. A realistic altitudinal profile of the plasma parameters has been reconstructed with the use of the IRI ionospheric model. The main step in the analysis of the problem is the solution of the Maxwell equations in the atmosphere-ionosphere system with a source in the form of a horizontal current dipole. The splitting of the electromagnetic field into potential and vortex components is carried out using the potentials introduced, which are essential for the developed formalism. This problem is devoid of axial symmetry, but the potential and vortex components separately have such symmetry. This approach has enabled us to separate the variables and come using the Hankel transform to a one-dimensional boundary value problem. A perturbation excited by a horizontal current of finite length, is calculated by summing the fields of the current dipoles, densely distributed along the current line. The ELF transmitters with length 60÷100 km driven by 100÷ – 200 A current can provide the amplitudes of electric response in the upper nightside ionosphere up to 60÷70 $\mu\text{V}/\text{m}$.