ISSN 2415-7058

Вестник Донецкого национального университета

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Основан в 1997 году

Серия А
Естественные науки

4/2023

Редакционная коллегия журнала «Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки»

Главный редактор – д-р физ.-мат. наук, проф. ***С.В. Беспалова*.**
Зам. главного редактора – д-р биол. наук, проф. ***О.С. Горецкий*.**
Ответственный секретарь – канд. физ.-мат. наук ***М.В. Фоменко*.**
Члены редколлегии: д-р биол. наук, проф. ***В.В. Акатов***, д-р хим. наук, проф. ***А.С. Алемасова***; д-р биол. наук, проф. ***В.Г. Артюхов***; канд. хим. наук, доц. ***О.В. Баранова***; канд. хим. наук, доц. ***С.Г. Бахтин***; д-р хим. наук, доц. ***Н.И. Белая***; канд. хим. наук, доц. ***А.В. Белый***; д-р философии, проф. ***С.В. Белый***; д-р пед. наук, доц. ***Т.В. Вардуни***; д-р физ.-мат. наук, проф. ***Вал.В. Волчков***; д-р физ.-мат. наук, проф. ***Вит.В. Волчков***; д-р биол. наук, проф. ***А.З. Глухов***; д-р физ.-мат. наук, проф. ***А.С. Гольцев***; д-р биол. наук, доц. ***С.Н. Горбов***; д-р физ.-мат. наук, проф. ***Г.В. Горр***; д-р хим. наук, проф. ***А.В. Гулевская***; д-р биол. наук, доц. ***Т.В. Денисова***; д-р хим. наук, проф. ***В.Д. Дяченко***; д-р физ.-мат. наук, проф. ***В.П. Заставный***; д-р физ.-мат. наук, доц. ***А.В. Зыза*;** д-р геогр. наук, проф. ***К.Ш. Казеев***; д-р биол. наук, проф. ***В.Н. Калаев***; канд. биол. наук, доц. ***Е.А. Калаева***; д-р физ.-мат. наук, проф. ***С.А. Калоеров*;** д-р биол. наук, с.н.с. ***О.Е. Клименко***; д-р с-х наук, проф. ***С.И. Колесников***; д-р физ.-мат. наук, доц. ***Б.И. Коносевич***; канд. биол. наук ***В.О. Корниенко***; д-р хим. наук, проф. ***Т.П. Кустова***; д-р биол. наук, доц. ***Е.В. Лопатина***; д-р хим. наук, проф. ***В.М. Михальчук***; д-р физ.-мат. наук, доц. ***И.А. Моисеенко***; д-р биол. наук, проф. ***И.В. Мухина***; д-р физ.-мат. наук, доц. ***Р.Н. Нескородев***; д-р биол. наук, проф. ***В.Б. Павленко***; д-р биол. наук, доц. ***С.В. Погодина***; канд. биол. наук, доц. ***А.И. Сафонов***; д-р биол. наук, проф. ***В.И. Соболев***; д-р техн. наук, проф. ***В.И. Сторожев***; канд. мед. наук, доц. ***В.В. Труш***; д-р хим. наук ***Т.Г. Тюрина***; д-р биол. наук, доц. ***М.Г. Холявка***; д-р хим. наук, доц. ***И.Н. Щербаков***.

The Editorial Board of the journal "Bulletin of Donetsk National University. Series A: Natural Sciences"

The Editor-in-Chief – Dr. of phys. and math., prof. ***S.V. Bespalova*.**
The Deputy of the Editor-in-Chief – Dr. of biol., prof. ***O.S. Goretskii*.**
Executive Secretary – Cand. of phys. and math. ***M.V. Fomenko*.**
The Members of the Editorial Board: Dr. of biol., prof. ***V.V. Akatov***; Dr. of chem., prof. ***A.S. Alemasova***; Dr. of biol., prof. ***V.G. Artyuhov***; Cand. of chem., docent ***O.V. Baranova;*** Cand. of chem., docent ***S.G. Bahtin***; Dr. of chem., docent ***N.I. Belaya***; Cand. of chem., docent ***A.V. Belyj***; Dr of philosophy, prof. ***S.V. Belyi***; Dr of Ped. docent ***T.V. Varduni***; Dr. of phys. and math., prof. ***Val.V. Volchkov***; Dr. of phys. and math., prof. ***Vit.V. Volchkov***; Dr. of biol., prof. ***A.Z. Glukhov***; Dr. of phys. and math., prof. ***A.S. Goltsev***; Dr. of biol., docent ***S.N. Gorbov***; Dr. of phys. and math., prof. ***G.V. Gorr***; Dr. of chem., prof. ***A.V. Gulevskaya***; Dr. of biol., docent ***T.V. Denisova***; Dr. of chem., prof. ***V.D. Dyachenko***; Dr. of phys. and math., prof. ***V.P. Zastavnyj***; Dr. of phys. and math., docent ***A.V. Zyza***; Dr. of geogr, prof. ***K.Sh. Kazeev***; Dr. of biol., prof. ***V.N. Kalaev***; Cand. of biol., docent ***E.A. Kalaeva***; Dr. of phys. and math., prof. ***S.A. Kaloerov;*** Dr. of biol., s.r. ***O.E. Klimenko***; Dr. of Agric. prof. ***S.I. Kolesnikov***; Dr. of phys. and math., docent ***B.I. Konosevich***; Cand. of biol. ***V.O. Kornienko***; Dr. of chem., prof. ***T.P. Kustova***; Dr. of biol., docent ***E.V. Lopatina***; Dr. of chem., prof. ***V.M. Mikhal'chuk***; Dr. of phys. and math., docent ***I.A. Moiseyenko;*** Dr. of biol., prof. ***I.V. Muhina***; Dr. of phys. and math., docent ***R.N. Neskorodev***; Dr. of biol., prof. ***V.B. Pavlenko***; Dr. of biol., docent ***S.V. Pogodina***; Cand. of biol., docent ***A.I. Safonov;*** Dr. of biol., prof. ***V.I. Sobolev***; Dr. of tech., prof. ***V.I. Storozhev***; Cand. of med., docent ***V.V. Trush***; Dr. of chem. ***T.G. Tyurina***, Dr. of biol., docent ***M.G. Holyavka***, Dr. of chem., docent ***I.N. Shcherbakov***.

Адрес редакции: ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»
ул. Университетская, 24, г. Донецк, ДНР, РФ.

Тел: **+7** (856) 302-92-56, 302-09-92.
E-mail: vestnikdonnu_a@mail.ru **URL**: http://donnu.ru/vestnikA

Научный журнал «Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки» (далее – Журнал) включен в **Перечень** рецензируемых научных изданий, в которых могут быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук (приказы МОН ДНР № 1134 от 01.11.2016 г. и № 1468 от 26.12.2017 г.) по следующим группам научных специальностей: 01.01.00 – Математика; 01.02.00 – Механика; 01.04.00 – Физика; 02.00.00 – Химические науки; 03.02.00 – Общая биология.

В соответствие с письмом Минобрнауки России от 19.04.2023 г. № МН-3/3658 Журнал признается соответствующим требованиям, установленным Министерством науки и высшего образования РФ, к рецензируемым научным изданиям, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций, до 31 декабря 2023 г.

Журнал включен в перечень **РИНЦ** (Лицензионный договор № 378-06/2016 от 24.06.2016 г.). Информация о статьях отражается в Реферативном журнале и Базах данных **ВИНИТИ РАН** (договор о сотрудничестве от 11.04.2011 г.).

Издается по решению Ученого совета ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»
Протокол № 12 от 22.12.2023 г.

© ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», 2023

Вестник Донецкого национального университета

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

ОСНОВАН В 1997 ГОДУ

Серия А. **Естественные науки** **№ 4** Донецк **2023**

СОДЕРЖАНИЕ

Математика

Бирюков А.Б., Володин Н.А. Производная Фреше целевого функционала в задаче управления системой с параболическим дифференциальным уравнением 3

Механика

Бондаренко Н.С., Гольцев А.С. Построение фундаментальной матрицы моментов для ортотропной пластины на базе {1,0}-аппроксимации при наличии «гипотетического» модуля сдвига 8

Зыза А.В. О новых случаях интегрируемости уравнений Кирхгофа–Пуассона на квадратичных инвариантных соотношениях 19

Карасев Д.С., Сторожев С.В., Шалдырван В.А. Интегрирование уравнений распространения трехпарциальных поверхностных электроупругих волн в полупространстве неоднородного пьезоэлектрика ромбической системы 32

Биологические науки

Губарев А.А., Легенький Ю.А., Беспалова С.В. Численное моделирование перемещения парамагнитных частиц над полосовой структурой магнитных доменов 39

Клименко Н.И., Потапенко И.Л., Летухова В.Ю. Зимостойкость древесных растений Юго-Восточного берега Крыма 50

Корниенко В.О., Авдеева К.А., Елизаров А.О. Биологические эффекты переменного магнитного поля промышленной частоты, на примере кукурузы сахарной 60

Сафонов А.И., Гермонова Е.А. Макромаркеры ландшафтных трансформаций в Донбассе: анализ картографического материала 68

Труш В.В., Соболев В.И., Попов М.Н., Бондаренко Н.Н. Эффекты субхронического применения физической нагрузки и аргинина на функциональное состояние скелетной мышцы быстрого типа в экспериментах на крысах 76

Федоркина И.А. Анализ риска и функции экологического благополучия по фитоиндикационным данным 99

Фрунзе О.В. Изменение ростовых показателей некоторых видов газонных трав в условиях контролируемого загрязнения почвы ионами свинца 106

Чемерис О.В. Влияние условий культивирования на биосинтез ферментов целлюлазного комплекса штаммом *Irpex lacteus* 2434 115

Bulletin of Donetsk National University

SCIENTIFIC JOURNAL

FOUNDED IN 1997

Series A. **Natural Sciences** **No 4** Donetsk **2023**

CONTENTS

Mathematics

Biryukov A.B., Volodin N.A. Frechet derivative of the target functional in the control problem of a system with the parabolic differential equation 3

Mechanics

Bondarenko N.S., Goltsev A.S. Construction of a fundamental moment matrix for an orthotropic plate based on the {1,0}-approximation in the presence of a “hypothetical” shear modulus 8

Zyza A.V. New cases of integrability of Kirchhoff–Poisson equations on quadratic invariant relations 19

Karasev D.S., Storozhev S.V., Shaldyrvan V.A. Integration of propagation equations of three-partial surface electroelastic waves in the half-space of an inhomogeneous piezoelectric rhombic system 32

Biological sciences

Gubarev A.A., Legenkiy Y.A., Bespalova S.V. Numerical modeling of the movement of paramagnetic particles over the strip structure of magnetic domains 39

Klimenko N.I., Potapenko I.L., Letukhova V.Yu. Winter hardiness of woody plants in the Southeastern coast of the Crimea 50

Kornienko V.O., Avdeeva K.A., Elizarov A.O. Biological effects of an alternating magnetic field of industrial frequency, using the example of *Zea mays* L. 60

Safonov A.I., Germonova E.A. Macromarkers of landscape transformations in Donbass: analysis of cartographic material 68

Trush V.V., Sobolev V.I., Popov M.N., Bondarenko N.N. Effects of subchronic physical activity and arginine on the functional state of fast-type skeletal muscle in experiments on rats 76

Fedorkina I.A. Analysis of risk and function of ecological well-being according to phytoindication data 99

Frunze O.V. Changes in the growth rates of some types of lawn grasses in conditions of controlled soil contamination with lead ions 106

Chemeris O.V. The effect of cultivation conditions on the biosynthesis of enzymes of the cellulase complex by the strain *Irpex lacteus* 2434 115

М А Т Е М А Т И К А

УДК 517.9

ПРОИЗВОДНАЯ ФРЕШЕ ЦЕЛЕВОГО ФУНКЦИОНАЛА В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМОЙ С ПАРАБОЛИЧЕСКИМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЕМ

© 2023. ***А.Б. Бирюков, Н.А. Володин***

Рассматривается определение производной Фреше целевого функционала в задаче оптимизации системы, описываемой квазилинейным параболическим дифференциальным уравнением. Производная Фреше выражается через решение полученного линейного уравнения параболического типа.

Ключевые слова: производная Фреше, оптимальное управление, параболическое уравнение

Введение. В работе найдем аналитическое выражение для расчета производной Фреше неявно заданного функционала $J(u)$. Решение данной задачи необходимо для итерационного поиска функции $u(z)$.

Пусть в области $\Sigma = [0,R]x[0,Z]$ функция $f(r,z)$ удовлетворяет квазилинейному параболическому уравнению

$$\alpha(f)\frac{\partial f}{\partial z} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\beta(f)\frac{\partial f}{\partial r}\right) = 0, \quad (r,z) \in \Sigma, \tag{1}$$

с граничными условиями:

$$\left.\frac{\partial f}{\partial r}\right|_{\substack{r=0 \\ 0<z<Z}} = 0,\ f\Big|_{\substack{0\le r\le R \\ z=0}} = f_0,\ \left.\frac{\partial f}{\partial r}\right|_{\substack{r=R \\ 0<z<z_1}} = -\gamma(f - f_1),$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial r}\right|_{S} = u(z),\ \ S = \{r,z : r = R, z_1 < z < Z\}. \tag{2}$$

Здесь $\alpha(f)$, $\beta(f)$ – непрерывные или кусочно-непрерывные функции, γ, f_0, f_1 – константы, $0 < z_1 < Z$, $z_1 \in (0,Z)$.

Это уравнение характерно для задач оптимизации установившихся процессов нагрева или охлаждения бесконечного цилиндрического стержня с неоднородными, зависящими от температуры характеристиками материала стержня.

Постановка задачи. Задачу оптимального управления сформулируем следующим образом. Необходимо в граничном условии (2) найти гладкую функцию $u(z)$, доставляющую минимум многокритериальному целевому функционалу

$$J(u) = \chi_0 \int_0^R\int_0^Z \left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)^2 \theta(r-r_2)\theta(z-z_1)r\,dr\,dz + \chi_1 \int_0^R\int_0^Z \theta(f-f_2)\theta(z-z_1)r\,dr\,dz +$$

$$+ \chi_2 \int_0^R\int_0^Z \left(\left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2\right)^{1/2} \theta(r-r_1)\,\theta(z-z_2)r\,dr\,dz + \chi_3 \int_0^R I_F(f)\,dr, \tag{3}$$

где $\chi_0 - \chi_3$ – весовые коэффициенты, определяющие степень влияния того или иного критерия на функционал (3), $r_1 \in (0, R)$, $r_2 \in (r_1, R)$, $z_2 \in (z_1, Z)$, I_F – штрафная функция. Тета-функции определяют области задания того или иного функционала.

Конкретный вид штрафной функции может быть произвольным. Выбор функции I_F – это дело вкуса и интуиции каждого исследователя. Различают три типа штрафных функций – внешние, внутренние и смешанные. Первые из них должны возрастать (штрафовать решение) при нарушении ограничения. Вторые же возрастают при приближении к границе допустимого множества состояний и достигают бесконечно большой величины на границе. Смешанные штрафы обеспечивают конечное возрастание функции I_F при приближении и при переходе через границу допустимого множества [1–2].

Будем использовать внешнюю штрафную функцию, которая должна возрастать (штрафовать решение) при нарушении ограничения. Внешний штраф определяется в виде функции:

$$I_F = \begin{cases} (f - f_{ad})^2, f > f_{ad}; \\ 0, \qquad f \le f_{ad}, \end{cases} \tag{4}$$

где f_{ad} – максимально допустимое значение функции $f(r, Z)$.

Наиболее эффективными методами оптимизации являются прямые экстремальные методы [2, 3]. Они используют производную Фреше целевого функционала для итерационных коррекций искомого управления. В качестве примера использования производной Фреше в задаче оптимизации системы с квазилинейным параболическим уравнением можно привести работу [4].

Основная часть. В данной работе получим аналитическое выражение производной Фреше целевого функционала $J(u)$. Методом определения производной Фреше в настоящей работе является модернизированный классический метод множителей Лагранжа [2].

Уравнение (1) для более компактных дальнейших преобразований удобно записать в виде:

$$\alpha(f)\frac{\partial f}{\partial z} - \operatorname{div}\left(\beta(f)\operatorname{grad} f\right) = 0, \qquad (r, z) \in \Sigma. \tag{5}$$

Граничные условия (2) имеют вид:

$$\operatorname{grad} f\Big|_{\substack{r=0 \\ 0<z<Z}} = 0, \qquad f\Big|_{\substack{0\le r\le R \\ z=0}} = f_0, \ \operatorname{grad} f\Big|_{\substack{r=R \\ 0<z<z_1}} = -\gamma\left(f - f_1\right),$$

$$\operatorname{grad} f\big|_S = u. \tag{6}$$

Уравнение (5), линеаризованное относительно $\delta f \in \Omega(\Sigma)$, имеет вид:

$$e \equiv \frac{\partial \alpha}{\partial f}\delta f \frac{\partial f}{\partial z} + \alpha\frac{\partial \delta f}{\partial z} - \operatorname{div}\left(\frac{\partial \beta}{\partial f}\delta f \operatorname{grad} f - \beta \operatorname{grad}\delta f\right) = 0 \ \in \Omega(\Sigma). \tag{7}$$

Граничные условия принимают вид:

$$\operatorname{grad}\delta f\Big|_{\substack{r=0 \\ 0<z<Z}} = 0, \qquad \delta f\Big|_{\substack{0\le r\le R \\ z=0}} = 0, \ \operatorname{grad}\delta f\Big|_{\substack{r=R \\ 0<z<z_1}} = -\gamma\,\delta f,$$

$$\operatorname{grad}\delta f\big|_S = \delta u. \tag{8}$$

Линеаризованный функционал (3) принимает вид:

$$\delta J = \int_0^R\int_0^Z 2\Bigg[\chi_0\left(r\frac{\partial^2 f}{\partial r^2}+\frac{\partial f}{\partial r}\right)\theta(r-r_2)+r\frac{\partial f}{\partial r}\delta(r-r_2)-$$
$$-\chi_1\delta(f-f_2)\Big]\theta(z-z_1)\delta f\,dr\,dz+$$
$$+\chi_2\int_0^R\int_0^Z\Bigg[r\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(B\frac{\partial f}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(B\frac{\partial f}{\partial z}\right)\right]+\left[B\frac{\partial f}{\partial r}\left(\delta(r-r_2)+\delta(r-r_1)\right)\right]-$$
$$-\theta(z-z_1)\delta f\,dr\,dz+$$
$$+\int_{z_1}^Z\left[2\chi_0 R\frac{\partial f}{\partial r}-B\chi_2\,\theta(r-r_2)\,\theta(r-r_1)\frac{\partial f}{\partial r}\right]\delta f\,dz-$$
$$-\int_0^R B\chi_2\left[\frac{\partial f}{\partial r}\theta(r-r_2)\theta(r-r_1)+\chi_3 I_F'\right]\delta f\,dr=$$
$$=\left(2\left[\chi_0\left(r\frac{\partial^2 f}{\partial r^2}+\frac{\partial f}{\partial r}\right)\theta(r-r_2)\right]\theta(z-z_1),\delta f\right)_{\Omega(\Sigma)}+$$
$$+\left(2\left[r\frac{\partial f}{\partial r}\delta(r-r_2)-\chi_1\delta(f-f_2)\right]\theta(z-z_1),\delta f\right)_{\Omega(\Sigma)}+$$
$$+\left(\chi_2\left[r\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(B\frac{\partial f}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(B\frac{\partial f}{\partial z}\right)\right]\right]\theta(z-z_1),\delta f\right)_{\Omega(\Sigma)}+$$
$$+\left(\chi_2\left[B\frac{\partial f}{\partial r}\left(\delta(r-r_2)+\delta(r-r_1)\right)\right]\theta(z-z_1),\delta f\right)_{\Omega(\Sigma)}+$$
$$+\left(\left[2\chi_0 R\frac{\partial f}{\partial r}-B\chi_2\theta(r-r_2)\theta(r-r_1)\frac{\partial f}{\partial r}\right],\delta f\right)_{\Omega(S)}+$$
$$+\left(B\chi_2\frac{\partial f}{\partial r}\theta(r-r_2)\theta(r-r_1)+\chi_3 I_F',\delta f\right)_{\Omega(S')}, \qquad (9)$$

где

$$B=\left[\left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2\right]^{-1/2},$$

а производная штрафной функции (4) имеет вид:

$$I_F'=\begin{cases}2(f-f_{ad}), & f>f_{ad};\\ 0, & f\le f_{ad}.\end{cases} \qquad (10)$$

Для отображения линеаризованного уравнения (7) в пространство R введем линейный функционал $h\in\Omega(\Sigma)$. Умножим скалярно данный функционал на уравнение (7):

$$(h,e)_{\Omega(\Sigma)}=\int_0^R\int_0^Z hedrdz=0 \quad \in R. \qquad (11)$$

Преобразуем данное выражение к виду скалярного произведения относительно вариации δf . Для этого необходимо преобразовать следующие слагаемые:

$$h\alpha\frac{\partial\delta f}{\partial z}=\frac{\partial h\alpha\delta f}{\partial z}-\alpha\frac{\partial h}{\partial z}\delta f;$$

$$h\mathrm{div}\left(\frac{\partial\beta}{\partial f}\mathrm{grad}\ f\,\delta f\right)=\mathrm{div}\left(h\frac{\partial\beta}{\partial f}\delta f\ \mathrm{grad}\ f\right)-\mathrm{grad}\,h\,\mathrm{grad}\ f\frac{\partial\beta}{\partial f}\delta f;$$

$$-h\mathrm{div}\left(\beta\,\mathrm{grad}\,\delta f\right)=\mathrm{div}\left(h\beta\,\mathrm{grad}\,\delta f\right)-\mathrm{div}\left(\beta\,\mathrm{grad}\,h\delta f\right)+\mathrm{div}\left(\beta\,\mathrm{grad}\,h\right)\delta f.$$

Полученные дополнительные слагаемые, содержащие оператор дивергенции, в соответствии с теоремой Остроградского–Гаусса легко интегрируются по r и по z в выражении (11). Окончательно, с учетом (8), выражение (11) принимает вид:

$$(h,z)_{\Omega(\Sigma)}=\int_0^R\int_0^Z\left[-\alpha\frac{\partial h}{\partial z}+h\frac{\partial\alpha}{\partial f}\frac{\partial f}{\partial z}-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\beta\frac{\partial h}{\partial r}\right)+\frac{\partial\beta}{\partial f}\frac{\partial h}{\partial r}\frac{\partial f}{\partial r}-A\right]\delta f\,dr\,dz+$$
$$+\int_0^{z_1}\left[h\gamma+\frac{\partial h}{\partial r}\right]\delta f\,dz+\int_{z_1}^{Z}\left[-h\delta u+\frac{\partial h}{\partial r}\delta f\right]dz+\int_0^R\left[h\alpha+\chi_3 I'_F\right]\delta f\,dr,\qquad(12)$$

где

$$\mathrm{A}=\left\{\theta(\mathrm{r}-\mathrm{r}_1)\,\theta(\mathrm{r}-\mathrm{r}_2)\mathrm{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(B\frac{\partial f}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(B\frac{\partial f}{\partial z}\right)\right]\right\}+B\frac{\partial f}{\partial r}\left(\delta(r-r_1)+\delta(r-r_2)\right)+$$
$$+2\chi_0\left[\left(r\frac{\partial^2 f}{\partial r^2}+\frac{\partial f}{\partial r}\right)\theta(r-r_2)+r\frac{\partial f}{\partial r}\delta(r-r_2)\right].$$

Теперь можно объединить выражение (12) с линеаризованным функционалом (9). Потребуем:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\beta\frac{\partial h}{\partial r}\right)+\alpha\frac{\partial h}{\partial z}-\frac{\partial\beta}{\partial f}\frac{\partial f}{\partial r}\frac{\partial h}{\partial r}-\frac{\partial\alpha}{\partial f}\frac{\partial f}{\partial z}h+A=0,\qquad(13)$$

$$\left.\frac{\partial h}{\partial r}\right|_{\substack{r=0\\ z_1<z<Z}}=0,\qquad\left.\frac{\partial h}{\partial r}\right|_{\substack{r=R\\ z_1<z<Z}}=-\left(2\chi_2+B\chi_1\theta(r-r_2)\theta(r-r_1)\right)\frac{\partial f}{\partial r},$$

$$\left.h\right|_{\substack{0<r<R\\ z=Z}}=-\frac{B\chi_2\frac{\partial f}{\partial z}\theta(r-r_2)\theta(r-r_1)}{\alpha}-\frac{2\chi_3}{\alpha}\left(f-f_{\max}\right).\qquad(14)$$

При этом вариация целевого функционала (3) принимает вид:

$$\delta J=-\int_S h\delta u dz=\left(J_u,\delta u\right)_{\Omega(S)},\qquad(15)$$

откуда следует, что производная Фреше – это функция

$$J_u=-h\ \text{на}\ S.\qquad(16)$$

Производная Фреше целевого функционала (3) находится через решение h линейной сопряженной задачи (13) с граничными условиями (14). Очевидно, что данная задача так же имеет параболический тип, как и исходная (1).

Заключение. Таким образом, в работе найдено аналитическое выражение для расчета производной Фреше неявно заданного функционала $J(u)$ для задачи оптимального управления. Производная J_u выражается через решение соответствующего линейного уравнения того же типа, что и исходное уравнение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука. 1988. – 552 с.
2. Толстых В.К. Прямой экстремальный подход для оптимизации систем с распределенными параметрами. – Донецк: Изд-во «Юго-Восток», 1997. – 177 с.
3. Толстых В.К. Эффективный метод оптимизации физических процессов // Инженерно-физический журнал. – 2003. – Т. 76, № 2. – С. 160-162.
4. Володин Н.А. Минимизация термонапряжений и дисперсности в непрерывном слитке при ограничении на температуру // Вестник ДонНУ. Серия Г: Технические науки. – 2021. – № 1. – С. 86-90.

Поступила в редакцию 30.11.2023 г.

FRECHET DERIVATIVE OF THE TARGET FUNCTIONAL IN THE CONTROL PROBLEM OF A SYSTEM WITH THE PARABOLIC DIFFERENTIAL EQUATION

A.B. Biryukov, N.A. Volodin

The definition of the Fréchet derivative of the target functional in the optimization problem of a system described by a quasilinear parabolic differential equation is considered. The Fréchet derivative is expressed through the solution of the obtained linear parabolic equation.

Keywords: Fréchet derivative, optimal control, parabolic equation.

Бирюков Алексей Борисович
доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой технической теплофизики
ФГБОУ ВО «Донецкий национальный
технический университет», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: birukov.donntu@mail.ru

Biryukov Alexey Borisovich
Doctor of Technical Sciences, Professor,
Donetsk National Technical University,
Donetsk, DPR, RF.

Володин Николай Александрович
кандидат физико-математических наук, доцент,
старший научный сотрудник отдела теории
управляющих систем ФГБНУ «Институт
прикладной математики и механики»,
г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: nvolodin@yandex.ru

Volodin Nikolay Aleksandrovich
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Docent, Institute of Applied Mathematics and
Mechanics, DPR, RF.

М Е Х А Н И К А

УДК 539.3

ПОСТРОЕНИЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МАТРИЦЫ МОМЕНТОВ ДЛЯ ОРТОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ НА БАЗЕ {1,0}-АППРОКСИМАЦИИ ПРИ НАЛИЧИИ «ГИПОТЕТИЧЕСКОГО» МОДУЛЯ СДВИГА

© 2023. ***Н.С. Бондаренко, А.С. Гольцев***

Построена фундаментальная матрица обобщённых моментов в ортотропной пластине при действии сосредоточенной силы в случае наличия «гипотетического» модуля сдвига. Использована обобщённая теория пластин в варианте {1,0}-аппроксимации. Исследовано влияние параметров ортотропного материала на изгибающие и крутящий моменты. Сделаны обобщающие выводы.

Ключевые слова: ортотропная пластина; сосредоточенная сила; {1,0}-аппроксимация; полиномы Лежандра; специальная *G*-функция; обобщённые моменты.

Введение. Современная техника и промышленность ставят задачи расчёта тонкостенных элементов конструкций, сочетающих в себе с одной стороны лёгкость и экономичность, а, с другой стороны, высокую прочность и надёжность. Это делает оправданным использование современных композиционных материалов, обладающих ортотропией упругих свойств. В связи с этим актуальным является определение напряжённо-деформированного состояния (НДС) пластинчатых и оболочечных элементов конструкций, изготовленных из композиционных материалов. При этом целесообразным является использование обобщённых теорий пластин и оболочек, дающих более точные результаты, чем классическая теория Г. Кирхгофа – О. Э. Х. Лява. Дополнительные сложности в проведение прочностных расчётов пластин и оболочек вносит наличие концентраторов напряжений, например, трещин или сосредоточенных (локальных) силовых и тепловых воздействий.

Об актуальности решения задач для пластин и оболочек свидетельствует значительное количество публикаций последних лет. В работах П. Г. Великанова, Ю. П. Артюхина [1, 2] продемонстрирована методика комплексного представления уравнений общей теории ортотропных оболочек, которая позволила в комплексной форме существенно сократить число неизвестных и порядок системы дифференциальных уравнений.

Статья А. О. Сердюка, Д. О. Сердюка, Г. В. Федотенкова [3] посвящена построению фундаментального решения для тонкой упругой анизотропной неограниченной пластины Г. Кирхгофа на инерционном основании Э. Винклера. В работе Р. А. Сабирова [4] получены уравнения Б. Сен-Венана и Т. Кармана для ортотропной пластины с учётом приращения температуры. Первые представляют собой уравнения равновесия в перемещениях с начальными усилиями, а вторые – систему нелинейных уравнений неразрывности деформаций и нелинейных уравнений равновесия. Рассмотрены примеры расчёта пластины на действие сосредоточенной силы и предварительного растяжения.

Целью настоящей статьи является построение фундаментальной матрицы обобщённых изгибающих и крутящего моментов, представляющих собой решение задачи изгиба ортотропной пластины на базе обобщённой теории в варианте {1,0}-

аппроксимации. Полученные результаты актуальны, теоретически и практически значимы, поскольку фундаментальные решения широко используются в различных задачах теории упругости, теории пластин и оболочек.

1. Постановка задачи. Рассмотрим ортотропную пластину толщины $2h$ в безразмерной системе координат x_1, x_2, x_3, определённых с точностью до полутолщины пластины h. Пластина подвержена действию сосредоточенной силы, приложенной в начале координат.

Система уравнений статики для состояния изгиба ортотропной пластины получена методом И. Н. Векуа разложения искомых и заданных функций в ряды Ж. Фурье по полиномам А. М. Лежандра $P_k = P_k(x_3)$ от поперечной координаты x_3. В рамках обобщённой теории в варианте $\{1,0\}$-аппроксимации компоненты НДС представляются в виде рядов таким образом [5]:

– компоненты вектора перемещений

$$u_k(x_1,x_2,x_3)=\gamma_k(x_1,x_2)P_1(x_3)\quad (k=1,2);\quad u_3(x_1,x_2,x_3)=w_0(x_1,x_2)P_0(x_3),$$

где γ_1, γ_2, w_0 – обобщённые перемещения пластины, из которых γ_1, γ_2 являются аналогами углов поворота нормали, w_0 – аналог прогиба срединной поверхности;

– компоненты тензора напряжений:

$$\sigma_{kk}(x_1,x_2,x_3)=\frac{3}{2}M_k(x_1,x_2)P_1(x_3)\quad (k=1,2);\quad \sigma_{12}(x_1,x_2,x_3)=\frac{3}{2}H_{12}(x_1,x_2)P_1(x_3);$$

$$\sigma_{k3}(x_1,x_2,x_3)=\frac{1}{2}Q_k(x_1,x_2)\{P_0(x_3)-P_2(x_3)\}\quad (k=1,2);\quad \sigma_{33}(x_1,x_2,x_3)=0,$$

где M_k, Q_k $(k=1,2)$, H_{12} – обобщённые усилия и моменты, из которых M_1, M_2 являются аналогами изгибающих моментов; H_{12} – аналог крутящего момента; Q_1, Q_2 – аналоги перерезывающих сил;

– компоненты вектора объёмной силы:

$$F_k(x_1,x_2,x_3)=\frac{3}{2}m_k(x_1,x_2)P_1(x_3)\quad (k=1,2);\quad F_3(x_1,x_2,x_3)=\frac{1}{2}q(x_1,x_2)P_0(x_3).$$

Система дифференциальных уравнений $\{1,0\}$-аппроксимации (обобщённой теории С. П. Тимошенко), описывающая состояние изгиба ортотропных пластин, включает в себя [5]:

– соотношения упругости в перемещениях

$$M_1=D_1\left(\frac{\partial\gamma_1}{\partial x_1}+\nu_{21}\frac{\partial\gamma_2}{\partial x_2}\right);\quad M_2=D_2\left(\frac{\partial\gamma_2}{\partial x_2}+\nu_{12}\frac{\partial\gamma_1}{\partial x_1}\right);$$

$$H_{12}=D_{12}\left(\frac{\partial\gamma_1}{\partial x_2}+\frac{\partial\gamma_2}{\partial x_1}\right);\quad Q_k=\Lambda_k\left(\gamma_k+\frac{\partial w_0}{\partial x_k}\right)\quad (k=1,2),\qquad (1)$$

где

$$D_1=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{E_1}{E_2}}\,\frac{1}{1-\nu_{12}\nu_{21}};\quad D_2=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{E_2}{E_1}}\,\frac{1}{1-\nu_{12}\nu_{21}};\quad D_{12}=\frac{2G_{12}}{3E};$$

$$\Lambda_1 = \frac{5G_{13}}{3E}; \quad \Lambda_2 = \frac{5G_{23}}{3E}; \quad E = \sqrt{E_1 E_2};$$

E_1, E_2 – модули Юнга для направлений x_1, x_2 соответственно;

G_{12}, G_{13}, G_{23} – модули сдвига, характеризующие изменение углов между главными направлениями x_1 и x_2, x_1 и x_3, x_2 и x_3 соответственно;

ν_{12}, ν_{21} – коэффициенты Пуассона $\left(E_2\nu_{12} = E_1\nu_{21}\right)$;

– уравнения равновесия

$$\frac{\partial M_1}{\partial x_1} + \frac{\partial H_{12}}{\partial x_2} - Q_1 + m_1 = 0; \quad \frac{\partial M_2}{\partial x_2} + \frac{\partial H_{12}}{\partial x_1} - Q_2 + m_2 = 0; \quad \frac{\partial Q_1}{\partial x_1} + \frac{\partial Q_2}{\partial x_2} + q = 0. \quad (2)$$

Обобщённые моменты в соотношениях (1), (2) определены с точностью до значения Eh^2, а обобщённые перерезывающие силы – с точностью до Eh.

Предполагаем, что имеет место «гипотетический» модуль сдвига [6]:

$$G_{12} = \frac{\sqrt{E_1 E_2}}{2\left(1+\sqrt{\nu_{12}\nu_{21}}\right)}, \quad (3)$$

что позволяет установить такую физическую аналогию между изотропией и ортотропией материала:

$$E \leftrightarrow \sqrt{E_1 E_2}; \quad \nu \leftrightarrow \sqrt{\nu_{12}\nu_{21}},$$

т. е. усреднённые механические характеристики ортотропной пластины соответствуют характеристикам изотропной пластины.

Исследованию применимости модели «приведённой» ортотропии (3) при расчётах НДС ортотропных оболочек, подверженных локальным тепловым воздействиям, на базе классической теории посвящены публикации Н. В. Дергачёвой [7, 8].

2. Метод решения. Из разрешающей системы дифференциальных уравнений (1), (2) следует система уравнений равновесия в перемещениях:

$$L_{k1}\gamma_1 + L_{k2}\gamma_2 + L_{k3}w_0 = -m_k \quad \left(k = 1, 2\right);$$
$$L_{31}\gamma_1 + L_{32}\gamma_2 + L_{33}w_0 = q, \quad (4)$$

где L_{kj} – дифференциальные операторы второго порядка:

$$L_{11} = D_1\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + D_{12}\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - \Lambda_1; \quad L_{12} = L_{21} = \left(\nu_{21}D_1 + D_{12}\right)\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2}; \quad L_{13} = L_{31} = -\Lambda_1\frac{\partial}{\partial x_1};$$
$$L_{22} = D_{12}\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + D_2\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - \Lambda_2; \quad L_{23} = L_{32} = -\Lambda_2\frac{\partial}{\partial x_2}; \quad L_{33} = -\left(\Lambda_1\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \Lambda_2\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right).$$

Поскольку рассматривается случай воздействия сосредоточенной силы, правые части системы (4) берём в виде

$$m_k\left(x_1, x_2\right) = m_k^*\delta\left(x_1, x_2\right) \quad \left(k = 1, 2\right); \quad q\left(x_1, x_2\right) = q^*\delta\left(x_1, x_2\right),$$

где $\delta\left(x_1, x_2\right)$ – двумерная дельта-функция П. Дирака; $m_k^* = \text{const}$ $\left(k = 1, 2\right)$; $q^* = \text{const}$.

В силу линейности системы уравнений (4) каждую из компонент сосредоточенной силы можно рассматривать поочерёдно. Тогда общее решение задачи (1), (2) можно представить в виде суммы трёх решений, соответствующих таким случаям нагружения пластины:

$$m_1(x_1,x_2)=\delta(x_1,x_2);\quad m_2(x_1,x_2)=0;\quad q(x_1,x_2)=0; \tag{5}$$

$$m_1(x_1,x_2)=0;\quad m_2(x_1,x_2)=\delta(x_1,x_2);\quad q(x_1,x_2)=0; \tag{6}$$

$$m_1(x_1,x_2)=0;\quad m_2(x_1,x_2)=0;\quad q(x_1,x_2)=\delta(x_1,x_2). \tag{7}$$

Фундаментальные матрицы обобщённых перемещений и моментов соответственно имеют вид [9]:

$$\begin{pmatrix}\gamma_1^{01} & \gamma_2^{01} & w_0^{01}\\ \gamma_1^{02} & \gamma_2^{02} & w_0^{02}\\ \gamma_1^{03} & \gamma_2^{03} & w_0^{03}\end{pmatrix};\quad \begin{pmatrix}M_1^{01} & M_2^{01} & H_{12}^{01}\\ M_1^{02} & M_2^{02} & H_{12}^{02}\\ M_1^{03} & M_2^{03} & H_{12}^{03}\end{pmatrix}, \tag{8}$$

где верхние индексы «01», «02», «03» отвечают случаям действия сосредоточенных сил вида (5), (6), (7) соответственно.

Применяя двумерное интегральное преобразование Ж. Фурье [10] к соотношениям (4) с правыми частями (5)–(7), получим три системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\mathbf{B}_1\begin{pmatrix}\tilde{\gamma}_1\\ \tilde{\gamma}_2\\ \tilde{w}_0\end{pmatrix}=\frac{1}{2\pi}\begin{pmatrix}m_1^*\delta_1^k\\ m_2^*\delta_2^k\\ -q^*\delta_3^k\end{pmatrix}\quad \left(k=\overline{1,3}\right), \tag{9}$$

где $\tilde{\gamma}_1$, $\tilde{\gamma}_2$, $\tilde{w}_0$ – трансформанты обобщённых перемещений; δ_l^k – символ Л. Кронекера,

$$\delta_l^k=\begin{cases}1, l=k;\\ 0, l\neq k;\end{cases}\qquad \boldsymbol{B}_1=\begin{bmatrix}D_1\xi_1^2+D_{12}\xi_2^2+\Lambda_1 & (\nu_{21}D_1+D_{12})\xi_1\xi_2 & -i\Lambda_1\xi_1\\ (\nu_{21}D_1+D_{12})\xi_1\xi_2 & D_{12}\xi_1^2+D_2\xi_2^2+\Lambda_2 & -i\Lambda_2\xi_2\\ -i\Lambda_1\xi_1 & -i\Lambda_2\xi_2 & -\Lambda_1\xi_1^2-\Lambda_2\xi_2^2\end{bmatrix};$$

ξ_1, ξ_2 – координаты точки в пространстве трансформант.

Сделаем замены независимых переменных в пространстве оригиналов и трансформант:

$$\xi_1=\frac{\eta_1}{\sqrt{\Lambda_1}};\quad \xi_2=\frac{\eta_2}{\sqrt{\Lambda_2}};\quad x_1=\sqrt{\Lambda_1}y_1;\quad x_2=\sqrt{\Lambda_2}y_2, \tag{10}$$

тогда СЛАУ (9) примут вид:

$$\boldsymbol{B}_2\begin{pmatrix}\tilde{\gamma}_1\sqrt{\Lambda_1}\\ \tilde{\gamma}_2\sqrt{\Lambda_2}\\ \tilde{w}_0\end{pmatrix}=\frac{1}{2\pi}\begin{pmatrix}m_1^*\Lambda_1^{-1/2}\delta_1^k\\ m_2^*\Lambda_2^{-1/2}\delta_2^k\\ -q^*\delta_3^k\end{pmatrix}\quad \left(k=\overline{1,3}\right), \tag{11}$$

где

$$\boldsymbol{B}_2 = \begin{bmatrix} A_1\eta_1^2 + A_4\eta_2^2 + 1 & A_3\eta_1\eta_2 & -i\eta_1 \\ A_3\eta_1\eta_2 & A_4\eta_1^2 + A_2\eta_2^2 + 1 & -i\eta_2 \\ -i\eta_1 & -i\eta_2 & -\eta_1^2 - \eta_2^2 \end{bmatrix};$$

$$A_1 = \frac{D_1}{\Lambda_1^2}; \quad A_2 = \frac{D_2}{\Lambda_2^2}; \quad A_3 = \frac{\nu_{21}D_1 + D_{12}}{\Lambda_1\Lambda_2}; \quad A_4 = \frac{D_{12}}{\Lambda_1\Lambda_2}.$$

Решения СЛАУ (11) имеют вид:

– при $k = 1$:

$$\tilde{\gamma}_1^{01} = \alpha_{14}\tilde{\Psi}_4 + \alpha_{15}\tilde{\Psi}_5 + \alpha_{18}\tilde{\Psi}_8;$$
$$\tilde{\gamma}_2^{01} = \alpha_{26}\tilde{\Psi}_6 + \alpha_{29}\tilde{\Psi}_9; \quad \tilde{w}_0^{01} = \alpha_{32}\tilde{\Psi}_2 + \alpha_{3,11}\tilde{\Psi}_{11}; \qquad (12)$$

– при $k = 2$:

$$\tilde{\gamma}_1^{02} = \alpha_{16}\tilde{\Psi}_6 + \alpha_{19}\tilde{\Psi}_9;$$
$$\tilde{\gamma}_2^{02} = \alpha_{24}\tilde{\Psi}_4 + \alpha_{25}\tilde{\Psi}_5 + \alpha_{27}\tilde{\Psi}_7; \quad \tilde{w}_0^{02} = \alpha_{33}\tilde{\Psi}_3 + \alpha_{3,10}\tilde{\Psi}_{10}; \qquad (13)$$

– при $k = 3$:

$$\tilde{\gamma}_1^{03} = \alpha_{12}\tilde{\Psi}_2 + \alpha_{1,11}\tilde{\Psi}_{11};$$
$$\tilde{\gamma}_2^{03} = \alpha_{23}\tilde{\Psi}_3 + \alpha_{2,10}\tilde{\Psi}_{10}; \quad \tilde{w}_0^{03} = \alpha_{30}\tilde{\Psi}_0 + \alpha_{31}\tilde{\Psi}_1 + \alpha_{37}\tilde{\Psi}_7 + \alpha_{38}\tilde{\Psi}_8, \qquad (14)$$

где

$$\alpha_{12} = -\alpha_{32} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\Lambda_1}}; \quad \alpha_{16} = -\frac{A_3}{2\pi A_4\sqrt{\Lambda_1\Lambda_2}}; \quad \alpha_{18} = -\frac{A_2}{2\pi\Lambda_1 A_4^2}; \quad \alpha_{38} = \Lambda_1\alpha_{15} = \frac{A_2}{2\pi A_4};$$
$$\alpha_{19} = \alpha_{29} = \frac{1 + A_3/A_4}{2\pi A_4\sqrt{\Lambda_1\Lambda_2}}; \quad \alpha_{23} = -\alpha_{33} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\Lambda_2}}; \quad \alpha_{26} = -\frac{A_3}{2\pi A_4\sqrt{\Lambda_1\Lambda_2}};$$
$$\alpha_{27} = -\frac{A_1}{2\pi\Lambda_2 A_4^2}; \quad \alpha_{30} = \alpha_{31} = \Lambda_1\alpha_{14} = \Lambda_2\alpha_{25} = \frac{1}{2\pi}; \quad \alpha_{37} = \Lambda_2\alpha_{24} = \frac{A_1}{2\pi A_4};$$
$$\alpha_{3,11} = -\alpha_{1,11} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\Lambda_1}}\frac{A_3 - A_2 + A_4}{A_4}; \quad \alpha_{3,10} = -\alpha_{2,10} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\Lambda_2}}\frac{A_3 - A_1 + A_4}{A_4}.$$

В соотношениях (12)–(14) выделим две группы трансформант функций:

– первая группа

$$\tilde{\Psi}_1 = \frac{1}{\tilde{\Delta}_2}; \quad \tilde{\Psi}_2 = \frac{i\eta_1}{\tilde{\Delta}_2}; \quad \tilde{\Psi}_3 = \frac{i\eta_2}{\tilde{\Delta}_2}; \quad \tilde{\Psi}_4 = \frac{\eta_1^2}{\tilde{\Delta}_2}; \quad \tilde{\Psi}_5 = \frac{\eta_2^2}{\tilde{\Delta}_2}; \quad \tilde{\Psi}_6 = \frac{\eta_1\eta_2}{\tilde{\Delta}_2}; \qquad (15)$$

– вторая группа

$$\tilde{\Psi}_0 = \frac{1}{\tilde{\Delta}_1}; \quad \tilde{\Psi}_7 = \frac{\eta_1^2}{\tilde{\Delta}_1\tilde{\Delta}_2}; \quad \tilde{\Psi}_8 = \frac{\eta_2^2}{\tilde{\Delta}_1\tilde{\Delta}_2} \quad \tilde{\Psi}_9 = \frac{\eta_1\eta_2}{\tilde{\Delta}_1\tilde{\Delta}_2};$$

$$\tilde{\Psi}_{10}=\frac{i\eta_1^2\eta_2}{\tilde{\Delta}_1\tilde{\Delta}_2};\quad \tilde{\Psi}_{11}=\frac{i\eta_1\eta_2^2}{\tilde{\Delta}_1\tilde{\Delta}_2}, \tag{16}$$

где

$$\tilde{\Delta}_1=\eta_1^2+\eta_2^2+1/A_4;\quad \tilde{\Delta}_2=\left(\sqrt{A_1}\eta_1^2+\sqrt{A_2}\eta_2^2\right)^2.$$

Методику нахождения оригиналов функций (15) продемонстрируем на примере трансформанты $\tilde{\Psi}_6$. В результате применения формулы обращения для двумерного интегрального преобразования Ж. Фурье [10] к $\tilde{\Psi}_6$ с учётом замены переменных (10) и выделения в интегралах чётных и нечётных частей, получим:

$$\Psi_6=-\frac{2}{\pi\sqrt{\Lambda_1\Lambda_2}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\tilde{\Psi}_6\sin\eta_1y_1\sin\eta_2y_2d\eta_1d\eta_2. \tag{17}$$

В двойных интегралах (17) сделаем замены переменных в пространстве оригиналов и трансформант:

$$\eta_1=\frac{\zeta_1}{\sqrt[4]{A_1}};\quad \eta_2=\frac{\zeta_2}{\sqrt[4]{A_2}};\quad y_1=\sqrt[4]{A_1}z_1;\quad y_2=\sqrt[4]{A_2}z_2,$$

тогда соотношение (17) примет вид:

$$\Psi_6=-\frac{2}{\pi\sqrt{\Lambda_1\Lambda_2A_1A_2}}\int\limits_0^{\infty}\int\limits_0^{\infty}\frac{\zeta_1\zeta_2\sin\zeta_1z_1\sin\zeta_2z_2}{\left(\zeta_1^2+\zeta_2^2\right)^2}\,d\zeta_1d\zeta_2. \tag{18}$$

В интегралах (18) перейдём к полярным координатам по формулам

$$z_1=r\cos\varphi;\quad z_2=r\sin\varphi;\quad \zeta_1=\rho\cos\theta;\quad \zeta_2=\rho\sin\theta$$

и применим разложение К. Г. Якоби–К. Т. Ангера [11]

$$\sin\left(x\cos\varphi\cos\theta\right)\sin\left(x\sin\varphi\sin\theta\right)=2\sum_{n=1}^{\infty}\left(-1\right)^{n+1}J_{2n}\left(x\right)\sin2n\varphi\sin2n\theta, \tag{19}$$

где $J_\nu\left(x\right)$ – функция Ф. В. Бесселя первого рода порядка ν.

Используя формулу

$$\int\limits_0^{\pi/2}\sin2\theta\sin2n\theta d\theta=\begin{cases}\pi/4,\ n=1;\\ 0,\ n=2,3,4,...,\end{cases} \tag{20}$$

преобразуем выражение (18) с учётом значения табличного интеграла [12]

$$\Psi_6=-\frac{\sin2\varphi}{2\sqrt{\Lambda_1\Lambda_2A_1A_2}}\int\limits_0^{\infty}\frac{J_2\left(r\rho\right)}{\rho}d\rho=-\frac{\sin2\varphi}{4\sqrt{\Lambda_1\Lambda_2A_1A_2}}.$$

Аналогично находим оригиналы функций из первой группы трансформант (15):

$$\Psi_1 = -\frac{r^2\Phi(r)}{4\sqrt[4]{D_1D_2}};\quad \Psi_2 = \frac{r\cos\varphi\,\Phi(r)}{2\sqrt[4]{A_1D_1D_2}};\quad \Psi_3 = \frac{r\sin\varphi\,\Phi(r)}{2\sqrt[4]{A_2D_1D_2}};\quad \Psi_4 = \frac{\Phi(r)-\cos^2\varphi}{2\sqrt[4]{A_1^2D_1D_2}};$$

$$\Psi_5 = \frac{\Phi(r)-\sin^2\varphi}{2\sqrt[4]{A_2^2D_1D_2}};\quad \Phi(r) = \frac{1}{2} - \ln\frac{\gamma r}{2},$$

где $\ln\gamma = 0{,}5772...$ – постоянная Л. Эйлера;

$$r = \sqrt{\frac{x_1^2}{\sqrt{D_1}} + \frac{x_2^2}{\sqrt{D_2}}};\quad \cos\varphi = \frac{x_1}{\sqrt[4]{D_1}\,r};\quad \sin\varphi = \frac{x_2}{\sqrt[4]{D_2}\,r}.$$

Методику нахождения оригиналов функций (16) продемонстрируем на примере трансформанты $\tilde{\Psi}_9$. Применяя формулу обращения для двумерного интегрального преобразования Ж. Фурье [10] получим:

$$\Psi_9 = -\frac{2}{\pi\sqrt{\Lambda_1\Lambda_2}}\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{\eta_1\eta_2\sin\eta_1y_1\sin\eta_2y_2}{\left(\eta_1^2+\eta_2^2+a_0^2\right)\left(\sqrt{A_1}\eta_1^2+\sqrt{A_2}\eta_2^2\right)^2}\,d\eta_1d\eta_2, \qquad (21)$$

где $a_0 = A_4^{-1/2}$.

Перейдём в двойных интегралах (21) к полярным координатам по формулам

$$y_1 = r_0\cos\varphi_0;\quad y_2 = r_0\sin\varphi_0;\quad \eta_1 = \rho\cos\theta;\quad \eta_2 = \rho\sin\theta,$$

тогда с учётом разложения К. Г. Якоби–К. Т. Ангера (19) формула (21) примет вид:

$$\Psi_9 = -\frac{2}{\pi\sqrt{\Lambda_1\Lambda_2}}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\sin 2n\varphi_0\int_0^{\pi/2}\frac{\sin 2\theta\sin 2n\theta\,d\theta}{f(\theta)}\int_0^\infty\frac{J_{2n}(r_0\rho)\,d\rho}{\rho\left(\rho^2+a_0^2\right)}, \qquad (22)$$

где

$$f(\theta) = \left(\sqrt{A_1}\cos^2\theta + \sqrt{A_2}\sin^2\theta\right)^2;\quad r_0 = \sqrt{\frac{x_1^2}{\Lambda_1}+\frac{x_2^2}{\Lambda_2}};\quad \cos\varphi_0 = \frac{x_1}{\sqrt{\Lambda_1}r_0};\quad \sin\varphi_0 = \frac{x_2}{\sqrt{\Lambda_1}r_0}.$$

Сравнивая интегралы, входящие в формулы (22), с интегральным представлением специальной *G*-функции [11]

$$G_{n,\nu}(rz) = (-1)^n\left(\frac{r}{2}\right)^{\nu-n}\int_0^\infty\frac{\rho^{\nu-n+1}J_{\nu+n}(r\rho)}{\rho^2+z^2}\,d\rho \quad \left(r>0;\ \mathrm{Re}\,z>0;\ -1<\mathrm{Re}\,\nu<n+\frac{3}{2}\right),$$

заметим, что

$$\Psi_9 = -\frac{r_0^2}{2\pi\sqrt{\Lambda_1\Lambda_2}}\sum_{n=1}^{\infty}I_{9,n}\sin 2n\varphi_0 G_{n+1,n-1}(a_0r_0);\quad I_{9,n} = \int_0^{\pi/2}\frac{\sin 2\theta\sin 2n\theta\,d\theta}{f(\theta)}.$$

Оригиналы функций из второй группы трансформант (16) найдём аналогично оригиналу $\tilde{\Psi}_9$:

$$\Psi_k = -\frac{2I_{k,0}\left\{\ln\frac{\gamma r_0}{2} + G_{0,0}\left(a_0 r_0\right)\right\}}{\pi a_0^2\sqrt{\Lambda_1\Lambda_2}} - \frac{r_0^2}{\pi\sqrt{\Lambda_1\Lambda_2}}\sum_{n=1}^{\infty} I_{k,n}\cos 2n\varphi_0 G_{n+1,n-1}\left(a_0 r_0\right) \quad (k=7,8);$$

$$\Psi_0 = \frac{1}{2\pi}G_{0,0}\left(a_0 r_0\right); \quad \Psi_{10} = -\frac{2r_0}{\pi\sqrt{\Lambda_1\Lambda_2}}\sum_{n=0}^{\infty} I_{10,n}\sin\left(2n+1\right)\varphi_0 G_{n+1,n}\left(a_0 r_0\right);$$

$$\Psi_{11} = -\frac{2r_0}{\pi\sqrt{\Lambda_1\Lambda_2}}\sum_{n=0}^{\infty} I_{11,n}\cos\left(2n+1\right)\varphi_0 G_{n+1,n}\left(a_0 r_0\right),$$

где

$$I_{7,n} = \int_0^{\pi/2}\frac{\cos^2\theta\cos 2n\theta d\theta}{f\left(\theta\right)}; \quad I_{8,n} = \int_0^{\pi/2}\frac{\sin^2\theta\cos 2n\theta d\theta}{f\left(\theta\right)};$$

$$I_{10,n} = \int_0^{\pi/2}\frac{\cos^2\theta\sin\theta\sin\left(2n+1\right)\theta d\theta}{f\left(\theta\right)}; \quad I_{11,n} = \int_0^{\pi/2}\frac{\cos\theta\sin^2\theta\cos\left(2n+1\right)\theta d\theta}{f\left(\theta\right)}.$$

Таким образом, фундаментальная матрица обобщённых перемещений (8) есть

$$\begin{pmatrix} \sum\limits_{k=4,5,8}\alpha_{1k}\Psi_k & \alpha_{26}\Psi_6+\alpha_{29}\Psi_9 & \alpha_{32}\Psi_2+\alpha_{3,11}\Psi_{11} \\ \alpha_{16}\Psi_6+\alpha_{19}\Psi_9 & \sum\limits_{k=4,5,7}\alpha_{2k}\Psi_k & \alpha_{33}\Psi_3+\alpha_{3,10}\Psi_{10} \\ \alpha_{12}\Psi_2+\alpha_{1,11}\Psi_{11} & \alpha_{23}\Psi_3+\alpha_{2,10}\Psi_{10} & \sum\limits_{k=0,1,7,8}\alpha_{3k}\Psi_k \end{pmatrix}. \qquad (23)$$

Подставляя выражения для обобщённых перемещений (23) в соотношения упругости в перемещениях (1), получим элементы фундаментальной матрицы обобщённых моментов:

$$M_1^{01} = D_1\left(\alpha_{14}\Psi_{4,1}+\alpha_{15}\Psi_{5,1}+\alpha_{18}\Psi_{8,1}+\nu_{21}\alpha_{26}\Psi_{6,2}+\nu_{21}\alpha_{29}\Psi_{9,2}\right);$$

$$M_2^{01} = D_2\left(\alpha_{26}\Psi_{6,2}+\alpha_{29}\Psi_{9,2}+\nu_{12}\alpha_{14}\Psi_{4,1}+\nu_{12}\alpha_{15}\Psi_{5,1}+\nu_{12}\alpha_{18}\Psi_{8,1}\right);$$

$$H_{12}^{01} = D_{12}\left(\alpha_{14}\Psi_{4,2}+\alpha_{15}\Psi_{5,2}+\alpha_{18}\Psi_{8,2}+\alpha_{26}\Psi_{6,1}+\alpha_{29}\Psi_{9,1}\right);$$

$$M_1^{02} = D_1\left(\alpha_{16}\Psi_{6,1}+\alpha_{19}\Psi_{9,1}+\nu_{21}\alpha_{23}\Psi_{3,2}+\nu_{21}\alpha_{2,10}\Psi_{10,2}\right);$$

$$M_2^{02} = D_2\left(\alpha_{23}\Psi_{3,2}+\alpha_{2,10}\Psi_{10,2}+\nu_{12}\alpha_{16}\Psi_{6,1}+\nu_{12}\alpha_{19}\Psi_{9,1}\right);$$

$$H_{12}^{02} = D_{12}\left(\alpha_{16}\Psi_{6,2}+\alpha_{19}\Psi_{9,2}+\alpha_{23}\Psi_{3,1}+\alpha_{2,10}\Psi_{10,1}\right);$$

$$M_1^{03} = D_1\left(\alpha_{12}\Psi_{2,1}+\alpha_{1,11}\Psi_{11,1}+\nu_{21}\alpha_{23}\Psi_{3,2}+\nu_{21}\alpha_{2,10}\Psi_{10,2}\right);$$

$$M_2^{03} = D_2\left(\alpha_{23}\Psi_{3,2}+\alpha_{2,10}\Psi_{10,2}+\nu_{12}\alpha_{12}\Psi_{2,1}+\nu_{12}\alpha_{1,11}\Psi_{11,1}\right);$$

$$H_{12}^{03} = D_{12}\left(\alpha_{12}\Psi_{2,2}+\alpha_{1,11}\Psi_{11,2}+\alpha_{23}\Psi_{3,1}+\alpha_{2,10}\Psi_{10,1}\right), \qquad (24)$$

где

$$\Psi_{k,\,m} = \frac{\partial \Psi_k}{\partial x_m} \quad \left(k = \overline{1,11};\, m = 1,\, 2\right).$$

3. Анализ результатов. Численные исследования посвящены выявлению влияния упругих констант ортотропного материала пластины на обобщённые моменты (24). Предполагался случай совместного действия нагружений пластины вида (5)–(7), причём значения коэффициентов брались такими: $m_1^* = m_2^* = q^* = 1$.

Рассмотрены такие варианты материалов пластины (табл. 1):

- изотропный – равнопрочная стеклоткань типа 120 [13];
- ортотропный – стеклопластик [14].

Таблица 1

Механические характеристики материалов

Материал	E_1, ГПа	E_2, ГПа	G_{12}, ГПа	G_{13}, ГПа	G_{23}, ГПа	ν_{12}
изотропный	73	73	30,4	30,4	30,4	0,2
ортотропный	122	183	60	44,8	39,3	0,2

На рис. 1–3 представлены графики обобщённых изгибающего и крутящего моментов M_1, M_2, H_{12}. Все графики построены вдоль оси абсцисс x_1 при $x_2 = 0$, причём кривые 1 соответствуют изотропному материалу, а кривые 2 – ортотропному.

Из рис. 1–3 видно, что механические характеристики ортотропного материала пластины при наличии «гипотетического» модуля сдвига (3) оказывают существенное влияние на величину обобщённых изгибающего и крутящего моментов.

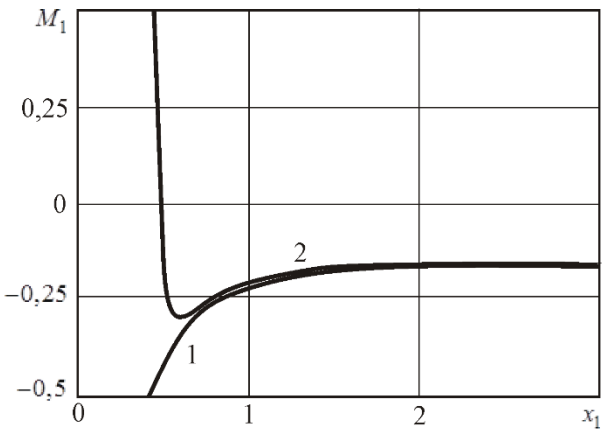


Рис. 1. Обобщённый изгибающий момент M_1

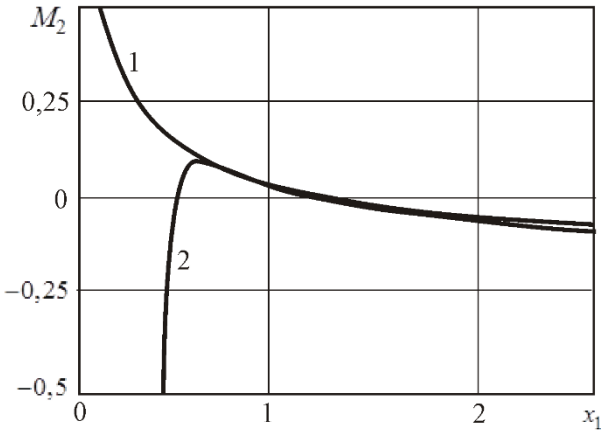


Рис. 2. Обобщённый изгибающий момент M_2

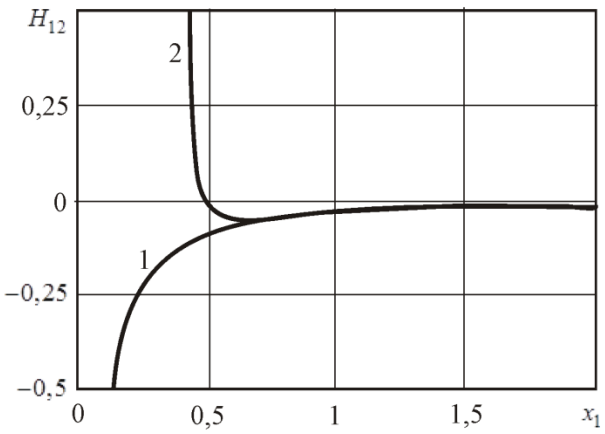


Рис. 3. Обобщённый крутящий момент H_{12}

Выводы. В статье для решения задачи изгиба ортотропной пластины в случае наличия «гипотетического» модуля сдвига был применён метод разложения заданных и искомых функций в ряды Фурье по полиномам Лежандра, что позволило сократить размерность системы дифференциальных уравнений, а также существенно уменьшить сложность решаемой задачи. В дальнейшем рассматриваемая методика позволит получить более точное решение за счёт удержания большего количества членов рядов в рамках обобщённой теории пластин в варианте {1,2}-аппроксимации.

Были проведены численные исследования обобщённых моментов в ортотропной пластине при действии сосредоточенной нагрузки. В предельном случае получены результаты и для изотропной пластины. Из построенных графиков (рис. 1–3) видно, что неучёт параметров ортотропии материала при решении задач изгиба пластин может привести к значительным погрешностям, особенно в окрестности начала координат $(x_1 \ll 1)$.

Исследование проводилось по теме государственного задания (№ госрегистрации 1023031000025-7-1.1.1;1.1.2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Великанов П. Г. Общая теория ортотропных оболочек. Часть I / П. Г. Великанов, Ю. П. Артюхин // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. – 2022. – Т. 28, № 1–2. – С. 46–54.
2. Великанов П. Г. Общая теория ортотропных оболочек. Часть II / П. Г. Великанов, Ю. П. Артюхин // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. – 2022. – Т. 28, № 3–4. – С. 40–52.
3. Сердюк А. О. Фундаментальное решение для анизотропной пластины на инерционном основании / А. О. Сердюк, Д. О. Сердюк, Г. В. Федотенков // Проблемы прочности и пластичности. – 2022. – Т. 84, № 4. – С. 523–535.
4. Сабиров Р. А. Уравнения Сен-Венана и Кармана для ортотропной предварительно растянутой пластины при воздействии температуры / Р. А. Сабиров // Сибирский аэрокосмический журнал. – 2023. – Т. 24, № 1. – С. 18–34.
5. Пелех Б. Л. Слоистые анизотропные пластины и оболочки с концентраторами напряжений / Б. Л. Пелех, В. А. Лазько. – Киев : Наукова думка, 1982. – 296 с.
6. Великанов П. Г. Математические аналогии для решения задач прочности, устойчивостей и колебаний ортотропных пластин и оболочек / П. Г. Великанов, Ю. П. Артюхин // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2022. – Т. 19, № 3. – С. 47–54.
7. Дергачева Н. В. Исследование термоупругих усилий и моментов при локальном тепловом нагреве ортотропной оболочки / Н. В. Дергачева // Вісн. Донец. ун-ту. Сер. А. – 2010. – Вип. 2. – С. 71–76.
8. Дергачева Н. В. Исследование термоупругого состояния ортотропных оболочек при локальном тепловом нагреве / Н. В. Дергачева // Теоретическая и прикладная механика. – 2008. – Вып. 44. – С. 180–186.
9. Шевченко В. П. Методы фундаментальных решений в теории ортотропных оболочек // Концентрация напряжений / Под ред. А. Н. Гузя, А. С. Космодамианского, В. П. Шевченко. – Киев : А.С.К., 1998. – 387 с. (Механика композитов: В 12 т. Т. 7). – С. 159–196.
10. Снеддон И. Преобразования Фурье / И. Снеддон. – Москва : Издательство иностранной литературы, 1955. – 668 с.
11. Хижняк В. К. Смешанные задачи теории пластин и оболочек : учебное пособие / В. К. Хижняк, В. П. Шевченко. – Донецк : ДонГУ, 1980. – 128 с.
12. Градштейн И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. – Москва : Физматгиз, 1963. – 1100 с.
13. Мельников Д. А. Теоретический расчет и экспериментальное определение модуля упругости и прочности стеклопластика ВПС-53/120 / Д. А. Мельников, А. А. Громова, А. Е. Раскутин, А. О. Курносов // Труды ВИАМ. – 2017. – № 1 (49). – С. 64–75.
14. Трещев А. А. Деформирование прямоугольных ортотропных пластин средней толщины из материалов, чувствительных к виду напряженного состояния / А. А. Трещев, М. А. Лапшина // Строительная механика и конструкции. – 2022. – № 3 (34). – С. 20–32.

Поступила в редакцию 11.12.2023 г.

CONSTRUCTION OF A FUNDAMENTAL MOMENT MATRIX FOR AN ORTHOTROPIC PLATE BASED ON THE {1,0}-APPROXIMATION IN THE PRESENCE OF A "HYPOTHETICAL" SHEAR MODULUS

N.S. Bondarenko, A.S. Goltsev

A fundamental matrix of generalized moments in an orthotropic plate under the action of a concentrated force in the presence of a "hypothetical" shear modulus is constructed. The generalized plate theory in the {1,0}-approximation version is used. The influence of orthotropic material parameters on bending and torque moments is investigated. General conclusions are made.

Keywords: orthotropic plate; concentrated force; {1,0}-approximation; Legendre polynomials; special *G*-function; generalized moments.

Бондаренко Наталья Сергеевна
кандидат физико-математических наук, доцент;
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: n.bondarenko123@mail.ru

Bondarenko Natalya Sergeevna
Candidate of Phisico-Mathematical Sciences, Docent;
Donetsk State University, Donetsk, DPR, RF.

Гольцев Аркадий Сергеевич
доктор физико-математических наук, профессор;
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: asgoltsev@mail.ru

Goltsev Arkady Sergeevich
Doctor of Phisico-Mathematical Sciences, Professor;
Donetsk State University, Donetsk, DPR, RF.

УДК 531.38

О НОВЫХ СЛУЧАЯХ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ УРАВНЕНИЙ КИРХГОФА–ПУАССОНА НА КВАДРАТИЧНЫХ ИНВАРИАНТНЫХ СООТНОШЕНИЯХ

© 2023. ***А.В. Зыза***

Исследуются условия существования частных решений полиномиальной структуры дифференциальных уравнений задачи о движении гиростата в поле действия потенциальных и гироскопических сил, относящихся к уравнениям Кирхгофа-Пуассона. Построено два новых решения рассматриваемой задачи, которые описываются элементарными функциями времени.

Ключевые слова: гиростат; уравнения Кирхгофа-Пуассона; полиномиальные решения; потенциальные и гироскопические силы; инвариантные соотношения.

Введение. Математическое моделирование сложных механических систем, деформациями которых можно пренебречь (гироскопические и спутниковые конструкции, роботы, манипуляторы, устройства, имитирующие живые организмы и др.), базируется на основных результатах аналитической механики (динамических и кинематических характеристиках, законах и теоремах данной области науки).

К настоящему времени получены значительные обобщения классической задачи о движении твердого тела под действием силы тяжести [1, 2]. Наиболее известными из них являются, например: задачи о движении гиростата в полях сплошной структуры (задача о движении гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил, и задача о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона) и задачи о движении системы связанных твердых тел и твердого тела, содержащей идеальную несжимаемую жидкость [3, 4].

Математические методы исследования задач динамики гиростата имеют большое значение. Поскольку уравнения движения гиростата, как правило, неинтегрируемы в квадратурах по Якоби [5–7], то при математическом моделировании в указанных задачах важно не только получить модели в виде систем дифференциальных уравнений, но и установить наиболее важные для практики программные движения механических систем. Это обстоятельство объясняет актуальность построения новых частных решений динамики твердого тела и гиростата [8, 9], которые не только позволяют применять геометрические методы исследования движения, но и приносят дополнительную информацию об интегральных многообразиях [10].

В работе проводится исследование условий существования решений специального полиномиального класса уравнений Кирхгофа-Пуассона задачи о движении гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил, начатое в статьях [11, 12]. Рассматриваются варианты, когда функции, задающие инвариантные соотношения для первой и второй компонент вектора угловой скорости гиростата и орта оси симметрии силовых полей являются алгебраическими многочленами второй степени от вспомогательной переменной, а составляющая третьей компоненты указанного единичного вектора является рациональной функцией этой переменной.

Получены новые случаи интегрируемости уравнений движения гиростата.

Постановка задачи. Преобразование уравнений движения гиростата. Рассмотрим движение заряженного и намагниченного гиростата с неподвижной точкой

в поле действия потенциальных и гироскопических сил. Возникновение потенциальных сил обусловлено ньютоновским притяжением масс и взаимодействием магнитов с постоянным магнитным полем, электрических зарядов с электрическим полем. Лоренцевое воздействие постоянного магнитного поля на движущиеся в пространстве электрические заряды и циклические движения роторов в теле-носителя гиростата определяют гироскопические силы. Центры ньютоновского и кулоновского притяжений лежат на оси, проходящей через неподвижную точку, направляющий вектор которой коллинеарен вектору напряженности постоянного магнитного поля.

Дифференциальные уравнения движения такого гиростата относятся к уравнениям Кирхгофа-Пуассона и в векторной форме таковы [3, 4]:

$$A\dot{\boldsymbol{\omega}} = (A\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}) \times \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega} \times B\boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{\nu} \times (C\boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{s}), \quad \dot{\boldsymbol{\nu}} = \boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{\omega}. \tag{1}$$

Эти уравнения допускают первые интегралы

$$(A\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\omega}) - 2(\boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{\nu}) + (C\boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{\nu}) = 2E_0, \quad 2(A\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}) \cdot \boldsymbol{\nu} - (B\boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{\nu}) = 2\kappa_0, \quad \boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{\nu} = 1. \tag{2}$$

В (1), (2) обозначено: $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ – угловая скорость гиростата; $\boldsymbol{\nu} = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)$ – орт оси симметрии силовых полей; $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, 0)$ – вектор, характеризующий движение носимых тел в гиростате; $\boldsymbol{s} = (s_1, s_2, 0)$ – вектор обобщенного центра масс; $A = \operatorname{diag}(A_1, A_2, A_3)$ – тензор инерции гиростата, построенный в неподвижной точке; $B = \operatorname{diag}(B_1, B_2, B_3)$ и $C = \operatorname{diag}(C_1, C_2, C_3)$ – матрицы, характеризующие гироскопические и потенциальные силы, соответственно; E_0 и κ_0 – постоянные интегралов.

Поставим задачу о нахождении и исследовании условий существования у уравнений (1) решений вида:

$$\omega_1 = \sigma^2, \ \omega_2 = Q(\sigma), \ \omega_3{}^2 = R(\sigma), \ \nu_1 = \varphi(\sigma), \ \nu_2 = \psi(\sigma), \ \nu_3 = \frac{æ(\sigma)}{\sigma}\sqrt{R(\sigma)}, \tag{3}$$

где $Q(\sigma), R(\sigma), \varphi(\sigma), \psi(\sigma), æ(\sigma)$ – дифференцируемые по σ функции на множестве действительных чисел.

Преобразуем уравнения движения гиростата (1) и геометрический интеграл из (2) при помощи соотношений из (3). Получим:

$$\dot{\sigma} = (\varphi'(\sigma))^{-1}\left(\psi(\sigma) - Q(\sigma)æ(\sigma)\sigma^{-1}\right)\sqrt{R(\sigma)}; \tag{4}$$

$$\begin{gathered}\psi'(\sigma)\left(\psi(\sigma)\sigma - Q(\sigma)æ(\sigma)\right) = \varphi'(\sigma)\sigma\,\Omega(\sigma), \ \Omega(\sigma) = \sigma æ(\sigma) - \varphi(\sigma); \\ \left(R(\sigma)æ^2(\sigma)\sigma^{-2}\right)'\sigma\,\Omega(\sigma) = 2\psi'(\sigma)æ(\sigma)\left(Q(\sigma)\varphi(\sigma) - \sigma^2\psi(\sigma)\right);\end{gathered} \tag{5}$$

$$\begin{gathered}2A_1\sigma^2\Omega(\sigma) = \psi'(\sigma)\left\{æ(\sigma)\left[(C_3 - C_2)\psi(\sigma) + B_3Q(\sigma) + s_2\right] + \right. \\ \left. + (A_2 - A_3)Q(\sigma)\sigma - B_2\psi(\sigma)\sigma + \lambda_2\sigma\right\}, \\ A_2Q'(\sigma)\sigma\Omega(\sigma) = \psi'(\sigma)\left\{æ(\sigma)\left[(C_1 - C_3)\varphi(\sigma) - B_3\sigma^2 - s_1\right] + \right. \\ \left. + B_1\varphi(\sigma)\sigma + (A_3 - A_1)\sigma^3 - \lambda_1\sigma\right\},\end{gathered} \tag{6}$$

$$A_3R'(\sigma)\Omega(\sigma)=2\psi'(\sigma)\Big\{\psi(\sigma)\Big[(C_2-C_1)\varphi(\sigma)+B_2\sigma^2+s_1\Big]+$$
$$+Q(\sigma)\Big[(A_1-A_2)\sigma^2-B_1\varphi(\sigma)+\lambda_1\Big]-\lambda_2\sigma^2-s_2\varphi(\sigma)\Big\};$$
$$\Big(\varphi^2(\sigma)+\psi^2(\sigma)-1\Big)\sigma^2+R(\sigma)æ^2(\sigma)=0. \qquad (7)$$

В уравнениях (4) – (6) штрихом обозначена производная по вспомогательной переменной σ. После интегрирования кинематических уравнений (5) и динамических уравнений (6) зависимость σ от времени t устанавливается из уравнения (4).

Полиномиальная структура в решении вида (3). Общая система условий на параметры. Рассмотрим случай когда функции, задающие инвариантные соотношения для компонент векторов $\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\nu}$ из (3) являются алгебраическими многочленами от σ:

$$Q(\sigma)=b_2\sigma^2+b_1\sigma+b_0,\quad R(\sigma)=\sum_{i=0}^{n}c_i\sigma^i,\quad \varphi(\sigma)=a_2\sigma^2+a_1\sigma+a_0,$$
$$\psi(\sigma)=g_2\sigma^2+g_1\sigma+g_0,\quad æ(\sigma)=\sum_{j=0}^{n_1}f_j\sigma^j. \qquad (8)$$

Здесь $b_k, a_k, g_k, c_i, f_j, \left(k=\overline{0,2};\ i=\overline{0,n};\ j=\overline{0,n_1}\right)$ – неизвестные постоянные, подлежащие определению; n и n_1 – целые неотрицательные числа.

Оценка значений максимальных степеней полиномов $R(\sigma)$ и $æ(\sigma)$ в решении (3), (8) и анализ результатов дают два возможных варианта для динамики твердого тела таких значений:

$$1^\circ.\quad n=4,\ n_1=1; \qquad 2^\circ.\quad n=2,\ n_1=2. \qquad (9)$$

Подставим многочлены из (8) при $n=4$ и $n_1=2$ в уравнения (5), (6), а также геометрический интеграл (7), и потребуем их тождественности при всех σ. Получим общую систему условий на параметры задачи и исследуемого решения, которые характеризуются алгебраическими уравнениями:

$$-A_1f_2+g_2d_4^*=0,\quad 2A_1(a_2-f_1)+g_1d_4^*+2g_2d_3^*=0,$$
$$2A_1(a_1-f_0)+g_1d_3^*+2g_2d_2^*=0,\quad 2A_1a_0+g_1d_2^*+2g_2d_1^*=0,$$
$$g_1d_1^*+2g_2d_0^*=0,\quad g_1d_0^*=0,\quad A_1b_2f_2+a_2d_4^*=0,$$
$$2A_1(b_2f_1+b_1f_2-g_2)+a_1d_4^*+2a_2d_3^*=0,$$
$$2A_1(b_2f_0+b_1f_1+b_0f_2-g_1)+a_1d_3^*+2a_2d_2^*=0,$$
$$2A_1(b_1f_0+b_0f_1-g_0)+a_1d_2^*+2a_2d_1^*=0,$$
$$2A_1b_0f_0+a_1d_1^*+2a_2d_0^*=0,\quad a_1d_0^*=0,\quad \gamma_6^*d_4^*=0,\quad \gamma_5^*d_4^*+\gamma_6^*d_3^*=0,$$
$$\gamma_4^*d_4^*+\gamma_5^*d_3^*+\gamma_6^*d_2^*+4A_1(g_2-b_2a_2)=0,$$
$$\gamma_3^*d_4^*+\gamma_4^*d_3^*+\gamma_5^*d_2^*+\gamma_6^*d_1^*+4A_1(g_1-b_2a_1-b_1a_2)=0,$$
$$\gamma_2^*d_4^*+\gamma_3^*d_3^*+\gamma_4^*d_2^*+\gamma_5^*d_1^*+\gamma_6^*d_0^*+4A_1(g_0-b_2a_0-b_1a_1-b_0a_2)=0,$$

$$\gamma_1^* d_4^* + \gamma_2^* d_3^* + \gamma_3^* d_2^* + \gamma_4^* d_1^* + \gamma_5^* d_0^* - 4A_1(b_1a_0 + b_0a_1) = 0,$$
$$\gamma_0^* d_4^* + \gamma_1^* d_3^* + \gamma_2^* d_2^* + \gamma_3^* d_1^* + \gamma_4^* d_0^* + \gamma_5^* d_0^* - 4A_1 b_0 a_0 = 0, \qquad (10)$$
$$\gamma_0^* d_3^* + \gamma_1^* d_2^* + \gamma_2^* d_1^* + \gamma_3^* d_0^* = 0, \quad \gamma_0^* d_2^* + \gamma_1^* d_1^* + \gamma_2^* d_0^* = 0, \quad \gamma_0^* d_1^* + \gamma_1^* d_0^* = 0,$$
$$\gamma_0^* d_0^* = 0, \quad A_2 b_2 d_4^* - A_1 f_2 \varepsilon_1 = 0,$$
$$A_2\left(b_1 d_4^* + 2b_2 d_3^*\right) - 2A_1(f_1\varepsilon_1 + \beta f_2 a_1 + B_1 a_2 + A_3 - A_1) = 0,$$
$$A_2\left(b_1 d_3^* + 2b_2 d_2^*\right) - 2A_1(f_0\varepsilon_1 + f_2\varepsilon_0 + (B_1 + \beta f_1)a_1) = 0,$$
$$A_2\left(b_1 d_2^* + 2b_2 d_1^*\right) - 2A_1(f_1\varepsilon_0 + \beta f_0 a_1 - \tau_2) = 0,$$
$$A_2\left(b_1 d_1^* + 2b_2 d_0^*\right) - 2A_1 f_0\varepsilon_0 = 0, \quad b_1 d_0^* = 0, \quad c_4 d_4^* = 0,$$
$$A_3\left(3c_3 d_4^* + 4c_4 d_3^*\right) - 4A_1(g_2\tau_4 + b_2\tau_3) = 0,$$
$$A_3\left(2c_2 d_4^* + 3c_3 d_3^* + 4c_4 d_2^*\right) + 4A_1\left((\alpha+\beta)g_2 a_1 - g_1\tau_4 - b_1\tau_3 + B_1 b_2 a_1\right) = 0,$$
$$A_3\left(c_1 d_4^* + 2c_2 d_3^* + 3c_3 d_2^* + 4c_4 d_1^*\right) +$$
$$+4A_1\left((\alpha+\beta)g_1 a_1 - g_0\tau_4 - b_0\tau_3 + B_1 b_1 a_1 - g_2\tau_1 - b_2\tau_2 + s_2 a_2 + \lambda_2\right) = 0,$$
$$A_3\left(c_1 d_3^* + 2c_2 d_2^* + 3c_3 d_1^* + 4c_4 d_0^*\right) + 4A_1\left((\alpha+\beta)g_0 a_1 + B_1 b_0 a_1 - g_1\tau_1 - b_1\tau_2 + s_2 a_1\right) = 0,$$
$$A_3\left(c_1 d_2^* + 2c_2 d_1^* + 3c_3 d_0^*\right) - 4A_1(g_0\tau_1 + b_0\tau_2 - s_2 a_0) = 0,$$
$$c_1 d_1^* + 2c_2 d_0^* = 0, \quad c_1 d_0^* = 0,$$
$$a_0^2 - 1 + g_0^2 + \left(2f_0 f_2 + f_1^2\right)c_0 + 2f_0 f_1 c_1 + f_0^2 c_2 = 0.$$

Здесь

$$\alpha = C_3 - C_2, \quad \beta = C_1 - C_3,$$
$$\eta_2 = B_3 b_2 + \alpha g_2, \quad \eta_1 = B_3 b_1 + \alpha g_1, \quad \eta_0 = B_3 b_0 + \alpha g_0 + s_2,$$
$$d_4^* = f_2\eta_2, \quad d_3^* = f_1\eta_2 + f_2\eta_1 - B_2 g_2 + (A_2 - A_3)b_2,$$
$$d_2^* = f_0\eta_2 + f_1\eta_1 + f_2\eta_0 - B_2 g_1 + (A_2 - A_3)b_1,$$
$$d_1^* = f_0\eta_1 + f_1\eta_0 - B_2 g_0 + (A_2 - A_3)b_0 + \lambda_2, \quad d_0^* = f_0\eta_0,$$
$$\gamma_6^* = 6c_4 f_2, \quad \gamma_5^* = 4c_4 f_1 + 5c_3 f_2, \quad \gamma_4^* = 2c_4 f_0 + 3c_3 f_1 + 4c_2 f_2,$$
$$\gamma_3^* = c_3 f_0 + 2c_2 f_1 + 3c_1 f_2, \quad \gamma_2^* = c_1 f_1 + 2c_0 f_2, \quad \gamma_1^* = -c_1 f_0, \quad \gamma_0^* = -2c_0 f_0,$$
$$\varepsilon_1 = \beta a_2 - B_3, \quad \varepsilon_0 = \beta a_0 - s_1,$$
$$\tau_4 = B_2 - (\alpha+\beta)a_2, \quad \tau_3 = A_1 - A_2 - B_1 a_2, \quad \tau_2 = \lambda_1 - B_1 a_0, \quad \tau_1 = s_1 - (\alpha+\beta)a_0.$$

Одно новое частное решение. Изучим первый вариант из (9). Коэффициенты многочленов из (8) решения (3) установим из условий совместности системы уравнений (10) со свободными параметрами A_2, A_3, f_1, f_0, a_2. Полагая в этой системе $f_2 = 0$, запишем ее решение:

$$A_1=\frac{a_2}{4\left[\left((a_2-f_1)g_1\right)^2-\left(2f_0g_2\right)^2\right]f_1^3g_2^2}\Big\{4\Big[4\left(A_2-A_3\right)f_0^2g_2^6+4\Big(\left(2A_2-A_3\right)\times$$

$$\times\left(a_2-f_1\right)a_2-A_3f_1^2\Big)f_0^2g_2^4+\left(a_2-f_1\right)\Big(2\Big(\left(2A_2-A_3\right)a_2-A_3f_1\Big)f_1f_0g_1g_2^3+$$

$$+\left(a_2-f_1\right)\Big[\Big(4a_2^2-f_1^2\Big)f_0g_2+\Big(4a_2^2+\left(a_2+f_1\right)f_1\Big)f_1g_1\Big]A_2f_0g_2\Big)\Big]+$$

$$+\left(a_2-f_1\right)^3\left(3a_2+f_1\right)A_2\left(f_1g_1\right)^2\Big\},$$

$$B_1=k_1B_2,\quad B_3=k_2B_2,$$

$$B_2=-\frac{1}{4\Big(\left(a_2-f_1\right)^2g_1^2-\left(2f_0g_2\right)^2\Big)\left(\left(a_2+f_1\right)g_1-2f_0g_2\right)f_1^3g_2^4}\Big\{32\left(A_2-A_3\right)a_2f_0^2g_1g_2^8+$$

$$+32\Big(\left(A_2-A_3\right)\Big(a_2^2-f_1^2\Big)+A_3a_2f_1\Big)f_0^3g_2^7+16\Big(\left(a_2-f_1\right)a_2\left(5A_2a_2+3A_3f_1\right)+$$

$$+\left(A_2-A_3\right)f_1^3+\Big(A_2f_1^2-3A_3a_2^2\Big)a_2\Big)f_0^2g_1g_2^6+8\Big(\Big(\left(a_2-f_1\right)\Big(\left(a_2-f_1\right)f_1+4a_2^2\Big)A_2-$$

$$-\Big(3\Big(a_2^2-f_1^2\Big)-a_2f_1\Big)A_3a_2\Big)f_1g_1^2+4\left(a_2-f_1\right)\Big(\left(2A_2-A_3\right)a_2^2+\left(A_3a_2-A_2f_1\right)f_1\Big)a_2f_0^2-$$

$$-A_3\left(f_1^2g_1\right)^2\Big)f_0g_2^5+\left(a_2-f_1\right)\Big\{4\Big[\left(A_3-A_2\right)\Big(a_2^2-f_1^2\Big)\left(f_1g_1\right)^2+2\Big(\Big(4\left(2a_2-f_1\right)a_2^2+$$

$$+\left(a_2+3f_1\right)f_1^2\Big)A_2-2\Big(a_2^2+2f_1^2\Big)A_3a_2\Big)a_2f_0^2\Big]g_1g_2^4+8\left(a_2-f_1\right)\Big[\Big(\left(2A_2-A_3\right)f_1+$$

$$+2\left(3A_2-A_3\right)a_2\Big)f_1g_1^2+\Big(4a_2^2-f_1^2\Big)A_2f_0^2\Big]a_2^2f_0g_2^3+2\left(a_2-f_1\right)\Big[\left(a_2-f_1\right)^2\left(f_1g_1\right)^2+$$

$$+2\left(2a_2+f_1\right)^2\left(a_2f_0\right)^2+6a_2f_1^3f_0^2\Big]A_2a_2g_1g_2^2+2\left(a_2-f_1\right)^2\times \qquad (11)$$

$$\times\Big(8a_2^2+\left(5a_2+3f_1\right)f_1\Big)A_2a_2^2f_1f_0g_1^2g_2+\left(a_2-f_1\right)^3\left(3a_2+f_1\right)A_2\left(a_2f_1\right)^2g_1^3\Big\}\Big\},$$

$$k_1=\frac{1}{4\gamma_*B_2f_1\left(a_2g_2\right)^2}\Big\{4\Big(2\left(A_1-A_2+A_3+B_2f_1\right)f_1^2+\Big(\left(2A_1+A_2-2A_3\right)f_1-$$

$$-3A_2a_2\Big)a_2\Big)g_2^5f_0+\left(a_2-f_1\right)\Big[4\left(A_1-A_2+A_3+B_2f_1\right)f_1^2g_1g_2^4+2\Big(\left(4A_1-A_2-4A_3\right)a_2f_1+$$

$$+\left(8A_1-5A_2\right)f_1^2-12A_2a_2^2\Big)a_2f_0g_2^3+\Big(2\left(2A_1+A_2+2A_3\right)a_2f_1-\left(8A_1-5A_2\right)f_1^2-$$

$$-3A_2a_2^2\Big)a_2f_1g_1g_2^2-3\left(a_2-f_1\right)\Big(2\left(2a_2+f_1\right)f_0g_0+\left(a_2-f_1\right)f_1g_1\Big)A_2a_2^3\Big]\Big\},$$

$$k_2=-\frac{1}{4\gamma_*B_2f_1g_2^2}\Big\{8\Big(2\left(A_2-A_3\right)-B_2f_1\Big)f_0g_2^5+\left(a_2-f_1\right)\Big[4\Big(\left(7A_2-4A_3\right)a_2+$$

$$+2\left(A_1+A_2-A_3\right)f_1\Big)f_0g_2^3-4\left(A_1+A_2-A_3\right)f_1^2g_1g_2^2+3\left(a_2-f_1\right)A_2a_2\Big)\times$$

$$\times\Big(2\left(2a_2+f_1\right)f_0g_2+\left(a_2-f_1\right)f_1g_1\Big)\Big]\Big\},$$

$$\alpha=-\frac{1}{4\gamma_*\Big(f_1g_2^2\Big)^2}\Big\{8\left(A_3-A_2\right)f_0g_2^7+\left(a_2-f_1\right)\Big[-4\Big(\left(7A_2-4A_3\right)a_2+2B_2f_1^2\Big)f_0g_2^5+$$

$$+4\left(A_1+B_2f_1\right)f_1^2g_1g_2^4+2\left(a_2-f_1\right)\Big(4\left(A_3-4A_2\right)a_2^2+\left(4f_1A_1-3a_2A_2\right)f_1\Big)f_0g_2^3+$$
$$+\left(a_2-f_1\right)^2\left(4f_1A_1-3a_2A_2\right)f_1g_1g_2^2-6\left(a_2-f_1\right)^2\times$$
$$\times\left(2a_2+f_1\right)a_2^2f_0A_2g_2-3\left(a_2-f_1\right)^3A_2a_2^2f_1g_1\Big]\Big\},$$

$$\beta=-\frac{1}{4\gamma_*\left(a_2f_1g_2\right)^2}\Big\{4\Big[2\left(A_1-A_2+A_3\right)f_1^2-2\left(a_2-f_1\right)B_2f_1^2-\Big(\left(a_2-3f_1\right)A_2+$$
$$+4A_3f_1\Big)a_2\Big]f_0g_2^5+\left(a_2-f_1\right)\Big\{4\left(B_2f_1+A_1-A_2+A_3\right)f_1^2g_1g_2^4+2\Big(\Big(\left(9f_1-4a_2\right)A_2-$$
$$-8A_3f_1\Big)a_2+\left(8A_1-5A_2\right)f_1^2\Big)a_2f_0g_2^3+\Big(\Big(4\left(A_1+A_3\right)f_1-\left(2f_1+3a_2\right)A_2\Big)a_2+$$
$$+\left(5A_2-8A_1\right)f_1^2\Big)a_2f_1g_1g_2^2-\left(a_2-f_1\right)^2\left(2\left(2a_2-f_1\right)f_0g_2+\left(3a_2+f_1\right)f_1g_1\right)A_2a_2^2\Big\}\Big\},$$

$$\lambda_1=-\frac{f_0\left(\left(a_2-f_1\right)g_1+2f_0g_2\right)}{8\gamma_*\left(a_2f_1\right)^2g_2^3}\Big\{4\Big(2\left(A_1-A_2+A_3+B_2f_1\right)f_1^2+$$
$$+\left(3A_2-4A_3-2B_2f_1\right)a_2f_1-A_2a_2^2\Big)f_0g_2^5+\left(a_2-f_1\right)\Big[4\left(A_1-A_2+A_3+B_2f_1\right)f_1^2g_1g_2^4+$$
$$+2\Big(\left(9A_2-8A_3\right)a_2f_1+\left(8A_1-5A_2\right)f_1^2-4A_2a_2^2\Big)a_2f_0g_2^3+\Big(2\left(2A_1-A_2+2A_3\right)a_2f_1-$$
$$-\left(8A_1-5A_2\right)f_1^2-3A_2a_2^2\Big)a_2f_1g_1g_2^2-\left(a_2-f_1\right)^2\left(2\left(2a_2-f_1\right)f_0g_2+$$
$$+\left(3a_2+f_1\right)f_1g_1\right)A_2a_2^2\Big]\Big\},\quad \lambda_2=-\alpha f_0g_1+\left(g_0-f_0b_1k_2\right)B_2,\quad s_1=0,\quad s_2=-\alpha g_0,$$

$$b_2=\frac{a_2\left(a_2-f_1\right)+g_2^2}{g_2f_1},\quad b_1=-\frac{4f_0g_2^3-4f_1g_1g_2^2+2\left(2a_2-f_1\right)\left(a_2-f_1\right)f_0g_2-\left(a_2-f_1\right)^2f_1g_1}{4\left(g_2f_1\right)^2},$$

$$a_1=\frac{2f_0g_2+\left(a_2-f_1\right)g_1}{2g_2},\quad a_0=0,\quad c_4=-\frac{a_2^2+g_2^2}{f_1^2},\quad c_0=0,\quad c_1=0,\quad b_0=0,$$

$$c_3=\frac{2f_0g_2^3-2f_1g_1g_2^2+2\left(a_2-f_1\right)f_0a_2g_2+\left(f_1-a_2\right)f_1a_2g_1}{f_1^3g_2},$$

$$c_2=\frac{1}{4f_1^4g_1g_2^2}\Big(-4f_0^2g_1g_2^4+8f_1f_0g_1^2g_2^3+4g_1\Big(\left(f_1-a_2\right)a_2f_0^2-\left(f_1g_1\right)^2\Big)g_2^2+$$
$$+2\left(3a_2-f_1\right)\left(a_2-f_1\right)f_1f_0g_1^2g_2-\left(a_2-f_1\right)^2f_1^2g_1^3\Big),$$

$$g_0=-\frac{\Big(4f_0g_2^3-4f_1g_1g_2^2+2\left(2a_2-f_1\right)\left(a_2-f_1\right)f_0g_2-\left(a_2-f_1\right)^2f_1g_1\Big)f_0}{4\left(f_1g_2\right)^2},$$

$$g_1=-\frac{2f_0g_2}{\left(a_2-f_1\right)\left(3a_2+f_1\right)\Big(\left(a_2-f_1\right)a_2-2g_2^2\Big)A_2f_1}\Big[2\left(A_3-A_2\right)g_2^4+$$
$$+2\Big(3\left(A_2-A_3\right)f_1+A_2a_2\Big)a_2g_2^2+\left(a_2-f_1\right)\Big(\left(a_2+f_1\right)f_1+4a_2^2\Big)A_2a_2+2\sqrt{\tilde{\gamma}}\Big].$$

Здесь

$$\gamma_* = 2 f_0 g_2^3 + (a_2 - f_1)\Big(2(a_2 + f_1) f_0 g_2 - f_1^2 g_1\Big),$$

$$\tilde{\gamma} = (A_2 - A_3)^2 g_2^8 + 2(A_2 - A_3)\Big(\big((2a_2 + f_1)a_2 + f_1^2\big)A_2 + 3a_2 f_1 A_3\Big) g_2^6 +$$

$$+\Big((a_2 + f_1)\big((a_2 + f_1) f_1^2 + 6a_2^3\big)A_2^2 + \big(a_2^2 - 5(2a_2 + 3f_1) f_1\big)A_2 A_3 a_2^2 +$$

$$+9(a_2 f_1)^2 A_3^2\Big) g_2^4 + (a_2 - f_1)a_2^2\Big(2(a_2 + 2f_1)\big((2a_2 + f_1)a_2 + f_1^2\big)A_2 +$$

$$+\big(3a_2^3 - 11a_2^2 f_1 - 6a_2 f_1^2 - 4f_1^3\big)A_3\Big)A_2 g_2^2 + (a_2 - f_1)^2 (a_1 + 2f_1)^2 a_2^4 A_2^2.$$

Для параметра g_2 получено уравнение $g_0^2 + c_2 f_0^2 = 1$.

Функцию $\sigma = \sigma(t)$ находим из дифференциального уравнения (4)

$$\dot{\sigma} = d_3^* \sigma^2 \sqrt{c_4 \sigma^2 + c_3 \sigma + c_2}\,(2A_1)^{-1}. \tag{12}$$

Укажем при выполнении условий (11) действительный числовой пример решения (3), (8), (12).

Пусть

$$A_2 = \frac{4}{5}a, \quad A_3 = a, \quad f_1 = 3g, \quad a_2 = 2g, \quad f_0 = f,$$

$$\gamma_0 = \sqrt{18649}, \quad g = \frac{\sqrt{143290 - 818\gamma_0}}{1296} f^2, \quad (a > 0,\ f > 0). \tag{13}$$

Тогда параметры задачи и исследуемое решение таковы:

$$A_1 = \frac{4139 - 17\gamma_0}{2160}a, \quad B_1 = \frac{387133 - 871\gamma_0}{747360g}a, \quad B_2 = \frac{3871\gamma_0 - 639973}{747360g}a,$$

$$B_3 = \frac{4783\gamma_0 - 386005}{747360g}a, \quad \alpha = \frac{9897 + 77\gamma_0}{62280g^2}a, \quad \beta = \frac{3403\gamma_0 - 482281}{1494720g^2}a,$$

$$\boldsymbol{s} = \left(0;\ \frac{(213353 + 863\gamma_0)af^2}{10089360g^3};\ 0\right), \tag{14}$$

$$\boldsymbol{\lambda} = \frac{af^2}{1681560g^2}(101953 - 899\gamma_0;\ 1397\gamma_0 - 46477;\ 0);$$

$$\omega_1 = \sigma^2, \quad \omega_2 = \frac{\sigma}{3}\left(-\sigma + \frac{(553 - 5\gamma_0)f}{432g}\right), \quad \omega_3^2 = \frac{\sigma^2}{9}R^*(\sigma),$$

$$R^*(\sigma) = h_2\sigma^2 + h_1\sigma + h_0,$$

$$h_2 = -5, \quad h_1 = -\frac{2f}{3g}, \quad h_0 = \frac{(589\gamma_0 - 78593)f^2}{23328g^2}, \tag{15}$$

$$\nu_1 = \sigma\left(2g\sigma + \frac{(91 + \gamma_0)f}{216}\right), \quad \nu_2 = g\sigma^2 + \frac{(125 - \gamma_0)f}{108}\sigma + \frac{(553 - 5\gamma_0)f^2}{1296g},$$

$$\nu_3 = \left(g\sigma + \frac{f}{3}\right)\sqrt{R^*(\sigma)},$$

Функция $\sigma = \sigma(t)$ удовлетворяет уравнению

$$\dot{\sigma} = \frac{\sigma^2}{6}\sqrt{R^*(\sigma)}, \tag{16}$$

где

$$\sigma \in [\sigma_1;\, \sigma_2],\ \sigma_1 = -\frac{\left(72+\sqrt{5890\gamma_0 - 780746}\right) f}{1080g},\ \sigma_2 = \frac{\left(-72+\sqrt{5890\gamma_0 - 780746}\right) f}{1080g}.$$

На указанном в (16) отрезке изменения σ, исключая граничные значения, квадратичная функция $R^*(\sigma)$ принимает положительные значения. Следовательно, действительность решения (13)–(16) установлена. Обращением интеграла, вытекающего из (16), имеем

$$\frac{h_1}{2h_0^{3/2}}\ln\left|\frac{2h_0+h_1\sigma}{2h_0\sigma} + \frac{\sqrt{R^*(\sigma)}}{\sigma\sqrt{h_0}}\right| - \frac{1}{h_0\sigma}\sqrt{R^*(\sigma)} = \frac{1}{6}(t-t_0).$$

Данное уравнение является трансцендентным уравнением на переменную σ. Получение явной зависимости невозможно. Однако, на основании уравнения (16) и свойства значений σ_1, σ_2 $(\sigma_1 < 0,\ \sigma_2 > 0)$ можно сделать вывод о том, что точку $\sigma = 0$ содержит область изменения $\sigma(t)$. Это означает, что при $t \to \infty$ переменная $\sigma(t) \to 0$, то есть движение гиростата характеризуется в силу (15) свойством асимптотичности к состоянию покоя.

Решение (13)–(16) характеризуется двумя линейными инвариантными соотношениями вида $\omega_1 - \rho_1\nu_1 - \rho_2\nu_2 - \rho_0 = 0$, $\omega_2 - \tilde{\rho}_1\nu_1 - \tilde{\rho}_2\nu_2 - \tilde{\rho}_0 = 0$, производная которых в силу уравнений (1) не обращается тождественно в нуль.

Второе новое частное решение. Рассмотрим второй вариант из (9), для которого решение уравнений (1) таково:

$$\omega_1 = \sigma^2, \qquad \omega_2 = Q(\sigma) = b_2\sigma^2 + b_1\sigma + b_0, \qquad \omega_3{}^2 = R(\sigma) = c_2\sigma^2 + c_1\sigma + c_0,$$
$$\nu_1 = \varphi(\sigma) = a_2\sigma^2 + a_1\sigma + a_0,\ \nu_2 = \psi(\sigma) = g_2\sigma^2 + g_1\sigma + g_0, \tag{17}$$
$$\nu_3 = \frac{æ(\sigma)}{\sigma}\sqrt{R(\sigma)},\ æ(\sigma) = f_2\sigma^2 + f_1\sigma + f_0.$$

Коэффициенты многочленов решения (17) найдем из условий совместности системы (10), в которой свободными параметрами являются величины A_1, A_2, b_2, g_2, f_1. Запишем решение этой системы, положив в ней $c_4 = 0$, $c_3 = 0$:

$$A_3 = \frac{4}{\tau_1\tau_2 g_2 b_2}\Big\{-A_2^2 B_3 g_2^3 b_2^6 + \left(A_1A_2 - \left(B_3 g_2^2 + 4A_2 f_1\right)B_3\right)A_2 g_2^2 b_2^5 +$$
$$+2\Big(2\left(A_1 - B_3 f_1\right)A_2 f_1 - \left(A_1 - A_2 + 2B_3 f_1\right)g_2^2 B_3\Big)A_2 g_2 b_2^4 + \Big(-2\left(2A_1 - A_2\right)g_2^4 B_3^2 +$$
$$+\left[-2\left(A_1 - 2A_2 + 2B_3 f_1\right)B_3 f_1 + \left(3A_1 - 2A_2\right)A_1\right]A_2 g_2^2 + 3A_1 A_2^2 f_1{}^2\Big)b_2^3 +$$
$$+\Big(\Big(2\left(2A_1 - A_2\right)A_1 - A_2^2 - 4\left(2A_1 - A_2\right)B_3 f_1\Big)g_2^2 B_3 + 2\left(3A_1 - A_2\right)A_1 A_2 f_1\Big)g_2 b_2^2 +$$

$$+\Big(2\big(4A_1-A_2-2B_3f_1\big)A_1B_3f_1g_2^2+\big(3A_1^2f_1^2-B_3^2g_2^4\big)A_2\Big)b_2+4A_1^2B_3f_1^2g_2\Big\},$$

$$B_1=\tilde{k}_1B_3,\quad B_2=\tilde{k}_2B_3,$$

$$B_3=-\frac{1}{4\tau_0}\Big\{2A_2^2g_2^3b_2^8+12A_2^2f_1g_2^2b_2^7+\Big(\big(6A_1-7A_2\big)g_2^2+24A_2f_1^2\Big)A_2g_2b_2^6+$$
$$+2\Big(\big(12A_1-11A_2\big)g_2^2+8A_2f_1^2\Big)A_2f_1b_2^5+2\big(A_1-A_2\big)\Big(\big(2A_1-A_2\big)g_2^2+8A_2f_1^2\Big)g_2b_2^4-$$
$$-2\big(A_1-A_2\big)\big(6A_1-A_2\big)f_1g_2^2b_2^3-\big(2A_1-A_2\big)\Big(3\big(A_2-2A_1\big)g_2^2+16A_1f_1^2\Big)g_2b_2^2-$$
$$-2\Big(5\big(A_2-2A_1\big)g_2^2+8A_1f_1^2\Big)A_1f_1b_2+8A_1^2f_1^2g_2-$$
$$-\Big(A_2g_2b_2^3+2A_2f_1b_2^2+\big(2A_1-A_2\big)g_2b_2+2A_1f_1\Big)\sqrt{\tau}\Big\},$$

$$\tilde{k}_1=-\frac{1}{\tau_1B_3g_2b_2^2}\Big\{A_2B_3g_2^2b_2^5-\Big(A_2^2-4B_3^2g_2^2\Big)g_2b_2^4+\Big(-2\big(3A_1-2A_2-2B_3f_1\big)B_3g_2^2+$$
$$+\big(3A_1-4A_2\big)A_2f_1\big)b_2^3+\Big(\big(2A_1-A_2\big)\big(2A_1-3A_2\big)-4\Big(A_1f_1-B_3g_2^2\Big)B_3\Big)g_2b_2^2+$$
$$+\Big(-\big(3\big(2A_1-A_2\big)-4B_3f_1\big)g_2^2B_3+\big(4A_1-5A_2\big)A_1f_1\Big)b_2-4A_1B_3g_2f_1\Big\},$$

$$\tilde{k}_2=-\frac{1}{\tau_1B_3g_2}\Big\{-2A_2B_3g_2^2b_2^5+\Big(\big(2A_1-A_2\big)A_2-2\Big(B_3g_2^2+2A_2f_1\Big)B_3\Big)g_2b_2^4+$$
$$+\Big(-2\big(A_1-A_2+2B_3f_1\big)B_3g_2^2+\big(5A_1-4A_2\big)A_2f_1\Big)b_2^3+\Big(2\big(2A_1-3A_2\big)A_1+$$
$$+\big(3A_2-4B_3f_1\big)A_2\Big)g_2b_2^2+\Big(-2\big(A_1-2A_2+2B_3f_1\big)B_3g_2^2+\big(4A_1-3A_2\big)A_1f_1\Big)b_2+2B_3^2g_2^3\Big\},$$

$$\alpha=\frac{A_1-B_3g_2b_2}{g_2^2},\qquad\beta=-\frac{B_3g_2+A_2b_2}{g_2^2b_2},$$

$$\lambda_1=-\frac{2}{\tau_1\tau_2^2f_2^2g_2b_2}\Big\{\Big(A_2f_1-2B_3g_2^2\Big)b_2^2+\big(2A_1-A_2-2B_3f_1\big)g_2b_2+2A_1f_1\Big\}\times$$
$$\times\Big\{2A_2^3g_2^2f_1b_2^6+\Big(\big(A_1-2A_2-6B_3f_1\big)A_2g_2^2+7A_2^2f_1^2+8B_3^2g_2^4\Big)A_2g_2b_2^5+$$
$$+\Big(\big(2\big(8A_1-7A_2\big)+7B_3f_1\big)A_2^2f_1g_2^2-2\Big(3\big(2A_1-A_2\big)A_2-4B_3^2g_2^2\Big)B_3g_2^4-4A_2^3f_1^3\Big)b_2^4+$$
$$+\Big(\Big(8A_1^2-15A_1A_2+6A_2^2+2\big(2A_1-11A_2+2B_3f_1\big)B_3f_1\Big)A_2g_2^2-$$
$$-4\big(3A_1-4A_2-2B_3f_1\big)B_3^2g_2^4+\big(8A_1+3A_2-12B_3f_1\big)A_2^2f_1^2\Big)g_2b_2^3+$$
$$+\Big(\Big(12\big(A_1-A_2\big)A_1-\big(4A_1-11A_2+8B_3f_1\big)B_3f_1\Big)A_2f_1g_2^2+2\Big(4A_1^2-14A_1A_2+7A_2^2-$$
$$-2B_3\Big(2A_1f_1-\Big(f_1^2+2g_2^2\Big)B_3\Big)\Big)B_3g_2^4-4A_1A_2^2f_1^3\Big)b_2^2+4\Big(\Big(\big(2A_1-5A_2\big)A_1-$$
$$-\big(2A_1-3A_2\big)B_3f_1\Big)B_3f_1g_2^2-\big(3A_1-2A_2-2B_3f_1\big)B_3^2g_2^4+\big(A_1-3B_3f_1\big)A_1A_2f_1^2\Big)g_2b_2-$$
$$-4\Big(2\Big(f_1^2+g_2^2\Big)A_1-B_3f_1g_2^2\Big)B_3^2f_1g_2^2\Big\},$$

$$\lambda_2=B_2g_0+\big(A_3-A_2\big)b_0-\big(\alpha g_0+B_3b_0+s_2\big)f_1, \tag{18}$$

$$s_1=-\frac{2}{\tau_1\tau_2 f_2^2 g_2 b_2^2}\Big\{\big(A_2 f_1-2B_3 g_2^2\big)b_2^2+\big(2A_1-A_2-2B_3 f_1\big)g_2 b_2+2A_1 f_1\Big\}\times$$
$$\times\Big\{2\big(A_2 f_1+B_3 g_2^2\big)A_2 g_2 b_2^5+\Big(2\big(4A_2^2 f_1^2+B_3^2 g_2^4\big)-\big(A_2-2B_3 f_1\big)A_2 g_2^2\Big)b_2^4+$$
$$+\Big(\big(11A_1-10A_2+8B_3 f_1\big)A_2 f_1-\big(2A_1-A_2\big)B_3 g_2^2\Big)g_2 b_2^3+\Big(2\big(4A_1A_2 f_1^2+B_3^2 g_2^4\big)+$$
$$+\big(\big(2A_1-A_2\big)\big(2A_1-3A_2\big)+2\big(4A_1-5A_2\big)B_3 f_1\big)g_2^2\Big)b_2^2+$$
$$+\Big(\big(4A_1-5A_2+8B_3 f_1\big)A_1 f_1-3\big(2A_1-A_2\big)B_3 g_2^2\Big)g_2 b_2-4A_1B_3 f_1 g_2^2\Big\},$$
$$s_2=f_2^{-1}\Big(-A_1a_1g_2^{-1}+\big(A_3-A_2\big)b_1+B_2g_1-\alpha\big(g_1f_1+g_0f_2\big)-B_3\big(b_1f_1+b_0f_2\big)\Big),$$
$$b_1=-\frac{2}{\tau_2 f_2}\Big[\big(A_2 f_1-B_3 g_2^2\big)b_2^2+\big(A_1-A_2\big)g_2 b_2+A_1 f_1-B_3 g_2^2\Big],$$
$$b_0=-\frac{2}{\tau_2 f_2^2}\Big[\big(A_2 f_1-2B_3 g_2^2\big)g_2 b_2^3+\Big(\big(2\big(A_1-A_2\big)-B_3 f_1\big)g_2^2-A_2 f_1^2\Big)b_2^2+$$
$$+\big(A_1 f_1-2B_3 g_2^2\big)g_2 b_2-\big(A_1 f_1+B_3 g_2^2\big)f_1\Big],$$
$$c_2=-\frac{\big(b_2^2+1\big)g_2^2}{f_2^2},\quad c_1=\frac{2g_2^2}{\tau_2 f_2^3}\Big\{\big(3A_2 f_1-4B_3 g_2^2\big)b_2^3+2\big(2\big(A_1-A_2\big)-B_3 f_1\big)g_2 b_2^2+$$
$$+\big(4\big(A_1 f_1-B_3 g_2^2\big)-A_2 f_1\big)b_2-2B_3 f_1 g_2\Big\},\qquad c_0=\frac{\Delta_1^*}{f_2^4},$$
$$a_2=-g_2 b_2,\quad a_1=\frac{2g_2}{\tau_2 f_2}\Big[\big(A_2 f_1-2B_3 g_2^2\big)b_2^2+\big(\big(2A_1-A_2\big)-2B_3 f_1\big)g_2 b_2+2A_1 f_1\Big],$$
$$a_0=\frac{\Delta_2^*}{f_2^2},\qquad g_1=\frac{2\big(g_2b_2+f_1\big)g_2}{f_2},\qquad g_0=\frac{\Delta_3^*}{f_2^2},$$
$$f_0=0,\qquad f_2=\sqrt[4]{\Delta_1^* f_1^2+\big(\Delta_2^*\big)^2+\big(\Delta_3^*\big)^2}\,.$$

Здесь

$$\tau_0=\Big[A_2 g_2^3 b_2^6+6A_2 f_1 g_2^2 b_2^5+2\Big(\big(A_1-2A_2\big)g_2^2+6A_2 f_1^2\Big)g_2 b_2^4+$$
$$+2\Big(7\big(A_1-A_2\big)g_2^2+4A_2 f_1^2\Big)f_1 b_2^3+\Big(3\big(A_2-2A_1\big)g_2^2+4\big(5A_1-3A_2\big)f_1^2\Big)g_2 b_2^2+$$
$$+2\Big(\big(2A_2-5A_1\big)g_2^2+4A_1 f_1^2\Big)f_1 b_2-4A_1 f_1^2 g_2\Big]g_2 b_2,$$
$$\tau=4A_2^2 g_2^4 b_2^{10}+32A_2^2 f_1 g_2^3 b_2^9+4\Big(\big(6A_1-7A_2\big)g_2^2+24A_2 f_1^2\Big)A_2 g_2^2 b_2^8+$$
$$+8\Big(\big(21A_1-20A_2\big)g_2^2+16A_2 f_1^2\Big)A_2 f_1 g_2 b_2^7+\Big(\big(36A_1^2-108A_1A_2+61A_2^2\big)g_2^4+$$
$$+16\Big(\big(24A_1-19A_2\big)g_2^2+4A_2 f_1^2\Big)A_2 f_1^2\Big)b_2^6+8\Big(3\Big(8A_1^2-20A_1A_2+9A_2^2\Big)g_2^2+$$
$$+8\big(5A_1-3A_2\big)A_2 f_1^2\Big)f_1 g_2 b_2^5+\Big(-6\big(2A_1-A_2\big)\big(6A_1-7A_2\big)g_2^4+$$

$$+32\Big(\Big(11A_1^2-19A_1A_2+6A_2^2\Big)g_2^2+2A_1A_2f_1^2\Big)f_1^2\Big)b_2^4+8\Big(-3\Big(10A_1^2-12A_1A_2+3A_2^2\Big)g_2^2+$$

$$+8\big(4A_1-3A_2\big)A_1f_1^2\Big)f_1g_2b_2^3+\Big(9\big(2A_1-A_2\big)^2g_2^4+32\Big(\big(4A_2-7A_1\big)g_2^2+2A_1f_1^2\Big)A_1f_1^2\Big)b_2^2-$$

$$-8\Big(3\big(A_2-2A_1\big)g_2^2+8A_1f_1^2\Big)A_1f_1g_2b_2+16\big(f_1g_2A_1\big)^2,$$

$$\tau_1=A_2g_2b_2^3+\Big(4A_2f_1-2B_3g_2^2\Big)b_2^2+\big(4A_1-3A_2\big)g_2b_2+4A_1f_1-2B_3g_2^2,$$

$$\tau_2=2B_3g_2+A_2b_2,$$

$$\Delta_1^*=\frac{g_2}{\tau_2}\Big[4\Big(A_2f_1-2B_3g_2^2\Big)g_2^2b_2^4+\Big(8\big(A_1-A_2-B_3f_1\big)g_2^2-3A_2f_1^2\Big)g_2b_2^3+$$

$$+\Big(-4\Big(A_1f_1+2B_3g_2^2\Big)+A_2f_1\Big)f_1g_2b_2+2\Big(\Big(4\Big(A_1f_1-B_3g_2^2\Big)-$$

$$-\big(2A_2+B_3f_1\big)f_1\big)g_2^2-2A_2f_1^3\Big)b_2^2-2\Big(2A_1f_1+B_3g_2^2\Big)f_1^2\Big],$$

$$\Delta_2^*=\frac{2}{\tau_2}\big(b_2g_2+f_1\big)g_2\Big[\Big(A_2f_1-2B_3g_2^2\Big)b_2^2+\big(2A_1-A_2-2B_3f_1\big)g_2b_2+2A_1f_1\Big],$$

$$\Delta_3^*=-\frac{2}{\tau_2^2}\Big[2\Big(A_2f_1-B_3g_2^2\Big)\Big(A_2f_1-2B_3g_2^2\Big)b_2^4g_2+\Big(4\big(A_2-2A_1+B_3f_1\big)B_3g_2^4+$$

$$+\big(2\big(3A_1-2A_2\big)-3B_3f_1\big)A_2f_1g_2^2-A_2^2f_1^3\Big)b_2^3+\Big(\Big(\big(2A_1-A_2\big)^2-$$

$$-2\big(6A_1+A_2-B_3f_1\big)B_3f_1\big)g_2^2+\big(5A_1-2B_3f_1\big)A_2f_1^2\Big)g_2b_2^2+\Big(\Big(4\big(2A_1-A_2\big)A_1-$$

$$-\big(6A_1+A_2\big)B_3f_1\big)g_2^2-A_1A_2f_1^2-4B_3^2g_2^4\Big)f_1b_2+2\Big(\big(2A_1-B_3f_1\big)A_1-B_3^2g_2^2\Big)f_1^2g_2\Big].$$

Зависимость вспомогательной переменной σ от времени в решении (17) устанавливаем из дифференциального уравнения, вытекающего из (4)

$$\dot\sigma=\Big(f_2\sigma^2-a_1\Big)\big(2g_2\big)^{-1}\sqrt{R(\sigma)}\,. \tag{19}$$

Укажем, при выполнении условий (18), (19) действительный численный пример решения (17) уравнений (1). Пусть

$$A_1=3a,\quad A_2=4a,\quad f_1=\frac{3a}{b},\quad g_2=-\frac{a}{b},\quad b_2=2,\quad \big(a>0,\,b>0\big). \tag{20}$$

Тогда из выполнений условий (18) имеем

$$A_3=\frac{\big(419-\delta\big)a}{72},\quad \delta=\sqrt{23497},$$

$$B_1=\frac{13608-115\delta}{4176}b,\qquad B_2=-\frac{8087+125\delta}{4176}b,\qquad B_3=\frac{1401-13\delta}{464}b,$$

$$\alpha=\frac{\big(2097-13\delta\big)b^2}{232a},\qquad \beta=-\frac{\big(2311+13\delta\big)b^2}{928a},$$

$$\boldsymbol{s}=\frac{a^2}{58f^2b}\Big(33\big(215+2\delta\big);\,144^{-1}\big(51037\delta-8578943\big);\,0\Big), \tag{21}$$

$$\lambda = -\frac{a^3}{928 f^2 b^2}\left(3\left(967\delta + 160227\right);\ 9^{-1}\left(33449\delta + 5959253\right);\ 0\right);$$

$$\omega_1 = \sigma^2, \quad \omega_2 = 2\sigma^2 - \frac{(45+\delta)a}{16fb}\sigma + \frac{(7\delta - 165)a^2}{16(fb)^2},$$

$$\omega_3^2 = R(\sigma) = -\frac{5a^2}{(fb)^2}\sigma^2 + \frac{(\delta - 15)a^3}{2(fb)^3}\sigma + \frac{(\delta - 75)a^4}{8(fb)^4}, \tag{22}$$

$$v_1 = \frac{2a}{b}\sigma^2 + \frac{(67-\delta)a^2\sigma}{8fb^2} + \frac{(67-\delta)a^3}{8f^2b^3}, \quad v_2 = -\frac{a\sigma^2}{b} - \frac{2a^2\sigma}{fb^2} + \frac{(12013+17\delta)a^3}{64f^2b^3},$$

$$v_3 = \left(f\sigma + \frac{3a}{b}\right)\sqrt{R(\sigma)},$$

где

$$f = \left(\frac{2371447127592}{76274153 - 202237\delta}\right)^{1/4}\frac{a\sqrt{a}}{b\sqrt{b}}, \quad \sigma \in [\sigma_1;\ \sigma_2],$$

$$\sigma_1 = \frac{\left(\delta - 15 - 2\sqrt{5743 - 5\delta}\right)a}{20fb}, \quad \sigma_2 = \frac{\left(\delta - 15 + 2\sqrt{5743 - 5\delta}\right)a}{20fb}.$$

Функцию времени $\sigma = \sigma(t)$ получим обращением интеграла, вытекающего из уравнения

$$\dot{\sigma} = \left(-\frac{fb\sigma^2}{2a} + \frac{(67-\delta)a}{16fb}\right)\sqrt{R(\sigma)}. \tag{23}$$

На указанном в (22) отрезке изменения σ, исключая граничные точки, квадратичная функция $R(\sigma)$ принимает положительные значения. Следовательно, действительность решения (20)– 23) установлена.

Построенное решение (20)–(23) можно характеризовать как решение с двумя линейными инвариантными соотношениями вида

$$(g_2a_1 - g_1a_2)\omega_1 + g_1v_1 - a_1v_2 + a_1g_0 - a_0g_1 = 0,$$

$$(g_2a_1 - g_1a_2)\omega_2 + (b_2g_1 - b_1g_2)v_1 + (b_1a_2 - b_2a_1)v_2 + b_2(a_1g_0 - a_0g_1) +$$
$$+ b_1(g_2a_0 - g_0a_2) + b_0(g_1a_2 - g_2a_1) = 0,$$

производные от которых, в силу уравнений (1) не обращается тождественно в нуль на данных инвариантных соотношениях. Указанное решение не является частным случаем решения С.В. Скрыпник [13].

Выводы. В работе изучены условия существования двух новых случаев интегрируемости в задаче о движении гиростата под действием потенциальных и гиростатических сил. Новые частные решения не имеют аналогов среди решений классической задачи динамики твердого тела и задачи динамики тяжелого гиростата.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Харламов П.В. Лекции по динамике твердого тела / П.В. Харламов. – Новосибирск: Изд-во НГУ, 1965. – 221 с.
2. Гашененко И.Н. Классические задачи динамики твердого тела / И.Н. Гашененко, Г.В. Горр, А.М. Ковалев. – Киев: Наук. думка, 2012. – 401 с.
3. Горр Г.В. Динамика гиростата, имеющего неподвижную точку / Г.В. Горр, А.В. Мазнев. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2010. – 364 с.
4. Горр Г.В. Движение гиростата / Г.В. Горр, А.М. Ковалев. – Киев: Наук. думка, 2013. – 408 с.
5. Борисов А.В. Необходимые и достаточные условия интегрируемости уравнений Кирхгофа / А.В. Борисов // Red. End Chaot. Dyn. – 1996. – Vol. 1, No 2. – P. 61-73.
6. Зиглин С.Л. Ветвление решений и несуществование первых интегралов в гамильтоновых системах / С.Л. Зиглин // Функциональный анализ и его применения. – 1983. – Т. 17, № 1. – С. 8-23.
7. Козлов В.В. Неинтегрируемость уравнений Кирхгофа / В.В. Козлов, Д.А. Онищенко // Докл. АН СССР. – 1982. – Т. 266, № 6. – С. 1298-1300.
8. Klein F. Uber die Theorie des Kreisels / Klein F., Sommerfeld A. – New York e.a. Johnson reprint corp, 1965. – 966 p.
9. Харламов П.В. Современное состояние и перспективы развития классических задач динамики твердого тела / П.В. Харламов // Механика твердого тела. – 2000. – Вып. 30. – С. 1-13.
10. Горр Г.В. Об одном подходе в применении теоремы Пуансо кинематического истолкования движения тела с неподвижной точкой / Г.В. Горр // Механика твердого тела. – 2012. – Вып. 42. – С. 26-36.
11. Зыза А.В. Компьютерное исследование полиномиальных решений уравнений динамики гиростата / А.В. Зыза // Компьютерное исследование и моделирование. – 2018. – Т. 10, № 1. – С. 7-25.
12. Зыза А.В. Алгебраические инвариантные соотношения в решении уравнений Киргофа-Пуассона / А.В. Зыза, Е.С. Платонова // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2020. – № 1. – С. 16–21.
13. Скрыпник С.В. Об одном классе двух линейных инвариантных соотношений в обобщенной задаче динамики / С.В. Скрыпник // Механика твердого тела. – 1999. – Вып. 28. – С.31-40.

Поступила в редакцию 20.11.2023 г.

NEW CASES OF INTEGRABILITY OF KIRCHHOFF-POISSON EQUATIONS ON QUADRATIC INVARIANT RELATIONS

A.V. Zyza

We study the existence conditions for particular solutions of the polynomial structure of the differential equations of the gyrostat motion problem. This problem is considered in the action field of potential and gyroscopic forces related to the Kirchhoff-Poisson equations. Two new solutions to the problem under consideration, that are described by elementary functions of time, are constructed.

Keywords: gyrostat; Kirchhoff-Poisson equations; polynomial solutions; potential and gyroscopic forces; Invariant relations.

Зыза Александр Васильевич
Доктор физико-математических наук, профессор;
профессор кафедры высшей математики и методики преподавания математики
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: z9125494@mail.ru

Zyza Alexander Vasilievich
Doctor of Physico-Mathematical Sciences, Professor;
Professor at the Department of higher mathematics and methods of teaching mathematics,
Donetsk State University, Donetsk, DPR, RF.
E-mail: z9125494@mail.ru

УДК 539.3:534.1

ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТРЕХПАРЦИАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭЛЕКТРОУПРУГИХ ВОЛН В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ НЕОДНОРОДНОГО ПЬЕЗОЭЛЕКТРИКА РОМБИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

© 2023. ***Д.С. Карасев, С.В. Сторожев, В.А. Шалдырван***

Представлена методика аналитического интегрирования уравнений распространения трехпарциальных локализованных электроупругих волн вдоль произвольно ориентированного направления в граничной плоскости полупространства из пьезоэлектрического материала класса mm2 ромбической системы с описываемыми при помощи двойных экспоненциальных функций непрерывно изменяющимися вдоль ортогональной к границе координаты параметрами деформационных и электрических характеристик. Используемый закон непрерывной неоднородности отражает эффект локализации области выраженных изменений физико-механических параметров пьезоэлектрического материала в приграничной зоне полупространства и асимптотическое стремление этих характеристик к постоянным величинам в его глубине. С применением итерационного алгоритма последовательных приближений базисные частные решения для рассматриваемой системы волновых уравнений построены в аналитической форме векторных экспоненциальных рядов с коэффициентами, получаемыми из матрично-векторных рекуррентных соотношений.

Ключевые слова: полупространство неоднородного анизотропного пьезоэлектрика, ромбическая симметрия физико-механических свойств, двойная экспоненциальная неоднородность, локализованные электроупругие волны, система волновых уравнений, аналитические представления базисных решений, векторные экспоненциальные ряды.

Введение. Теоретический анализ эффектов распространения связанных поверхностных электроупругих волн вдоль граничных поверхностей полубесконечных анизотропных пьезоактивных тел, относящихся к различным классам по виду симметрии физико-механических свойств, проведен, в частности, в работах [1–7]. Новыми актуальными аспектами исследования этой проблемы является учет разнотипной непрерывной неоднородности функционально-градиентных пьезоэлектрических материалов, создаваемых на базе аддитивных технологий [8–16]. В данном контексте целью настоящей работы является разработка методики аналитического интегрирования уравнений распространения трехпарциальных локализованных электроупругих волн вдоль произвольно ориентированного направления в граничной плоскости полупространства из пьезоэлектрического материала класса mm2 ромбической системы с описываемыми при помощи двойных экспоненциальных функций непрерывно изменяющимися вдоль ортогональной к границе координаты параметрами деформационных и электрических характеристик. Разрабатываемая методика является обобщением на рассматриваемый класс задач подходов, представленных в работах [17–22].

1. Исходные соотношения рассматриваемой задачи. Рассматривается полубесконечное упругое тело из функционально-градиентного пьезоэлектрического материала класса mm2 ромбической системы, занимающее в декартовой системе координат $Ox_1x_2x_3$ область

$$V = \{(x_1, x_2) \in R^2,\, x_3 \geq 0\}. \qquad (1)$$

Направления физико-механической симметрии материала ориентированы вдоль координатных осей Ox_j. Вдоль координатного направления Ox_3 физико-механические характеристики материала являются переменными непрерывными величинами. Представления для модулей упругости $c_{ij}(x_3)$, пьезоэлектрических модулей $e_{ij}(x_3)$, диэлектрических проницаемостей $\varepsilon_{ij}(x_3)$ и параметра плотности $\rho\ (x_3)$ материала полупространства соответственно имеют вид

$$c_{ij}(x_3)=c_{ij0}\cdot\vartheta\ (\lambda,\beta,x_3),\quad e_{ij}(x_3)=e_{ij0}\cdot\vartheta\ (\lambda,\beta,x_3),\quad \varepsilon_{ij}(x_3)=\varepsilon_{ij0}\cdot\vartheta\ (\lambda,\beta,x_3),\quad (2)$$
$$\rho\ (x_3)=\rho_0\cdot\vartheta\ (\lambda,\beta,x_3),\quad \vartheta\ (\lambda,\beta,x_3)=\exp(\lambda\exp(-\beta x_3)),$$

где λ и $\beta>0$ – коэффициенты неоднородности материалов полупространства.

Система дифференциальных уравнений в частных производных для комплексных функций динамических перемещений $u_j(x_1,x_2,x_3,t)$ и потенциала квазистатического электрического поля $\varphi(x_1,x_2,x_3,t)$, применительно к рассматриваемому случаю распространения связанных поверхностных трехпарциальных электроупругих волн вдоль произвольно ориентированного направления в граничной плоскости Ox_1x_2 полупространства с экспоненциальной неоднородностью вида (2) может быть записана в форме

$$\begin{gathered}
\left(c_{11}(x_3)\partial_1^2+c_{66}(x_3)\partial_2^2+c_{55}(x_3)\partial_3^2+c'_{55}(x_3)\partial_3-\rho\partial_t^2\right)u_1+(c_{12}(x_3)\partial_1\partial_2+c_{66}(x_3)\partial_1\partial_2)u_2+\\
+((c_{13}(x_3)+c_{55}(x_3))\partial_3+c'_{55}(x_3))\partial_1u_3+((e_{15}(x_3)+e_{31}(x_3))\partial_1\partial_3+e'_{15}(x_3)\partial_1)\varphi=0,\\
(c_{12}(x_3)\partial_1\partial_2+c_{66}(x_3)\partial_1\partial_2)u_1+\left(c_{66}(x_3)\partial_1^2+c_{22}(x_3)\partial_2^2+c_{44}(x_3)\partial_3^2+c'_{44}(x_3)\partial_3-\rho\partial_t^2\right)u_2+\\
+(c_{23}(x_3)\partial_2\partial_3+c_{44}(x_3)\partial_2\partial_3+c'_{44}(x_3)\partial_1)u_3+((e_{24}(x_3)+e_{32}(x_3))\partial_2\partial_3+e'_{24}(x_3)\partial_2)\varphi=0,\\
((c_{55}(x_3)+c_{13}(x_3))\partial_1\partial_3+c'_{13}(x_3)\partial_1)u_1+((c_{44}(x_3)+c_{23}(x_3))\partial_2\partial_3+c'_{23}(x_3)\partial_2)u_2+\\
+\left(c_{55}(x_3)\partial_1^2+c_{44}(x_3)\partial_2^2+c_{33}(x_3)\partial_3^2+c'_{33}(x_3)\partial_3-\rho\partial_t^2\right)u_3+(e_{15}(x_3)\partial_1^2+e_{24}(x_3)\partial_2^2+e_{33}(x_3)\partial_3^2+e'_{33}(x_3)\partial_3)\varphi=0,\\
(((e_{15}(x_3)+e_{31}(x_3))\partial_1\partial_3+e'_{31}(x_3)\partial_1)u_1+\ (((e_{24}(x_3)+e_{32}(x_3))\partial_2\partial_3+e'_{32}(x_3)\partial_2)u_2+\\
+(e_{15}(x_3)\partial_1^2+e_{24}(x_3)\partial_2^2+e_{33}(x_3)\partial_3^2+e'_{33}(x_3)\partial_3)u_3-(\varepsilon_{11}(x_3)\partial_1^2+\varepsilon_{22}(x_3)\partial_2^2+\varepsilon_{33}(x_3)\partial_3^2+\varepsilon'_{33}(x_3)\partial_3)\varphi=0,
\end{gathered}\quad (3)$$

где

$$\partial_j=\partial/\partial x_j,\quad \partial_t=\partial/\partial t.$$

В процессе дальнейших преобразований, для комплексных функций колебательных перемещений и потенциала квазистатического электрического поля в упругих поверхностных волнах, распространяющихся вдоль характеризуемого компонентами вектора волновой нормали n_1, n_2 произвольно ориентированного направления в плоскости Ox_1x_2 на границе $x_3=0$ полупространства, вводятся представления

$$u_j(x_1,x_2,x_3,t)=u_{j0}(x_3)e^{-i(\omega t-k(n_1x_1+n_2x_2))}\ ,\ \varphi(x_1,x_2,x_3,t)=\varphi_0(x_3)e^{-i(\omega t-k(n_1x_1+n_2x_2))}.\quad (4)$$

В результате подстановки представлений (4) в уравнения (3) может быть получена система четырех обыкновенных дифференциальных уравнений относительно амплитудных составляющих $u_{j0}(x_3)$, $\varphi_0(x_3)$ комплексных функций волновых перемещений и электрического потенциала, имеющая в матрично-векторной форме вид

$$(\underline{A}_1^{(0)}\partial_3^2+\underline{A}_2^{(0)}\partial_3+\underline{A}_3^{(0)})\underline{F}=-\gamma e^{-\beta x_3}(\underline{A}_2^{(1)}\partial_3+\underline{A}_3^{(1)})\underline{F}\ ,\quad (5)$$

где $A_1^{(0)}$, $A_2^{(0)}$, $A_3^{(0)}$ – матрицы левой части уравнения (5) имеющие вид

$$\underline{A}_1^{(0)} = \begin{pmatrix} c_{550} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{440} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{330} & 0 \\ 0 & 0 & e_{330} & -\varepsilon_{330} \end{pmatrix}, \tag{6}$$

$$\underline{A}_2^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & ikn_1(c_{130}+c_{550}) & ikn_1(e_{150}+e_{310}) \\ 0 & 0 & ikn_2(c_{230}+c_{440}) & ikn_2(e_{240}+e_{320}) \\ ikn_1(c_{130}+c_{440}) & ikn_2(c_{230}+c_{440}) & 0 & 0 \\ ikn_1(e_{150}+e_{310}) & ikn_2(e_{240}+e_{320}) & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\underline{A}_3^{(0)} = \begin{pmatrix} \Omega^2-(c_{11}^{(0)}k^2n_1^2+c_{66}^{(0)}k^2n_1n_2) & -(c_{12}^{(0)}+c_{66}^{(0)})k^2n_1n_2 & 0 \\ -(c_{12}^{(0)}+c_{66}^{(0)})k^2n_1n_2 & \Omega^2-(c_{11}^{(0)}k^2n_1^2+c_{66}^{(0)}k^2n_1n_2) & 0 \\ 0 & 0 & \Omega^2-(c_{11}^{(0)}k^2n_1^2+c_{66}^{(0)}k^2n_1n_2) \end{pmatrix}$$

$$\underline{A}_3^{(0)} = \begin{pmatrix} \Omega^2-(c_{110}k^2n_1^2+c_{660}k^2n_2^2) & -(c_{120}+c_{660})k^2n_1n_2 & 0 & 0 \\ -(c_{120}+c_{660})k^2n_1n_2 & \Omega^2-(c_{660}k^2n_1^2+c_{220}k^2n_2^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Omega^2-(c_{550}k^2n_1^2+c_{440}k^2n_2^2) & e_{150}n_1^2+e_{240}n_2^2 \\ 0 & 0 & e_{150}n_1^2+e_{240}n_2^2 & -(\varepsilon_{110}n_1^2+\varepsilon_{220}n_2^2) \end{pmatrix}$$

а $A_2^{(1)}, A_3^{(1)}$ – матрицы правой части уравнения (5):

$$\underline{A}_2^{(1)} = \begin{pmatrix} c_{550} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{440} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{330} & e_{330} \\ 0 & 0 & e_{330} & -\varepsilon_{330} \end{pmatrix}, \tag{7}$$

$$\underline{A}_3^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & ikn_1c_{55}^{(0)} \\ 0 & 0 & ikn_2c_{44}^{(0)} \\ ikn_1c_{13}^{(0)} & ikn_2c_{23}^{(0)} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & ikn_1c_{550} & ikn_1e_{150} \\ 0 & 0 & ikn_2c_{440} & ikn_2e_{240} \\ ikn_1c_{550} & ikn_2c_{440} & 0 & 0 \\ ikn_1e_{150} & ikn_2e_{240} & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Итерационный алгоритм аналитического интегрирования. Для интегрирования системы, имеющей структурный вид (5), аналогично работам [17–22] применяется метод последовательных приближений, представляемый алгоритмом

$$\underline{F} = \underline{F}_0 + \underline{F}_1 + \underline{F}_2 + ... + \underline{F}_n + ..., \tag{8}$$

$$(\underline{A}_1^{(0)}\partial_3^2 + \underline{A}_2^{(0)}\partial_3 + \underline{A}_3^{(0)})\underline{F}_0 = 0, \tag{9}$$

$$(\underline{A}_1^{(0)}\partial_3^2 + \underline{A}_2^{(0)}\partial_3 + \underline{A}_3^{(0)})\underline{F}_1 = -\gamma e^{-\beta x_3}(\underline{A}_2^{(1)}\partial_3 + \underline{A}_3^{(1)})\underline{F}_0, \ \ldots, \tag{10}$$

$$(\underline{A}_1^{(0)}\partial_3^2 + \underline{A}_2^{(0)}\partial_3 + \underline{A}_3^{(0)})\underline{F}_n = -\gamma e^{-\beta x_3}(\underline{A}_2^{(1)}\partial_3 + \underline{A}_3^{(1)})\underline{F}_{n-1}.$$

В качестве исходного этапа реализации этого алгоритма на основе интегрирования методом Эйлера однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

$$(\underline{A}_1^{(0)}\partial_3^2 + \underline{A}_2^{(0)}\partial_3 + \underline{A}_3^{(0)})\underline{F}_0 = 0, \tag{11}$$

в форме

$$u_{01j} = Q_{1j}e^{\delta_j x_3},\ u_{02j} = Q_{2j}e^{\delta_j x_3},\ u_{03j} = Q_{3j}e^{\delta_j x_3},\ \varphi_{0j} = Q_{4j}e^{\delta_j x_3}\ \ (j = 1{,}4;\ \mathrm{Re}\,\delta_j < 0) \quad (12)$$

строятся базисные частные решения (11). Здесь δ_j – корни характеристического полиномиального уравнения системы (11) с четными степенями неизвестной, допускающие расчет с применением аналитической формулы Феррари; $Q_{j1}, Q_{2j}, Q_{3j}, Q_{4j}$ – компоненты векторных коэффициентов, получаемые их однородных систем линейных алгебраический уравнений со структурой

$$(a_{1j}\delta^2 + c_{1j})Q_{1j} + d_{1j}Q_{2j} + b_{1j}\delta Q_{3j} + f_{1j}\delta Q_{4j} = 0$$
$$(c_{2j}Q_{1j} + (a_{2j}\delta^2 + d_{2j})Q_{2j} + b_{2j}\delta Q_{3j} + f_{2j}\delta Q_{4j} = 0$$
$$b_{3j}\delta Q_{1j} + c_{3j}\delta Q_{2j} + (a_{3j}\delta^2 + d_{3j})Q_{3j} + (g_{3j}\delta^2 + h_{3j})Q_{4j} = 0$$
$$b_{4j}\delta Q_{1j} + c_{4j}\delta Q_{2j} + (a_{4j}\delta^2 + d_{4j})Q_{3j} + (g_{4j}\delta^2 + h_{4j})Q_{4j} = 0$$

с точностью до постоянного множителя для каждого найденного значения δ_j

В результате, формируются представления отвечающих условию $\mathrm{Re}\,\delta_j < 0$ четырех векторных базисных частных решений $\underline{F}_{0j}$ уравнений начального приближения в виде

$$\underline{F}_{0j} = \underline{f}_{0j}e^{\delta_j x_3},\ \underline{f}_{0j} = \left(Q_{1j} \quad Q_{2j} \quad Q_{3j} \quad Q_{4j}\right)^T.$$

Далее, в рамках реализуемого итерационного алгоритма соответственно строятся последовательности векторных базисных частных решений $\underline{F}_j$ неоднородных дифференциальных уравнений (10), отвечающих последовательному выбору

$$\underline{F}_0 = \underline{F}_{0j},\ \underline{F}_{0j} = \underline{f}_{0j}e^{\delta_j x_3},\ \underline{F}_{1j} = \underline{f}_{1j}e^{(\delta_j - \beta)x_3},\ \ldots\ \underline{F}_{nj} = \underline{f}_{nj}e^{(\delta_j - n\beta)x_3} \quad (13)$$

где

$$\underline{f}_{nj} = -\gamma \underline{M}^{-1}_{1n,j}\underline{M}_{2n,j}\underline{f}_{n-1,j}, \quad (14)$$
$$\underline{M}_{1n,j} = (\delta_j - n\beta)^2\underline{A}^0_1 + (\delta_j - n\beta)\underline{A}^0_2 + \underline{A}^0_3, \qquad \underline{M}_{2n,j} = ((\delta_j - \beta)\underline{A}^1_2 + \underline{A}^1_3)$$

и, соотетственно,

$$\underline{f}_{nj} = (-\gamma)^n \underline{M}^{-1}_{1n,j}\underline{M}_{2n,j}\underline{M}^{-1}_{1n-1,j}\underline{M}_{2n-1,j}\ldots\underline{M}^{-1}_{11,j}\underline{M}_{21,j}f_{01} \quad (15)$$

В итоге, с введением обозначения

$$\underline{Q}_{nj} = \underline{M}^{-1}_{1n,j}\underline{M}_{2n,j} \quad (16)$$

для соответствующего векторного базисного частного решения исходного уранения (5) распространения связанных трехпарциальных электроупругих волн записывается следующее явное представление

$$\begin{aligned}\underline{F}_j(x_3) = {} & f_{0j}e^{\delta_j x_3} - \gamma\underline{M}^{-1}_{11,j}\underline{M}_{21,j}\underline{f}_{0j}e^{(\delta_j-\beta)x_3} + \gamma^2\underline{M}^{-1}_{12,j}\underline{M}_{22,j}\underline{M}^{-1}_{11,j}\underline{M}_{21,j}\underline{f}_{0j}e^{(\delta_j-2\beta)x_3} - \ldots + \\ & + (-\gamma)^n\underline{M}^{-1}_{1n,j}\underline{M}_{2n,j}\underline{M}^{-1}_{1n-1,j}\underline{M}_{2n-1,j}\ldots\underline{M}^{-1}_{11,j}\underline{M}_{21,j}f_{01}e^{(\delta_j-n\beta)x_3} + \ldots = \\ = {} & f_{0j}e^{\delta_j x_3} - \gamma\underline{Q}_{1j}\underline{f}_{0j}e^{(\delta_j-\beta)x_3} + \gamma^2\underline{Q}_{2j}\underline{Q}_{1j}\underline{f}_{0j}e^{(\delta_j-2\beta)x_3} - \ldots + \\ & + (-\gamma)^n\underline{Q}_{nj}\underline{Q}_{n-1j}\ldots\underline{Q}_{1j}f_{01}e^{(\delta_j-n\beta)x_3} + \ldots\end{aligned} \quad (17)$$

С использованием совокупности базисных решений (17) могут быть записаны дисперсионные уравнения для волн исследуемого типа при задании альтернативных электромеханических краевых условий на поверхности рассматриваемого полупространства из неоднородного анизотропного пьезоэлектрического материала.

Заключение. В результате представленных в работе исследований разработана методика аналитического интегрирования уравнений распространения трехпарциальных локализованных электроупругих волн вдоль произвольно ориентированного направления в граничной плоскости полупространства из пьезоэлектрического материала класса mm2 ромбической системы с описываемыми при помощи двойных экспоненциальных функций непрерывно изменяющимися вдоль ортогональной к границе координаты параметрами деформационных и электрических характеристик. Рассмотренная модель неоднородности отражает свойство локализации области выраженных изменений физико-механических параметров пьезоэлектрического материала в приграничной зоне полупространства и асимптотическое стремление этих характеристик к постоянным величинам в его глубине.

С применением разработанного итерационного алгоритма базисные частные решения для рассматриваемой системы волновых уравнений построены в форме векторных экспоненциальных рядов с коэффициентами, рассчитываемыми на базе матрично-векторных рекуррентных соотношений.

Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» в рамках государственного задания (№ госрегистрации 1023030100040-4- 1.1.2;2.3.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yang J. Dynamic anti-plane problems of piezoceramics and applications in ultrasonics – a review / Jiashi Yang, Ji Wang // Acta Mechanica Solida Sinica. – 2008. – Vol. 21, Iss. 3. – P. 207–220. – https://doi.org/10.1007/s10338-008-0824-3.
2. Takali F. Surface Acoustic Wave Energy in Piezoelectric Material / F. Takali, A. Njeh, M.H. Ben Ghozlen // Physics Procedia. – 2009. – Vol. 2, Iss. 3. – P. 1369–1375. – https://doi.org/10.1016/j.phpro.2009.11.104
3. Tanaka S. Piezoelectric acoustic wave devices based on heterogeneous integration technology / S. Tanaka // Proceedings 2014 IEEE International Frequency Control Symposium (FCS) (Taipei, Taiwan). – 2014. – P. 1–4. – doi: 10.1109/FCS.2014.6859994.
4. Chen S. Study on the electromechanical coupling coefficient of Rayleigh-type surface acoustic waves in semi-infinite piezoelectrics/non-piezoelectrics superlattices / S. Chen, Y. Zhang, S. Lin, Z. Fu // Ultrasonics. – 2014. – Vol. 54, Iss. 2. – P. 604-8. – doi: 10.1016/j.ultras.2013.08.013. Epub 2013 Aug 30. PMID: 24035609.
5. Желнорович В.А. Поверхностные волны Релея и Блюстейна-Гуляева в упругих пьезоэлектриках при наличии релаксации диэлектрической поляризации // ПММ. – 2015. – Т. 79, вып. 2. – С. 273–285.
6. Washim R.A. Piezoelectric MEMS based acoustic sensors: A review / Reza Ali Washim, Prasad Mahanth // Sensors and Actuators A: Physical. – 2020. – Vol. 301. – P.111756. – https://doi.org/10.1016/j.sna.2019.111756
7. Акустические волны в материалах и элементах конструкций с дефектами, неоднородностями и микроструктурой: монография / М.С. Аносов [и др.]; отв. ред. В.И. Ерофеев, А.О. Мальханов. – Нижний Новгород: Нижегород. гос. техн. ун-т им. Р.Е. Алексеева, 2021. – 311 с.
8. Setter N. Piezoelectric material and devices / N. Setter. – Lausanne, Switzerland: Swiss Federal Institute of Technology, 2002. – 518 p.
9. Hudai Kara. Porous PZT ceramics for receiving transducers / Kara Hudai, Ramesh Rajamami, Ron Stevens, Cris R. Bowen // IEEE Trans. UFFC. – 2003. – Vol. – 50, No 3. – P. 280–296.
10. Lead-free piezoceramies / Y. Saito, H. Takao, T. Tani, T. Nonoyama, K. Takatori, T. Homma, T. Nagaya, M. Nakamura // Nature. – 2004. – Vol. 432. – P. 84–87.
11. Heywang W. Piezoelectricity, evolution and future of a technology / W. Heywang, K. Lubitz, W. Wersing. – Berlin: Springer, 2008. – 581 p.
12. Рыбянец А.Н. Свойства керамических пьезокомпозитов ЦТС/ЦТС / А.Н. Рыбянец // Известия РАН. Серия физическая. – 2010. – Т. 74, № 8. – С. 1150–1153.

13. Macroporous alumina ceramics with aligned microporous walls by unidirectionally freezing foamed aqueous ceramic suspensions / H. Yoon, U. Kim, J. Kim, Y. Koh, W. Choi, H. Kim // J. Am. Ceram. Soc. – 2010. – Vol. 93. – P. 1580–1582.
14. Lugovaya M.A. Complex material properties of porous piezoelectric ceramics / M.A. Lugovaya, A.A. Naumenko, AN. Rybyanets, S.A. Shcherbinin // Ferroelectrics. – 2015. – Vol. 484, Iss. 1. – P. 87–94.
15. Упругие диэлектрические и пьезоэлектрические свойства керамоматричных композитов ЦТС/a-AOs / А.Н. Рыбянец, Г.М. Константинов, А.А. Науменко, Н.А. Швецова, Д.И. Макарьев, М.А. Луговая // ФТТ. – 2015. – Т. 57. вып. 3. – С. 515518.
16. Bowen C.R. The piezoelectric medium and its characteristics / C.R. Bowen, V.Y. Topolov, H.A. Kim // Springer Series in Materials Science. – 2016. – Vol. 238. – P 1–22.
17. Болнокин В.Е. Анализ модели распространения сдвиговых упругих волн в полубесконечном трансверсально-изотропном функционально-градиентном геомассиве / В.Е. Болнокин, А.А. Глухов, В.И. Сторожев // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2022 – №3 (80). – С. 14–19. – doi: 10.24412/0136-4545-2022-3-14-19. – EDN BOBAVC.
18. Глухов А.А. Интегрирование системы уравнений распространения произвольно ориентированных трехпарциальных поверхностных волн в функционально-градиентном ортотропном полупространстве / А.А. Глухов, В.И. Сторожев, В.А. Шалдырван // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2022 – №4 (81). – С. 15–22. – doi: 10.24412/0136-4545-2022-4-15-22. – EDN JBHEKR.
19. Карасев Д.С. Интегрирование уравнений распространения связанных электроупругих сдвиговых волн в полупространстве функционально-градиентной пьезокерамики / Д.С. Карасев, С.В. Сторожев // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2022. – №4 (81). – С. 47–52. – doi: 10.24412/0136-4545-2022-4-47-52. – EDN RAPMHU.
20. Глухов А.А. Волны Лява в структуре «однородный изотропный слой на трансверсально-изотропном полупространстве с двойной экспоненциальной неоднородностью» / А.А. Глухов, В.И. Сторожев, В.А. Шалдырван // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2023. – №1 (82). – С. 32–39. РИНЦ (54749404) – DOI (10.24412/0136-4545-2023-1-32-39) – EDN (ENGOVX)
21. Глухов А.А. Анализ модели распространения поверхностных релеевских волн в функционально-градиентном ортотропном полупространстве с приграничной локализованной зоной неоднородности / А.А. Глухов, В.И. Сторожев // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2023. – №2 (83). – С. 26–38. – DOI (10.24412/0136-4545-2023-2-26-38) – EDN (ETYFCH)
22. Карасев Д.С. Интегрирование уравнений распространения локализованных сдвиговых электроупругих волн в функционально-градиентной пьезокерамике с двойной экспоненциальной неоднородностью / Д.С. Карасев, С.В. Сторожев, В.А. Шалдырван // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2023. – №2 (83). – С. 48–55. – DOI (10.24412/0136-4545-2023-2-48-55) – EDN (SPYOBC)

Поступила в редакцию 11.12.2023 г.

INTEGRATION OF PROPAGATION EQUATIONS OF THREE-PARTIAL SURFACE ELECTROELASTIC WAVES IN THE HALF-SPACE OF AN INHOMOGENEOUS PIEZOELECTRIC RHOMBIC SYSTEM

D.S. Karasev, S.V. Storozhev, V.A. Shaldyrvan

A technique for the analytical integration of the equations for the propagation of three-partial localized electroelastic waves along an arbitrarily oriented direction in the boundary plane of a half-space made of a piezoelectric material of class mm2 of a rhombic system with the parameters of deformation and electrical characteristics described using double exponential functions that continuously change along the coordinate orthogonal to the boundary is presented. The used law of continuous heterogeneity reflects the effect of localizing the region of pronounced changes in the physical and mechanical parameters of the piezoelectric material in the border zone of the half-space and the asymptotic tendency of these characteristics to constant values in its depth. Using an iterative algorithm of successive approximations, the basic partial solutions for the considered system of wave equations are constructed in the analytical form of vector exponential series with coefficients obtained from matrix-vector recurrence relations.

Key words: half-space of an inhomogeneous anisotropic piezoelectric, rhombic symmetry of physical and mechanical properties, double exponential inhomogeneity, localized electroelastic waves, system of wave equations, analytical representations of basic solutions, vector exponential series.

Карасев Дмитрий Сергеевич
аспирант кафедры теории упругости и вычислительной математики им. акад. А.С. Космодамианского
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: vektor8899@ya.ru.

Сторожев Сергей Валериевич
доктор технических наук, доцент,
старший научный сотрудник ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: s.v.storozhev@donnasa.ru.

Шалдырван Валерий Анатольевич
доктор физико-математических наук, профессор,
старший научный сотрудник ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, ДНР, РФ.

Karasev Dmitry Sergeevich
Postgraduate, Chair of Theory of Elasticity and Computational Mathematics named after Academician A.S. Kosmodamiansky,
Donetsk State University,
Donetsk, DPR, RF.

Storozhev Sergey Valerievich
Doctor of Technical Science, Docent,
Senior Researcher, Donetsk State University,
Donetsk, DPR, RF.

Shaldyrvan Valery Anatolievich
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Senior Researcher, Donetsk State University, Donetsk, DPR, RF.

Б И О Л О Г И Ч Е С К И Е Н А У К И

УДК 577.3

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПАРАМАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ НАД ПОЛОСОВОЙ СТРУКТУРОЙ МАГНИТНЫХ ДОМЕНОВ

© 2023. ***А.А. Губарев, Ю.А. Легенький, С.В. Беспалова***

Численно исследовано движение магнитомаркированных клеток над поверхностью феррит-гранатовой пленки с полосовой доменной структурой под действием внешнего переменного магнитного поля частотой ω. Показано, что направленное движение с пересечением множества границ доменов может происходить для клеток, радиус которых превышает некоторый минимальный радиус и частот ω меньших некоторой максимальной частоты. Получены соотношения для зависимости максимальной частоты от магнитной восприимчивости клеток и величины намагниченности насыщения доменов.

Ключевые слова: биоклетки, биофизические процессы управления, транспортировка магнитомаркированных клеток, полосовая структура магнитных доменов

1. Введение. В работах [1, 2] теоретически и экспериментально исследовано движение парамагнитных частиц над полосовой доменной структурой (ПДС) феррит-гранатовых пленок. В этих работах для силы, действующей на парамагнитную частицу, со стороны магнитного поля, использовалось выражение пропорциональное произведению объёма частиц и градиента напряженности магнитного поля, создаваемой ПДС и внешним однородным магнитным полем, в центре движущейся частицы. В движении парамагнитных частиц можно выделить два режима: колебания с амплитудой не более ширины домена и движение с пересечением множества доменных границ. Будем называть второй режим *движением через ПДС*. Для изолированной парамагнитной частицы переход из одного режима в другой определяется параметрами системы, среди которых: магнитная восприимчивость материала частицы (χ), намагниченность насыщения доменов ($\mathbf{M}$), напряженность внешнего поля $\mathbf{H}^{\mathrm{e}}$, величина периода ПДС (λ). В последнее время интерес прикован к перемещению биологических клеток, покрытых парамагнитной оболочкой [3, 4]. Размеры клеток могут быть сопоставимы с периодом полосовой доменной структуры. В таких предположениях сила уже не может быть приблизительно пропорциональной произведению объёма частицы и градиента напряженности поля в центре движущейся частицы.

В предварительных экспериментах на пленках феррит-граната аналогичных [5] магнитомаркированные дрожжевые клетки со средним диаметром 5 мкм при определенных параметрах эксперимента (χ, $\mathbf{M}$, λ …) двигались через *ПДС*, тогда как добавленные к их суспензии парамагнитные шарики диаметром 1 мкм испытывали колебания вблизи границ доменов. В связи с такими экспериментальными результатами в данной работе исследуется граница области параметров, для которых происходит перемещение клеток через ПДС, и влияние на эту границу модельного выражения для силы, действующей со стороны магнитного поля на магнито-маркированные клетки.

2. Модель. Рассматривается полосовая доменная структура с периодом λ. При изменении малой по сравнению с намагниченностью доменов внешней напряженности магнитного поля период λ изменяется слабо. В этой работе (вслед за [1]) мы полагаем её постоянной. Выберем систему координат так, чтобы плоскость XY совпадала с поверхностью плёнки, ось Z была направлена перпендикулярно пленке, а ось Y была направлена вдоль доменов. Вдоль оси Y первый домен занимает область от $-L_y$ до L_y, а вдоль оси X — от $-L_x$ до L_x. На рис. 1 показана выбранная система координат.

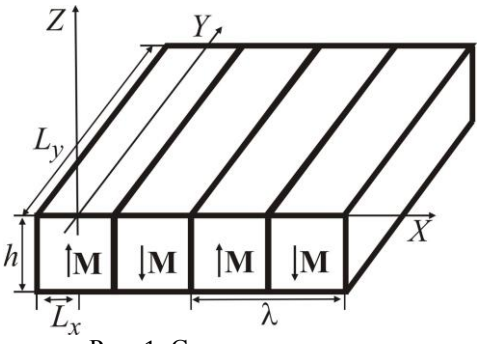


Рис. 1. Система координат

Обозначим через $\mathbf{r}' = (x', y', z')$ «текущий» радиус-вектор (в дальнейшем переменная интегрирования), а через $r = (x, y, z)$ — точку «наблюдения» поля.

Напряженность $\mathbf{H}$ может быть найдена по формуле

$$\mathbf{H} = -\nabla\psi,$$

где магнитный потенциал ψ является решением уравнения $\Delta\psi = \operatorname{div}\mathbf{M}$.

Решение этого уравнения с условиями $\mathbf{n}\times\mathbf{H}_1 = \mathbf{n}\times\mathbf{H}_2$, $\mathbf{n}\cdot\mathbf{B}_2 = \mathbf{n}\cdot\mathbf{B}_1$ на поверхности Σ_{M}, ограничивающей объём Ω_{M}, содержащий намагниченный материал, можно записать в виде

$$\psi(r) = \frac{1}{4\pi}\int\limits_{\Omega_{\mathrm{M}}} \mathbf{M}(r')\nabla_{r'}\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\,\mathrm{d}v. \qquad (1)$$

В этом исследовании предполагается, что вектор намагниченности не зависит от координат в пределах домена и направлен вдоль оси Oz ($M = |\mathrm{M}|$). В этом случае (1) можно записать в виде

$$\psi(r) = \frac{M}{4\pi}\int_V \frac{z-z'}{\left((x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2\right)^{3/2}}\,\mathrm{d}x'\,\mathrm{d}y'\,\mathrm{d}z'. \qquad (2)$$

Интегрируя (2) и устремляя L_y к бесконечности, получим, что напряженность в области над плёнкой, создаваемой первым доменом, может быть записана в виде

$$H_x(x,z) = -\frac{M}{4\pi}\ln\left[\frac{(x-L_x)^2+z^2}{(x+L_x)^2+z^2}\cdot\frac{(x+L_x)^2+(z+h)^2}{(x-L_x)^2+(z+h)^2}\right]$$

$$H_z(x,z) = -\frac{M}{2\pi}\left(\operatorname{arctg}\frac{x-L_x}{z} - \operatorname{arctg}\frac{x+L_x}{z} - \operatorname{arctg}\frac{x-L_x}{z+h} + \operatorname{arctg}\frac{x+L_x}{z+h}\right)$$

Если не учитывать влияние напряженности, создаваемой одним доменом на состояние других доменов, пренебречь переходными областями между доменами (доменными стенками), то общую напряженность можно записать в виде

$$\mathbf{H}(x_0, z_0) = \sum_{k=0}^{n-1}\mathbf{H}_k(x_0 - k\lambda, z_0) + \mathbf{H}^{\mathrm{e}},$$

где $\mathbf{H}^{\mathrm{e}}$ — напряженность внешнего магнитного поля, $\mathbf{H}_k$ — напряженность создаваемая k-ым доменом с намагниченностью $(-1)^k M$ и шириной соответствующей k-ому домену.

В этой работе предполагается, что в отсутствии внешнего поля ширины обеих типов доменов равны $\lambda/2$. В соответствии с [1] под действием z-компоненты внешнего магнитного поля (H_z^{e}) изменяются ширины доменов с намагниченностью направленной вдоль оси Z (λ_+) и в обратную сторону (λ_-)

$$\Delta = \frac{\lambda_+ - \lambda_-}{2} = \frac{\pi h/2}{\ln \mathrm{ch}(\pi h/\lambda)} \frac{H_z^{\mathrm{e}}}{M}, \tag{3}$$

где h — толщина плёнки, $\mathrm{ch}(x)$ — гиперболический косинус. При этом абсолютная величина намагниченности не меняется. Используя (3) и условие постоянства λ вычисляются значения L_x^+ и L_x^-.

Внешнее поле задавалось в виде

$$\mathbf{H}_{\mathrm{e}} = H_0^{\mathrm{e}}(\sin\theta\,\mathrm{sgn}(\sin\omega t),\ 0,\ \cos\theta\,\mathrm{sgn}(\sin\omega t)), \tag{4}$$

где H_0^{e} — постоянная (амплитуда напряжённости), t — время, $\mathrm{sgn}\, x = \begin{cases} 1, x > 0; \\ 0, x = 0; \\ -1, x < 0. \end{cases}$

Для предотвращения прилипания частиц к поверхности пленка покрывается слоем фоторезиста толщиной порядка 1 мкм [4]. Со стороны магнитного поля на движущуюся клетку действует сила с вертикальной составляющей, направленная к плёнке. Поэтому в работе предполагается, что центр шарообразной клетки (с радиусом R) перемещается вдоль оси X на постоянной высоте $z_0 = R + \Delta z$, где Δz — расстояние от плёнки до нижнего края клетки. Уравнения, описывающие движение частицы, имеют вид

$$\dot{x} = v_x,\ m\dot{v}_x = F_x^{\mathrm{m}} - 6\pi R\mu v_x.$$

Здесь второе слагаемое описывает сопротивление среды по закону Стокса (μ — динамическая вязкость, v_x — проекция скорости на ось X), а первое слагаемое описывает воздействие магнитного поля.

Парамагнитная частица, помещённая над ПДС, изменяет поле, и напряжённость в парамагнитной частице не коллинеарна напряженности поля над ПДС. Этим различием принято пренебрегать (помимо [1, 2] см., например, [5], [6]). В этом случае плотность силы имеет вид

$$\mathbf{f} = \frac{\mu_0 \chi}{2} \nabla \mathbf{H}^2,$$

где χ — магнитная восприимчивость. Сила, действующая на парамагнитную частицу, выразится через интеграл $\mathbf{F}^{\mathrm{m}} = \int_V \mathbf{f} dv$, где интегрирование выполняется по всему объёму, парамагнитной частицы. Считая, что градиент поля слабо изменяется в

пределах парамагнитной частицы и градиент можно взять в средней точке сферической частицы, получим

$$\mathbf{F}^{\mathrm{m}} = \int_V \mathbf{f} dv = \frac{\mu_0 \chi V}{2} \nabla \mathrm{H}^2 .$$

Для краткости будем ссылаться на модель с таким выражением силы, как на модель А.

Если сферическая клетка покрыта тонким парамагнитным слоем толщиной D, то в том же приближении

$$\mathbf{F}^{\mathrm{m}} = \frac{\mu_0 \chi D}{2} \int_S \nabla \mathrm{H}^2 ds \ ,$$

где S — поверхность клетки. Для краткости будем ссылаться на модель с таким выражением силы, как на модель В.

Поскольку

$$\frac{\partial}{\partial x} \mathrm{H}^2 = 2H_x \frac{\partial H_z}{\partial x} + 2H_z \frac{\partial H_z}{\partial x} ,$$

для первого слева домена (см. рис.1)

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} = -\frac{ML_x}{\pi} \left(\frac{x^2 - L_x^2 - z^2}{\left((x+L_x)^2 + z^2\right)\left((x-L_x)^2 + z^2\right)} - \frac{x^2 - L_x^2 - (z+h)^2}{\left((x-L_x)^2 + (z+h)^2\right)\left((x+L_x)^2 + (z+h)^2\right)} \right),$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -\frac{M}{2\pi} \left(\frac{z}{(x-L_x)^2 + z^2} - \frac{z}{(x+L_x)^2 + z^2} - \frac{z+h}{(x-L_x)^2 + (z+h)^2} + \frac{z+h}{(x+L_x)^2 + (z+h)^2} \right),$$

и

$$\frac{\partial H_\alpha}{\partial x}(x_0, y_0, z_0) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\partial H_{\alpha k}}{\partial x}(x_0 - k\lambda, z_0) ,$$

то выражение для x-компоненты силы можно представить в виде

$$F_x^{\mathrm{m}} = M^2 f(x, t, H_z^{\mathrm{e}} / M) . \qquad (5)$$

При фиксированном значении отношения H_z^{e} / M (или, что эквивалентно, при фиксированном значении отношения H_0^{e} / M) x-компонента силы зависит квадратично от намагниченности доменов.

За исключением специально оговоренных в тексте мест при моделировании параметры полагались равными: $h = 4$ мкм, $R = 2{,}5$ мкм, $M = 10000$ А/м, $H_{\mathrm{e}}^0 = 1000$ А/м, $\mu = 1004 \times 10^{-6}$ Па·с.

3. Результаты и их обсуждение. В силу вида напряженности внешнего магнитного поля (4), имеется всего три варианта различных зависимостей (для различных моментов времени) F_x^m от координаты x (при фиксированных значениях параметров), которые можно считать рассчитанными для фазы $\beta = \omega t$ равной 0, $\pi/2$ и $3\pi/2$. Зависимость для фазы равной нулю не играет роли в динамике, поскольку соответствует изолированным моментам времени. Будем ссылаться на две другие

зависимости как на $F_{\pi/2}$ и $F_{3\pi/2}$. На рис. 2 приведена зависимость F_x^{m} для одного периода ПДС.

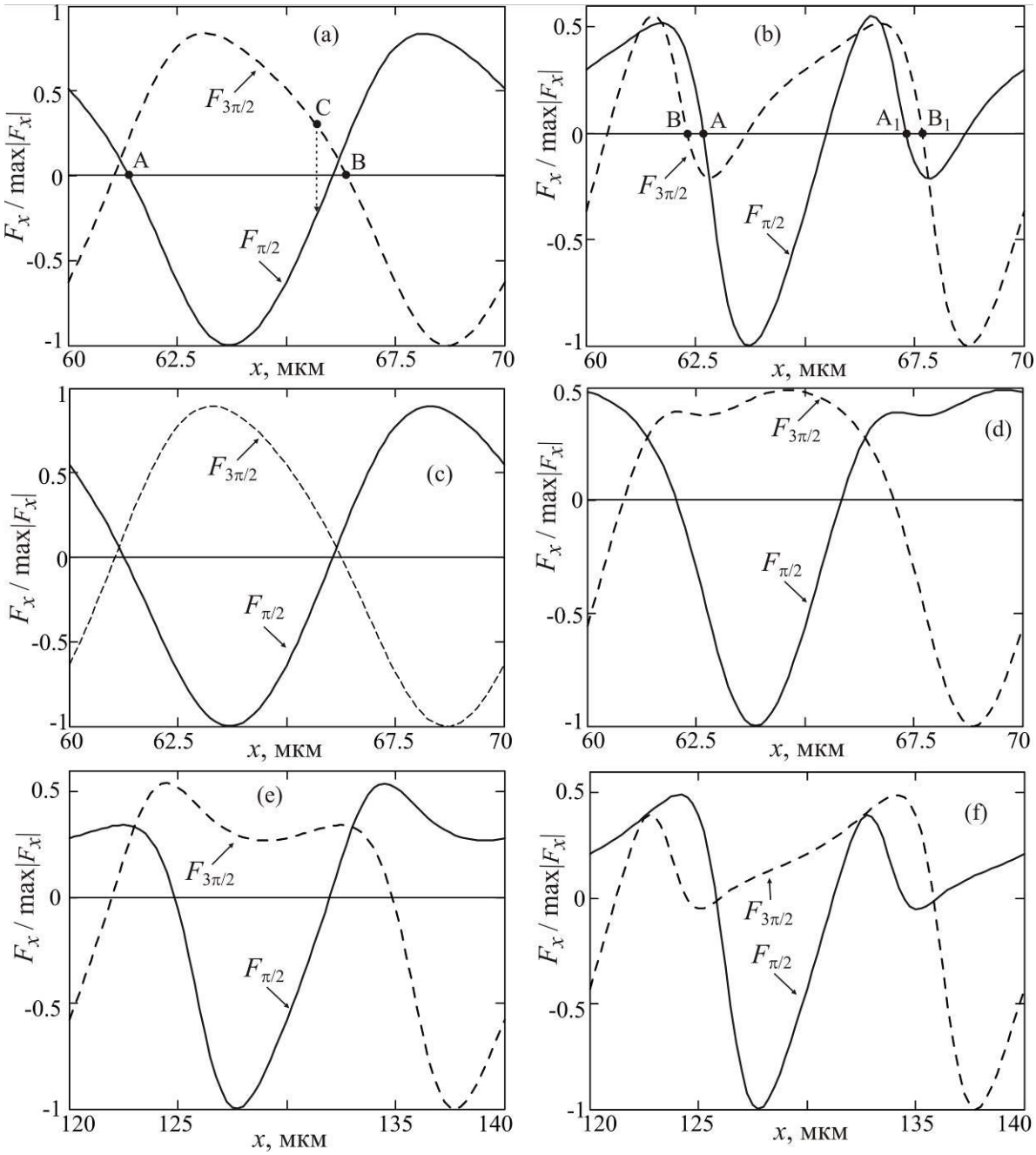


Рис. 2. Зависимость нормированного F_x от координаты в случае: (a), (b) — $\Delta z = 0{,}01$ мкм; $\lambda = 10$ мкм; (c), (d) — $\Delta z = 0{,}5$ мкм, $\lambda = 10$ мкм; (e), (f) — $\Delta z = 0{,}5$ мкм, $\lambda = 20$ мкм; (a), (c), (e) — модель A; (b), (d), (f) — модель B

Рассмотрим поведение магнитной клетки, расположенной над ПДС при малых значениях ω с нулевой начальной скоростью и отрицательной в начальной координате $F_{\pi/2}$. Для примера, с начальной координатой 63 мкм. В этой точке на рис. 2а сила отрицательная и клетка начинает с увеличением скорости двигаться влево. По мере приближения к точке, в которой сила равна нулю (на рис. 2 она обозначена букой А),

скорость (в результате сопротивления среды) снижается, стремясь к нулевой величине. После того как значение ωt достигает значение, превышающее π, зависимость F_x^{m} становится зависимостью для $F_{3\pi/2}$.

На рис. 2a $F_{3\pi/2}$ в точке A положительная. Клетка начинает двигаться вправо сначала с возрастанием скорости, а затем с убыванием к нулю по мере приближения к точке, в которой $F_{3\pi/2}$ равна нулю (на рис. эта точка обозначена буквой B).

После превышения фазы значения 2π начинает действовать $F_{\pi/2}$. На рис. 2a в точке B эта сила положительная: происходит движение вправо, аналогично тому, как это происходило при движении на участке от точки A к точке B. Этот процесс продолжается, в результате чего происходит движение клетки через ПДС.

На рис. 2b $F_{3\pi/2}$ в точке A отрицательная. Это приводит к движению к точке B (сначала с ростом скорости, а затем с её стремлением к нулю по мере приближения к точке B). Аналогично случаю с моделью A после превышения ωt значения 2π начинает действовать сила $F_{\pi/2}$. Под действием этой силы клетка возвращается в точку A. Далее процесс продолжается с формированием колебаний на длине не превышающих ширину домена.

Если в случае модели A выбрать начальную точку, в которой $F_{\pi/2}$ положительная, например 67.5 мкм (рис. 2a), то будет происходить рост координаты до точки A_1, которая является периодическим продолжением точки A вправо, а затем под действием $F_{3\pi/2}$ будет происходить рост координаты до точки B_1, которая является периодическим продолжением точки B вправо. Далее этот процесс будет повторяться, формируя движение через ДС.

Если в случае модели B задать начальное значение на участке, на котором сила $F_{\pi/2}$ положительная, например 62 мкм (рис. 2b), то будет наблюдаться рост координаты до достижения точки A. Затем повторится рассмотренный выше процесс с формированием колебаний. Если взять, в качестве примера, начальную точку с координатой 66 мкм, то аналогично будет происходить рост до точки A_1, затем под действием $F_{3\pi/2}$ рост до точки B_1. а дальше будут наблюдаться колебания.

Учитывая, что инерционным членом в уравнении движения можно пренебречь [4], в качестве условия движения через ПДС вправо при малых частотах внешней напряжённости в расчетах мы выбирали положительность хотя бы одной из функций $F_{\pi/2}$ или $F_{3\pi/2}$ для всех значений x. Затем результаты проверялись расчётом траекторий и каждый раз они подтверждали верность выбранного условия.

На рис. 3 приведены траектории движения магнитной клетки. Средняя скорость движения через ПДС растёт с увеличением ω до некоторой ω_{c}, а затем начинает убывать. На рис. 3 c для $\chi = 1$ и 3 d (вставка) для $\chi = 10^{-3}$ приведены траектории на участке убывания средней скорости. Начиная с некоторой частоты, которую мы обозначим $\omega_{\max}$ движение становится колебательным (линия $\omega = 650$ на рис. 3 c). Появление колебаний связано с тем, что времени между переключениями с $F_{\pi/2}$ на $F_{3\pi/2}$ (или наоборот) недостаточно, чтобы клетка попала в окрестность точки, где новое выражение для силы будет положительным. Например, на рис. 2(a) времени на пути из точки A в точку B может не хватить для достижения окрестности B, в которой

$F_{\pi/2}$ положительна. Если переключение с $F_{3\pi/2}$ на $F_{\pi/2}$ произойдёт в точке C, где сила $F_{\pi/2}$ отрицательная, то это приведёт к движению влево. С увеличением ω такое возвратное движение будет всё чаще, пока движение не станет полностью колебательным.

Величина нормированной силы в случае модели B очень чувствительна к величине Δz. На рис. 2c и 2d приведена нормированная сила для случая увеличения Δz до 0.5 мкм. При таком увеличении движение клеток через ДС вправо может наблюдаться и в модели B.

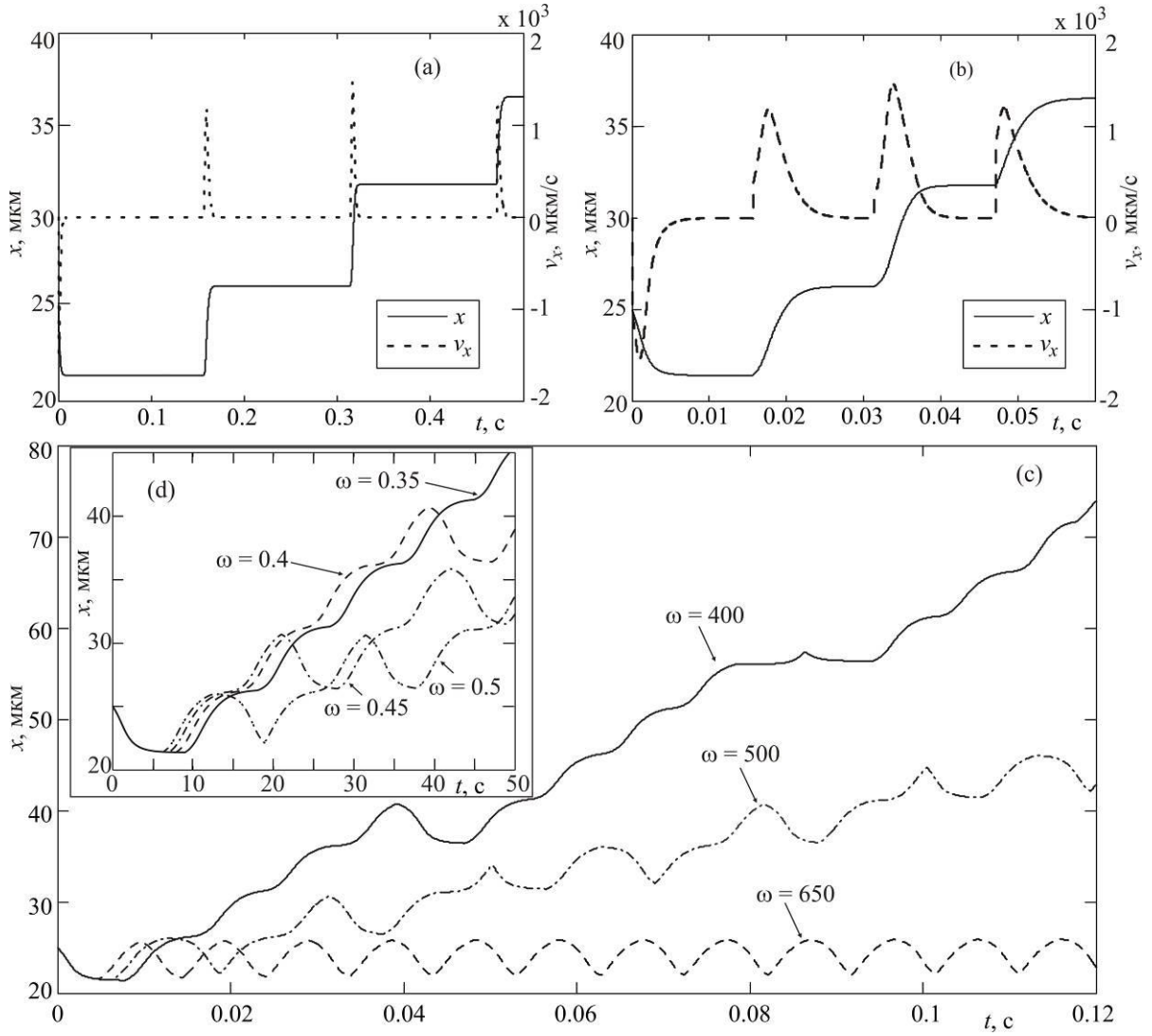


Рис. 3. Зависимости координаты от времени для разных значений циклической частоты ω, $с^{-1}$, внешнего поля: (a) для $\omega = 20$, (b) для $\omega = 200$, (c) — для частот выше критической частоты (во вставке d приведены зависимости для $\chi = 1 \cdot 10^{-3}$)

Распределение нормированной силы не зависит от намагниченности (M), если отношение H_0^e / M и угол θ остаются постоянным, но зависит от длины периода. На рис. 2e и 2f показана нормированная сила при увеличении в два раза длины периода. Общей закономерностью является то, что с увеличением длины периода ПДС зависимости обеих моделей сближаются.

Предыдущее изложение показывает, что направленное движение частиц может происходить, если центр частицы лежит на некоторой высоте $z_0 > z_{\min}$. Если фиксировать величину Δz (от плоскости плёнки до нижней части магнитной клетки), а изменяемой величиной считать R ($z_0 = R + \Delta z$), то можно переформулировать утверждение, сформулированное выше, следующим образом: существует такой минимальный радиус $R_{\min}$, что при радиусах клеток $R > R_{\min}$ будет наблюдаться движение через ПДС, по крайней мере, при малых значениях ω напряженности внешнего поля, а при $R < R_{\min}$ такое движение наблюдаться не будет. Численные расчёты подтвердили, что величина $z_{\min}$ (и соответственно $R_{\min}$) не зависит от величины намагниченности (M) и модуля напряженности внешнего поля (H_0^{e}), если отношение H_0^{e} / M остаётся постоянным и слабо зависит от толщины плёнки. Общей закономерностью, найденной в результате численных расчётов, является слабая зависимость $R_{\min}$ от толщины плёнки и близкая к линейной в случае модели А зависимость от длины периода λ. На рис. 4а построены зависимости $R_{\min}$ от λ для $\theta = 40^{\circ}$ и двух значений Δz: 0.01 мкм и 0.5 мкм. Для значения $\Delta z = 0.01$ зависимости построены для двух значений толщины плёнки: 4 мкм и 12 мкм.

Зависимость траектории от частоты качественно отличаются для случаев $R > R_{\min}$ и $R < R_{\min}$. В случае $R < R_{\min}$ амплитуда колебаний гораздо меньше зависит от частоты по сравнению со случаем $R > R_{\min}$. На рис. 4b приведены типичные зависимости траекторий от частоты для случая $R > R_{\min}$ (левая ось ординат) и случая $R < R_{\min}$ (правая ось ординат). (Графики выведены на две оси поскольку амплитуда колебаний в случае $R < R_{\min}$ намного меньше амплитуды колебаний для случая $R > R_{\min}$.)

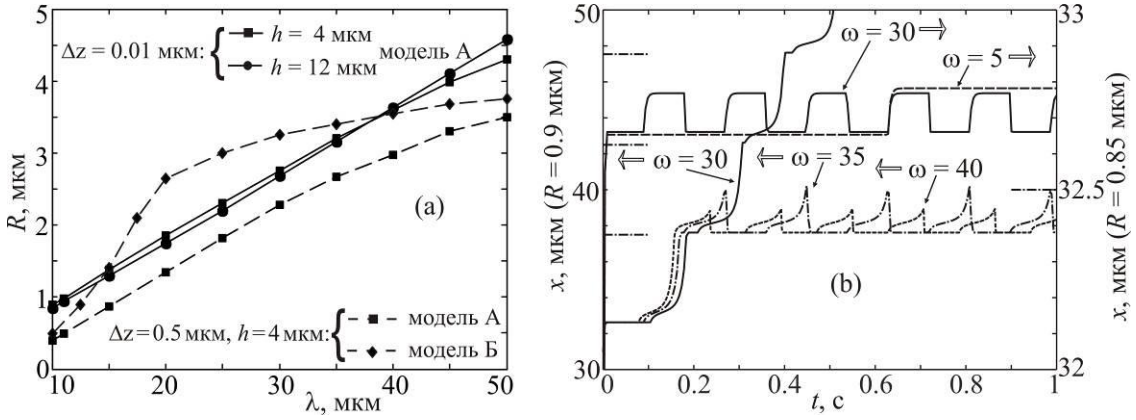


Рис. 4. Зависимость $R_{\min}$ от λ (рис. a) для двух значений Δz: 0,01 мкм (сплошные линии), 0,5 мкм (пунктирные линии); и траектории (рис. b) для радиусов: 0,9 мкм (левая ось ординат) и 0,85 мкм (правая ось ординат) для различных значений круговой частоты ω (указаны на рис., $с^{-1}$); короткими горизонтальными штрихпунктирными линиями вблизи осей ординат на рис. b показаны границы доменов

На рис. 5а приведены зависимости максимальной частоты от восприимчивости для двух значений радиусов клеток. Ниже линии наблюдается движение через ДС, выше — колебательное в пределах ширины одного домена. Численные расчёты показали, что при нулевой начальной скорости изменение F_x^{m} в k раз приводит к

изменению скорости в k раз и времени в $1/k$ раз. Поскольку F_x^{m} пропорциональна восприимчивости, то уменьшение χ в k приведёт к уменьшению в k раз скорости, если остальной член F_x^{m}, обозначим его через $f(x,\omega t)$, не изменится. Уменьшение скорости в k приведёт к увеличению времени достижения координаты x. Поэтому, чтобы $f(x,\omega t)$ не изменилась, круговая частота должна уменьшиться в k раз. Этим и объясняется прямая пропорциональность $\omega_{\max}$ от χ.

Более формально. Пусть при некотором значении χ, обозначим его через χ_0, скорость имеет зависимость $\tilde{v}(t)$. Поскольку в движение парамагнитной частицы над ПДС практически не вносят вклад инерционный член, то уравнения движения при некотором значении $\chi=\chi_0$ имеют вид

$$\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = v_x,\ 0=\chi_0 f\left(x_0+\int_0^t \tilde{v}(t)du, \omega_0 t\right)-\alpha\tilde{v}. \tag{6}$$

Для другого значения восприимчивости $\chi=k\chi_0$ эти уравнения принимают вид

$$\mathrm{d}x/\mathrm{d}\tau = v_x,\ 0=\chi f\left(x_0+\int_0^\tau v(u)du, \omega\tau\right)-\alpha v.$$

Замены $v(t)=k\tilde{v}$ и $\tau=t/k$ сведут эти уравнения к уравнениям

$$k\,\mathrm{d}x/\mathrm{d}\tau = k\tilde{v}_x,\ 0=k\chi_0 f\left(x_0+\int_0^{t/k} k\tilde{v}(u)du, k\omega_0\frac{t}{k}\right)-\alpha k\tilde{v}. \tag{7}$$

Уравнение (7) после замены переменой интегрирования и сокращения на k совпадает с (6).

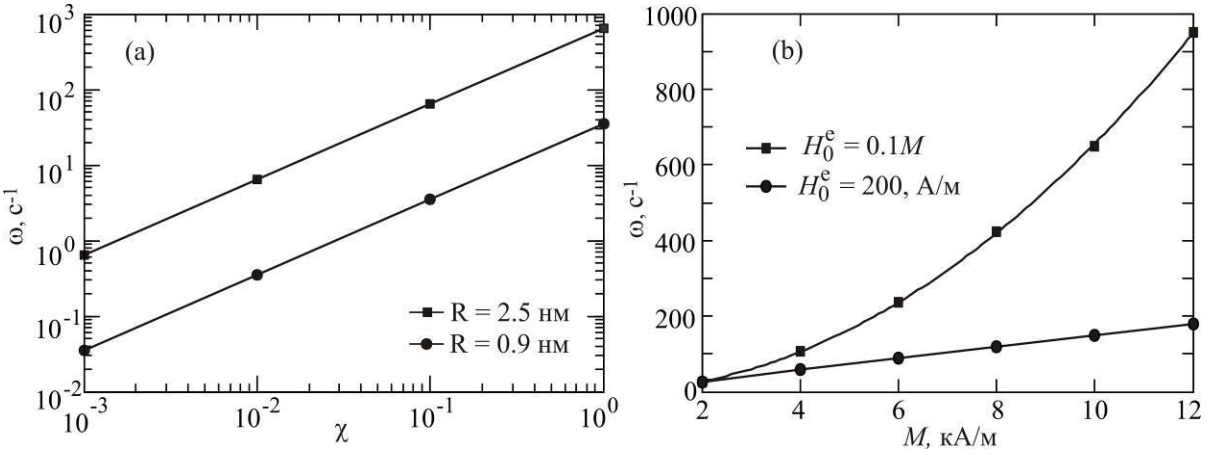


Рис. 5. Зависимость максимальной частоты от: (a) — восприимчивости при $H_0=1000$, $M=10000$; (b) — от намагниченности доменов в случае амплитуды напряжённости внешнего поля пропорциональной этой намагниченности ($H_{\mathrm{e}}^0=0.1M$) и в случае фиксированной амплитуды напряжённости при $\chi=1$. Значения других параметров: $\lambda=10$ мкм, $h=4$ мкм, $\Delta z=0.01$ мкм

Аналогичным образом, используя (5) получаем, что изменение в k-раз намагниченности M приводит к изменению ω_{max} в k^2 раз. На рис. 5b приведена численно рассчитанная зависимость ω_{max} от намагниченности доменов при $H_0^e / M = 0{,}1$. Также на рис. 5b приведена зависимость ω_{max} от M при фиксированном значении амплитуды внешнего поля $H_0^e = 200$ А/м. Эта зависимость ближе к линейной, чем к квадратичной.

4. Выводы. В работе найдено существование минимальной высоты от поверхности ПДС до центра магнитомаркированной клетки, начиная с которой возможно движение указанной клетки через доменную систему. Эта минимальная высота не зависит от намагниченности насыщения M, если отношение амплитуды внешнего поля к модулю намагниченности остаётся постоянным, но зависит от периода полосовой доменной системы. Вводя расстояние от поверхности плёнки до магнитомаркированной клетки Δz, можно отмеченную закономерность переформулировать в терминах минимального радиуса. Клетки, обладающие радиусом большим, чем минимальный, могут перемещаться через ПДС, если круговая частота внешней напряженности поля меньше некоторой максимальной круговой частоты. Также они могут перемещаться при радиусе большем минимального, но и частоте большей максимальной. При радиусе меньшем минимального под действием внешней напряжённости клетки испытывают колебания с центром вблизи границ доменов. В работе показано, что для двух видов распределения наночастиц магнетита (внутри и по поверхности магнитомаркированной клетки) максимальная частота прямо пропорциональна восприимчивости и квадратично зависит от намагниченности при условии постоянства отношения амплитуды внешней напряженности к намагниченности.

Исследование проводилось по теме государственного задания (№ госрегистрации 1023031300005-4-1.6.7)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Colloidal transport on magnetic garnet films / P. Tierno, F. Sagués, T.H. Johansen, T.M. Fischer // Phys. Chem. Chem. Phys. – 2009. – Vol. 11. – P. 9615–9625.
2. Bidirectional particle transport and size selective sorting of Brownian particles in a flashing spatially periodic energy landscape / F. Martinez-Pedrero, H.Massana-Cid, T.Ziegler, T.H.Johansen, A.V.Straube, P.Tierno // Phys. Chem. Chem. Phys. – 2016. – Vol. 18. – P. 26353–26357.
3. Tierno P. Transport and selective chaining of bidisperse particles in a travelling wave potential / P. Tierno, A.V. Straube // Eur. Phys. J. E. – 2016 – Vol. 39, No 5. – P. 1–7.
4. Hydrodynamic synchronization and clustering in ratcheting colloidal matter / S.G. Leyva, R.L. Stoop, I. Pagonabarraga, P. Tierno // Sci. Adv. – 2022. – Vol. 8, eabo4546. – P. 1–8.
5. Straube A. Synchronous vs. Asynchronous Transport of a Paramagnetic Particle in a Modulated Ratchet Potential / A. Straube, P. Tierno // EPL. – 2013. – Vol. 103. – P. 28001-p1-p6.
6. Джежеря Ю.І . Дроба Використання елементів доменних структур феритгранатових плівок у транспортуванні магнітних мікрочастинок / Ю.І. Джежеря, О.П. Кузь, Н.П. Дроба // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2009. – №. 5. – С. 139–144.
7. Толмачев С. Т. Некоторые вопросы полиградиентной магнитной сепарации / С. Т. Толмачев, С. Л. Бондаревский // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – 2012. – Вип. 1. – С. 31–36.

Поступила в редакцию 11.12.2023 г.

NUMERICAL MODELING OF THE MOVEMENT OF PARAMAGNETIC PARTICLES OVER THE STRIP STRUCTURE OF MAGNETIC DOMAINS

A.A. Gubarev, Y.A. Legenkiy, S.V. Bespalova

The movement of magnetically marked cells over the surface of a ferrite-garnet film with a stripe domain structure under the influence of an external alternating magnetic field of frequency ω. It is shown that direct movement crossing multiple domain boundaries can occur for cells whose radius exceeds a certain minimum radius and frequencies ω less than a certain maximum frequency. Relations for the dependence of the maximum frequency on the magnetic susceptibility of cells and the magnitude of the saturation magnetization of domains were obtained.

***Keyword*:** biocells, biophysical control processes, transportation of magnetically labeled cells, parallel stripes structure of magnetic domains

Губарев Андрей Анатольевич
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: Gubarev_A_A_@mail.ru

Легенький Юрий Анатольевич
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, ДНР, РФ.

Беспалова Светлана Владимировна
доктор физико-математических наук, профессор;
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, ДНР, РФ.

Gubarev Andrey Anatolievich
Donetsk State University,
Donetsk, DPR, RF.

Legenkiy Yuri Anatolevich
Donetsk State University,
Donetsk, DPR, RF.

Bespalova Svetlana Vladimirovna
Doctor of Physico-Mathematical Sciences, Professor;
Donetsk State University,
Donetsk, DPR, RF.

УДК 58.036.5:581.9 (477.75)

ЗИМОСТОЙКОСТЬ ДРЕВЕСНЫХ РАСТЕНИЙ ЮГО-ВОСТОЧНОГО БЕРЕГА КРЫМА

© 2023. ***Н.И. Клименко, И.Л. Потапенко, В.Ю. Летухова***

Изучена зимостойкость древесных растений в зеленых насаждениях Юго-Восточного берега Крыма (ЮВБК). Территория ЮВБК была разделена от с. Семидворье до Феодосии на 3 дендрологических района, отличающихся по климатическим показателям и условиям перезимовки декоративных древесных растений. Установлено, что из большинства видов, гибридов и культиваров древесных растений высокозимостойкими были: в западном, наиболее теплом, районе – 183 (92,8 %), в центральном – 256 (81,8 %), в восточном, наиболее холодном и сухом – 166 (88,8 %). Это, вероятнее всего, связано с длительным периодом отбора наиболее адаптированных к условиям региона растений. Наиболее зимостойкими являются листопадные лиственные и хвойные деревья и кустарники. Сильнее поражаются морозами вечнозеленые лиственные древесные растения, поэтому более всего они представлены в западной части и менее всего – в восточной, где их применение ограничено низкими зимними температурами. Оценка зимостойкости большого числа видов, гибридов и культиваров позволит с успехом размещать их на территориях с подобными климатическими условиями.

Ключевые слова: зимостойкость, декоративные древесные растения, зеленые насаждения, Юго-Восточный берег Крыма

Введение. Зеленые насаждения играют важную роль в создании комфортной среды в населенных пунктах и выполняют различные функции: экологические, микроклиматические, санитарно-гигиенические, эстетические [1–3]. Особенно велико их значение для курортных городов и поселков Юго-Восточного берега Крыма (ЮВБК), где расположены санатории, пансионаты, здравницы, дома отдыха, туристические комплексы.

В условиях ЮВБК основным лимитирующим фактором для многих древесных растений при введении в культуру являются низкие зимние температуры, чередующиеся с оттепелями. При изучении характера перезимовки обычно учитывают два вида стойкости: морозостойкость и зимостойкость, причем первая является компонентом второй [4]. Зимостойкость интродуцентов – один из основных показателей, характеризующих адаптивные способности и состояние растений в неблагоприятных условиях окружающей среды в течение холодного периода года [5]. Морозостойкость характеризует способность растений переносить без повреждений кратковременные заморозки и длительные зимние морозы. Морозостойкость и зимостойкость прямо коррелируют между собой [6, 7]. Изучение зимостойкости древесных растений и выделение наиболее устойчивых видов и культиваров для использования в садово-парковом строительстве региона имеет большое теоретическое и практическое значение.

Целью исследований было изучение зимостойкости декоративных древесных растений в зеленых насаждениях ЮВБК для выявления перспективных видов и рационального использования их в зеленом строительстве.

Материал и методика исследования. Район исследования охватывает прибрежную полосу ЮВБК шириной 1–5 км от п. Семидворье (в 7 км к северо-востоку от г. Алушта) до г. Феодосия (рис. 1). Всю исследуемую территорию мы разделили на три дендрологических района согласно их почвенно-климатическим, лесорастительным условиям и составу культивируемой дендрофлоры. Западный район (от Семидворья до балки Канака) характеризуется относительно ясно выраженными чертами

субтропичности. Здесь нет периода с устойчивыми среднесуточными температурами ниже нуля градусов. Осадки имеют средиземноморский характер, высока термическая емкость вегетационного периода (3600–3700 °С), но минимальные температуры ниже принятых критических значений.

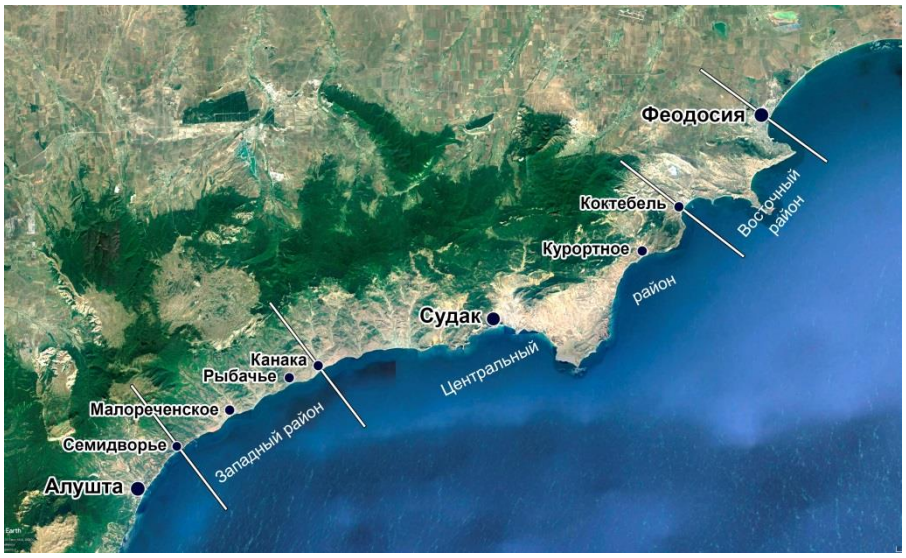


Рис. 1. Исследуемая территория Юго-Восточного берега Крыма

Здесь возможно любительское субтропическое плодоводство с соблюдением мер мелиорации микроклимата зимой (высадка деревьев с южной стороны домов, создание ветроломных кулис и др.) [8].

Согласно агроклиматическому районированию В.И. Важова [9] эта территория относится к Центральному южнобережному агроклиматическому району. Климат умеренно жаркий, засушливый, с умеренно-теплой зимой. Коэффициент увлажнения (ГТК) равен 0,67. Средняя годовая температура воздуха – 10–12 °С. Температура самого теплого месяца (июля) 23,3 °С, самого холодного (февраля) 1,0…2,9°, средний из абсолютных годовых минимумов −11…−15 °С, абсолютный минимум −18…−22 °С. Вегетационные оттепели отмечаются в 60–65 % зим, которые прерываются безморозными похолоданиями и не влекут за собой серьезных повреждений культурной растительности. Осенние заморозки появляются в конце второй декады ноября, весенние прекращаются в конце марта. Безморозный период длится 235 дней, вегетационный – 202 дня, период интенсивной вегетации растений – 142 дня. Сумма температур выше 10 °С составляет 3655 °С, выше 15 °С – 2910 °С. Годовая сумма осадков – 430 мм, из них в вегетационный период выпадает 200 мм. Годовая испаряемость составляет 900–950 мм, в период активной вегетации растений – 700–720 мм. Повреждение морозами плодовых культур возможно в 5–7 % зим. [9, 10]. В культурных насаждениях отмечается достаточно широкий спектр теплолюбивых деревьев: *Pinus pinea* L., *Pinus halepensis* Mill., *Cryptomeria japonica* (Thunb. ex L.f.) D.Don, *Olea europaea* L., *Magnolia grandiflora* L., *Eriobotrya japonica* (Thunb.) Lindl., *Arbutus andrachne* L., *Quercus ilex* L. Обычны такие вечнозеленые кустарники, как *Laurus nobilis* L., *Nerium oleander* L., *Ligustrum lucidum* W.T. Aiton, *Viburnum tinus* L., *Berberis julianae* C.K.Schneid., *B. soulieana* C.K.Schneid., *Prunus laurocerasus* L., *Bupleurum fruticosum* L.

К центральному району наших исследований мы относим территорию от Канакской балки до Коктебеля, где заканчивается восточный вариант Крымского субсредиземноморья. Здесь, как и в западном районе, в растительном покрове

преобладают пущистодубовые леса, грабинниковые заросли, дубово-можжевеловые и дубово-фисташковые редколесья. С продвижением на восток они обедняются, в них исчезают вечнозеленые виды-содоминанты, но сохраняются восточно-средиземноморские виды – жасмин кустарниковый держи-дерево и др. [11]. В западном и центральном районах исследуемой территории преобладают коричневые почвы сухих лесов и кустарниковых зарослей субсредиземноморского типа, сформировавшиеся на продуктах выветривания известняков, таврических сланцев, песчаников, конгломератов, магматических пород [12, 13]. Почвы района г. Судак и поселка Курортное бурые горнолесные или дерновые карбонатные, формирующиеся в условиях леса при промывном или периодически промывном водном режиме. Здесь также встречаются коричневые горные часто карбонатные почвы [14]. В центральном районе значительно реже в культурных насаждениях встречаются такие обычные для западной части вечнозеленые растения, как *Magnolia grandiflora*, *Viburnum tinus*, *Laurus nobilis*, *Bupleurum fruticosum*, *Prunus laurocerasus* и др. Такие деревья, как *Cedrus atlantica* (Endl.) Manetti ex Carrièr, *C. deodara* (Roxb. ex D.Don) G.Don, *C. libani* A.Rich., *Cupressus arizonica* Greene, *C. sempervirens* L., *Albizia julibrissin* Durazz. чувствуют себя вполне удовлетворительно, хотя и поражаются морозами в экстремально холодные зимы, которые бывают здесь крайне редко.

К восточному району мы относим территорию от Коктебеля до Феодосии, включая поселки Феодосийского городского округа. Растительность района характеризуется преимущественно степными сообществами. Пушистодубовые леса практически отсутствуют. На хребте Тепе-Оба (окрестности Феодосии) лесные сообщества встречаются в виде искусственных насаждений (в основном, сосны крымской). В населенных пунктах редко встречаются *Cedrus atlantica* и *C. libani* (*C. deodara* не отмечен), *Cupressus arizonica* и *C. sempervirens*, практически отсутствуют вечнозеленые лиственные деревья и кустарники.

Центральный и восточный районы ЮВБК относятся к Юго-восточному приморскому агроклиматическому району, который характеризуется очень засушливым жарким климатом с мягкой зимой. Коэффициент увлажнения (ГТК) равен 0,51. Средняя годовая температура воздуха – 11,7–12,2 °С. Температура самого теплого месяца (июля) 23,2–24,3 °С, самого холодного (января) 1,1…1,8 °С, средний из абсолютных годовых минимумов −12…−15 °С, абсолютный минимум −20…−25 °С. В восточной части юго-восточного приморского района наблюдается непродолжительная зима, которая длится 15 дней, с 24 января до 8 февраля. Вегетационные оттепели наблюдаются в 60 % зим. Осенние заморозки появляются в третьей декаде ноября, весенние прекращаются в конце марта. Безморозный период 237 дней, вегетационный – 198 дней, период интенсивной вегетации растений – 147 дней. Годовая сумма осадков – 340 мм, из них в вегетационный период выпадает 195 мм. Годовая испаряемость составляет 960–975 мм, в период активной вегетации растений – 750–830 мм. Сильные ветры со скоростью 15 м/сек и более на востоке района бывают 12 дней, на западе – 22–24 дня. Повреждение морозами плодовых культур возможно в 10 % зим [9]. В районе Феодосии распространены черноземы слитые солонцеватые, а также темно-каштановые солонцеватые почвы [14].

Объектами исследования были древесные растения зеленых насаждений различных категорий городов и поселков, а также территории 40 рекреационных комплексов региона (санаториев, домов и баз отдыха, пансионатов, детских оздоровительных учреждений). Исследования охватывают более чем 20-ти летний период с 2000 по 2023 год.

Изучение зимостойкости древесных растений проводилось согласно методике С.Я. Соколова в модификации Г.В. Куликова [15]. Далее растения объединены нами в группы по зимостойкости. Высокозимостойкие: 0 баллов – побеги не обмерзают даже в суровые зимы. Среднезимостойкие: 1 балл – подмерзают концы однолетних (прошлогодних) побегов, а также листья вечнозеленых растений; 2 балла – полностью вымерзают однолетние побеги; 3 балла – полностью вымерзают двухлетние побеги. Слабозимостойкие: 4 балла – вымерзает прирост последних трех лет и в значительной мере повреждаются многолетние ветви кроны; 5 баллов – отмерзают ствол и ветви до уровня снегового покрова (а при его отсутствии – до штамба); 6 баллов – растение подмерзает до корневой шейки, но затем возобновляется порослью. Незимостойкие: 7 баллов – растение погибает с корнем.

Анализ результатов. Во всех районах исследуемого региона большинство культивируемых древесных растений были высокозимостойкими (рис. 2). В западном районе исследовано 196 видов, гибридов и культиваров древесных растений, из которых 183 (93,4 %) оказались высокозимостойкими и 13 (6,6 %) – среднезимостойкими; слабозимостойкие и незимостойкие отсутствуют.

Высокозимостойкими были все листопадные лиственные растения: деревья – 52 (100 %), кустарники – 41 (100 %) и лианы – 7 (100 %) видов, гибридов, культиваров. Не повреждались морозами аборигенные виды листопадных растений и следующие интродуценты: деревья (*Aesculus hippocastanum* L., *Albizia julibrissin*, *Castanea sativa* Mill., *Catalpa bignonioides* Walter, *C. speciosa* (Warder ex Barney) Warder ex Engelm., *Diospyros kaki* L., *D. virginiana* L., *Koelreuteria paniculata* Laxm., *Malus niedzwetzkyana* Dieck ex Koehne, *Melia azedarach* L., *Paulownia tomentosa* Steud., *Platanus occidentalis* L., *P.* × *acerifolia* (Aiton) Willd., *P. orientalis* L., *Prunus persica* (L.) Batsch, *Punica granatum* L., *Salix babylonica* L., *Styphnolobium japonicum* (L.) Schott), кустарники (*Berberis thunbergii* DC, *Chaenomeles japonica* (Thunb.) Lindl. ex Spach, *C. speciosa* (Sweet) Nakai, *Colutea arborescens* L., *Cotoneaster horizontalis* Decne, *Deutzia scabra* Thunb., *Forsythia europaea* Degen & Bald., *Hibiscus syriacus* L., *Jasminum nudiflorum* Lindl.) и лианы (*Campsis radicans* (L.) Seem., *Lonicera caprifolium* L., *Parthenocissus tricuspidata* Planch., *Wisteria sinensis* (Sims) DC.).

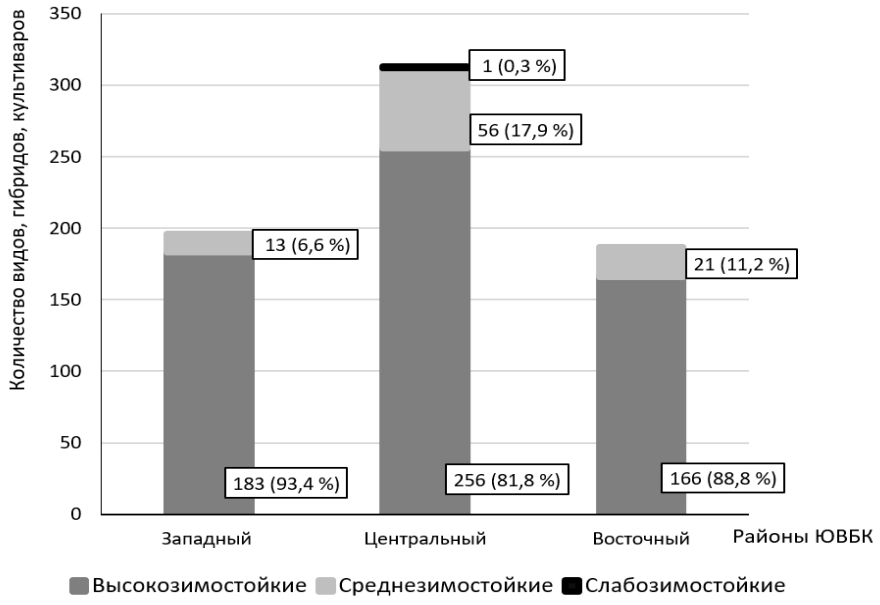


Рис. 2. Зимостойкость декоративных древесных растений в различных районах ЮВБК

Высокозимостойкими были 42 вида и культивара хвойных деревьев и кустарников, что составляет 97,7 % от их общего количества в западной части региона. К ним относятся: *Abies cephalonica* Loudon, *A. numidica* de Lannoy ex Carrière, *A. pinsapo* Boiss., *Calocedrus decurrens* (Torr.) Florin, *Cedrus atlantica*, *C. deodara*, *C. libani*, *Cryptomeria japonica*, *Cupressus arizonica*, *C. funebris* Endl., *Juniperus virginiana* L., *Picea pungens* Engelm., *Pinus halepensis*, *Sequoiadendron giganteum* (Lindl.) J.Buchholz, *Thuja occidentalis* L. Высокую зимостойкость проявили также следующие вечнозеленые растения: 1 (16,7 %) вид лиственного дерева (*Quercus ilex*) из шести здесь отмеченных и 26 видов лиственных кустарников (*Berberis aquifolium* Pursh, *Berberis julianae* C.K.Schneid., *Bupleurum fruticosum*, *Buxus balearica* Lam., *B. sempervirens* L., *Cotoneaster buxifolius* Wall. ex Lindl., *C. salicifolius* Franchet, *Euonymus fortune* (Turcz.) Hand.-Mazz., *Ilex aquifolium* L., *Laurus nobilis*, *Prunus lusitanica* L., *Viburnum tinus* и др.), что составляет 78,8 % от их общего количества в западной части региона. Все вечнозеленые кустарнички (*Ruscus aculeatus* L., *Vinca major* L. и *Vinca minor* L.), лианы (*Hedera colchica* (K.Koch) K.Koch, *H. helix* L., *H. h.* `Minor Marmorata` и *Lonicera japonica* Thunb.), а также полувечнозеленые кустарники (*Hypericum calycinum* L. и *Ligustrum vulgare* L.), юкки (*Yucca aloifolia* L., *Y. filamentosa* L., *Y. flaccida* Haw. и *Y. gloriosa* var. *tristis* Carrière) и опунция (*Opuntia stricta* (Haw.) Haw.) были высокозимостойкими.

Среднезимостойкими были следующие вечнозеленые древесные растения: повреждения до 1 балла отмечено у 4 видов лиственных деревьев (*Arbutus andrachne*, *Eriobotrya japonica*, *Magnolia grandiflora* и *Olea europaea*), одного вида хвойного дерева (*Pinus pinea)* и одного вида пальмы (*Trachycarpus fortune* (Hook.) H. Wendl.), а также у 5 видов и гибридов кустарников (*Abelia* × *grandiflora* (Ravelli ex André) Rehder, *Aucuba japonica* Thunb., *Berberis soulieana*, *Pittosporum heterophyllum* Franch., *P. tobira* (Thunb.) W.T. Aiton); до 2 баллов повреждался *Laurus nobilis*; до 3 баллов – *Nerium oleander*.

В центральном районе исследовано 313 видов, гибридов и культиваров древесных растений, из которых 256 (81,8 %) были высокозимостойкими, 56 (17,9 %) – среднезимостойкими и 1 (0,3 %) вид – слабозимостойким; незимостойкие отсутствуют. Следует отметить, что более зимостойкими являются деревья, где число высокозимостойких видов, гибридов, культиваров составило 91,1 %, по сравнению с кустарниками – 70,2 % и лианами – 61,5 %.

Большинство листопадных деревьев не повреждались морозами: из 108 видов и культиваров (сюда же мы относим растения жизненной формы «дерево или кустарник») 104 были высокозимостойкими и 4 (*Albizia julibrissin*, *Ficus carica* L., *Melia azedarach*, *Punica granatum* L.) – среднезимостойкими, что составляет 96,3 % и 3,7 % соответственно. Не повреждались морозами аборигенные виды и следующие интродуцированные деревья: *Aesculus hippocastanum*, *A.* × *carnea* Zeyh., *Ailanthus altissima* (Mill.) Swingle, *Broussonetia papyrifera* (L.) L'Hér. ex Vent., *Catalpa begnonioides*, *C. speciosa*, *Crataegus monogyna* `Roseo-plena`, *Diospyros kaki*, *D. virginiana*, *Ginkgo biloba* L., *Gleditsia triacanthos* L., *Juglans nigra* L., *Koelreuteria paniculata*, *Maclura pomifera* (Raf.) C.K .Schneid., *Malus niedzwetzkyana*, *Platanus* × *acerifolia*, *P. orientalis*, *Salix matsudana* `Tortuosa`, *Styphnolobium japonicum*, *Tilia europaea* L. Среднезимостойкие деревья имели следующие степени повреждения морозами: *Albizia julibrissin* и *Punica granatum* – до 1 балла, *Ficus carica* и *Melia azedarach* – до 2 баллов.

Абсолютное большинство хвойных деревьев также не повреждались морозами. Из 50 видов и культиваров хвойных деревьев (сюда же мы относим растения жизненной формы «дерево или кустарник») 46 оказались высокозимостойкими и 4 –

среднезимостойкими (*Pinus halepensis, Pinus pinea, Cryptomeria japonica, C. j.* `Elegans`), что составляет 92,0% и 8,0% соответственно. Не повреждались морозами аборигенные виды хвойных деревьев и следующие интродуценты: *Abies cephalonica, A. numidica, A. pinsapo, Calocedrus decurrens, Cedrus atlantica, C. deodara, C. libani, Chamaecyparis lawsoniana* (A.Murray bis) Parl., *C. pisifera* (Siebold & Zucc.) Endl., *Cupressus arizonica, Picea abies* (L.) H.Karst., *P. pungens, Sequoiadendron giganteum, Thuja occidentalis.* Среднезимостойкие деревья имели следующие степени повреждения морозами: *Pinus halepensis, Cryptomeria japonica, C. j.* `Elegans` – до 1 балла и *Pinus pinea* – до 2 баллов. Все юкки (ветвящееся розеточное дерево) были высокозимостойкими (*Yucca aloifolia, Y. filamentosa, Y. gloriosa* var. *tristis, Y. flaccida*). Все вечнозеленые лиственные деревья и пальма были среднезимостойкими и имели следующие степени повреждения морозами: *Arbutus andrachne, A.* × *andrachnoides* Link, *Quercus ilex* – до 1 балла; *Eriobotrya japonica, Olea europaea, Magnolia grandiflora* и *Trachycarpus fortunei* – до 2 баллов.

Высокозимостойкие кустарники составляют 70,2 %, среднезимостойкие – 29,0 % и слабозимостойкие – 0,8 % видов, гибридов и культиваров.

Значительное количество листопадных кустарников не повреждались морозами. Из 82 видов, гибридов и культиваров листопадных кустарников – 76 были высокозимостойкими и 6 – среднезимостойкими (*Buddleja davidii* Franch., *B. d.* `Pink Delight` , *B. d.* `White Profusion`, *B.* × *weyeriana* `Sungold`, *Jasminum nudiflorum, Lagerstroemia indica* L.), что составляет 92,7 % и 7,3 % соответственно. Не повреждались морозами аборигенные кустарники и следующие интродуценты: *Berberis thunbergii, Buddleja alternifolia* Maxim., *Callicarpa americana* L., *Caryopteris incana* (Thunb. ex Houtt.) Miq., *Ceanothus americanus* L., *Chaenomeles japonica, C. speciosa, Colutea arborescens, Cotoneaster horizontalis, Deutzia scabra, Exochorda racemosa* (Lindl.) Rehder, *Forsythia europaea, Hibiscus syriacus, Hydrangea arborescens* L., *Kerria japonica* (L.) DC., *Lonicera maackii* (Rupr.) Maxim., *L. periclymenum* L., *Paeonia* × *suffruticosa* Andrews, *Philadelphus coronaries* L., *Prunus triloba* Lindl., *Rhodotypos scandens* (Thunb.) Makino, *Rosa foetida* Herrm., *Salix aegyptiaca* L., *Spiraea cantoniensis* Lour., *S. Japonica* L., *S.* × *vanhouttei* (Briot) Zabel, *Symphoricarpos albus* S.F. Blake, *S. orbiculatus* Moench, *Weigela florida* (Bunge) A.DC. Среднезимостойкие кустарники имели следующие степени повреждения морозами: *Buddleja* × *weyeriana* `Sungold` и *Jasminum nudiflorum* – до 1 балла; *Buddleja davidii, B. davidii* `Pink Delight`, *B. davi*dii `White Profusion` и *Lagerstroemia indica* – до 2 баллов. Большинство вечнозеленых лиственных кустарников в той или иной мере повреждались морозами. Из 34 видов вечнозеленых кустарников 28 были среднезимостойкими, 5 – высокозимостойкими (*Cotoneaster microphyllus* Wall. ex Lindl., *C. salicifolius, Ilex aquifolium, Lonicera fragrantissima* Lindl. & J. Paxton, *L. ligustrina* var. *pileata* (Oliv.) Franch.) и 1 – слабозимостойким (*Nerium oleander* – до 6 баллов), что составляет 82,4 %, 14,7 % и 2,9 % соответственно. Среднезимостойкие кустарники имели следующие степени повреждения морозами: *Berberis aquifolium, B. julianae, Bupleurum fruticosum, Buxus balearica, B. sempervirens, Cotoneaster buxifolius, Euonymus fortune* и его культивары (*E. fortune* `Alba-variegata`, *E. f.* `Aureo-variegata`, *E. f.* `Olwi`, *E. f.* `Microphylla`), *Pittosporum heterophyllum* Franch., *P. tobira* (Thunb.) W.T. Aiton, *Prunus laurocerasus, P. lusitanica* L., *Lavandula angustifolia* Mill., *Rosa banksiae* R.Br., *Rosmarinus officinalis* L., *Santolina chamaecyparissus* L., *S. virens* Mill., *Viburnum rhytidophyllum* Hemsl. – до 1 балла; *Aucuba japonica, Berberis soulieana, Ligustrum lucidum, Nandina domestica* Thunb., *Sarcococca hookeriana* var. *digyna* Franch., *Viburnum tinus* – до 2 баллов 6; *Laurus nobilis* – до 3 баллов.

Полувечнозеленые кустарники *Hypericum inodorum* Willd. и *Ligustrum vulgare*. были высокозимостойкие, а *Pyracantha coccinea* M.Roem. – среднезимостойкая (повреждалась морозами до 1 балла). Вечнозеленый или полувечнозеленый кустарник *Hypericum calycinum* был также среднеморозостойким (до 1 балла). Хвойный кустарник *Juniperus sabina* L. и его культивары (*J. s.* `Variegata` и *J. s.* `Tamariscifolia`), а также все виды опунции (*Opuntia humifusa* (Raf.) Raf., *O. phaeacantha* Engelm. и *O. stricta*) были высокозимостойкими. Вечнозеленые кустарнички *Ruscus aculeatus, Vinca minor* и его культивары (*V. m.* `Alba` и *V. m.* `*Aureo-variegata*`) были высокозимостойкими, а *Vinca major* – среднезимостойким (повреждения до 1 балла). Слабозимостойким был вечнозеленый кустарник *Nerium oleander*, который повреждался до 6 баллов.

Высоко- и среднезимостойкими были соответственно 61,5 % и 38,5 % видов лиан. Все листопадные лианы были высокозимостойкие: *Parthenocissus quinquefolia* Planch., *P. tricuspidata*, *Campsis radicans, Clematis flammula* L., *C. vitalba* L., *Lonicera caprifolium, Vitis vinifera* L., *Wisteria sinensis*. Все вечнозеленые лианы были среднезимостойкие с повреждениями морозами до 1 балла: *Hedera colchica, H. helix, H. h.* `Minor Marmorata`, *Lonicera japonica, L. j.* `Reticulata`.

Примерно раз в 30–50 лет в Крыму повторяются холодные зимы с нижними пределами отрицательных температур и длительным морозным периодом, когда часть древесно-кустарниковой растительности подвергается значительному повреждению или уничтожению [16]. К таковым относится зима 2005–2006 гг., которая была малоснежной и отличалась от предыдущих зим рекордно низкими температурами. Повреждения морозами деревьев и кустарников этой зимой были значительно сильнее [17].

В восточном районе исследовано 187 видов, гибридов и культиваров древесных растений, из которых высокозимостойкими оказались 166 (88,8 %), среднезимостойкими – 21 (11,2 %); слабозимостойкие и незимостойкие отсутствуют.

Абсолютное большинство листопадных лиственных деревьев не повреждались морозами: из 77 видов, гибридов и культиваров (сюда же мы относим растения жизненной формы «дерево или кустарник») 75 были высокозимостойкими и 2 – среднезимостойкими (*Albizia julibrissin* и *Ficus carica* повреждались морозами до 2 баллов), что составляет 97,4 % и 2,6 % соответственно. Не повреждались морозами аборигенные виды и следующие интродуценты: *Acer saccharinum* L., *Aesculus* × *carnea, A. hippocastanum*, *Catalpa speciosa*, *Crataegus monogyna* `Roseo-plena`, *Diospyros kaki*, *Fraxinus americana* L., *F. pennsylvanica* Marshall, *Ginkgo biloba*, *Gleditsia triacanthos, Hippophae rhamnoides* L., *Juglans nigra, Koelreuteria paniculata, Maclura pomifera, Malus niedzwetzkyana, M.* × *purpurea* (Eug.Barbier) Rehder, *Paulownia tomentosa, Platanus occidentalis, P.* × *acerifolia, P. orientalis, Populus simonii* Carrière, *Prunus cerasifera subsp. pissardii* (Carrière) Dostál, *Robinia hispida* L., *Salix babylonica* L., *Ulmus pumila* L.

Абсолютное большинство листопадных кустарников также не повреждались морозами: из 50 видов и культиваров 47 были высокоморозостойкими и 3 – среднезимостойкими (*Buddleja* × *weyeriana* 'Sungold' и *Jasminum nudiflorum* повреждались морозами до 1 балла и *Buddleja davidii* – до 2 баллов), что составляет 94,0 % и 6,0 % соответственно. Не повреждались морозами аборигенные виды и следующие интродуценты: *Berberis thunbergii, Buddleja alternifolia, Chaenomeles japonica, C. speciosa, Deutzia scabra, Forsythia europaea, Hibiscus syriacus, Hydrangea arborescens, Kerria japonica, Lonicera periclymenum, Lonicera xylosteum, Paeonia* × *suffruticosa, Philadelphus coronaries, Prunus triloba, Ribes aureum, Salix aegyptiaca, Spiraea cantoniensis, S. japonica, S.* × *vanhouttei, Symphoricarpos albus, Weigela florida*. Все листопадные лианы были высокоморозостойкими.

Высокозимостойкими были также все хвойные деревья и кустарники, юкки и опунции. Вечнозеленые лиственные растения в большей степени повреждались морозами: высокозимостойкими были 4 вида и культивара кустарников и кустарничков (*Lonicera fragrantissima*, *L. ligustrina* var. *pileata*, *Vinca minor*, *V. m.* `Alba`), среднезимостойкими – 12 (*Berberis aquifolium*, *Buxus sempervirens*, *Euonymus fortunei*, *E. f.* `Alba -variegata`, *E. f.* `Aureo-variegata`, *Lavandula angustifolia*, *Rosa banksiae*, *Santolina chamaecyparissus*, *S. virens*, *Vinca major* – повреждались морозами до 1 балла; *Cotoneaster salicifolius*, *Rosmarinus officinalis* – до 2 баллов), что составляет 25,0 % и 75,0 %. Среднезимостойкими были все вечнозеленые лианы (*Hedera helix*, *H. h.* `Minor Marmorata`, *Lonicera japonica*).

Из трех видов полувечнозеленых кустарников, два вида были высокоморозостойкими (*Hypericum inodorum*, *Ligustrum vulgare*) и один – среднеморозостойким (*Pyracantha coccinea* повреждался морозами до 1 балла).

С продвижением с юго-запада (Семидворье) на северо-восток (Феодосия) в различных категориях зелених зон возрастает количество листопадных деревьев и кустарников и соответственно уменьшается число вечнозеленых растений, причем как хвойних, так и лиственных, что связано с их пониженной зимостойкостью (табл. 1). В западном районе относительное число вечнозеленых растений больше, чем листопадных на 10 %, в центральном районе (г. Судак) это число увеличивается до 21,0 %, а в восточном районе (г. Феодосия) разница достигает уже 33,6 %. Это связано с более жесткими климатическими условиями восточного района, не позволяющими использовать большое разнообразие вечнозеленых древесных растений в озеленении без специальных мер, снижающих влияние лимитирующих факторов.

Таблица 1

Соотношение листопадных и вечнозеленых древесных растений в некоторых населенных пунктах по дендрологическим районам ЮВБК

Населенный пункт (район)	Количество видов и форм	% листопадных	% вечнозеленых (хвойные / лиственные)
Семидворье (западный)	90	45,5	55,5 (25,6 / 29,9)
Судак (центральный)	172	60,5	39,5 (21,5 / 18,0)
Феодосия (восточный)	133	66,8	33,2 (20,3 / 12,9)

Таким образом, интродуцированные виды древесных растений характеризуются различной зимостойкостью в условиях ЮВБК. Это связано с особенностями их феноритмики, роста и развития, степени адаптированности в новых условиях различных частей региона.

Выводы. На всей исследуемой территории ЮВБК большинство видов, гибридов и культиваров древесных растений были высокоморозостойкими: в западном районе – 183 (92,8 %), в центральном – 256 (81,8 %), в восточном – 166 (88,8 %). Это, вероятнее всего, связано с длительным периодом отбора наиболее адаптированных к условиям региона растений. В западном (наиболее теплом) районе незначительные повреждения морозами наблюдались, в основном, у вечнозеленых лиственных растений.

Наиболее зимостойкими являются листопадные лиственные и хвойные деревья и кустарники. Сильнее поражаются морозами вечнозеленые лиственные, поэтому более всего они представлены в западной части и менее всего – в восточной, где их применение ограничено низкими зимними температурами.

Оценка зимостойкости большого числа видов, гибридов и культиваров древесных растений позволит с успехом размещать их на территориях с подобными климатическими условиями.

Исследование проводилось по темам государственного задания ФИЦ ИнБЮМ (№ госрегистрации 121032300023-7) и НБС-ННЦ (№ госрегистрации FNNS-2022-0007).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Семенюк О.В. Роль зеленых насаждений в адаптации урбоэкосистем к изменениям климата / Семенюк О.В., Телеснина В.М., Богатырев Л.Г., Баранова О.Ю. // Лесоведение. – 2023. – №4. – С. 1-14.
2. Корниенко В.О. Механическая устойчивость древесных пород и рекомендации по предотвращению их аварийности в городских насаждениях / В.О. Корниенко, В.Н. Калаев. – Воронеж: Роза Ветров. – 2018. – 92 с.
3. Корниенко В.О. Эколого-биологические особенности и механическая устойчивость древесных растений, используемых в озеленении города Донецка: монография / В.О. Корниенко, В.Н. Калаев. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2021. – 109 с.
4. Генкель П.А. Состояние покоя и морозоустойчивость плодовых растений / П.А. Генкель, Е.З. Окнина. – М.: Наука,1964. – 242 с.
5. Korniyenko V. O. Impact of natural climate factors on mechanical stability and failure rate in silver birch trees in the city of Donetsk / V. O. Korniyenko, V. N. Kalaev // Contemporary Problems of Ecology. – 2022. – Vol. 15, No. 7. – P. 806–816.
6. Сергеев Л.И. Морфологическая периодичность и зимостойкость древесных растений / Л.И. Сергеев, К.А. Сергеева, В.К. Мельников. – Уфа: Академия Наук СССР, Баш. фил. ин-та. биол., 1961. – 223 с.
7. Туманов И.И. Физиологические основы зимостойкости культурных растений / И.И. Туманов. – М.: Сельгозгиз,1960. – 365 с.
8. Антюфеев В.В. Агроклиматический потенциал субтропического садоводства в Крыму / В.В. Антюфеев // Известия Оренбургского государственного университета. – 2015. – № 4 (54). – С. 185–188.
9. Важов В.И. Агроклиматическое районирование Крыма / В.И. Важов // Труды Государственного Никитского ботанического сада. – 1977. – Т. 71. – С. 92–120.
10. Ведь И.П. Климатический атлас Крыма / И.П. Ведь. – Симферополь: Таврия-Плюс, 2000. – 120 с.
11. Багрова Л.А. Крымское субсредиземноморье / Л.А. Багрова, В.А. Боков, Л.Я. Гаркуша, Н.А. Драган // Экосистемы Крыма, их оптимизация и охрана – 2003. – Вып. 13. – С. 95–105.
12. Ена В.Г. Заповедные ландшафты Тавриды / В.Г. Ена, Ал. В. Ена, Ан. В. Ена. – Симферополь: Бизнес-Информ, 2004. – 423 с.
13. Багрова Л.А. География Крыма / Л.А. Багрова, В.А. Боков, Н.В. Багров. – Киев: Либідь, 2001. – 304 с.
14. Драган Н.А. Почвенные ресурсы Крыма / Н.А. Драган. – Симферополь: ДОЛЯ, 2004. – 208 с.
15. Куликов Г.В. Результаты интродукции новых для Крыма лиственных древесных растений (1970–1980 гг.) / Г.В. Куликов // Интродукция декоративных деревьев и кустарников на юге СССР. – Труды Государственного Никитского ботанического сада. – 1980. – Т. 82. – С. 48–80.
16. Агапонов Н.Н. Оценка лесорастительного потенциала нижней высотной зоны Горного Крыма / Н.Н. Агапонов, Ю.В. Плугатарь, А.А. Неонета // Современные проблемы популяционной экологии: материалы IX Международной научно-практической экологической конференции (Белгород, 2–5 октября 2006 г.). – Белгород: ПОЛИТЕРРА, 2006. – С. 5–6.
17. Потапенко И.Л. Итоги перезимовки древесных растений в юго-восточном Крыму в условиях экстремально холодной зимы 2005–2006 г. / И.Л. Потапенко, В.Ю. Летухова, Л.Н. Каменских // Природничий альманах. Серія біологічні науки. – 2006. – Вип. 8. – С. 192–201.

Поступила в редакцию 08.12.2023 г.

WINTER HARDINESS OF WOODY PLANTS IN THE SOUTHEASTERN COAST OF THE CRIMEA

N.I. Klimenko, I.L. Potapenko, V.Yu. Letukhova

The winter hardiness of woody plants in green spaces of the south-eastern coast of Crimea (SECC) has been studied. We divided the territory of the SECC from the village. Semidvorye to Feodosia into 3 dendrological areas, differing in climatic conditions and overwintering conditions for ornamental woody plants. It was established that most species, hybrids and cultivars of woody plants were highly winter-hardy: in the western warmest region – 183 (92.8 %), in the central – 256 (81.8 %), in the eastern, coldest and driest – 166

(88.8 %). This is most likely due to a long period of selection of plants most adapted to the conditions of the region. The most winter-hardy are deciduous and coniferous trees and shrubs. Evergreen deciduous woody plants are more severely affected by frost, so they are most represented in the western part and least of all in the eastern part, where their use is limited by low winter temperatures. Assessment of the winter hardiness of a large number of species, hybrids and cultivars will make it possible to successfully place them in areas with similar climatic conditions.

Key words: winter hardiness, ornamental woody plants, green spaces, south-eastern coast of Crimea.

Клименко Николай Иванович
кандидат сельско-хозяйственных наук, старший научный сотрудник; Крымский литературно – художественный мемориальный музей заповедник, Ялта, Республика Крым, РФ.
E-mail: klymenko.gnbs@mail.ru

Klimenko Nikolay Ivanovich
candidate of agricultural sciences, senior researcher; Crimean Literary and Art Memorial Museum Reserve, Yalta, Republic of Crimea, Russian Federation.
E-mail: klymenko.gnbs@mail.ru

Потапенко Ирина Леонидовна
кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, Карадагская научная станция им. Т.И. Вяземкого – природный заповедник РАН, Феодосия, Республика Крым, РФ.
E-mail: ira_potapehko@mail.ru

Potapenko Irina Leonidovna
candidate of biological sciences, senior researcher, Karadag Scientific Station named after.
T.I. Vyazemkogo – natural reserve of the RAS, Feodosia, Republic of Crimea, Russian Federation
E-mail: ira_potapehko@mail.ru

Летухова Виктория Юрьевна
кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, Карадагская научная станция им. Т.И. Вяземкого – природный заповедник РАН, Феодосия, Республика Крым, РФ.
E-mail: letukhova@gmail.com

Letukhova Victoria Yurievna
candidate of biological sciences, senior researcher, Karadag Scientific Station named after.
T.I. Vyazemkogo – natural reserve of the RAS, Feodosia, Republic of Crimea, Russian Federation
E-mail: letukhova@gmail.com

УДК 577.3

БИОЛОГИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ ПЕРЕМЕННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПРОМЫШЛЕННОЙ ЧАСТОТЫ, НА ПРИМЕРЕ КУКУРУЗЫ САХАРНОЙ

© 2023. ***В.О. Корниенко, К.А. Авдеева, А.О. Елизаров***

Исследовано влияние переменного магнитного поля промышленной частоты и различной амплитуды (1–20 мТл) на онтогенетические изменения проростков кукурузы сахарной. Определены экологически безопасные параметры переменного магнитного поля, применение которых способствовало повышению ростовых показателей и биомассы растений. С точки зрения экологической безопасности, выявлены параметры переменного магнитного поля, приводящие к гибели части выборки, значительному торможению ростовых процессов выживших организмов, а также снижению биологической продуктивности.

Ключевые слова: переменное магнитное поле, кукуруза сахарная, морфометрия, онтогенез, экологический фактор.

Введение. Живые системы в процессе своего эволюционного развития выработали различные механизмы взаимодействия с физическими факторами различной природы [1]. Одним из таких факторов является магнитное поле как естественного, так и антропогенного происхождения. Такой антропогенный фактор имеет практический интерес, как с точки зрения биофизики, экологии, так и сельского хозяйства [2]. В первую очередь это связано с тем, что переменное магнитное поле оказывает достаточно выраженное действие на морфологические, физиологические, биохимические и биофизические характеристики многих растений.

В рамках отечественной научной школы кафедры биофизики под руководством профессора С.В. Беспаловой, биофизические механизмы реагирования биосистем на действие переменного магнитного и электромагнитного полей изучали П.К. Хиженков, М.В. Нецветов и др. [2–4]. В результате, как обобщение, выявлена сложная зависимость морфометрических параметров растений от прикладываемого магнитного поля с различными характеристиками (амплитуда, частота, экспозиция), которая прослеживается как в лабораторных условиях, так и *in situ*.

В настоящее время интерес к использованию физических факторов, а конкретнее магнитных полей, как метод предпосевной обработки семян сельскохозяйственных растений и экологически чистый стимулятор урожайности культур приобретает всё больший интерес [5–10]. В исследованиях многих авторов показаны преимущества растений, выросших из семян после облучения [5], однако эти и последующие исследования остаются недостаточно информативными для решения современных биоресурсных, биофизических, экологических и генетических проблем [7]. Современные исследования до сих пор не дают ответа о значении и последствиях хронического облучения переменным магнитным полем, а также о генотипической чувствительности живых систем к действию ПеМП.

В связи с актуальностью исследований, настоящая работа посвящена оценке влияния переменного магнитного поля промышленной частоты (50 Гц) и различной амплитуды на онтогенетические изменения проростков кукурузы сахарной «Пролетарская» (элита).

Задачи:

1. Изучить влияние переменного магнитного поля промышленной частоты в широком диапазоне амплитуд (1–20 мТл) на начальные стадии онтогенеза кукурузы сахарной «Пролетарская» (элита).

2. Оценить влияние переменного магнитного поля промышленной частоты в широком диапазоне амплитуд (1–20 мТл) на морфометрию надземной части и корневой системы кукурузы сахарной «Пролетарская» (элита).

3. Оценить влияние переменного магнитного поля промышленной частоты в широком диапазоне амплитуд (1–20 мТл) на фитомассу надземной части и корневой системы кукурузы сахарной «Пролетарская» (элита).

Материал и методика исследований. Объект исследования – семена кукурузы сахарной «Пролетарская» (элита). Семена кукурузы сахарной помещали в диэлектрический контейнер и располагали в межполюсном пространстве катушек (рис. 1).

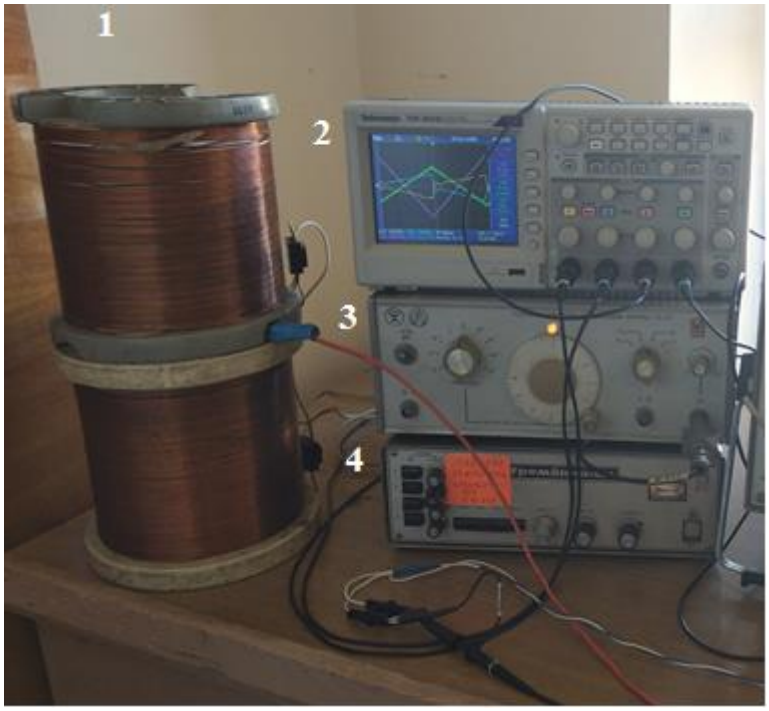


Рис. 1. Устройство по модификации биологических объектов переменным магнитным полем

Обозначения: 1 – две катушки; 2 – осциллограф; 3 – генератор сигналов специальной формы Г6 28; 4 – источник тока с высоким выходным сопротивлением.

Экспозиция в переменном магнитном поле семян кукурузы сахарной составляла 60 минут. Семена помещали в контейнер только в сухом состоянии для того, чтобы после обработки они могли транспортироваться как в условиях лаборатории с возможностью длительного хранения, так и к месту использования на сельскохозяйственных угодьях при посадочных работах. Необходимая амплитуда переменного магнитного поля задавались с помощью лабораторного регулируемого автотрансформатора, при постоянной частоте поля 50 Гц. Контроль выходных параметров на самих катушках осуществляли с помощью осциллографа и мультиметра.

В результате проведения всех серий эксперимента были сформированы выборки, представленные в таблице 1.

Таблица 1

Схема обработки семян кукурузы сахарной

Название группы	Описание группы
0 (К)	Контрольная группа растений без влияния физических факторов
1	ПеМП (В=1 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
2	ПеМП (В=2 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
3	ПеМП (В=3 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
4	ПеМП (В=4 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
5	ПеМП (В=5 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
6	ПеМП (В=6 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
7	ПеМП (В=7 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
8	ПеМП (В=8 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
9	ПеМП (В=9 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
10	ПеМП (В=10 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
11	ПеМП (В=11 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
12	ПеМП (В=12 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
13	ПеМП (В=13 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
14	ПеМП (В=14 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
15	ПеМП (В=15 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
16	ПеМП (В=16 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
17	ПеМП (В=17 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
18	ПеМП (В=18 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
19	ПеМП (В=19 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)
20	ПеМП (В=20 мТл; f=50 Гц; t=60 мин.)

После полного цикла обработки образцы помещались в ростовую камеру, при этом подложкой для семян служила влажная фильтровальная бумага. Полив осуществлялся только дистиллированной водой с целью исключения дополнительных факторов влияния. Контрольные партии семян находились вне действия физических факторов при прочих равных условиях. Семена проращивали при температуре +20 °С. Энергию прорастания и всхожесть семян определяли в сроки, указанные в ГОСТ 12038-84. После завершения эксперимента оценивали онтогенез растений, морфометрию надземной части и корневой системы как среднюю длину стебля и главного корня в каждой из выборок ($L_{ср.}$), а также фитомассу надземной части и корневой системы проростков. Для удобства сравнения результаты, полученные в опытных выборках, относили к контрольным: Длина = $L_{ср.}$ опыт / $L_{ср.}$ контроль. Все полученные результаты обрабатывались методами вариационной статистики с использованием пакета компьютерных программ «Statistica».

Результаты исследований и их обсуждение. *Онтогенетические исследования*. Под влиянием переменного магнитного поля, как экологического фактора, ответная реакция проростков с нарастанием амплитуды имела нелинейный характер. Стимулирующее действие в диапазоне 22–26 % оказали амплитуды (*B*) – 1, 5, 6 и 16 мТл; также развитие организма на 14-18%, по сравнению с контролем, было характерно при амплитуде 7 и 19 мТл (рис. 1). Однотипное стимулирующее влияние на растения, в среднем по выборке 9,5±0,3 %, было отмечено при амплитудах 8, 10, 17 и 18 мТл. Подобный эффект, но с меньшим значением по показателю (5,3±0,2 %), выявлен при *B*= 2, 3 и 15 мТл. Нейтральный эффект наблюдали при 4 и 9 мТл.

Отрицательное значение зафиксировано для амплитуд 11 (-20 %), 12 (-3,2 %), 13 (-32,7 %), 14 (-28,4 %) и 20 (-3,2 %) мТл.

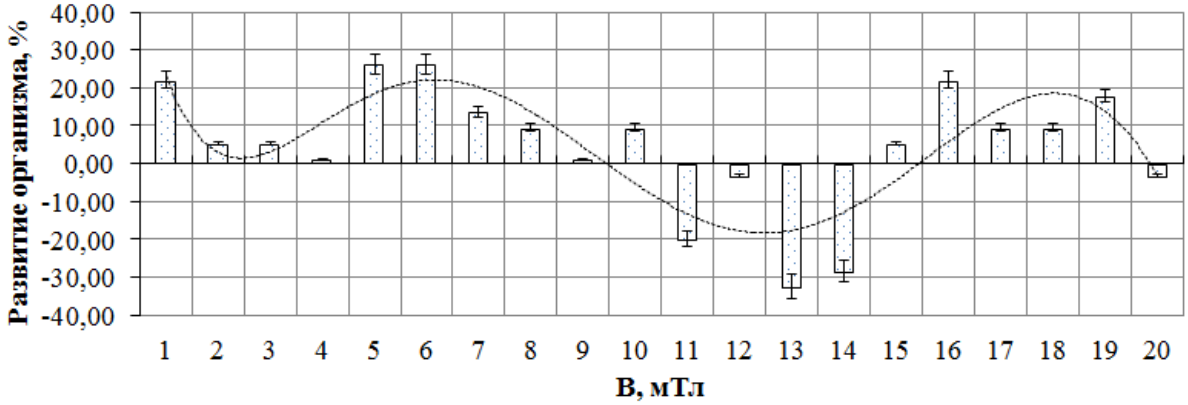


Рис. 1. Онтогенетические изменения кукурузы сахарной в зависимости от амплитуды переменного магнитного поля

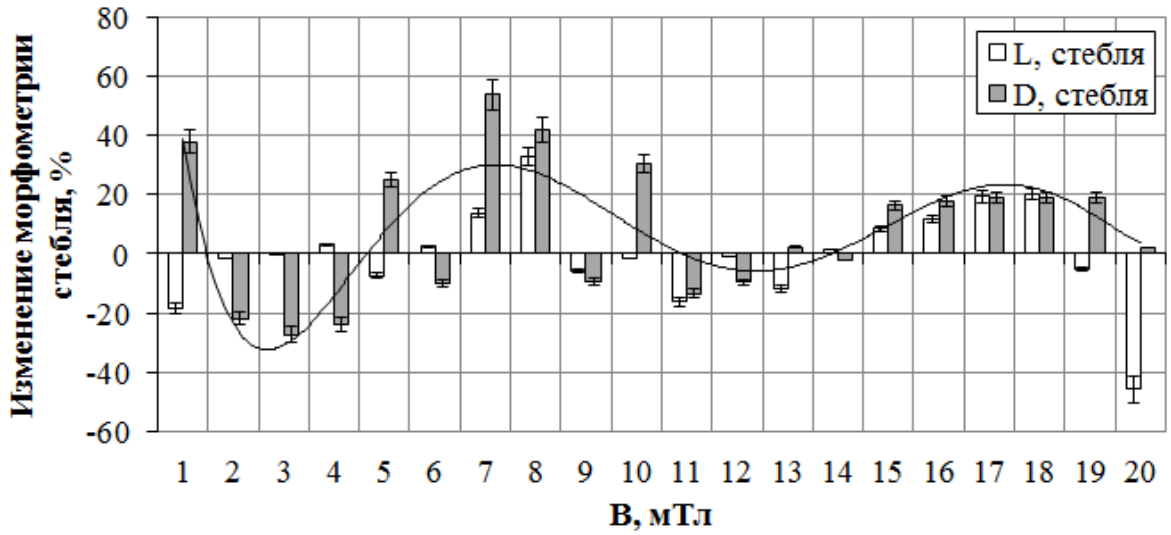
Из приведенных данных, при сглаживании, отчетливо видны три пика с максимумами при 1, 5–6, и 16–19 мТл. Ниспадающая динамика ответной реакции организма зафиксирована от 5,5 мТл (максимум из прогноза) и до 13 мТл (минимум). Имеются также флуктуации, которые необходимо будет дополнительно перепроверить, возможно, расширив диапазон амплитуд.

Морфометрия надземной части и корневой системы кукурузы сахарной. Из приведенной графической формы данных (рис. 2) видна динамика изменения ростовых показателей кукурузы сахарной, в ответ на действие переменного магнитного поля, как экологического фактора среды. Наибольшее влияние ПеМП оказало на ростовые показатели надземной части растений при амплитуде 7–8 мТл (суммарный эффект по морфометрическим парам 67 и 75 %, рис. 2 А). Достоверное положительное влияние физического фактора на 20–40 % ($p<0.05$) также отметили при значениях 15–18 мТл.

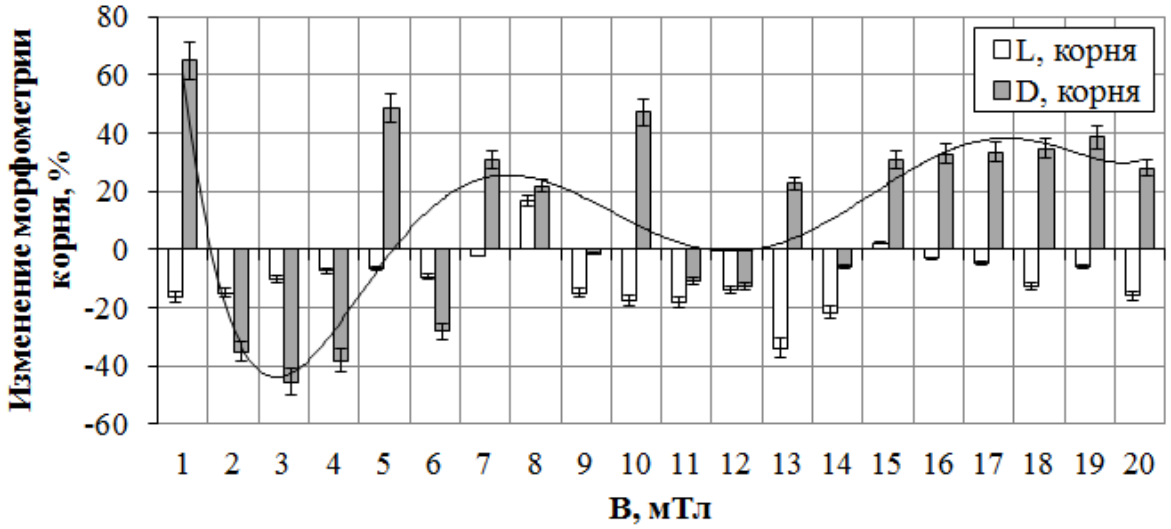
Наблюдались также изменения в морфометрии надземной части растения (рис. 2 А), связанные с увеличением диаметра стебля (на 20–40 %), за счет снижения его длины до 18 % (при амплитудах – 1, 5, 10, 19 мТл). Этот процесс объясняется влиянием ПеМП на митотическую активность апикальных стеблевых меристем однодольных и двудольных растений [11].

Ингибирующее влияние переменного магнитного поля на длину и диаметр стебля выявлено при амплитудах 2, 3, 9, 11 и 12 мТл, суммарный эффект -23, -28, -15, -30 и -10 % соответственно (рис. 2 Б). При амплитудах 4 и 6 мТл наблюдали достоверное изменение только диаметра стебля (-10 и – 24 % соответственно). Критическое изменение длины проростков отмечено при максимальной амплитуде в экспериментальной схеме 20 мТл (-46 % от контрольной выборки).

Что касается корневой системы кукурузы сахарной, то негативное действие физического фактора на длину главного корня проявилось практически на всех экспериментальных сериях, кроме 7, 8, 14 и 15 мТл (+28-38% от контрольной выборки). Достоверное ингибирующее влияние на оба морфометрических параметра главного корня выявили при амплитудах *B*=2, 3, 4, 6, 9, 11, 12 и 14 мТл, суммарный магнитобиологический эффект составлял -56 – -16 % в зависимости от *B* (рис. 2 Б)



А



Б

Рис. 2. Изменение морфометрии надземной части (А) и корневой системы (Б) кукурузы сахарной в зависимости от амплитуды переменного магнитного поля, по сравнению с контрольной группой

Примечания: L – длина; D – диаметр.

Оценивая морфометрию надземной части растений и корневой системы по сравнению с контрольной группой (рис. 2), можно отметить, что имеется корреляция с полученными данными по развитию организма (рис. 1) в зависимости от схемы обработки. Динамика изменения значений морфометрических показателей от амплитуды ПеМП имеют общую тенденцию: ярко выраженные минимумы при *B*=2–4 мТл и *B*=11–14 мТл; также ярко выраженные три максимума при *B*= 1 мТл, 5–8 мТл (исключение 6 мТл) и 15–19 мТл.

Биомасса надземной части и корневой системы кукурузы сахарной. Биомасса наземной части и корневой системы также связана с развитием организма, и коррелировала для групп как со стимулирующими откликами от действия физического фактора, так и в случае ингибирующего его действия (рис. 3). Для выборок подвергшихся обработке ПеМП выявили значительное снижение биомассы всех органов растения при: *B*=13 мТл (суммарный эффект -81 %), *B*=14 мТл (суммарный

эффект -70 %), *B*=11 мТл (суммарный эффект -65 %), *B*=2 мТл (суммарный эффект -52 %), *B*=9 мТл (суммарный эффект -33 %), *B*=3 мТл (суммарный эффект -32 %), *B*=4 мТл (суммарный эффект -18 %), *B*=20 мТл (суммарный эффект -18 %), *B*=12 мТл (суммарный эффект -17 %).

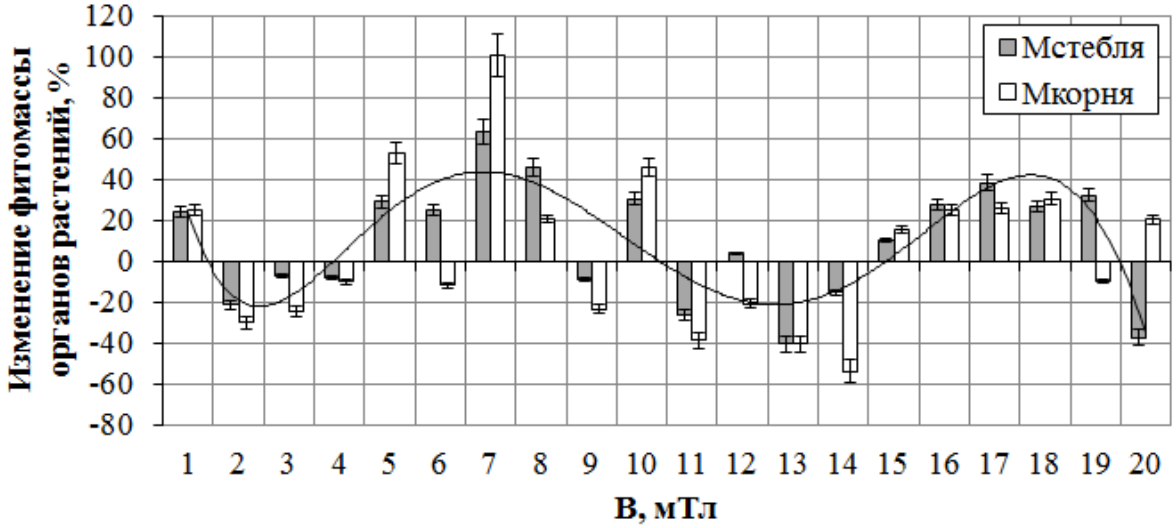


Рис. 3. Изменение биомассы надземной части (1) и корневой системы (2) кукурузы сахарной в зависимости от амплитуды переменного магнитного поля, по сравнению с контрольной группой

Стимулирующий магнитобиологический эффект применения переменного магнитного поля на биомассу проростков растений кукурузы сахарной отразился для всех органов растения при следующих параметрах установки: B=7 мТл (+163 % от контроля), B=5 мТл (+81 % от контроля), B=10 мТл (+76 % от контроля), B=8 мТл (+66 % от контроля), B=17 мТл (+64 % от контроля), B=18 мТл (+57 % от контроля), B=1 мТл (+49 % от контроля), B=16 мТл (+52 % от контроля), B=15 мТл (+25 % от контроля), B=19 мТл (+22% от контроля).

Полученные результаты могут быть объяснены следующими позициями:

– биологические эффекты в большей степени зависят не от частоты ПеМП, а от амплитуды сигнала, которая изменяет силу воздействия на клетки даже при одних и тех же значениях t и f;

– известно, что магнитное поле влияет на митотическую активность апикальных корневых и стеблевых меристем однодольных и двудольных растений. При воздействии низкочастотного МП на 56 различных линий (сортов) основных сельскохозяйственных культур, получены результаты стимулирующего действия переменного магнитного поля [11]. Уровень стимулирующего эффекта в некоторых сериях экспериментов превышает 50 %. Для кукурузы Пурпурный тестер скороспелый стимулирующий эффект составлял около 20 % [11]. Для наших исследований также выявлены стимулирующее действие поля, однако биологические эффекты достоверно зависят от амплитуды воздействующего сигнала. Поэтому можно предположить, что в нашем случае митотическая активность апикальных корневых и стеблевых меристем для кукурузы сахарной была различной и связана, в большей степени, с параметром ПеМП – амплитуда (*B*);

– чувствительность семян к низкочастотному магнитному полю связана с изменением pH и высвобождения белков, которые ускоряют выход семян из состояния покоя (ускорение прохождения стадий онтогенеза, по сравнению с контролем) и влияют на восстановление барьерной функции мембран [12]. Мы считаем, что процент

высвобождения белка и способность к восстановлению мембраны носит частотный характер, а также зависит от амплитуды подаваемого сигнала на биологический объект. Для подтверждения этого механизма требуются дальнейшие исследования, что и является целью проекта.

Заключение. Определены экологически безопасные параметры переменного магнитного поля, применение которых способствовало повышению ростовых показателей и биомассы растений: *B*=7 мТл (суммарный магнитобиологический эффект +259 %), *B*= 8 мТл (+179 %), *B*= 5 мТл (+141 %), *B*= 10 мТл (+134 %), *B*= 17 мТл (+130 %), *B*= 18 мТл (+118 %), *B*= 1 мТл (+117 %), *B*= 16 мТл (+111 %), *B*= 15 мТл (+83 %), *B*= 19 мТл (+69 %).

Наиболее ценные, с точки зрения экологической безопасности, это выявленные параметры переменного магнитного поля, приводящие к гибели части выборки, значительному торможению ростовых процессов выживших организмов, а также снижению биологической продуктивности. При оценке суммарного магнитобиологического эффекта, критическими для растений оказались амплитуды ПеМП промышленной частоты со следующими значениями: *B*=2 мТл (-125 %), *B*=11 мТл (-124 %), *B*=3 мТл (-116 %), *B*=13 мТл (-103 %), *B*=14 мТл (-98%), *B*=4 мТл (-85 %), *B*=9 мТл (-64 %), *B*=12 мТл (-54 %), *B*=20 мТл (-49%), *B*=6 мТл (-33%).

Рекомендации, по результатам фундаментальных исследований

Рекомендованы к внедрению с агропромышленный комплекс ДНР, в виде экспериментального метода, разработанные и апробированные схемы обработки семян кукурузы сахарной ПеМП со следующими параметрами:

1) f=50 Гц, *B*= 7 мТл, t=60 мин., тип сигнала синусоида.
2) f=50 Гц, *B*= 8 мТл, t=60 мин., тип сигнала синусоида.
3) f=50 Гц, *B*= 5 мТл, t=60 мин., тип сигнала синусоида.
4) f=50 Гц, *B*= 10 мТл, t=60 мин., тип сигнала синусоида.
5) f=50 Гц, *B*= 17 мТл, t=60 мин., тип сигнала синусоида.
6) f=50 Гц, *B*= 18 мТл, t=60 мин., тип сигнала синусоида.
7) f=50 Гц, *B*= 1 мТл, t=60 мин., тип сигнала синусоида.
8) f=50 Гц, *B*= 16 мТл, t=60 мин., тип сигнала синусоида.
9) f=50 Гц, *B*= 15 мТл, t=60 мин., тип сигнала синусоида.
10) f=50 Гц, *B*= 19 мТл, t=60 мин., тип сигнала синусоида.

Исследование проводилось по теме государственного задания (№ госрегистрации НИОКТР 1023031300005-4-1.6.7).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сердюков Ю. А. Действие слабого постоянного магнитного поля на антиоксидантную систему проростков редиса: автореф. дис…канд. биол. наук. – М., 2013. – 27 с.
2. Нецветов М. В. Взаимодействие биологических систем с переменными магнитными полями, электрическими токами и механическими колебаниями как экологическими факторами: автореф. дис. канд. биол. н.: 03.00.16 / Донецкий национальный ун-т. – Донецк, 2002. – 150 с.
3. Хиженков П.К. Структурированные магнитные жидкости / П.К. Хиженков, М.В. Нецветов, И.М. Макмак. – Донецк: ДонФТИ НАН Украины, 2008. – 140 с.
4. Корниенко В.О. Влияние переменного магнитного поля с различным временем экспозиции на ранние стадии онтогенеза *Zea mays* L. // Вестник ДонНУ. Серия Естественные науки. – 2021. – С. 125-131.
5. Середнева Я. В. Влияние низкочастотного переменного магнитного поля отдельно и в сочетании с гипертермией на рост, прооксидантно антиоксидантное равновесие и фотосинтез растений гороха // Автореф. дис…канд. биол. наук. – М., 2018. – 26 с.
6. Корниенко В. О. Влияние переменного магнитного поля (1–14 мТл) на рост и развитие кукурузы сахарной / В. О. Корниенко, П. Ф. Котюк, А. С. Яицкий // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и Технические Науки. – 2021. – №11. – С. 17-23.

7. Кауфова М.А. Влияние переменного магнитного поля разных частот на онтогенез и биоресурсный потенциал живых систем: автореф. дис…канд. биол. наук. – Владикавказ, 2022. – 22 с.
8. Корниенко В. О. Влияние сочетанного действия переменного магнитного поля и низкочастотной вибрации на рост и развитие кукурузы сахарной (*Zea mays* L.) / В. О. Корниенко, П. Ф. Котюк, А. С. Яицкий // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и Технические Науки. – 2022. – №09. – С. 15-21.
9. Котюк П. Ф. Влияние сочетанного действия переменного магнитного поля с наночастицами Fe_3O_4 (CIT) на онтогенез и морфометрию кукурузы сахарной / П. Ф. Котюк, В. О. Корниенко // Russian Journal of Biological Physics and Chemistry. – 2022. – Vol. 7, No. 1. – P. 45-49.
10. Кауфова М.А. Влияние предпосадочной обработки переменным магнитным полем разных частот на всхожесть клубней картофеля / М.А. Кауфова, Р.И. Дзуев // Известия Горского аграрного государственного университета. – 2021. – № 58 (3). – С. 26-30.
11. Беляченко Ю. А. Пролиферация клеток растений при воздействии низкочастотного магнитного поля: автореф. дис…канд. биол. наук. Саратов, 2009. – 19 с.
12. Барышев М. Г. Воздействие электромагнитных полей на биохимические процессы в семенах растений / М. Г. Барышев, Г. И. Касьянов // Известия Вузов. Пищевая технология. – 2002. – № 1. – С. 21-23.

Поступила в редакцию 11.12.2023 г.

BIOLOGICAL EFFECTS OF AN ALTERNATING MAGNETIC FIELD OF INDUSTRIAL FREQUENCY, USING THE EXAMPLE OF ZEA MAYS L.

V.O. Kornienko, K.A. Avdeeva, A.O. Elizarov

The influence of an alternating magnetic field of industrial frequency and various amplitudes (1-20 mT) on ontogenetic changes in sugar corn seedlings has been studied. The environmentally safe parameters of the alternating magnetic field were determined, the use of which contributed to an increase in plant growth and biomass. From the point of view of environmental safety, the parameters of the alternating magnetic field were revealed, leading to the death of a part of the sample, a significant inhibition of the growth processes of the surviving organisms, as well as a decrease in biological productivity.

***Keyword*:** alternating magnetic field, sugar corn, morphometry, ontogenesis, environmental factor.

Корниенко Владимир Олегович
кандидат биологических наук,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, ДНР, РФ.

Kornienko Vladimir Olegovich
candidate of biological sciences,
Donetsk State University,
Donetsk, DPR, Russian Federation

Авдеева Ксения Александровна
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, ДНР, РФ.

Avdeeva Kseniya Aleksandrovna
Donetsk State University,
Donetsk, DPR, Russian Federation

Елизаров Александр Олегович
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, ДНР, РФ.

Elizarov Aleksandr Olegovich
Donetsk State University,
Donetsk, DPR, Russian Federation

УДК 581.15 : 581.4 : 528 (477.60)

МАКРОМАРКЕРЫ ЛАНДШАФТНЫХ ТРАНСФОРМАЦИЙ В ДОНБАССЕ: АНАЛИЗ КАРТОГРАФИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

© 2023. ***А. И. Сафонов, Е. А. Гермонова***

С учетом качественного состояния макромаркеров антогенеза в фитоиндикационном значении с 2013 по 2023 годы для территории Центрального Донбасса выделены динамические тренды по геостратегическому смещению количественных показателей, используемых в экологическом мониторинге. Проанализированы данные 113-компонентной сети наблюдений при регистрации атипических случаев проявления особенностей морфологического строения цветков индикаторных видов растений. Полученные результаты рассматриваются как доказательство формирования очагов неблагоприятного воздействия на растительные организмы в результате интенсификации антропогенно фактора полемострессса.

Ключевые слова: экологический мониторинг, Донбасс, картографический анализ, ГИС, фитоиндикация, тератоморфы растений, макромаркер

Введение. Решение экологических проблем в условиях интенсификации природопользования в промышленно развитых регионах требует учета многих параметров состояния и оценки выносливости экосистем [1], в том числе и по биологической составляющей [2–4]. Идеология ботанико-экологических разработок индикационного назначения во многом базируется на биогеохимических закономерностях, выделенных В.И. Вернадским [5, 6], например, для оптимизации локальных или региональных критических состояний природно-территориальных комплексов [2, 7–10]. Географический и, как частный случай, – геоинформационный анализ, позволяет на практике разрешить некоторые задачи, которые ранее по результатам инструментального сбора данных не были детально проанализированы в геостратегической привязке [11]. Для этого и были созданы в Донбассе мониторинговые сети с узлами расположения учетных площадей по сбору фитоиндикационных данных [12, 13].

На основании накопившейся информации в результате полевых исследований по морфогенезу цветков индикаторных видов растений на территории Центрального Донбасса возникла необходимость картографического анализа с использованием ГИС-технологий в оценке состояния антропогенно трансформированных экотопов в Северном Приазовье.

Материал и методика исследования. При формировании экспозиции эксперимента и заложении пространственно связанных локалитетов в единое информационное пространство использованы методические рекомендации ученых-мониторингологов [14–18] с адаптацией к региональным особенностям [13, 19, 20]. Методически работа является частью программы по ботанико-экологическим исследованиям в условиях антропогенной трансформации экосистем Донбасса [21–25] с выделением признаков, проявляемых статистическое сродство к территориям военных действий как факторов полемострессса для растений [21]. Использованы методические подходы метода картографирования для реализации задач выявления биолого-экологической разнокачественности на исследуемой территории [11, 14, 18, 26, 27].

Для данных картографической визуализации были использованы учетные площадки в количестве 113 единиц [12], связанные единым геоинформационным полем

[13]. Сборы материалов проводили ежегодно, но для визуализации динамики были выбраны и зафиксированы данные 2013, 2018 и 2023 гг.

Диаграммные выражения выполнили по классическим методикам описания цветка для геометрического пояснения, а тератологическую идентификацию проводили по методикам работы с репродуктивными органами растений в условиях полевого эксперимента и экспресс-диагностики природных экосистем [24, 25]. Собирательный индекс Мм (макромаркеры) был получен путем суммирования регистрируемых данных на учётной площадке в результате трех ежегодных скринингов по атипичным проявлениям для представителей молочайных и астровых природной флоры региона. Использование термина «макромаркер» обусловлено рабочей схемой проведения эксперимента: поиска признаков в строении растений, идентификация которых не требует лабораторного микроскопирования, а индикаторные особенности растений по тератным проявлениям могут быть оценены непосредственно на учетной площадке без изъятия всего материала к анализу, т.е. с сохранением индикационных структур растений в природных условиях для процедуры экспресс-диагностики.

Анализ результатов. Эмпирически установлено, что для контрастной визуализации данных на плоскости достаточным является использование 5-ступенчатого интервального перехода цветовой гаммы от зеленого (при минимальных значениях) к красному (для максимальных значений параметров), причем интервальный шаг между 2-м и 3-м диапазоном – 5, а для первого диапазона – 15, остальные – по 10 единиц (рис. 1 и 2), численно соответствующих частоте встречаемости атипичных проявлений цветков астровых и молочаевых в каждой конкретной учетной площадке. Распределение значений внутри выборки лево-асимметричное, что по нашему предположению указывает на наличие территорий экологической деградации по фитоиндикационным критериям не более 20 % в 2013 г. и не более 32 % к 2023 г. В промежуточные годы такие значения существенным образом занимают переходное положение между условно фоновыми параметрами 2013 г. к геохимически контрастным ситуациям в линии соприкосновения по военным действиям до 2023 г. включительно.

Для формирования картографического массива использование процедуры элиминации выколотых точек не понадобилось, что указывает на континуальность в распределении значений для всего геоинформационного поля. Использование диаграммных параметров на рисунках 1 и 2 позволяет проиллюстрировать основные структурные преобразования в цветке индикаторных видов, произрастающих в условиях разных трансформаций местности.

По сравнительным процедурам рисунков 1 и 2 констатируется, что ареолы угнетения фитоиндикационных параметров территориально сохраняются в местах повышенной урбанизации и сопряжённых с ними местах промышленного загрязнения, а с 2022 по 2023 гг. наблюдается рост значений в трансекте Горловка-Авдеевка.

В первичном (фоновом) геохимическом контрасте по состоянию на 2013 г. наблюдается восемь ареолов неблагоприятной ситуации (экологического риска для роста и развития растительных организмов): по два поля высоких значений в городах Донецке и Макеевке и по одному полю в Харцызске, Зургэсе, Шахтерске; общий ареол значений выше 40 объединяет агломерации городов Енакиево и Горловки, что подтверждает высокий уровень антропогенного воздействия на всей территории Горловско-Енакиевского промузла. Для экологически благоприятных территорий существует поясность и площадность в распределении значений на карте: идентифицируется зона каркаса с северо-западной и юго-восточной сторон от Донецка,

а пояс в отдаленных буферных территориях между Енакиево, Ясиноватой и Харцызском, также в 2013 г. выделены минимальные значения в южной части всего геоинформационного поля.

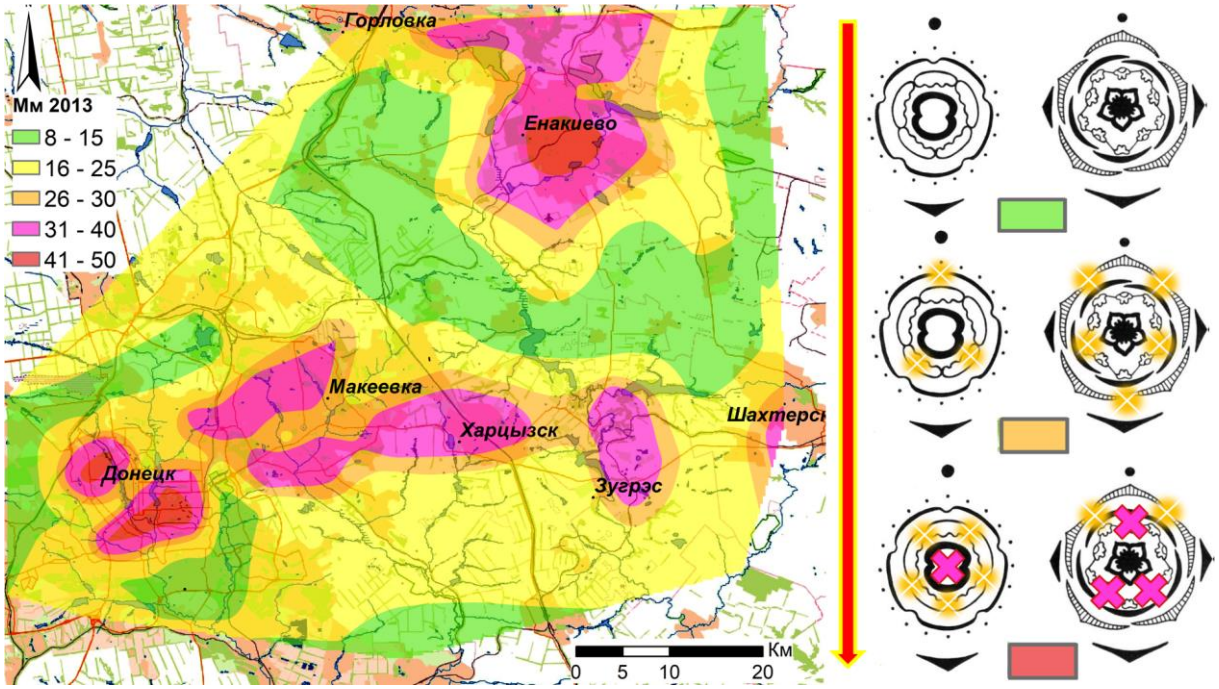


Рис. 1. Распределение значений показателей макромаркеров (Мм)
по тератным проявлениям в антогенезе на территории Центрального Донбасса в 2013 г.:
картографическая модель и диаграммы цветков в норме и патологии

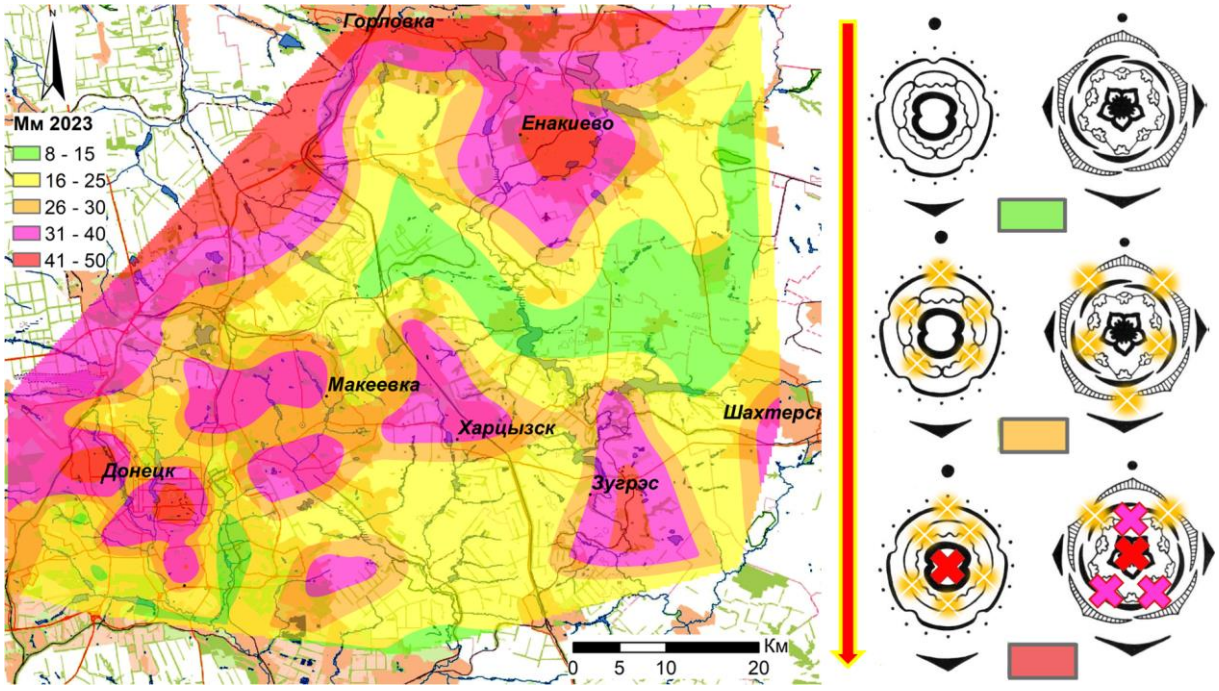


Рис. 2. Распределение значений показателей макромаркеров (Мм)
по тератным проявлениям в антогенезе на территории Центрального Донбасса в 2023 г.:
картографическая модель и диаграммы цветков в норме и патологии

При выявлении отрицательных тенденций состояния экотопов в Центральном Донбассе с 2013 по 2023 гг. установлено, что площадь совокупных неблагоприятных факторов для развития растительных организмов увеличилась на 70 %, увеличился также контраст в переходе между интервальными значениями. К описанным выше (для 2013 г.) ареолам добавилась сплошная линия, соединяющая города Горловку, Ясиноватую, Авдеевку с северными и западными районами г. Донецка – это гео-идентифицируемое пространство выделено с характеристикой факторов полемостресса – угнетения, спровоцированного фоновыми прямыми или опосредованными последствиями ведения военных действий на территории Донбасса. Существенным образом увеличилось поле атипичного полиморфизма в южном направлении от г. Зугрэс, также появилось новое облако высоких значений на расстоянии 15 км в южном направлении от Мекеевки и нео-ареол в южной части Донецка, что нуждается в детальном геохимическом анализе местности при ингредиентном мониторинге приоритетных загрязнителей, в первую очередь воздушной и почвенной сред.

Качественный анализ определенных тенденций для преобразований в антогенезе фитоиндикаторов в диаграммном изображении представлен на рисунках 1 и 2: по местам локализации аномалий. Для представителей семейства астровых при средних значениях Мм (макромаркеров) характерны изменения в дистопии околоцветника, преимущественно отгиба венчика, а также пролификации и фасциации тычиночных структур. При высоких значениях Мм для представителей астровых в 2013 г. отмечены 1) элиминация части гинецея, 2) деструкция андроцея по типу фасциации или хоризы; а в 2023 г. к этим преобразованиям добавляются: 1) петализация тичинок, 2) дистопия кругов цветка, 3) олигомеризация частей отгиба венчика, 4) полная деструкция семязачатков. Для видов семейства молочайные с 2013 по 2023 г. по мере увеличения показателя Мм выявлены: 1) дистопия околоцветника, в пределах внешнего круга, 2) нарушение взаимного расположения частей внутреннего круга околоцветника, 3) олигомеризация андроцея, 4) элиминация тычинок внешнего круга, 5) деструкция тычиной внутреннего круга, 6) пролификация гинецея (2–3 случая для одного соцветия), 7) выпадение от 2 до 4 гнезд завязи по причине деструкции семязачатков, что наглядно идентифицируется на этапе созревания плода.

Поэтому установлено, что наиболее консервативными по вопросам тератогенных проявлений и уровня структурного полиморфизма являются элементы женской генеративной сферы цветка, что, предположительно, находится в обратной зависимости от фактора загрязнения воздушной среды. Наблюдается тренд структурных преобразований от кругов околоцветника при начальных этапах трансформации экосистемы, затем существенные изменения происходят в аппарате андроцея (в качестве дополнительного показателя также допустимо для более детальных исследований использовать степень дефектности пыльцевых зерен [9]), при максимальных трансформациях, что также связано и с поступлением токсикантов из почвы, наблюдается процесс деградации структур гинецея – в наиболее распространённом варианте элиминируются семязачатки, а оболочки завязи выполнены паренхимной тканью или проявляют гиперфункцию по отношению к другим частям цветка. Такие явления в антогенезе природных популяций на 2–4 % характерны как фитопатология зоогенного происхождения при формировании в завязи цветка отдельной стадии развития, например, насекомых; однако при техногенных воздействиях или неспецифических формах вмешательства геохимически токсичных факторов степень проявления деградативных процессов в цветке возрастает.

Полученный картографический материал позволяет также проводить дополнительные аналитические манипуляции, в том числе наиболее наглядным является метод ландшафтных профилей, вдоль которых фиксируется критерий динамизма по прямой, соединяющей крайние точки геоинформационного поля, например, с запада на восток (рис. 3) и с севера на юг (рис. 4).

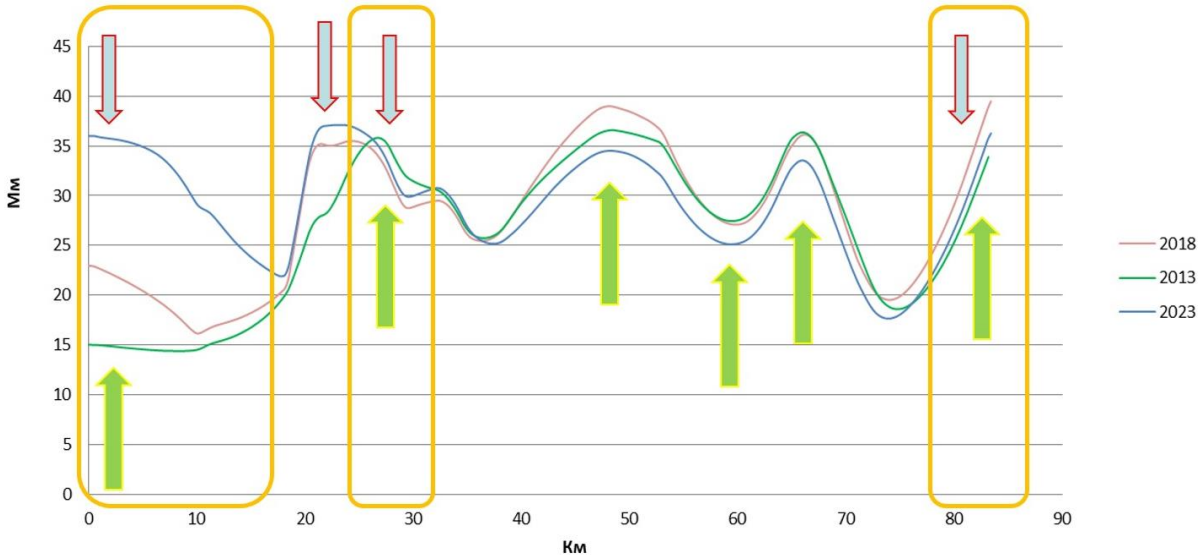


Рис. 3. Профиль показателей макромаркеров антогенеза растений-индикаторов для территории Центрального Донбасса по линии между крайними точками **2** и **111** (мониторинговая сеть [12] региона) в направлении «*запад – восток*», динамика флуктуирующих показателей в сравнении 2013, 2018 и 2023 гг.

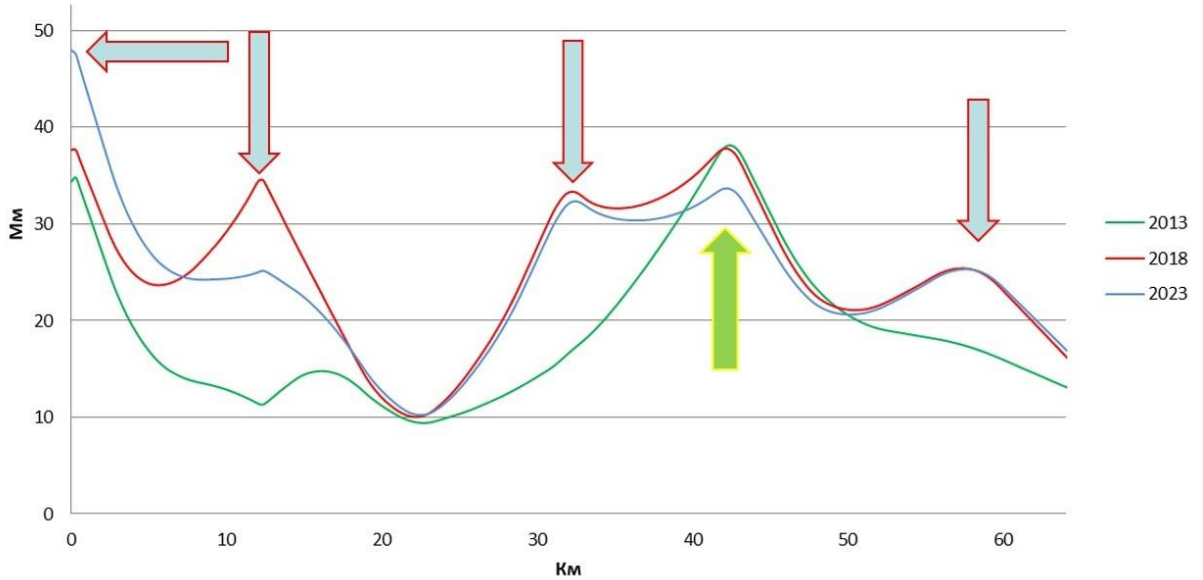


Рис. 4. Профиль показателей макромаркеров антогенеза растений-индикаторов для территории Центрального Донбасса по линии между крайними точками **64** и **80** (мониторинговая сеть [12] региона) в направлении «*север – юг*», динамика флуктуирующих показателей в сравнении 2013, 2018 и 2023 гг.

На рисунках 3 и 4 стрелками зеленого цвета, направленными вертикально вверх, обозначены участки ландшафтного профиля с зафиксированными признаками уменьшения Мм, т.е. восстановления и стабилизации экотопа в отдельный отрезок времени или на протяжении всего периода наблюдений. Стрелки горизонтального

направления и направленные вниз указывают на участки профиля с характеристикой деградативных процессов по признакам тератных проявлений в строении цветка растений-индикаторов. Важно отметить, что на участках профилей, не имеющих существенных военных воздействий, но ранее характеризующихся высоким уровнем техногенеза и(или) промышленного загрязнения, регистрируется процесс медленного, но достоверного уменьшения показателя Мм стабильно на протяжении всего периода наблюдения, что доказывает высокий потенциал для восстановления экотопа путем механизмов саморегуляции в балансовой системе стремления к природно-климатической норме.

В первом приближении сравнительной разницы 10-летнего динамизма показателя Мм наблюдается характерный значительный рост фактора угнетения, однако, разбив этот период на 2 равных отрезка времени по 5 вегетационных сезонов, получены неоднозначные результаты, что также может быть объяснимо территориальной разнонаправленностью военной активности в разные годы по отношению к маргинальным зонам геоинформационного поля Центрального Донбасса, когда в 2014–2015 гг. наблюдался значительный всплеск показателей Мм с южной стороны мониторинговой сети, а в 2022–2023 гг. линия военной активности была максимально интенсифицирована с северо-западного направления. И тогда, резко возросшие показатели Мм в 2015 г. к 2023 г. достоверно уменьшились при частичном восстановлении и стабилизации экотопов, а зафиксированные неогенные ареолы в 2023 г. являются результатом воздействия полемостресса 2022–2023 гг.

Выводы.

1. На территории Центрального Донбасса с 2013 по 2023 гг. наблюдается повышенная частота встречаемости индикаторных маркеров в строении растений, которые в совокупности определяют степень отрицательного благополучия в местах интенсификации факторов полемостресса (ведения активных военных действий).

2. Картографический анализ позволяет дифференцировать и ранжировать территории по степени трансформации экотопа, выявлять новые очаги нарушений в геоинформационном поле в разные годы. На основании континуальности данных и заполнения значениями всех точек мониторинговой сети апробированный метод экологических ландшафтных профилей для признака макромаркеров антогенеза позволил дифференцировать участки разной направленности в дестабилизации системы под воздействием резких антропогенных нарушений на фоне ранее существующих показателей техногенной нагрузки.

3. Линия полемостресса и нео-очаги дисбалансовых показателей макромаркеров в Донбассе должны быть специально изучены также по ингредиентным составляющим в экосистемах, например, техно- или полемогенных элементов-загрязнителей.

Работа выполнена в рамках инициативной научной темы кафедры ботаники и экологии Донецкого государственного университета «Ботаника антропотехногенеза: индикация и оптимизация», № 0122D000085, без финансовой поддержки сторонних организаций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Экологические проблемы на территориях с горнодобывающей промышленностью и активная рекультивация токсических почв / С.А. Бекузарова, О.Г. Бурдзиева, Д.Г. Качмазов, М.В. Майсурадзе // Геология и геофизика Юга России. – 2018. – № 4. – С. 7–17. – DOI 10.23671/VNC.2018.4.20130. – EDN YPDHFB.
2. Колесников С.И. Методологические аспекты биодиагностики: принципы отбора биологических систем для нормирования качества среды и интегральные оценки / С.И. Колесников //

Биодиагностика и экологическая оценка окружающей среды: современные технологии, проблемы и решения. – М.: Постер-М, 2023. – С. 127–132. – EDN AKJEUE.
3. Колесников С.И. Сравнительная оценка экотоксичности химических элементов / С.И. Колесников // Почвы и окружающая среда. – Новосибирск: Институт почвоведения и агрохимии Сибирского отделения Российской академии наук, 2023. – С. 635–637. – EDN HBTZNV.
4. Патент № 2794761 C1 РФ, МПК G01N 33/24. Способ диагностики техногенного загрязнения почвогрунтов металлами, преимущественно Mo и W: № 2022119770: заявл. 19.07.2022: опубл. 24.04.2023 / В.В. Ермаков, С.Ф. Тютиков, В.Н. Данилова; заявитель ГЕОХИ РАН. – EDN ZFNNTH.
5. Ермаков В.В. Современное развитие биогеохимических идей В.И. Вернадского / В.В. Ермаков // Геохимия. – 2023. – Т. 68, № 10. – С. 995–1008. – DOI 10.31857/S0016752523100047. – EDN YHRINA.
6. Тютиков С.Ф. Способ выявления техногенной составляющей загрязнения почвогрунтов молибденом и вольфрамом / С.Ф. Тютиков, В.В. Ермаков, В.Н. Данилов // Почвы и окружающая среда. – Новосибирск: Институт почвоведения и агрохимии СО РАН, 2023. – С. 687–690. – EDN HLGBQK.
7. Фрунзе О.В. Сорбционная способность декоративных травянистых растений в условиях загрязнения почвы ионами хрома / О.В. Фрунзе // Экосистемы. – 2023. – № 33. – С. 152–159. – EDN DMWIJH.
8. Frunze O. Sorption capacity of ornamental herbaceous plants under conditions of soil contamination with lead / O. Frunze // E3S Web of Conf., 2023. – 462. 02004. – DOI 10.1051/e3sconf/202346202004.
9. Мирненко Н.С. Виды адвентивной флоры Донбасса в контексте палинологических экспертиз / Н.С. Мирненко // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2022. – № 3–4. – С. 21–29. – EDN SSMJMN.
10. Калинина А.В. Таксономический и эколого-ценотический анализ раннецветущих растений некоторых трансформированных экотопов Донецко-Макеевской агломерации / А.В. Калинина // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2023. – № 1–2. – С. 23–28. – EDN CBIYEG.
11. Эколого-географический анализ распространения ядовитых растений в России / Т.В. Дикарева, С.М. Малхазова, В.Ю. Румянцев, М.С. Солдатов // Вестник Московского университета. Серия 5: География. – 2017. – № 4. – С. 29–37. – EDN ZGRVFF.
12. Сафонов А.И. Экологические сети фитомониторингового назначения в Донбассе / А.И. Сафонов, Е.А. Гермонова // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2019. – № 3–4. – С. 37–42. – EDN TZQVLA.
13. Гермонова, Е. А. Геоинформационная визуализация данных по атипичному морфогенезу растений экотопов Донбасса / Е. А. Гермонова, А. И. Сафонов // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2023. – № 1–2. – С. 13–22. – EDN QECLTU.
14. Species-based indicators to assess habitat degradation: Comparing the conceptual, methodological, and ecological relationships between hemeroby and naturalness values / L. Erdős, A. Bede-Fazekas, G. Kröel-Dulay [et al.] // Ecological Indicators. – 2022. – Vol. 136. – P. 108707. – DOI 10.1016/j.ecolind.2022.108707. – EDN QTCPGC.
15. Накопление 137 CS Basidiomycetes в условиях юго-западных районов Брянской области / А.Д. Булохов, Е.В. Борздыко, Н.Н. Панасенко [и др.] // Российско-Белорусско-Украинское пограничье. – Брянск: Брянский ГУ, 2011. – С. 79–86. – EDN MYZVXI.
16. Pogányová A. The ecogenotoxic plant biomonitoring of a long-term polluted area in central Slovakia / A. Pogányová, E. Kerekeš, K. Mičieta // Environmental Science and Pollution Research. – 2017. – Vol. 24, N. 35. – P. 27376-27383. – DOI 10.1007/s11356-017-0353-z. – EDN GHOFJV.
17. Епринцев С.А. Пространственная оценка факторов, определяющих экологическую безопасность селитебных ландшафтов (на примере городов Воронежской области) / С.А. Епринцев, С.В. Шекоян // Гигиенические, эпидемиологические и экологические аспекты профилактики заболеваемости на региональном уровне. – Воронеж: Цифровая полиграфия, 2023. – С. 127–130. – EDN NFRWSM.
18. Урбоэкодиагностика промышленных городов Центрального Черноземья / С.А. Куролап, О.В. Клепиков, Т.И. Прожорина [и др.]. – Воронеж: Цифровая полиграфия, 2022. – 255 с. – ISBN 978-5-907669-06-2. – EDN HEQQGA.
19. Алемасова А.С. Экологический мониторинг содержания тяжелых металлов в фитосубстратах индикационной значимости / А.С. Алемасова, А.И. Сафонов // Биологическая рекультивация и мониторинг нарушенных земель. – Сатка: Принтоника, 2022. – С. 12-19. – EDN TDPMGG.
20. Сафонов А.И. Ландшафтно-индикационные разработки как элемент оптимизации техногенных экотопов (к 100-летию профессора М.Л. Ревы) / А.И. Сафонов // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2022. – № 3–4. – С. 7–15. – EDN UALPJN.
21. Safonov A.I. Plants under industrial and military stress (polemostress) / A. I. Safonov // Practice Oriented Science: UAE – RUSSIA – INDIA. – Vol. Part 2. – UAE, 2023. – P. 64–72. – DOI 10.34660/INF.2023.25.85.227. – EDN RRMQEQ.

22. Морфогенетические аномалии бриобионтов в условиях геохимически контрастной среды Донбасса / А.И. Сафонов, А.С. Алемасова, И.И. Зиньковская [и др.] // Геохимия. – 2023. – Т. 68, № 10. – С. 1032–1044. – DOI 10.31857/S0016752523100114. – EDN NURQVW.
23. *Ceratodon purpureus* (Hedw.) Brid в оценке техногенного загрязнения (Ni, Zn, Mn, Al, Se, Cs, La, Sm) трансформированных экотопов Донбасса / И. И. Зиньковская, К. Н. Вергель, А. И. Сафонов [и др.] // Трансформация экосистем. – 2023. – Т. 6, № 3(21). – С. 22–38. – DOI 10.23859/estr-220726. – EDN GHVAZY.
24. Сафонов А.И. Аномалии эмбриональных структур растений-индикаторов Донбасса / А.И. Сафонов // Разнообразие растительного мира. – 2022. – № 3(14). – С. 5–18. – DOI 10.22281/2686-9713-2022-3-5-18. – EDN GQUFYH.
25. Сафонов А.И. Тератогенез растений-индикаторов промышленного Донбасса / А. И. Сафонов // Разнообразие растительного мира. – 2019. – № 1(1). – С. 4–16. – DOI 10.22281/2686-9713-2019-1-4-16. – EDN IJNXJE.
26. Силова В.А. Картографический анализ агроландшафтов переходной зоны каштановых и светло-каштановых почв Волгоградской области / В.А. Силова // ИнтерКарто. ИнтерГИС. – 2022. – Т. 28, № 2. – С. 926–934. – DOI 10.35595/2414-9179-2022-2-28-926-934. – EDN NUWDNA.
27. Terekhina N.V. Leaves of trees and shrubs as bioindicators of air pollution by particulate matter in Saint Petersburg / N.V. Terekhina, M.D. Ufimtseva // Geography, Environment, Sustainability. – 2020. – Vol. 13, N 1. – P. 224–232. – EDN PJZNBE.

Поступила в редакцию 04.12.2023 г.

MACROMARKERS OF LANDSCAPE TRANSFORMATIONS IN DONBASS: ANALYSIS OF CARTOGRAPHIC MATERIAL

A.I. Safonov, E.A. Germonova

Taking into account the qualitative state of macromarkers of anthogenesis in phytoindicative value from 2013 to 2023, dynamic trends in the geostrategic displacement of quantitative indicators used in environmental monitoring were identified for the territory of Central Donbass. The data from a 113-component observation network during the registration of atypical forms of manifestation of the characteristics of the morphological structure of flowers of indicator plant species were analyzed. The results obtained are considered as evidence of the formation of foci of adverse effects on plant organisms as a result of the intensification of the anthropogenic factor of polemostress.

Keywords: ecological monitoring, Donbass, cartographic analysis, GIS, phytoindication, plant teratomorphs, macromarker

Сафонов Андрей Иванович
Кандидат биологических наук, доцент;
заведующий кафедрой ботаники и экологии
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: a.safonov@donnu.ru

Safonov Andrey
Candidate of Biological Sciences, Docent;
Head of the Department of Botany and Ecology,
Donetsk State University, Donetsk, DPR, RF.

Гермонова Екатерина Александровна
Кандидат технических наук, доцент;
ФГБОУ ВО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: germonova@mail.ru

Germonova Ekaterina
Candidate of Technical Sciences, Docent;
Donetsk National Technical University, Donetsk, DPR, RF.

УДК 591.473.3: 577.112.385.2: 612.532

ЭФФЕКТЫ СУБХРОНИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ ФИЗИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ И АРГИНИНА НА ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ СКЕЛЕТНОЙ МЫШЦЫ БЫСТРОГО ТИПА В ЭКСПЕРИМЕНТАХ НА КРЫСАХ

© 2023. ***В.В. Труш, В.И. Соболев, М.Н. Попов, Н.Н. Бондаренко***

В экспериментах на крысах изучены долговременные эффекты терапевтических доз аргинина (100 мг/кг/сутки), умеренной физической нагрузки (ФН) динамического характера, моделируемой путем принудительного плавания постепенно увеличивающейся длительности (от 5 до 60 минут), и их комбинации на функциональное состояние скелетной мышцы быстрого типа (*m. tibialis anterior*). Установлено, что как изолированное применение аргинина и умеренной ФН, так и комплексное их воздействие, обусловливало увеличение амплитуды М-ответов на фоне нормальной их длительности, а также повышение устойчивости мышцы к утомлению и скорости ее восстановления после утомляющей работы. Изолированное применение аргинина привело к улучшению сократительных параметров мышцы, особенно выраженному спустя 30 и 60 дней ежедневного введения препарата, тогда как изолированное применение динамической ФН на начальных этапах (спустя первые 10 дней) предопределяло некоторое ухудшение амплитудных и временных параметров одиночного и тетанического сокращений мышцы с последующей их нормализацией спустя 30-60 дней плавательного периода и даже увеличением абсолютной силы тетанического сокращения. Аргинин, применяемый в комплексе с ФН, на начальных этапах повысил резистентность мышцы к ФН и предотвратил ухудшение амплитудных и временных параметров ее сокращения. Применение умеренной ФН динамического характера изолированно или в комбинации с аргинином обусловливало появление функциональных признаков сдвига гистохимического профиля *m. tibialis anterior* в окислительную сторону и соответственно ухудшение скоростных параметров ее сокращения.

Ключевые слова: скелетная мышца, аргинин, физическая нагрузка, крысы.

1. Введение. Известно, что система «аргинин – оксид азота» и умеренные физические нагрузки (ФН) обладают способностью через активацию различных сигнальных путей тормозить протеолиз и усиливать синтез белков в скелетных мышцах (СМ) [1, 2]. В исследованиях на животных показана эффективность аргинина в повышении резистентности организма при различных состояниях – гипотермии, гипоксии, интенсивных ФН [3, 4]. Установлена способность аргинина и оксида азота (NO) оказывать позитивное влияние на СМ – повышать мышечный кровоток [5] и толерантность к ФН [6], стимулировать ангиогенез в ишемизированных СМ и улучшать их перфузию [7], усиливать энергетический обмен в мышечных волокнах (МВ), регулировать содержание глюкозы в крови во время выполнения мышечных нагрузок и уменьшать молочнокислый ацидоз [8], ослаблять окислительную модификацию мышечных белков [9], понижать активность лизосомальных ферментов и стабилизировать мембраны лизосом в МВ [10].

ФН, сопровождающиеся периодическим повышением концентрации кальция в МВ, обусловливают увеличение активности nNOS и, как следствие, усиление образования NO в них [2]. При этом выявлена связь между активацией nNOS, уровнем NO в скелетных МВ и синтезом цитоскелетных и сократительных белков [11]. Установлено, что добавление L-аргинина оказывает дополнительный стимулирующий эффект на индуцированный ФН ангиогенез в сердце и СМ крыс [12]. Кроме того, L-аргинин, как источник орнитина в цикле мочевины, обеспечивает быстрое

обезвреживание аммиака и способствует повышению физической работоспособности организма [13]. Все это подтверждает важную роль оксидазотной регуляции в функционировании СМ.

Вместе с тем, позитивные эффекты аргинина и его посредника NO на организм признаются не всеми специалистами [14–17]. Кроме того, вероятно, существует зависимость эффектов системы «аргинин – оксид азота» от функционального состояния организма и наличия определенных сопутствующих патологий [18], типа ткани и возраста животных [19], а также дозы препарата [20].

Целью настоящей работы явилось изучение эффектов терапевтических доз аргинина (АРГ, 100 мг/кг/сутки), умеренной динамической физической нагрузки (ФН) и их комбинации на скелетную мышцу смешанного типа с преимущественным преобладанием гликолитических волокон (*m. tibial anterior)* в динамике 2-месячного периода экспериментальных воздействий.

2. Методика. Эксперименты были выполнены на 100 половозрелых молодых крысах-самках 4-5-месячного возраста с исходной массой тела 195-205 г. Животные были первоначально случайным образом разделены на 4 группы: контрольную (интактная, не подвергались никаким воздействиям, n=10, К-группа), I опытную (n=30, ежедневно получали аргинин, АРГ-группа), II опытную (n=30, подвергались ежедневному плаванию, ПЛАВ-группа) и III опытную (n=30, подвергались ежедневному плаванию и получали аргинин, ПЛАВ+АРГ-группа). В последующем каждая опытная группа была разделена на 3 группы (n=10 в каждой) в зависимости от продолжительности экспериментальных воздействий (10, 30 и 60 дней) – 10АРГ-, 30АРГ-, 60АРГ, 10ПЛАВ-, 30ПЛАВ-, 60ПЛАВ-, 10АРГ+ПЛАВ-, 30АРГ+ПЛАВ- и 60АРГ+ПЛАВ-группы. Такой подход позволил нам проследить динамику изменений в нервно-мышечном аппарате (НМА) в процессе адаптации животного организма к физической нагрузке, применяемой изолированно и в комплексе с аргинином.

ФН моделировали путем плавания в цилиндрической емкости с гладкой поверхностью (диаметр емкости 100 см, глубина 150 см) при температуре воды 37±1°С без дополнительного отягощения с произвольной скоростью. Плавание начинали с 5 минут в день, ежедневно увеличивая его продолжительность на 5 минут до доведения ФН до 1-часового периода (к 12 дню). Согласно данным литературы [21], при плавании животных с грузом 0–5 % от массы тела не наблюдается увеличения уровня лактата в крови, в связи с чем такая ФН представляет собой модель аэробной нагрузки небольшой интенсивности. Аргинин (водный раствор, «Кардиоаргинин», «Здоровье», Украина) животным I и III опытных групп вводили ежесуточно, подкожно, в дозе 100 мг/кг.

По окончании сроков экспериментальных воздействий в условиях глубокого наркоза (тиопентал натрия, 100 мг/кг, внутрибрюшинно) на животных проводили острый опыт, в котором с помощью методов электромиографии и эргографии оценивали электрофизиологические и сократительные параметры *m. tibialis anterior,* используя методические подходы, описанные в более ранней нашей работе [22].

Статистическую значимость различий между средними арифметическими величинами сравниваемых групп (при условии сохранения нормального закона распределения, W-тест Шапиро-Уилка) определяли с помощью двухвыборочного t-теста Стьюдента для выборок с различными дисперсиями и F-статистики при заданном уровне значимости $p<0,05$.

3. Результаты и обсуждение. *Влияние аргинина и умеренной физической нагрузки, применяемых по отдельности и в комплексе, на параметры М-ответа m. tibialis anterior.* Длительно вводимый (на протяжении 30–60 дней) аргинин, ФН и их

комбинация определенным образом повлияли как на исходные параметры М-ответа передней большеберцовой мышцы, так и на степень их изменения после утомляющей работы (УР) в сравнении с контролем.

Так, спустя 30 и 60 дней изолированного введения аргинина наблюдалось значимое относительно контроля ($p<0,05$) увеличение амплитуды М-ответов на фоне нормальной их длительности (рис. 1). У животных, подвергавшихся плаванию или воздействию комбинации «плавание + аргинин», амплитуда М-волны возрастала уже спустя первые 10 дней экспериментальных воздействий ($p<0,05$ относительно контроля) и оставалась повышенной вплоть до окончания 2-месячного их периода на фоне нормальной длительности М-ответов (рис. 1).

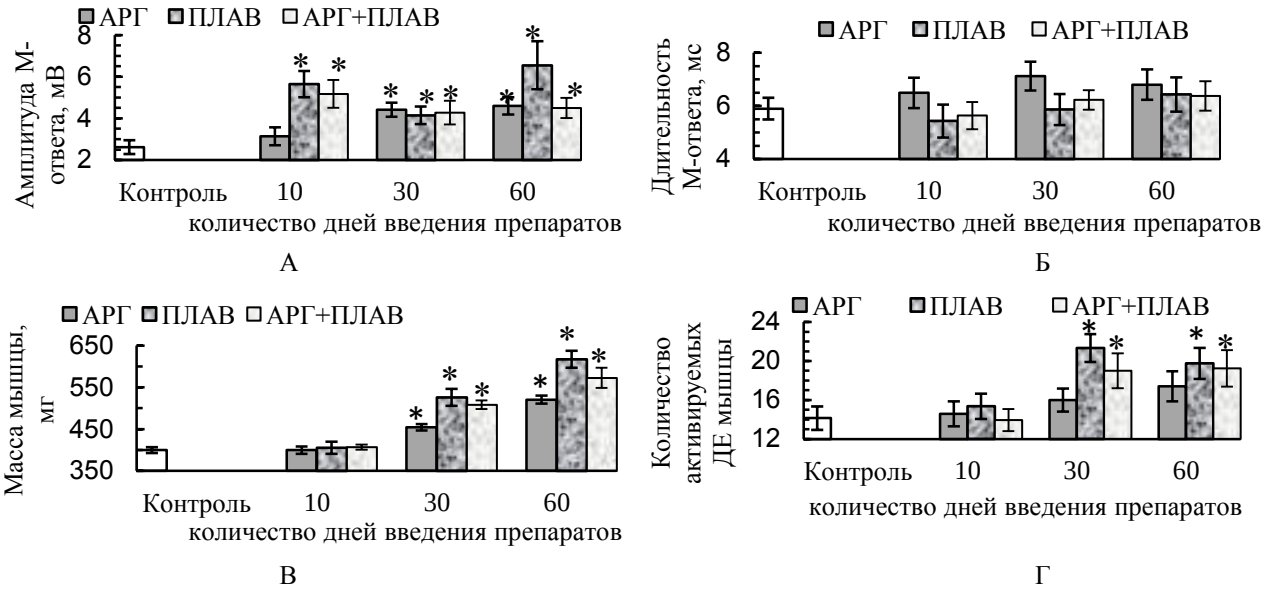


Рис. 1. Средние значения некоторых параметров М-ответа (А, Б), массы (В) и количества активируемых ДЕ (Г) *m. tibialis anterior* контрольных крыс и животных, получавших аргинин (АРГ-группа), подвергавшихся плаванию (ПЛАВ-группа) и воздействию комбинации «плавание + аргинин» (ПЛАВ+АРГ-группа). * – различия статистически значимы ($p<0,05$) относительно значения соответствующего показателя контрольной группы

Увеличение амплитуды М-ответов на фоне нормальной их длительности может быть связано как с увеличением степени синхронизации возбуждения МВ в СМ, так и с некоторой гипертрофией МВ, в пользу которой косвенно свидетельствует увеличение ($p<0,05$ относительно контроля) массы СМ в 30АРГ- и 60АРГ-группах, а также массы СМ и количества активируемых ДЕ спустя 30-60 дней плавания или комбинации плавания с аргинином (рис. 1).

В исследованиях других авторов установлено, что функциональные нарушения после предельных ФН проявлялись в снижении амплитуды М-ответа, увеличении его длительности и площади при сохранении скорости проведения импульса и порога раздражения по сравнению с интактными животными [23]. Тот факт, что в наших экспериментах не было выявлено уменьшения амплитуды и увеличения длительности М-волны (напротив, амплитуда М-ответа возрастала) служит еще одним подтверждением отсутствия повреждения МВ, а, значит, умеренности нашей модели ФН.

Аргинин, ФН и их комбинация модулировали характер изменения параметров М-ответа после УР в сравнении с таковым контроля. В частности, для животных всех АРГ-групп не было характерно типичного для контроля снижения амплитуды М-ответов и количества активируемых ДЕ мышцы относительно исходных значений

после выполнения УР, тогда как длительность М-ответов после УР удлинялась относительно исходной примерно в такой же степени (на 41-42%), как и у контроля (на 32%, рис. 2). Данные факты косвенно указывают в пользу отсутствия у животных АРГ-групп выключения части МВ из возбуждения после УР, очевидно, типичного для контроля; удлинение же М-волны после УР, вероятнее всего, обусловлено некоторой десинхронизацией возбуждения МВ.

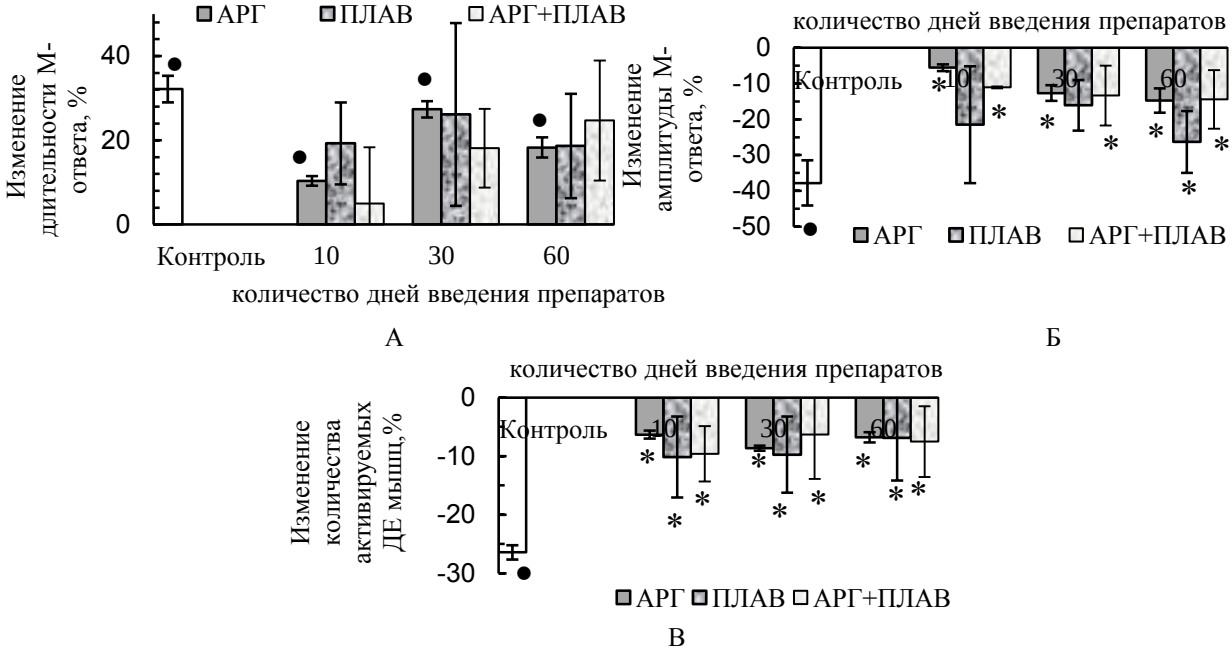


Рис. 2. Изменение некоторых параметров М-ответа (А, Б) и количества активируемых ДЕ (В) *m. tibialis anterior* контрольных крыс и животных, получавших аргинин (АРГ), подвергавшихся плаванию (ПЛАВ-группа) и воздействию комбинации «плавание + аргинин» (ПЛАВ+АРГ-группа), после выполнения утомляющей работы (в % относительно исходного значения соответствующего параметра, принятого за 100 %). • – изменение значения параметра после утомляющей работы статистически значимо (P<0,05) относительно соответствующего исходного значения, ∗ – степень изменения параметра статистически значимо (P<0,05) отличается от таковой в контрольной группе

У животных ПЛАВ- и АРГ+ПЛАВ-групп после УР не наблюдалось типичного для контроля не только уменьшения количества активируемых ДЕ и амплитуды М-волны, но и увеличения их длительности (рис. 2). Все эти факты косвенно свидетельствуют в пользу более высокой устойчивости СМ крыс АРГ-, ПЛАВ- и АРГ+ПЛАВ-групп к утомлению и более высокой скорости ее восстановления после утомления.

Влияние длительного применения аргинина, плавания и их комбинации на надежность синаптической передачи. Введение аргинина не повлияло на надежность нервно-мышечной передачи: ни у одного из животных АРГ-групп не было обнаружено декремента амплитуды М-ответов, превышающего 10% при низкой частоте стимуляции НМА (4 имп/с), ни до, ни после выполнения УР (табл.).

Изолированное применение ФН или комплексное ее воздействие с аргинином существенно не отразились на надежности синаптической передачи. В частности, средний по ПЛАВ- и АРГ+ПЛАВ-группам декремент амплитуды М-ответа при низкой частоте стимуляции малоберцового нерва (4 имп/с) значимо не отличался от контрольного (табл. 1). Вместе с тем, у 10 % особей 10ПЛАВ- и 10АРГ+ПЛАВ-групп после УР выявлялась сниженная надежность синаптической передачи (табл.), не встречающаяся после УР в

контроле. Спустя 30 и 60 дней плавания или воздействия комбинации «плавание + аргинин» патологически значимый декремент амплитуды М-ответов при низкочастотной стимуляции малоберцового нерва после УР у животных не выявлялся (табл.).

Таблица 1

Средние значения ($\overline{X} \pm m$) амплитуды М-ответа и ее декремента[1] в мышце контрольных животных и крыс, получавших аргинин (АРГ), подвергавшихся плаванию (ПЛАВ-группа) и воздействию комбинации «плавание + аргинин» (ПЛАВ+АРГ-группа)

Группа животных	Исходные значения (до утомляющей работы)			Значения после утомляющей работы		
	Амплитуда 1-го М-ответа, мВ	Декремент амплитуды 5-го М-ответа относительно 1-го, %	Процентное количество особей в группе с декрементом амплитуды М-ответов более 10%	Амплитуда 1-го М-ответа, мВ	Декремент амплитуды 5-го М-ответа относительно 1-го, %	Процентное количество особей в группе с декрементом амплитуды М-ответов более 10%
Контроль	2,7±0,13	2,4±1,14	0	1,6±0,12, (-40±3,9•)	1,2±0,89	0
10АРГ	3,0±0,37	3,7±0,35	0	3,0±0,38, [+84*]	2,7±0,32	0
30АРГ	4,1±0,34	10,7±4,12	0	3,7±0,32, [+127*]	9,9±3,92	0
60АРГ	4,5±0,42, [+65*]	10,1±4,80	0	3,8±0,44, [+132*]	10,3±4,93	0
10ПЛАВ	4,9±0,51, [+98*]	5,6±2,02	0	3,9±0,53, [+144*]	0,4±7,47	10
30ПЛАВ	3,3±0,21, [+32*]	10,7±5,25	0	2,8±0,22, [+73*]	-5,0±1,00	0
60ПЛАВ	5,9±1,19, [+139*]	1,5±3,04	0	4,3±0,62, [+167*]	1,1±2,89	0
10АРГ+ПЛАВ	4,8±0,57, [+92*]	0,5±2,57	0	4,4±0,49, [+174*]	-0,9±4,20	10
30АРГ+ПЛАВ	4,1±0,51, [+65*]	12,0±9,55	0	3,4±0,26, [+113*]	14,1±10,92	0
60АРГ+ПЛАВ	4,3±0,48, [+74*]	7,6±2,62	0	3,7±0,39, [+131*]	5,6±5,68	0

[1] – декремент амплитуды М-ответа передней большеберцовой мышцы определяли на основании снижения амплитуды 5-го М-ответа относительно 1-го (в %) при вызванной ритмической активности мышцы с частотой 4 имп/с [24]; * – в квадратных скобках указана статистически значимая разница показателя относительно контрольной группы (в %, $p<0,05$); • – в круглых скобках указана статистически значимая разница показателя относительно исходного значения соответствующей группы (в %, $p<0,05$).

Следовательно, наша модель ФН, используемая изолированно или в комбинации с аргинином, не вызывала существенных ухудшений надежности синаптической передачи, что свидетельствует в пользу, во-первых, ее умеренности, а, во-вторых, возможности нормальной адаптации НМА к этой нагрузке.

Данные литературы относительно влияния ФН на синаптическое звено нервно-мышечной системы неоднозначны. Так, в исследовании на крысах показано, что даже однократная ФН (плавание до утомления) сопровождалась как качественными (увеличение количества конструкций с четкообразными трабекулами, снижение активности ацетилхолинэстеразы в области нервно-мышечного синапса, изменения ферментонегативных зон, появление атипичных и глобулярных форм), так и количественными (изменение метрических параметров системы «двигательное окончание – мышечное волокно») изменениями нервно-мышечных синапсов, свидетельствующими в пользу снижения степени иннервированности МВ [25]. В исследованиях других авторов на крысах, подвергавшихся бегу в колесе и плаванию до утомления, выявлено, что длительные ФН приводили к значительным, статистически достоверным реактивным изменениям нервных и сосудистых микроструктур в оболочке седалищного нерва, при этом отмечались четко выраженные признаки деструкции в виде фрагментации нервных волокон, вакуолизации нейроплазмы, а также косвенные признаки снижения надежности проведения информации по нервным

волокнам, но при этом в восстановительном периоде надежность проведения не просто возвращалась к контрольному уровню, а даже возрастала, что свидетельствует о высоких компенсаторных возможностях периферических нервов и их способности к самовосстановлению [26].

Характер изменения амплитудных и временных параметров одиночного сокращения мышцы в динамике воздействия аргинина, физической нагрузки и их комбинации. Эффекты аргинина. Изолированное применение аргинина в целом положительно сказалось на сократительных и временных параметрах одиночного сокращения мышцы, а также обусловило ускорение их восстановления после УР, в сравнении с контролем. Так, уже спустя первые 10 дней введения аргинина (у особей 10АРГ-группы) наблюдается тенденция к увеличению скорости расслабления при одиночном сокращении, не достигающая статистически значимого характера, и отсутствие значимого относительно исходного значения уменьшения амплитуды одиночных сокращений мышцы после выполнения УР, типичное для контрольных животных (рис. 3). Кроме того, как уже обсуждалось ранее, амплитуда М-ответа и количество активируемых ДЕ мышцы у животных 10АРГ-группы после УР значимо не отличаются от исходных значений, тогда как у контроля они уменьшаются (рис. 2). Оба эти факта указывают в пользу ускорения восстановления СМ после утомления и повышения ее устойчивости к утомлению под влиянием аргинина.

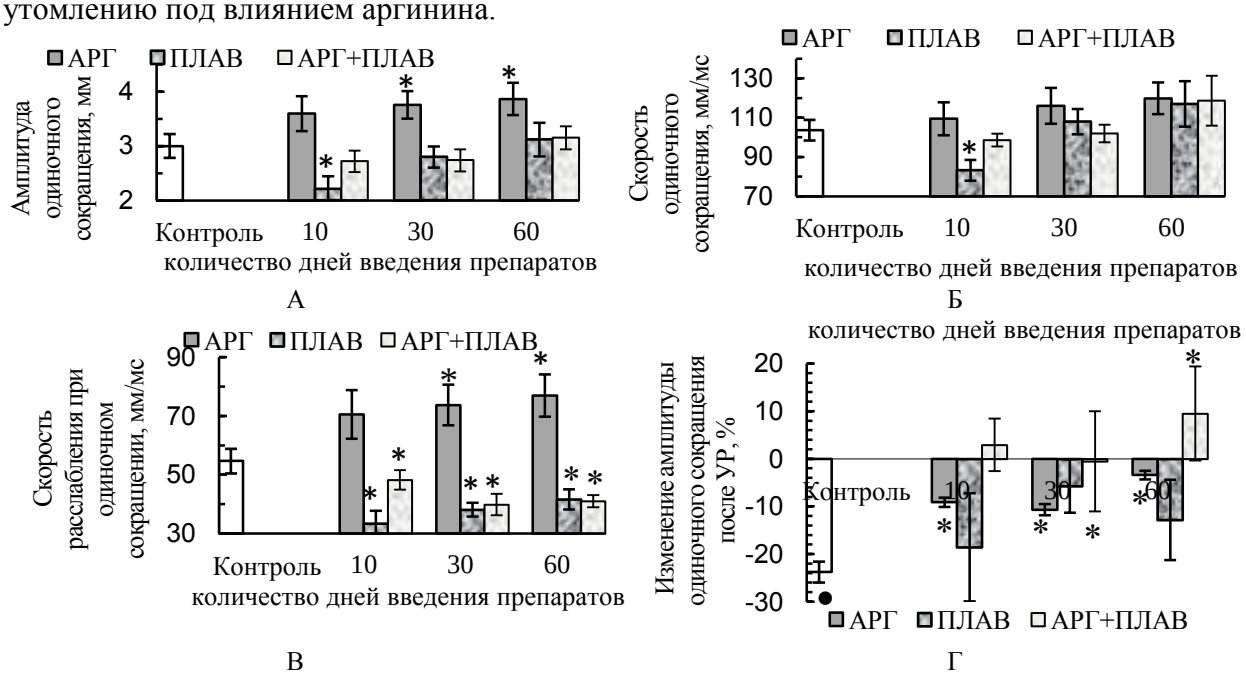


Рис. 3. Средние исходные значения параметров одиночного сокращения (А-В) и степени изменения амплитуды одиночного сокращения после утомляющей работы (Г) *m. tibialis anterior* контрольных животных и крыс, получавших аргинин (АРГ), подвергавшихся плаванию (ПЛАВ-группа) и воздействию комбинации «плавание + аргинин» (ПЛАВ+АРГ-группа). ∗ – различия статистически значимы ($p<0,05$) относительно значения соответствующего показателя контрольной группы

По мере дальнейшего введения аргинина в организм, у животных 30АРГ-группы, наряду с повышенной устойчивостью мышцы к утомлению, отмеченной уже в 10АРГ-группе, наблюдается увеличение относительно контроля ($p<0,05$) амплитуды одиночного сокращения (на 25 %) и увеличение скорости расслабления (на 35 %, рис. 3). Эти изменения параметров одиночного сокращения мышцы сохраняются и спустя 2-месячный период введения аргинина (рис. 3).

Наблюдаемое улучшение амплитудных и временных параметров одиночного сокращения СМ крыс 30АРГ- и 60АРГ-групп может быть связано, прежде всего, с определенными функциональными перестройками: увеличением степени синхронизации возбуждения и сокращения в мышце, скорости и эффективности электромеханического сопряжения в МВ, а также повышением эффективности механизма активного откачивания кальция при их расслаблении. Вместе с тем, учитывая имевшее место спустя 30-60 дней введения аргинина повышение относительно контроля массы мышцы и амплитуды М-волны на фоне нормальной ее длительности (рис. 1), одной из причин увеличения амплитуды одиночных сокращений и М-ответов у животных 30АРГ- и 60АРГ-групп может служить и некоторая гипертрофия МВ, которая была подтверждена в условиях *in vitro* под влиянием аргинина другими специалистами [27].

Увеличение скорости расслабления при одиночном сокращении у животных 30АРГ- и 60АРГ-групп может быть связано с ускорением откачивания кальция из цитоплазмы МВ при расслаблении, обусловленном как повышением активности кальциевого насоса саркоплазматического ретикулума (СР), так и улучшением энергетического его обеспечения [28]. Косвенным доказательством повышения эффективности откачивания кальция в МВ у животных АРГ-групп служит не только наблюдаемое нами увеличение скорости расслабления при одиночном сокращении (рис. 3), но и меньшее значение степени посттетанической потенциации, в сравнении с контролем ($p<0,05$, рис. 4).

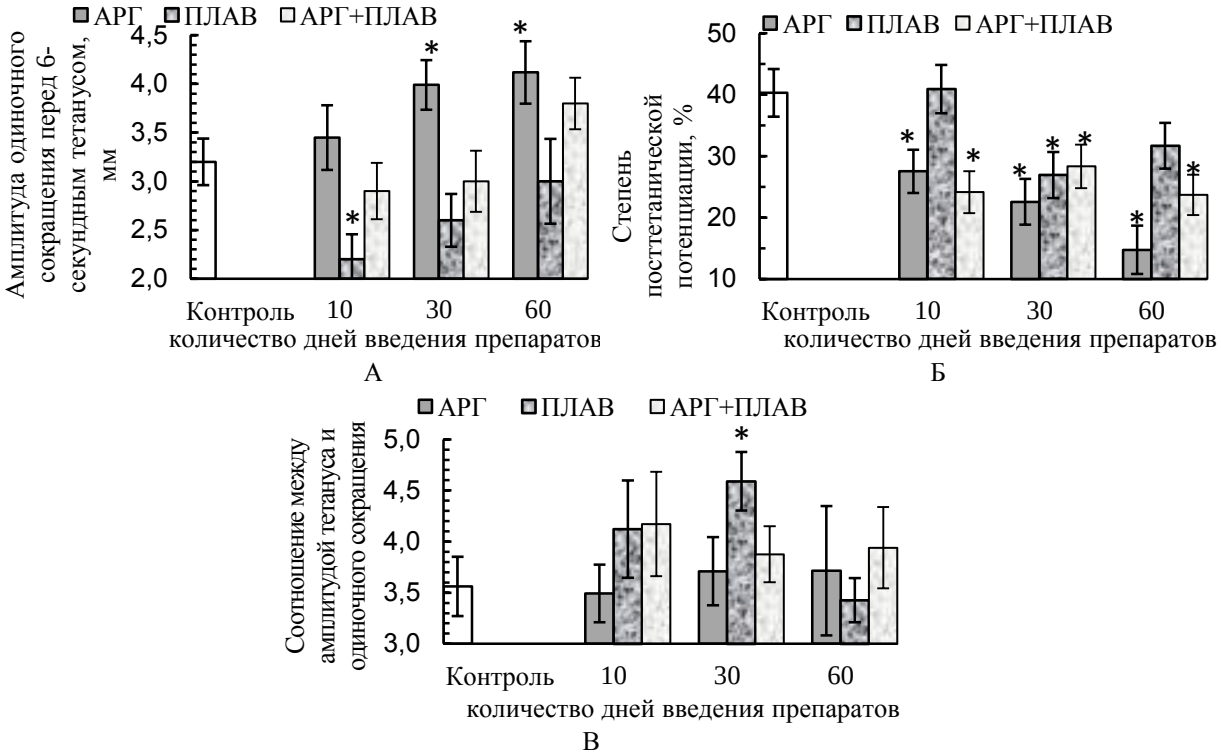


Рис. 4. Средние значения амплитуды одиночных сокращений мышцы (до 6-секундного тетануса, А), степени посттетанической потенциации (Б) и соотношения между амплитудой тетануса и одиночного сокращения (В) у контрольных животных и крыс, получавших аргинин (АРГ), подвергавшихся плаванию (ПЛАВ-группа) и воздействию комбинации «плавание + аргинин» (ПЛАВ+АРГ-группа). * – различия статистически значимы ($p<0,05$) относительно значения соответствующего показателя контрольной группы

Таким образом, длительное введение аргинина в организм животного в дозе, адекватной терапевтической для человека, сопровождалось улучшением амплитудных

и временных параметров сокращения мышцы, некоторым увеличением ее массы, а также повышением устойчивости к утомлению и ускорением восстановления после УР.

Вместе с тем, положительный эффект аргинина и его посредника оксида азота на СМ носит дискуссионный характер, что, вероятнее всего, связано с принципиально разными эффектами низких и высоких доз аргинина и соответственно оксида азота и других его активных метаболитов [29]. По всей видимости, применяемая нами доза аргинина (100 мг/кг) является умеренной терапевтической и в целом вызвала позитивные изменения в передней большеберцовой мышце крыс при длительном введении.

Эффекты физической нагрузки. Изолированное применение ФН существенно отразилось на параметрах одиночного сокращения передней большеберцовой мышцы. Так, уже спустя первые 10 дней плавания для животных было характерно значимое в сравнении с контролем ($p<0,05$) уменьшение амплитуды одиночного сокращения (на 27 %) и уменьшение скорости укорочения (на 20 %) и расслабления (на 39 %, рис. 3). При этом степень посттетанического потенцирования и соотношение между амплитудой тетануса и одиночного сокращения, косвенно отражающие возможные изменения гистохимического профиля мышцы, на данном этапе экспериментальных воздействий не претерпевали существенных изменений (рис. 4).

Наблюдаемые нами изменения параметров одиночного сокращения мышцы крыс 10ПЛАВ-группы косвенно свидетельствуют в пользу некоторого ухудшения ее сократительной функции, обусловленного первоначальным воздействием ФН. Вместе с тем, как уже обсуждалось ранее, для животных 10ПЛАВ-группы не было характерно уменьшения относительно контроля массы мышцы, амплитуды М-ответов и количества активируемых ДЕ (рис. 1), что указывает в пользу отсутствия выраженных деструктивных изменений МВ, обусловленных ФН, а, значит, и косвенно в пользу того, что применяемая нагрузка не была слишком тяжелой, а, скорее, носила умеренный характер.

Известно, что ФН высокой интенсивности обусловливают развитие гипоксии в МВ вследствие увеличения их потребности в энергии, истощение запасов АТФ и гликогена, избыточное образование свободных радикалов в связи с усилением перекисного окисления липидов (ПОЛ), что предопределяет последующее повреждение клеточных мембран (цитоплазматической, митохондриальной), развитие ацидоза и микротравм МВ и связанное со всеми этими изменениями снижение работоспособности организма [30]. Возникновение повреждений в МВ при интенсивных ФН может быть связано не только с накоплением продуктов ПОЛ в МВ, но и с существенным повышением концентрации цитозольного кальция, активирующего кальпаины, запускающие протеолиз белков МВ [31]. Установлено, что более выраженная деструкция МВ после изнуряющей нагрузки характерна для быстрой мышцы, в сравнении с медленной, и проявляется в повреждении миофибрилл, разрывах МВ [32]. При этом наиболее существенное повышение содержания кальция в цитозоле МВ, а также в крови зарегистрировано с 10-го по 20-й день интенсивных тренировок [31].

В условиях нашего опыта спустя первые 10 дней плавания не выявлено выраженного ухудшения функциональных параметров передней большеберцовой мышцы, которое могло бы свидетельствовать в пользу тяжелых деструктивных изменений МВ. Более того, у животных 10ПЛАВ-групп наблюдалось и определенное улучшение функциональных параметров СМ, в сравнении с контролем. Положительный первоначальный эффект ФН на мышцу заключался, в частности, в большей скорости восстановления сократительной функции СМ после УР в сравнении с контролем. Так, подобно параметрам М-ответа и количеству активируемых ДЕ мышцы (рис. 2), амплитуда одиночных сокращений после УР в 10ПЛАВ-группе значимо не уменьшалась относительно исходной, тогда как у контрольных особей она снижалась (рис. 3).

В исследованиях других авторов [33] показано, что изнуряющие ФН не вызвали существенных изменений силы сокращений и восходящей фазы одиночного сокращения в быстрой мышце (длинный разгибатель пальцев), тогда как в медленной мышце (икроножной) наблюдалось уменьшение силы сокращения; при этом и в быстрой, и в медленной мышце имело место удлинение времени полурасслабления. По мнению авторов [33], меньшая степень функциональных нарушений в быстрых СМ связана с тем, что при изнуряющем плавании бóльшая доля нагрузки приходится на медленные СМ, которые и претерпевают более выраженные морфологические и функциональные изменения в сравнении с быстрыми, и, прежде всего, эти изменения касаются электромеханического сопряжения в МВ. В условиях нашего эксперимента использовалось плавание постепенно нарастающей длительности (от 5 до 60 минут), которое в отличие от изнуряющей нагрузки, очевидно, обусловливало участие и быстрых, и медленных СМ в его осуществлении.

Спустя 30 дней плавания наблюдается нормализация амплитуды и скорости укорочения при одиночных сокращениях, тогда как скорость расслабления остается уменьшенной (на 30%, $p<0,05$ относительно контроля, рис. 3). Степень посттетанического потенцирования у животных 30ПЛАВ-группы оказалась уменьшенной относительно контроля ($p<0,05$), а соотношение между амплитудой тетануса и одиночного сокращения, напротив, превышало соответствующее контрольное значение ($p<0,05$, рис. 4). Данные факты на фоне уменьшения скорости расслабления при одиночном сокращении (рис. 3) косвенно указывают в пользу возможного сдвига гистохимического профиля мышцы в оксидативную сторону, что возможно в условиях применяемой нами динамической ФН аэробного характера.

Кроме того, в 30ПЛАВ-группе сохраняется типичная и для 10ПЛАВ-группы более высокая скорость восстановления СМ после утомления, в пользу чего свидетельствует отсутствие типичного для контроля уменьшения амплитуды М-ответов, количества активируемых ДЕ и амплитуды одиночных сокращений мышцы после УР относительно исходного уровня (рис. 2, 3). В основе более высокой способности мышцы к восстановлению после УР может лежать как перестройка системы энергетического обмена в МВ под действием длительных ФН, так и увеличение удельной доли МВ медленного типа, более устойчивых к утомлению, в сравнении с быстрыми МВ.

По окончании 2-месячного плавательного периода сохраняется большинство тех изменений, которые были характерны для 30ПЛАВ-группы: масса мышцы, амплитуда М-волны и количество активируемых ДЕ остаются увеличенными относительно контроля (рис. 1), тогда как амплитуда одиночного сокращения не отличается от контроля, а скорость расслабления остается уменьшенной (на 24%, $p<0,05$ относительно контроля, рис. 3), но при этом отмечается нормализация степени посттетанического потенцирования и соотношения между амплитудой тетануса и одиночного сокращения (см. рис. 4). Данный факт свидетельствует в пользу полной адаптации СМ к ФН и возможно намечающейся тенденции к возврату к исходному гистохимическому профилю.

Вместе с тем, для мышцы животных 60ПЛАВ-группы сохраняется отмеченная и в 10ПЛАВ-, и в 30ПЛАВ-группах повышенная скорость восстановления после УР и более высокая устойчивость к утомлению, в пользу чего свидетельствует отсутствие типичного для контроля уменьшения амплитуды М-волны и одиночных сокращений мышцы, а также количества активируемых ДЕ после УР относительно исходных значений (рис. 2, 3).

Таким образом, характер изменения сократительных параметров СМ животных ПЛАВ-групп косвенно указывает в пользу следующих обстоятельств. Во-первых, в пользу умеренности применяемой ФН, которая не сопровождалась выраженными дистрофическими изменениями МВ и существенным ухудшением их функциональных параметров (наблюдалось лишь некоторое уменьшение амплитуды и скорости укорочения при одиночном сокращении спустя первые 10 дней плавания с последующей нормализацией этих параметров в 30ПЛАВ- и 60ПЛАВ-группах). Во-вторых, в пользу возможной гипертрофии МВ и сдвига гистохимического профиля СМ в окислительную сторону. Гипертрофия СМ и определенные сдвиги гистохимического профиля под влиянием хронических ФН были выявлены в исследованиях других авторов. При этом изменение экспрессии различных изоформ миозина, определяющих тип МВ, может происходить в любой период онтогенеза вследствие определенных функциональных состояний, в том числе, под влиянием физических нагрузок [34]. В целом, трансформация волокон в результате тренировочных занятий, направленных на увеличение выносливости, происходит в такой последовательности: IIB — IIA — IIC — I [35].

Эффекты комбинации «аргинин + физическая нагрузка». Комплексное применение аргинина и ФН сопровождалось определенными изменениями параметров одиночного сокращения мышцы, отчасти типичными как для АРГ-, так и для ПЛАВ-групп. Так, спустя первые 10 дней применения комбинации «аргинин + плавание», подобно 10АРГ-группе, не наблюдалось уменьшения амплитуды и скорости укорочения при одиночном сокращении, типичного для 10ПЛАВ-группы (рис. 3). Аналогично скорости укорочения, скорость расслабления при одиночном сокращении у животных 10АРГ+ПЛАВ-группы значимо не отличалась от контроля, что было характерно и для 10АРГ-группы, тогда как в 10ПЛАВ-группе она уменьшалась (рис. 3). Кроме того, для животных 10АРГ+ПЛАВ-группы, подобно 10АРГ-группе и в отличие от 10ПЛАВ-группы, было характерно уменьшение относительно контроля ($p<0,05$) степени посттетанического потенцирования (рис. 4). При этом соотношение между амплитудой тетануса и одиночного сокращения в 10ПЛАВ+АРГ-группе значимо не отличалось от контроля, что было типично и для 10АРГ- и 10ПЛАВ-групп (рис. 4).

Некоторое уменьшение степени посттетанического потенцирования мышцы на фоне нормальных значений соотношения между амплитудой тетануса и одиночного сокращения, а также скорости укорочения и расслабления при одиночном сокращении у животных 10АРГ+ПЛАВ-группы, типичное также и для 10АРГ-группы, вероятнее всего, обусловлено усилением под действием аргинина эффективности элиминации кальция из цитозоля МВ при расслаблении.

Подобно мышце животных 10АРГ- и 10ПЛАВ-групп, мышца крыс 10АРГ+ПЛАВ-группы характеризовалась более высокой скоростью восстановления после утомления, в пользу чего указывает отсутствие значимого относительно исходного уровня снижения амплитуды одиночных сокращений после УР, типичное для контроля (рис. 3). Кроме того, как уже обсуждалось выше, в 10АРГ+ПЛАВ-группе, аналогично 10АРГ- и 10ПЛАВ-группам не наблюдалось значимого относительно исходного уровня уменьшения амплитуды М-ответов и количества активируемых ДЕ мышцы после УР, типичное для контроля (рис. 2). Все эти факты указывают в пользу более быстрого восстановления электрофизиологических и сократительных параметров СМ животных 10АРГ+ПЛАВ-группы после утомления, в сравнении с контролем.

В целом, относительно нормальные (в сравнении с контролем) значения параметров одиночного сокращения СМ животных 10ПЛАВ+АРГ-группы, в отличие от 10ПЛАВ-группы, для которой было характерно уменьшение амплитуды и скорости

укорочения и расслабления при одиночных сокращениях, указывают в пользу позитивных эффектов аргинина в плане улучшения переносимости ФН на начальных этапах ее применения в сравнении с 10ПЛАВ-группой.

Исследованиями других специалистов [36] установлено, что содержание аргинина в плазме крови спортсменов превышает таковое обычных людей, что, по мнению авторов, может носить адаптивный характер и быть обусловлено усиленным использованием этой аминокислоты организмом при активной ФН. Существует предположение, согласно которому ФН на выносливость обусловливают образование активных форм кислорода (АФК), которые активируют ядерный фактор активации транскрипции κB, стимулирующий экспрессию eNOS [37], что должно предопределять усиление использования аргинина МВ при активности и повышение эффективности образования NO в них.

При этом аргинин и его активные метаболиты могут оказаться весьма полезными для адаптации к ФН. Выявлено, в частности, что добавление L-аргинина оказывает дополнительный стимулирующий эффект на индуцированный ФН ангиогенез в сердце и СМ крыс, способствуя экспрессии VEGF [12]. Установлена способность аргинина и некоторых его метаболитов (в частности, орнинтина) путем коррекции гипераммониемии оказывать достаточно выраженный и быстрый эффект снижения уровня аммиака в крови при его усиленном образовании СМ при интенсивной ФН [38], тем самым способствуя более быстрому восстановлению СМ после утомления.

В связи с важной патогенетической ролью оксидативного стресса в повреждении МВ при ФН аргинин и его метаболиты, оказывающие в умеренных концентрациях антиоксидантное действие, рассматриваются некоторыми специалистами [39, 40] как эффективные средства защиты МВ от повреждений, вызванных ФН. Вместе с тем, точка зрения относительно эффективности антиоксидантов для повышения устойчивости СМ к оксидативному стрессу при ФН признается не всеми специалистами. В частности, несмотря на то, что исследования *in vivo* подтверждают способность антиоксидантов увеличивать выносливость у спортсменов на 15–50 % [41], но в то же время отмечается и способность антиоксидантов снижать тренировочный эффект [42]. В наших исследованиях, особенно на начальных этапах применения ФН, получен положительный эффект аргинина, который проявлялся в отсутствии ухудшения параметров одиночного сокращения у животных 10АРГ+ПЛАВ-группы, типичных для 10ПЛАВ-группы.

Спустя 30 дней комплексного применения комбинации «плавание + аргинин» для мышцы животных были характерны некоторые общие черты, как с 30АРГ-, так и с 30ПЛАВ-группами. Во-первых, амплитуда одиночного сокращения в 30АРГ+ПЛАВ-группе значимо не отличалась от контрольной, что было характерно и для 30ПЛАВ-группы, тогда как в 30АРГ-группе данный параметр увеличивался ($p<0,05$, рис. 3). Как уже отмечалось раннее, спустя 30 дней комплексного или изолированного применения аргинина и ФН наблюдалось значимое в сравнении с контролем ($p<0,05$) увеличение массы передней большеберцовой мышцы (рис. 1). Но при этом амплитудные параметры одиночного сокращения в 30ПЛАВ- и 30АРГ+ПЛАВ-группе не улучшались (рис. 3).

Во-вторых, подобно 30ПЛАВ-группе, в 30АРГ+ПЛАВ-группе наблюдалось уменьшение скорости расслабления при одиночном сокращении (на 27 %, $p<0,05$ относительно контроля), тогда как в 30АРГ-группе данный параметр, напротив, возрастал относительно контроля ($p<0,05$, см. рис. 3). При этом, подобно 30ПЛАВ- и 30АРГ-группам, в 30АРГ+ПЛАВ-группе отмечалось уменьшение степени посттетанической потенциации ($p<0,05$ относительно контроля, рис. 4). Вместе с тем, соотношение между амплитудой тетануса и одиночного сокращения в 30АРГ+ПЛАВ-группе значимо не

отличалось от контроля, что было характерно и для 30АРГ-группы, тогда как в 30ПЛАВ-группе оно значимо увеличивалось относительно контроля ($p<0,05$, рис. 4). Как уже обсуждалось ранее, уменьшение степени посттетанической потенциации на фоне увеличения соотношения между амплитудой тетануса и одиночного сокращения, а также уменьшения скорости расслабления при одиночном сокращении в 30ПЛАВ-группе косвенно указывает в пользу возможного сдвига гистохимического профиля СМ в окислительную сторону, вызванного динамической ФН. В случае комплексного применения аргинина и плавания степень посттетанического потенцирования и скорость расслабления при одиночном сокращении были снижены относительно контроля, тогда как соотношение между амплитудой тетануса и одиночного сокращения не претерпевало значимых изменений относительно контроля. Данные факты не исключают возможного сдвига гистохимического профиля СМ у животных 30АРГ+ПЛАВ-группы, типичного для 30ПЛАВ-группы, но степень этого сдвига, по всей видимости, была меньшей, чем в 30ПЛАВ-группе, в пользу чего указывает относительно нормальное соотношение между амплитудой тетануса и одиночного сокращения у животных 30АРГ+ПЛАВ-группы.

Наконец, для животных 30АРГ+ПЛАВ-группы, подобно крысам 30ПЛАВ- и 30АРГ-групп, было характерно более быстрое восстановление СМ после УР. В пользу этого свидетельствует отсутствие типичного для контроля значимого относительно исходного уровня ухудшения некоторых параметров М-ответа, уменьшения количества активируемых ДЕ мышцы (рис. 2) и ухудшение параметров одиночного ее сокращения (рис. 3) после УР.

Спустя 2 месяца комплексного применения аргинина и плавания сохранялись все те изменения параметров одиночного сокращения мышцы, типичные и для 30АРГ+ПЛАВ-группы, а также более высокая скорость восстановления сократительных параметров мышцы после утомления (рис. 3). Кроме того, подобно 30АРГ+ПЛАВ-группе для животных 60АРГ+ПЛАВ-группы было характерно уменьшение ($p<0,05$ относительно контроля) степени посттетанической потенциации СМ (рис. 4) на фоне уменьшения скорости расслабления при одиночном сокращении (на 25 %, рис. 3), но при этом нормального соотношения между амплитудой тетануса и одиночного сокращения (рис. 4), что было характерно и для 60ПЛАВ-группы. Как уже обсуждалось выше, в 60АРГ-группе также наблюдалось уменьшение степени посттетанической потенциации мышцы (рис. 4), но оно было сопряжено с увеличением амплитуды и скорости расслабления при одиночном сокращении (рис. 3). Данные факты, как и спустя 30 дней изолированного или комплексного применения аргинина и ФН, свидетельствуют о разных причинах снижения степени посттетанической потенциации у животных, подвергавшихся ФН изолированно или в комплексе с аргинином, и просто получавших аргинин. В частности, у крыс, получавших аргинин, наиболее вероятной причиной уменьшения степени посттетанической потенциации является увеличение мощности механизма, обеспечивающего откачивание кальция из цитоплазмы МВ при расслаблении. У животных же 60АРГ+ПЛАВ- и 60ПЛАВ-групп наиболее вероятной причиной уменьшения степени посттетанического потенцирования и скорости расслабления при одиночном сокращении являлся сдвиг гистохимического профиля мышцы в окислительную сторону.

Характер изменения амплитудных и временных параметров тетанического сокращения и работоспособности мышцы в динамике воздействия на животный организм аргинина, умеренной физической нагрузки и их комбинации. Эффекты аргинина. Изолированное применение аргинина в целом позитивно отразилось на параметрах тетанического сокращения передней большеберцовой мышцы. Так, спустя

30 и 60 дней введения аргинина наблюдалось значимое относительно контроля ($p<0,05$) увеличение амплитуды и скорости тетануса, а также укорочение времени полурасслабления после тетануса (рис. 5).

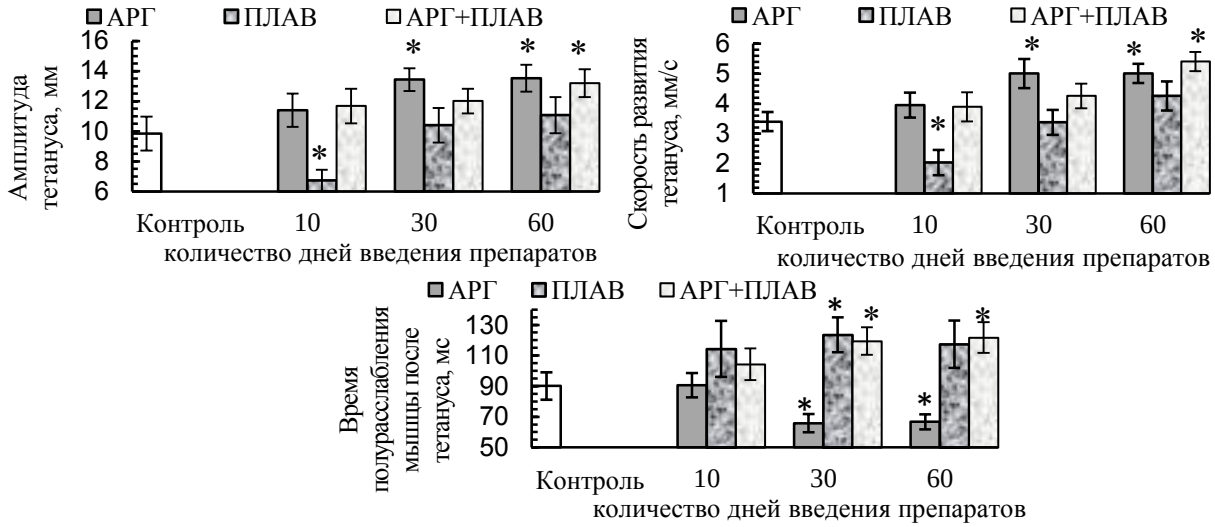


Рис. 5. Средние значения амплитудных и временных параметров тетанического сокращения передней большеберцовой мышцы контрольных животных и крыс, получавших аргинин (АРГ), подвергавшихся плаванию (ПЛАВ-группа) и воздействию комбинации «плавание + аргинин» (ПЛАВ+АРГ-группа), при внешней нагрузке 70 г. ∗ – различия статистически значимы ($p<0,05$) относительно значения соответствующего показателя контрольной группы

В основе наблюдаемого нами увеличения амплитуды и скорости развития тетанического сокращения мышцы животных 30АРГ- и 60АРГ-групп может лежать повышение степени синхронизации возбуждения и сокращения в ней, а также улучшение электромеханического сопряжения в МВ, в пользу которых указывают другие специалисты [28, 43]. Укорочение времени полурасслабления мышцы после 6-секундного тетануса, отмеченное в 30АРГ- и 60АРГ-группах, вероятнее всего, обусловлено увеличением мощности механизма, обеспечивающего элиминацию кальция из цитозоля МВ при расслаблении, в пользу чего свидетельствует и наблюдаемое нами увеличение скорости расслабления мышцы при одиночных сокращениях ($p<0,05$ относительно контроля, рис. 3).

В то же время в литературе имеются и сообщения относительно возможного нитрозилирования цистеина в тяжелой цепи миозина под действием NO, что сопровождается снижением скорости скольжения актиновых нитей вдоль миозиновых [44]. Установлено также, что нитрозилирование миофибриллярных белков может приводить к уменьшению изометрической силы и скорости сокращения МВ [44]. По всей видимости, конечный эффект аргинина и его активных метаболитов на скорость сокращения СМ зависит как от их типа, так и от дозы аргинина и в некоторой степени – от функционального состояния самих МВ, определяющего активность ферментов метаболизма аргинина в них, а, значит, и концентрацию образующихся его активных метаболитов. Высокие дозы аргинина и соответственно NO, особенно образующиеся под влиянием iNOS, активируемой при патологических состояниях, путем нитрозилирования миофибриллярных белков и индукции пероксинитритного стресса могут вызвать ухудшение силовых и скоростных параметров СМ.

При выполнении мышцей животных АРГ-групп УР, подобно 6-секундным тетанусам, также выявлены определенные отличия силовых и временных параметров

тетанического сокращения от контроля. Во-первых, уже спустя первые 10 дней введения аргинина наблюдается увеличение длительности периодов максимальной и субмаксимальной работоспособности СМ (на 42 % и 36 % соответственно, $p<0,05$ относительно контроля, рис. 6), которое сохраняется и спустя 30–60 дней применения аргинина и свидетельствует в пользу повышения ее устойчивости к утомлению. Как уже обсуждалось ранее, для мышцы животных АРГ-групп была характерна и большая, в сравнении с контролем, скорость восстановления электрофизиологических и сократительных параметров после УР (рис. 2, 3).

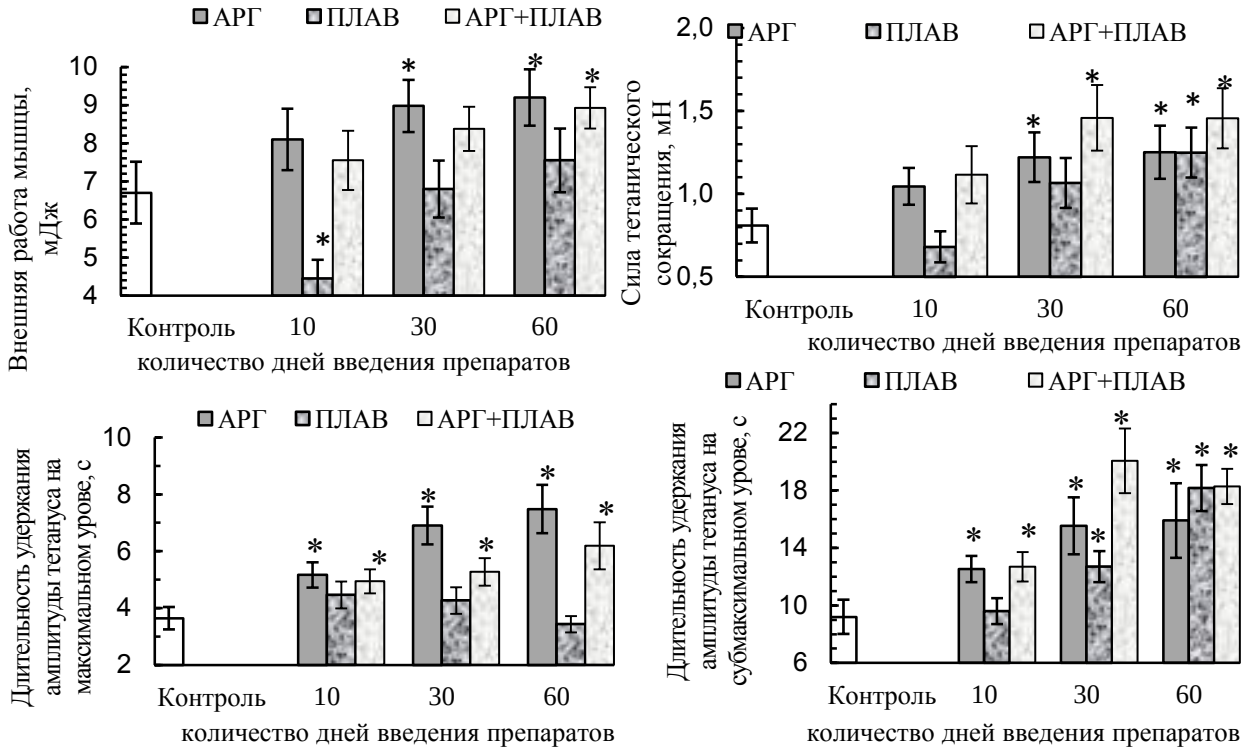


Рис. 6. Средние значения энергетических параметров и работоспособности передней большеберцовой мышцы контрольных животных и крыс, получавших аргинин (АРГ), подвергавшихся плаванию (ПЛАВ-группа) и воздействию комбинации «плавание + аргинин» (ПЛАВ+АРГ-группа). * – различия статистически значимы ($p<0,05$) относительно значения соответствующего показателя контрольной группы

Известно, что аргинин используется в организме для синтеза креатина – предшественника креатинфосфата, обеспечивающего быстрый ресинтез АТФ в МВ, и как источник орнитина в цикле мочевины, что обеспечивает быстрое обезвреживание аммиака и за счет компенсации гипераммониемиии, возникающей при работе СМ, способствует повышению физической работоспособности организма [13]. Повышение работоспособности СМ под влиянием аргинина может быть также обусловлено его воздействием на метаболизм пуринов. В частности, установлено, что упражнения высокой интенсивности вызывают преходящую гипераммониемию, предположительно из-за катаболизма АМФ. Катаболические пути АМФ могут включать его дезаминирование или дефосфорилирование, в основном для компенсации падения заряда энергии аденилата из-за повышения АМФ. Добавление L-аргинина приводит к перенаправлению дезаминирования АМФ в сторону его дефосфорилирования, что обусловливает образование аденозина и может увеличивать регенерацию АТФ за счет активации пути АМР-киназы – ключевого фермента энергетического гомеостаза [45]. Причем

установлено, что позитивное влияние аргинина на энергообмен и работоспособность СМ реализуется независимо от возраста [45].

Наряду с удлинением периодов максимальной и субмаксимальной работоспособности СМ, у животных 30АРГ- и 60АРГ-групп было выявлено и некоторое улучшение силовых характеристик передней большеберцовой мышцы, в пользу чего свидетельствует увеличение относительно контроля ($p<0,05$) внешней работы мышцы (на 36-40%) и абсолютной ее силы (на 51-54%, рис. 6).

Эффекты физической нагрузки. Ежедневное плавание животных сопровождалось определенными изменениями параметров тетанического сокращения передней большеберцовой мышцы. Так, спустя первые 10 дней плавания наблюдалось снижение ($p<0,05$ относительно контроля) амплитуды (на 32%) и скорости развития 6-секундного тетануса (на 40%) с внешней нагрузкой 70 г (рис. 5). Кроме того, для мышцы животных 10ПЛАВ-группы было характерно снижение внешней работы (на 33%, $p<0,05$ относительно контроля), но при этом отсутствие значимых изменений абсолютной силы тетанического сокращения (рис. 6).

Как уже обсуждалось ранее, для животных 10ПЛАВ-группы было характерно и ухудшение параметров одиночного сокращения мышцы: уменьшение его амплитуды, скорости укорочения и расслабления (рис. 3). Вместе с тем, амплитуда М-ответа у животных 10ПЛАВ-группы, напротив, возрастала относительно контроля ($p<0,05$) на фоне нормальной длительности, а количество активируемых ДЕ и масса мышцы не претерпевали существенных изменений (рис. 1). Данные факты свидетельствуют в пользу некоторого ухудшения сократительных параметров СМ на начальных этапах применения ФН, но при этом отсутствия выраженных деструктивных ее изменений.

По мере дальнейшего применения ФН, спустя 30 дней, наблюдалась некоторая адаптация НМА, что проявлялось в нормализации амплитуды и скорости развития 6-секундного тетануса с внешней нагрузкой 70 г (рис. 5), а также величины внешней работы мышцы при высокочастотном тетанусе с внешней нагрузкой 70 г (рис. 6). Вместе с тем, для мышцы животных 30ПЛАВ-группы было характерно и удлинение периода полурасслабления мышцы после 6-секундных тетанусов (на 34–37 %, $p<0,05$ относительно контроля, рис. 5), а также удлинение периода субмаксимальной работоспособности СМ при выполнении УР (на 38 %, $p<0,05$ относительно контроля, рис. 6), свидетельствующее в пользу повышения ее устойчивости к утомлению. Как уже обсуждалось ранее, для 30ПЛАВ-группы было также характерно уменьшение скорости расслабления при одиночном сокращении (рис. 3), а также степени посттетанического потенцирования на фоне увеличения соотношения между амплитудой тетануса и одиночного сокращения (рис. 4). Все эти факты подтверждают высказанное нами ранее предположение относительно сдвига гистохимического профиля СМ в окислительную сторону под действием ФН динамического характера.

По окончании 2-месячного плавательного периода продолжительность периода полурасслабления мышцы возвращалась к уровню контроля, но при этом характеризовалась большей степенью вариабельности (рис. 5). Продолжительность периода субмаксимальной работоспособности мышцы при выполнении УР у животных 60ПЛАВ-группы, подобно 30ПЛАВ-группе, превышает контрольное значение (на 97 %, $p<0,05$, рис. 6). Амплитуда и скорость развития 6-секундных тетанусов с внешней нагрузкой 70 г значимо не отличались от соответствующих контрольных значений, что было характерно и для 30ПЛАВ-группы (рис. 5).

Вместе с тем, при выполнении УР мышцей животных 60ПЛАВ-группы с внешней нагрузкой 70 г наблюдалось значимое, в сравнении с контролем ($p<0,05$), увеличение

абсолютной силы сокращения (на 54 %, рис. 6), что на фоне возрастания массы мышцы (рис. 1), косвенно указывает в пользу возможной гипертрофии МВ.

Несмотря на нормализацию периода полурасслабления СМ после 6-секундных тетанусов у животных 60ПЛАВ-группы, скорость расслабления при одиночном сокращении у них оставалась уменьшенной относительно контроля ($p<0,05$, рис. 3), продолжительность периода субмаксимальной работоспособности – увеличенной (рис. 6), а степень посттетанического потенцирования, хоть значимо и не отличалась от контроля, но имела тенденцию к снижению, тогда как отношение амплитуды тетануса к амплитуде одиночного сокращения соответствовало контрольному (рис. 4). Все эти факты косвенно указывают в пользу тенденции к нормализации исходного гистохимического профиля СМ у животных 60ПЛАВ-группы, но при этом частичной сохранности сдвига гистохимического профиля в окислительную сторону.

Таким образом, отсутствие выраженных нарушений параметров тетанического сокращения СМ животных ПЛАВ-групп и даже некоторое увеличение абсолютной силы тетанического сокращения с внешней нагрузкой 70 г у животных 60ПЛАВ-группы свидетельствуют в пользу того, что применяемая модель ФН не была изнуряющей, а, скорее, носила умеренный характер.

Эффекты комбинации «физическая нагрузка + аргинин». Применение плавания в комплексе с аргинином несколько модулировало характер изменения параметров тетанического сокращения передней большеберцовой мышцы в сравнении с ПЛАВ- и АРГ-группами. Вместе с тем, для АРГ+ПЛАВ-, ПЛАВ- и АРГ-групп наблюдались и некоторые общие закономерности изменений параметров тетанического сокращения СМ, в сравнении с контролем.

Так, спустя первые 10 дней комплексного применения плавания с аргинином не отмечалось типичного для 10ПЛАВ-группы уменьшения амплитуды и скорости тетануса при внешней нагрузке 70 г (рис. 5). Как уже обсуждалось ранее, для животных 10АРГ+ПЛАВ-группы не было характерно и уменьшения амплитуды и скорости укорочения и расслабления при одиночном сокращении мышцы, типичного для 10ПЛАВ-группы (рис. 3).

Подобно 10АРГ-группе, у крыс 10АРГ+ПЛАВ-группы наблюдалось удлинение периодов максимальной и субмаксимальной работоспособности СМ при выполнении высокочастотной УР с внешней нагрузкой 70 г (на 36 % и 38 %, $p<0,05$ относительно контроля, рис. 6), тогда как в 10ПЛАВ-группе эти параметры значимо не отличались от контроля. Таким образом, характер изменения параметров тетанического сокращения передней большеберцовой мышцы животных 10АРГ+ПЛАВ-группы был сходен с таковым 10АРГ-группы и свидетельствовал в пользу некоторого повышения устойчивости СМ к утомлению. При этом в 10АРГ+ПЛАВ-группе не наблюдалось типичного для 10ПЛАВ-группы ухудшения амплитуды и скорости тетанического сокращения мышцы при внешней нагрузке 70 г. Данный факт на фоне обсуждаемого ранее отсутствия ухудшения параметров одиночного сокращения мышцы у животных 10АРГ+ПЛАВ-группы, характерного для 10ПЛАВ-группы (рис. 3), косвенно свидетельствует в пользу позитивных эффектов аргинина в плане улучшения переносимости ФН на начальных этапах ее применения.

Спустя 30 дней комплексного применения плавания с аргинином для мышцы животных были характерны некоторые общие черты, как с 30АРГ-, так и с 30ПЛАВ-группами, но, в целом, характер изменения параметров тетанического сокращения СМ был во многом подобен таковому 30ПЛАВ-группы. Так, подобно 30ПЛАВ-группе, амплитуда и скорость развития тетануса при внешней нагрузке 70 г у животных

30АРГ+ПЛАВ-группы значимо не отличались от соответствующих контрольных значений, тогда как в 30АРГ-группе наблюдалось увеличение этих параметров относительно контроля ($p<0,05$, рис. 5). Как уже обсуждалось ранее, в 30АРГ+ПЛАВ-группе, подобно 30ПЛАВ-группе, не наблюдалось и значимых изменений амплитуды и скорости укорочения при одиночных сокращениях, тогда как скорость расслабления снижалась относительно контроля ($p<0,05$), тогда как в 30АРГ-группе амплитуда и скорость расслабления при одиночных сокращениях возрастали ($p<0,05$ относительно контроля, рис. 3).

Вместе с тем, в 30АРГ+ПЛАВ-группе отмечалась тенденция к увеличению внешней работы СМ с нагрузкой 70 г и возрастала абсолютная сила сокращения мышцы (на 80 %, $p<0,05$ относительно контроля), тогда как в 30ПЛАВ-группе эти параметры не претерпевали значимых изменений относительно контроля (рис. 6). В 30АРГ-группе, как уже обсуждалось выше, имело место значимое, в сравнении с контролем ($p<0,05$), увеличение и внешней работы мышцы, и абсолютной силы ее тетанического сокращения (рис. 6). В связи с тем, что у животных 30АРГ+ПЛАВ-группы, подобно 30АРГ-группе, наблюдалось увеличение абсолютной силы тетанического сокращения СМ, не характерное для 30ПЛАВ-группы, закономерно предположить, что оно было обусловлено дополнительным введением аргинина на фоне ФН.

Кроме того, подобно 30АРГ-группе, у животных 30АРГ+ПЛАВ-группы отмечалось удлинение периодов максимальной и субмаксимальной работоспособности СМ (на 45 % и 118 %, $p<0,05$ относительно контроля), тогда как в 30ПЛАВ-группе удлинялся только период субмаксимальной работоспособности мышцы ($p<0,05$ относительно контроля, рис. 6). Данные факты служат еще одним подтверждением в пользу высказанного нами ранее предположения относительно эффективности аргинина в обеспечении лучшей переносимости ФН и, видимо, более эффективной адаптации СМ к ней.

Подобно 30ПЛАВ-группе, для мышцы животных 30АРГ+ПЛАВ-группы было характерно удлинение периода полурасслабления СМ после 6-секундного тетануса с нагрузкой 70 г (на 32 %, $p<0,05$ относительно контроля), не типичное для 30АРГ-группы (рис. 5), а также уменьшение скорости расслабления СМ при одиночном сокращении (рис. 3) и степени посттетанического потенцирования (рис. 4), что служит косвенным свидетельством в пользу сдвига гистохимического профиля СМ в окислительную сторону.

По окончании 2-месячного периода комплексного применения плавания с аргинином характер изменения параметров тетанического сокращения СМ был во многом аналогичен таковому 30АРГ+ПЛАВ-группы, но при этом наблюдались и некоторые отличия. Первое отличие заключалось в значимом относительно контроля ($p<0,05$) увеличении амплитуды (на 34%) и скорости развития (на 60%) тетануса у животных 60АРГ+ПЛАВ-группы, что было также характерно и для 60АРГ-группы, тогда как в 60ПЛАВ-группе эти параметры не претерпевали значимых изменений относительно контроля (рис. 5).

Второе отличие 60АРГ+ПЛАВ-группы от 30АРГ+ПЛАВ-группы заключалось в том, что спустя 60 дней комплексного применения плавания с аргинином наблюдалось значимое относительно контроля ($p<0,05$) увеличение внешней работы мышцы (на 31%), тогда как в 30АРГ+ПЛАВ-группе наблюдалась лишь тенденция к увеличению этого параметра (рис. 6). Как уже обсуждалось ранее, увеличение внешней работы СМ было типично и для 60АРГ-группы, тогда как в 60ПЛАВ-группе этот параметр значимо не отличался от контроля (рис. 6).

Вместе с тем, спустя 60 дней применения ФН и аргинина как по отдельности, так и в комплексе, наблюдалось увеличение абсолютной силы тетанического сокращения СМ ($p<0,05$ относительно контроля, рис. 6), отражающее улучшение ее силовых характеристик.

Подобно 30АРГ+ПЛАВ-группе, в 60АРГ+ПЛАВ-группе наблюдалось удлинение периодов максимальной и субмаксимальной работоспособности СМ (на 70 % и 99 %, $p<0,05$ относительно контроля), типичное также и для 60АРГ-группы, тогда как в 60ПЛАВ-группе удлинялся только период субмаксимальной работоспособности мышцы (рис. 6). Следовательно, на основании изменения амплитудных и временных параметров тетанического сокращения СМ крыс, подвергавшихся комплексному применению ФН и аргинина на протяжении 60 дней, в сравнении с 60ПЛАВ-группой, подобно другим срокам эксперимента (спустя 10-30 дней), можно сделать вывод относительно позитивного эффекта аргинина для полноценной адаптации СМ к ФН.

Вместе с тем, и в 60ПЛАВ-, и 60АРГ+ПЛАВ-группе все же отмечались определенные признаки сохранности сдвига гистохимического профиля СМ в окислительную сторону: уменьшение степени посттетанического потенцирования на фоне снижения скорости расслабления при одиночном сокращении (рис. 3, 4).

Таким образом, подытоживая характер влияния изолированного и комплексного применения аргинина и хронической динамической ФН на функциональное состояние передней большеберцовой мышцы (мышцы смешанного типа с преимущественным преобладанием быстрых МВ), необходимо отметить следующее. Длительное изолированное применение аргинина, в целом, обусловило улучшение сократительных параметров мышцы, особенно выраженное спустя 30 и 60 дней ежедневного введения препарата. Изолированное применение динамической ФН (плавания) на начальных этапах (спустя первые 10 дней) приводило к некоторому ухудшению амплитудных и временных параметров одиночного и тетанического сокращений мышцы. Вместе с тем, спустя 30 и 60 дней ежедневного плавания амплитудные и скоростные параметры одиночного и тетанического сокращений мышцы большей частью нормализовывались. Вместе с тем, скорость расслабления при одиночном сокращении у животных 30ПЛАВ- и 60ПЛАВ-групп оставалась сниженной, кроме того наблюдалось и уменьшение степени посттетанической потенциации и удлинение периода субмаксимальной работоспособности мышцы, а спустя 30 дней плавания – к тому же удлинение периода полурасслабления СМ после тетануса. Все эти признаки косвенно указывают в пользу сдвига гистохимического профиля мышцы в окислительную сторону под действием аэробной ФН. Отчасти эти признаки сохранялись и у животных 60ПЛАВ-группы.

Аргинин, применяемый в комплексе с ФН, способствовал лучшей переносимости организмом в целом и передней большеберцовой мышцей в частности ФН на начальных этапах ее применения, а также предопределил даже некоторое улучшение скоростных и силовых характеристик мышцы по мере дальнейшего применения ФН, хотя признаки сдвига гистохимического профиля СМ в окислительную сторону все же наблюдались и, по всей видимости, были обусловлены динамическим характером применяемой ФН.

В работах других исследователей установлено, что ФН, обусловливающие повышение концентрации кальция в МВ, приводят к увеличению экспрессии и соответственно активности nNOS в скелетных МВ, что сопровождается усилением образования NO в них [44, 46]. Показано, что у высоко тренированных спортсменов интенсивность синтеза NO конститутивными NO-синтазами (eNOS и nNOS) гораздо выше таковой нетренированных молодых людей, тогда как синтез NO iNOS, напротив, у

тренированных молодых людей ниже, чем у нетренированных [47]. Как следствие таких изменений, очевидно, возрастает эффективность влияния аргинина и его активных метаболитов, в том числе NO, на скелетные МВ, при этом уменьшается вероятность образования под действием iNOS высоких концентраций NO, проявляющих токсические эффекты. Одновременно с увеличением экспрессии и активности nNOS в скелетных МВ, при ФН возрастает и экспрессия eNOS в эндотелии сосудов, кровоснабжающих усиленно работающие мышцы, что обусловливает дилатацию таких сосудов и соответственно улучшение кровоснабжения усиленно работающих МВ. Особенно такая реакция заметна при длительных тренировках на выносливость, например ежедневном 1-часовом беге в течение двух-трех месяцев [48], что, скорее всего, связано с тем, что ФН на выносливость обусловливают образование АФК, которые активируют ядерный фактор активации транскрипции κB, стимулирующий экспрессию eNOS [37]. Подтверждением этому служат результаты исследований других авторов, установивших, что длительные или многократные ФН аэробной направленности увеличивают не только активность, но и концентрацию eNOS в эндотелии сосудов, улучшая тем самым продукцию им NO без специальных фармакологических воздействий [49]. Как следствие, адаптация к динамическим ФН должна обусловливать большую эффективность дополнительно вводимого аргинина, как донатора NO, в улучшении мышечного кровотока, а, значит, и работоспособности СМ и их устойчивости к утомлению. Кроме того, такая адаптация должна создавать и лучшие условия для проявления эффектов аргинина и его активных метаболитов на собственно МВ.

В наших исследованиях получен факт отсутствия ухудшений сократительной функции передней большеберцовой мышцы на начальных этапах адаптации к ФН у животных, подвергавшихся комплексному применению ФН с введением аргинина, в отличие от просто плававших крыс, у которых эти нарушения имели место. Кроме того, для крыс ПЛАВ+АРГ-групп было характерно улучшение, в сравнении с контролем, некоторых параметров тетанического сокращения СМ, не типичное для ПЛАВ-групп, в частности, удлинение периода максимальной работоспособности мышцы, увеличение внешней работы и скорости развития тетануса.

Выводы

1. Субхроническое применение аргинина (на протяжении 30-60 дней, 100 мг/кг/сутки) или умеренной ФН, моделируемой путем ежедневного плавания нарастающей длительности (от 5 до 60 минут), также как и комплексное применение этих факторов, сопровождалось увеличением ($p<0,05$ относительно контроля) массы передней большеберцовой мышцы (на 14–30 % в АРГ-группах, 32–54 % в ПЛАВ-группах и 24–27 % в АРГ+ПЛАВ-группах), которое сочеталось в ПЛАВ- и ПЛАВ+АРГ-группах с увеличением количества активируемых ДЕ мышцы (на 40–51 % в ПЛАВ-группах и 34–36 % в АРГ+ПЛАВ-группах).

2. Как изолированное применение аргинина и умеренной ФН, так и комплексное их воздействие, обусловливало увеличение амплитуды М-ответов ($p<0,05$ относительно контроля) на фоне нормальной их длительности, которое в АРГ-группах отмечалось спустя 30–60 дней введения аргинина (на 54–60 %), а в ПЛАВ- и АРГ+ПЛАВ-группах – на протяжении всего 2-месячного периода экспериментальных воздействий (на 54–97 % в ПЛАВ-группах и на 49–80 % в АРГ+ПЛАВ-группах).

3. Воздействие умеренной ФН, моделируемой путем ежедневного плавания, также как и комплексное ее применение с аргинином не приводило к существенному нарушению синаптической передачи, что указывает в пользу умеренности используемой модели ФН.

4. Изолированное применение аргинина обусловило улучшение сократительных параметров мышцы, особенно выраженное спустя 30 и 60 дней ежедневного введения препарата, в пользу чего свидетельствует увеличение ($p<0,05$ относительно контроля) амплитуды одиночного (на 25–28 %) и тетанического (на 36–40 %) сокращений, абсолютной силы тетанического сокращения (на 51–54 %) и его скорости (на 43–60 %).

5. Изолированное применение динамической ФН на начальных этапах (спустя первые 10 дней) приводило к некоторому ухудшению амплитудных и временных параметров одиночного и тетанического сокращений мышцы ($p<0,05$ относительно контроля): уменьшению амплитуды (на 27 %) и скорости укорочения (на 20 %) при одиночных сокращениях, амплитуды (на 32 %) и скорости тетанического сокращения (на 40%), внешней работы мышцы (на 33 %).

6. Длительное воздействие умеренной ФН (на протяжении 30–60 дней) обусловливало ($p<0,05$ относительно контроля) уменьшение скорости расслабления при одиночном сокращении (на 24–30 %), степени посттетанической потенциации и удлинение периода субмаксимальной работоспособности мышцы (на 38–97 %), а спустя 30 дней плавания – к тому же удлинение периода полурасслабления СМ после тетануса (на 34–37 %), что указывает в пользу сдвига гистохимического профиля мышцы в окислительную сторону.

7. Аргинин, применяемый в комплексе с ФН, на начальных этапах повысил резистентность мышцы к ФН и предотвратил ухудшение амплитудных и временных параметров ее сокращения, типичных для 10ПЛАВ-группы. Кроме того, у животных АРГ+ПЛАВ-группы силовые характеристики СМ были несколько лучше таковых соответствующих ПЛАВ-групп. Вместе с тем, спустя 30–60 дней применения плавания с аргинином наблюдались типичные и для ПЛАВ-групп признаки сдвига гистохимического профиля мышцы в окислительную сторону.

8. Применение аргинина и умеренной ФН динамического характера как по отдельности, так и в комплексе обусловило повышение устойчивости передней большеберцовой мышцы к утомлению и большей скорости ее восстановления после утомляющей работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cai X., Yuan Y., Liao Z., Xing K., Zhu C., Xu Y., Yu L., Wang L., Wang S., Zhu X., Gao P., Zhang Y., Jiang Q., Xu P., Shu G. α-Ketoglutarate prevents skeletal muscle protein degradation and muscle atrophy through PHD3/ADRB2 pathway // FASEB J. – 2018. – Vol. 32, № 1. – P. 488-499.
2. Ломоносова Ю.Н., Шенкман Б.С., Немировская Т.Л. Сигнальные эффекты субстратной стимуляции nNOS в скелетной мышце крысы после эксцентрической нагрузки // Доклады академии наук. – 2013. – Т. 452, № 6. – С. 685-689.
3. Осипенко А. Роль системы оксида азота в процессах адаптации организма к физическим нагрузкам // Наука в олимпийском спорте. – 2014. – №1. – С. 27-35.
4. Алмакаева Л.Г., Литвинова Е.В. Аргинин и его применение в медицине и фармации // Ліки України. – 2011. – Т. 5, № 1. – С. 23-26.
5. Bode-Boger S.M. Effect of L-arginine supplementation on NO production in man // European Journal of Clinical Pharmacology. – 2006. – Vol. 62, Suppl. 13. – P. 91-99.
6. Смуглов Е.П., Кузнецов Н.С., Шадчнева Н.А., Сахалтуев А.Д. Клинические аспекты использования L-аргинина в комплексной терапии стабильной ИБС // Крымский журнал экспериментальной и клинической медицины. – 2015. – Т. 5, №2 (18). – С. 60-64.
7. Маль Г.С., Артюшкова Е.Б., Полянский Д.В. Влияние L-аргинина на неоангиогенез при экспериментальной ишемии конечности // Научный альманах. – 2015. – №10-3 (12). – С. 341-343.
8. Boger R.H., Bode-Boger S.M. The clinical pharmacology of L-arginine // Annu. Rev. Pharmacol. Toxicol. – 2001. – Vol. 41. – P. 79-99.
9. Арапова А.И., Фомина М.А. Окислительная модификация белков сердечной и скелетной мускулатуры крыс под влиянием субстрата синтеза оксида азота // Вестник Пермского университета. – 2016. – № 1. – С. 71-79.

10. Ильичева А.С., Фомина М.А., Исаков С.А. Оценка корректирующего воздействия аргинина и карнитина на активность и распределение катепсинов L, H скелетной и гладкой мышц при выраженной гипергомоцистеинемии // Пермский медицинский журнал. – 2016. – Т. 33, № 2. – С. 82-89.
11. Ломоносова Ю.Н. Защитное и сигнальное действие оксида азота на волокна скелетных мышц при различных уровнях сократительной активности: автореф. дис. на соикание учен. степени канд. биол. наук: спец. 03.03.01 и 03.01.04 «Физиология» и «Биохимия». М., 2012. 27 с.
12. Suzuki J. L-arginine supplementation causes additional effects on exercise-induced angiogenesis and VEGF expression in the heart and hind-leg muscles of middle-aged rats // J. Physiol. Sci. – 2006. – Vol. 56, № 1. – P. 39-44.
13. Poortmans J.R. Nitrate supplementation and human exercise performance: too much of a good thing? // Curr. Opin. Clin. Nutr. Metab. Care. – 2015. – Vol. 18. – № 6. – P. 599-604.
14. Вербицкая В.С., Остроглядова И.А., Корпачева О.В. Влияние L-аргинина на морфологические изменения печени и тонкой кишки при ушибе сердца // Сибирский медицинский журнал. – 2013. – № 8. – С. 48-52.
15. Волянская А.Г. Влияние аргинина на процесс формирования посттравматических спаек брюшной полости у самок крыс // Вісник морської медицини. – 2013. – № 2. – С. 39-46.
16. Meshnick S.R. Inhibition of Polyamine Metabolism: Biological Significance and Basis for New Therapies // The American Journal of Tropical Medicine and Hygiene. – 1988. – Vol. 39, №1. – P. 131.
17. McCann P.P., Pegg A.E., Sjoerdsma A. Biological Significance and Basis for New Therapies. – Orlando, FL: Academic Press, 1987. – 371 p.
18. Сабадаш Е.В., Скорняков С.Н., Павлов В.А., Новиков Б.И. Аргинин как фактор неблагоприятного течения туберкулеза (экспериментальное исследование на животных с различной чувствительностью к туберкулезу) // Российский иммунологический журнал. – 2017. – Т. 11(20), № 2. – С. 212-214.
19. Чалисова Н.И., Закуцкий А.Н., Анискина А.И., Филиппов С.В., Зезюлин П.Н. Влияние аргинина и его метаболитов на органотипическую культуру тканей молодых и старых крыс // Успехи геронтологии. – 2007. – Т. 20, № 1. – С. 52-55.
20. Дынник В.В., Гришина Е.В., Федотчева Н.И. Роль митохондриальной сигнальной системы NO/cGMP/PKG в активации и ингибировании дыхания L-аргинином и донорами NO // Биологические мембраны. – 2019. – Т. 36, № 6. – С. 409-416.
21. Voltarelli F.F., Gobatto C.A., de Mello M.A.R. Minimun blood lactate and muscle protein of rats during swimming exercise // Biol. Sport. – 2008. – Vol. 25, № 1. – P. 23-24.
22. Труш В.В., Соболев В.И. Оценка в экспериментах на животных эффектов длительно вводимого альфакальцидола на функциональное состояние скелетной мышцы // Ученые записки Крымского федерального университета имени В.И. Вернадского Биология. Химия. – 2021. – Т. 7 (73). – № 1. – С. 201–217.
23. Ветряков О.В., Фатеев И.В., Фисун А.Я., Владимирова О.О., Алексеева И.И., Федонюк В.П., Егорова Н.А. Влияния обратимого ингибитора холинэстераз на морфофункциональное состояние скелетной мышечной ткани крыс при выполнении интенсивных физических нагрузок // Medline.ru. – 2018. – Т. 19. Клиническая токсикология. – С. 237-248.
24. Гехт Б.М. Теоретическая и клиническая электромиография. – Л.: Наука, Ленинградское отделение, 1990. – 229 с.
25. Адилбеков Т.Т., Маматова З.А., Файзулаева З.Р., Шукурова С.С., Тухтаева Ф.Ш. Влияние физической нагрузки на систему "двигательное окончание – мышечное волокно" // Молодой ученый. – 2020. – № 9 (299). – С. 75-77.
26. Рязаева Л.М., Польской В.С. Морфологическое состояние периферических нервов при повышенной физической нагрузке в эксперименте // Интегративные тенденции в медицине и образовании: сб. науч. статей. – Курск, 2018. – Т. 1. – С. 98-100.
27. Koh T.J., Tidball J.G. Nitric oxide inhibits calpain-mediated proteolysis of talin in skeletal muscle cells // Am. J. Physiol. Cell Physiol. – 2000. – Vol. 279, No 3. – P. C806-C812.
28. Maltsev A.V., Nenov M.N., Pimenov O.Y. Modulation of L-type Ca^{2+} currents and intracellular calcium by agmatine in rat cardiomyocytes // Biochem. (Moscow) Suppl. Series A: Membr. Cell. Biol. – 2013. – Vol. 7. – P. 100–112.
29. Maltsev A.V., Kokoz Y.M., Evdokimovskii E.V. Alpha-2 adrenoceptors and imidazoline receptors in cardiomyocytes mediate counterbalancing effect of agmatine on NO synthesis and intracellular calcium handling // Mol. Cell. Cardiol. – 2014. – Vol. 68. – P. 66-74.
30. Волков Н.И., Несен Э.Н., Осипенко А.А. Биохимия мышечной деятельности. – Киев: Олимпийская литература, 2013. – 496 с.

31. Беляев Н.Г. Особенности метаболизма кальция в условиях гиперандрогении // Сибирский медицинский журнал. – 2012. – Т. 108, №1. – С. 26–29.
32. Корф Е.А., Кубасов И.В., Воинский М.С., Новожилов А.В., Рунов А.Л., Курчакова Е.В., Матросова Е.В., Тавровская Т.В., Гончаров Н.В. Ультраструктурные изменения и модуляция экспрессии генов в системе кальциевой регуляции скелетных мышц крысы при изнуряющей физической нагрузке // Цитология. – 2017. – Т. 59, № 6. – С. 434-446.
33. Кубасов И.В., Матросова Е.В., Новожилов А.В., Тавровская Т.В., Корф Е.А., Артюнян Н.С., Гончаров Н.В. Влияние интенсивных физических нагрузок на характеристики сократительных ответов быстрых и медленных скелетных мышц крысы // Журнал эволюционной биохимии и физиологии. – 2018. – Т. 54, №5. – С. 369-372.
34. MacIntosh B.R., Gardiner Ph.F., McComas A.J. Skeletal muscle. Form and function. 2th ed. – Champaign: Human Kinetics, 2006. – 423 p.
35. Serrano A.L., Quiroz-Rothe E., Rivero J.L. Early and long-term changes of equine skeletal muscle in response to endurance training and detraining // Pflugers Arch. – 2000. – Vol. 441, No 2-3. – P. 263-274.
36. Гилинский М.А., Кривощеков С.Г., Латышева Т.В., Науменко С.Е., Гилинская О.М., Айзман Р.И., Головин М.С., Балиоз Н.В., Кармакулова И.В. L-аргинин и его метилированные производные в крови спортсменов // Физиология человека. – 2018. – Т. 44, № 6. – С. 86-92.
37. Lima-Cabello E., Cuevas M.J., Garatachea N., Baldini M., Almar M., González-Gallego J. Eccentric exercise induces nitric oxide synthase expression through nuclear factor-kappaB modulation in rat skeletal muscle // J. Appl. Physiol. – 2010. – Vol. 108, No 3. – P. 575-583.
38. Liu J., Lkhagva E., Chung H.J. The pharmabiotic approach to treat hyperammonemia // Nutrients. – 2018. Vol. 10, No 2. – P. 140.
39. Park M.Y., Jeong Y.J., Kang G.C. Nitric oxide-induced apoptosis of human dental pulp cells is mediated by the mitochondria-dependent pathway // Korean J. Physiol. Pharmacol. – 2014. – Vol. 18, No 1. – P. 25-32.
40. Гунина Л.М., Винничук Ю.Д. Профиль безопасности применения метаболитотропного препарата тивортин®аспартат в динамике физических нагрузок // Здоровье для всех. – 2017. – №1. – С. 3-7.
41. Korytko Z.I. Optimization functionality and performance in extreme conditions by using a composition of vegetable. Sports medicine: research and practice. – 2013. – Vol. 3. – P. 16–21.
42. Powers S.K., Talbert E.E., Adhihetty P.J. Reactive oxygen and nitrogen species as intracellular signals in skeletal muscle // The Journal of Physiology. 2011. – Vol. 589.– P. 2129-2138.
43. Parakhonskii A.P. The role of neuronal NO synthase in heart diseases // Modern high technologies. – 2010. – No 9. – P. 208.
44. Evangelista A.M., Rao A.M., Evangelista V.S., Filo A.R. Direct regulation of striated muscle myosins by nitric oxide and endogenous nitrosothiols // PLoS One. – 2010. – Vol. 5, № 6. – P. e11209.
45. Hristina K., Langerholc T., Trapecar M. Novel metabolic roles of L-arginine in body energy metabolism and possible clinical applications // J. Nutr. Health Aging. – 2014. – Vol. 8, No 2. – P. 213-218.
46. Tschakovsky M.E., Joyner M.J. Nitric oxide and muscle blood flow in exercise // Appl. Physiol. Nutr. Metab. – 2008. – Vol. 33, No 1. – P. 151-160.
47. Богдановська Н. В. Значення синтезу оксиду азоту в адаптації юнаків і дівчат до фізичних навантажень // Слобожанський науково-спортивний вісник. – 2012. – №5 (2). – С. 80-87.
48. Miclescu A. Nitric oxide and pain: «Something old, something new»/ Adriana Miclescu and Torsten Gordh // Acta Anaesthesiologica Scandinavica. – 2009. – Vol. 53, No 9. – P. 1107-11208.
49. Тарасова О. С., Софронова С.И., Гайнуллина Д.К., Борзых А.А., Мартьянов А.А. Регуляция продукции оксида азота эндотелием сосудов при физической нагрузке: роль тиреоидных гормонов // Авиакосмическая и экологическая медицина. – 2015. – Т. 49, №2. – С. 55-62.

Поступила в редакцию 15.12.2023 г.

EFFECTS OF SUBCHRONIC PHYSICAL ACTIVITY AND ARGININE ON THE FUNCTIONAL STATE OF FAST-TYPE SKELETAL MUSCLE IN EXPERIMENTS ON RATS

V.V. Trush, V.I. Sobolev, M.N. Popov, N.N. Bondarenko

In experiments on rats, the long-term effects of therapeutic doses of arginine (100 mg/kg/day), moderate physical activity (PA) of a dynamic nature, simulated by forced swimming of gradually increasing duration (from 5 to 60 minutes), and their combination on the functional state of the skeletal muscle of fast type (*m. tibialis anterior*) were studied. It was established that both the isolated use of arginine and moderate physical

activity, and their complex effect, caused an increase in the amplitude of M-responses against the background of their normal duration, as well as an increase in the muscle's resistance to fatigue and the speed of its recovery after tiring work. The isolated use of arginine led to an improvement in the contractile parameters of the muscle, especially pronounced after 30 and 60 days of daily administration of the medicine, while the isolated use of dynamic physical activity at the initial stages (after the first 10 days) predetermined a slight deterioration in the amplitude and time parameters of single and tetanic muscle contractions, followed by their normalization after 30-60 days of the swimming period and even an increase in the absolute force of tetanic contraction. Arginine, used in combination with physical activity, at the initial stages increased the muscle's resistance to physical activity and prevented the deterioration of the amplitude and time parameters of its contraction. The use of moderate dynamic physical activity alone or in combination with arginine caused the appearance of functional signs of a shift in the histochemical profile of m. tibialis anterior in the oxidative direction and, accordingly, deterioration in the speed parameters of its contraction.

Key words: skeletal muscle, arginine, physical activity, rats.

Труш Вера Владимировна
кандидат медицинских наук, доцент, заведующая кафедрой физиологии человека и животных ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: ver.trush@yandex.ru

Соболев Валерий Иванович
доктор биологических наук, профессор, профессор кафедры здоровья и реабилитации ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского», РФ.
E-mail: v.sobolev@mail.ru

Попов Максим Николаевич
кандидат педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой здоровья и реабилитации, заместитель директора Гуманитарно-педагогической академии (филиал) ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского» в г. Ялте, РФ.
e-mail: maks.popov@mail.ru

Бондаренко Надежда Николаевна
доктор медицинских наук, профессор, заведующая кафедрой физиологии с лабораторией теоретической и прикладной нейрофизиологии им. акад. В.Н. Казакова ФГБОУ ВО «Донецкий государственный медицинский университет им. М. Горького», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: nanibo50@mail.ru

Trush Vera Vladimirovna
Candidate of Medical Sciences, Head of the Department of Physiology of Human and Animals of State Educational Institution of Higher Education «Donetsk national university», Donetsk, DPR, RF.
E-mail: ver.trush@yandex.ru

Sobolev Valery Ivanovich
Doctor of Biological Sciences, Professor, Professor of the Department of Health and Rehabilitation of FSAEI HE «V.I. Vernadsky Crimean Federal University», RF.
E-mail: v.sobolev@mail.ru

Popov Maxim Nikolaevich
Candidate of pedagogical sciences, associate professor, head of the department of health and rehabilitation, deputy director of the Humanitarian Pedagogical Academy (branch) of the Crimean Federal University named after V.I. Vernadsky" in Yalta, RF.
E-mail: maks.popov@mail.ru

Bondarenko Nadezhda Nikolaevna
Doctor of Medical Sciences, Professor, Head of the Department of Physiology with the Laboratory of Theoretical and Applied Neurophysiology named after acad. V.N. Kazakov FSBEI HE "Donetsk State Medical University named after M. Gorky",
Donetsk, DPR, RF.
E-mail: nanibo50@mail.ru,

УДК 504 : 581.15 : 621.643 : (477.60)

АНАЛИЗ РИСКА И ФУНКЦИИ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО БЛАГОПОЛУЧИЯ ПО ФИТОИНДИКАЦИОННЫМ ДАННЫМ

© **2023.** ***И. А. Федоркина***

На основании развивающейся в Донбассе программы ботанико-экологических исследований с целью проведения мониторинга и оценки качества окружающей среды предложены и внедрены способы квантификации риска и (или) экологического благополучия на отдельных участках и территориях в ретроспективном анализе и на современном этапе. Очерчены поля и области, соответствующие разным уровням экологически сбалансированного состояния в регионе, сделаны прогнозы по устойчивости экосистемы с учетом положительных и отрицательных тенденций в её состоянии.

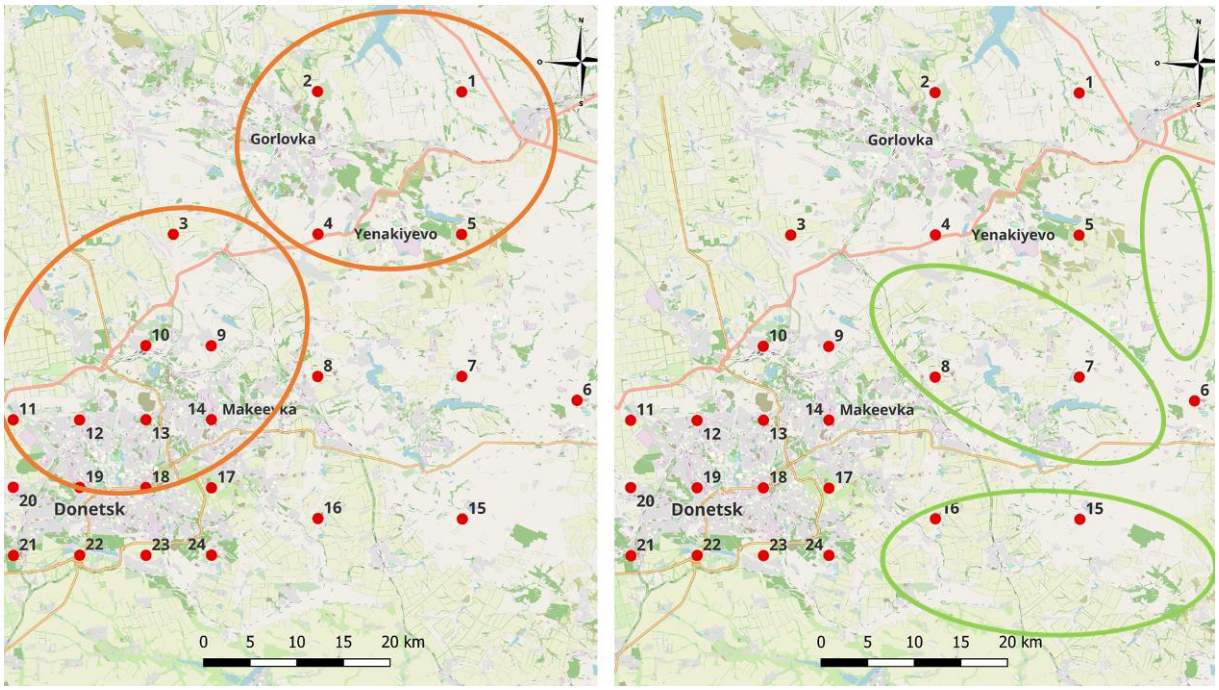
Ключевые слова: оценка риска, экологический мониторинг, Донбасс, фитоиндикация, территориальная оценка, состояние промышленного региона

Введение. Риск как статистическая величина – показатель вероятности неблагоприятного проявления того или иного фактора или группы факторов, поэтому востребован для оценки и прогноза состояния в том числе природно-территориальных комплексов, ландшафтных систем, геосистем, но в первую очередь в научной литературе встречается как мера квантификации в отношении здоровья человеческой популяции [1, 2]. Аспекты нормирования антропогенных воздействий на открытые ландшафтные системы [3], а также почвенные и биокомпоненты природы [4, 5] также являются предметом всестороннего изучения в аспекте получения информации о границах устойчивости и буферных способностях геокомплексов. В Донбассе функционирует научно-исследовательское направление по экологической ботанике антропотехногенеза [6–9], накоплен значительный фактический материал, требующий анализа разными способами [10] и частично обсужден и представлен в современных публикациях [11, 12].

На основании ранее приобретенного опыта по оценке состояния экосистем из фитоиндикационных сведений [13–16] была поставлена задача получения визуальных картосхематических обобщений в оценке анализа риска благоприятных и неблагоприятных эколого-токсикологических характеристик для территории современного Донбасса по состоянию на 2022 г.

Материал и методика исследования. Основным методическим подходом в оценке риска был выбран метод совмещения статистических сведений, экспертных оценок в комбинации с аналогиями существующих доказательств по состоянию экосистем [2, 10, 17–20]. Поскольку для территории современного Центрального Донбасса полноценные сведения по экологическому мониторингу представлены в области экологической ботаники, то они и были положены в основу информационной базы. В последствии установлено, что такого рода сведения в виде большого объема информации нужно обязательно зарегистрировать по примеру с уже существующими авторскими пакетами в прогрессивной российской науке и практике [18]. Сведения, анализируемые в этой части работы, получены из уже опубликованного материала [21–29] и всех журнальных данных сотрудников кафедры ботаники и экологии Донецкого государственного университета. Техникой визуализации сведений были выбраны базовые сети мониторингового назначения, представленные в научных публикациях [11, 12, 21, 22, 29]. Использованы также методы статистического анализа, внедряемые в геоэкологических, санитарно-гигиенических и профилактических целях [2, 3, 30–32].

Анализ результатов. Экспертный метод и совокупность статистических сведений позволяют представить всю территорию современного Донбасса как открытую площадку (полигон) развития процессов дестабилизации и (или) стабилизации состояния экосистем. Совмещенные данные по тератологическому анализу, показателям атипичного структурного полиморфизма, выявленным новообразованиям и геоморфологическим отклонениям от нормы (56 критериев для 104 видов цветковых растений и 31 вида мохообразных) доказывают наличие как отрицательных, так и положительных тенденций в плоскостном анализе данных, нанесенных на карту (рис. 1).



А Б

Рис. 1. Очерченные области интенсификации антропогенного воздействия на территорию Центрального Донбасса по данным динамического сравнения 2019–2022 гг.:
А – зона неблагоприятного воздействия по фитоэкологическим составляющим и изменениям,
Б – области наиболее благоприятного, стабилизированного состояния за временной период мониторинга

С 2019 по 2022 гг. участились сведения повышенных деградативных процессов в северной и северо-западной части мониторинговой сети (рис. 1, А), что отражается и на видовом разнообразии растений в соответствующих учетных площадках и на качественном состоянии растений-индикаторов или потенциальных фитообъектов, индикационная способность которых пока не установлена. Положительные тенденции в эколого-функциональном отношении выявлены для больших площадей в центральной, восточной и юго-восточной частях всей зоны сбора информации в Донбассе (рис. 1, Б) – в первую очередь это характеризуется меньшими объемами и частотой встречаемости проявлений атипичного полиморфизма характерных для Донбасса индикаторных видов. В связи с этим увеличивается коэффициент биоразнообразия и уменьшаются случаи тератных морфологических описаний.

Использованная в предыдущих публикациях [13, 15] картографическая визуализация с 2017–2019 г. существенно преобразовалась по внедренному для расчета индексу трансформированности экотопов (рис. 2), что прослеживается для учетных

площадок территорий центральных районов г. Донецка по отдельной сети наблюдений в Калининском, Ворошиловском и южной части Киевского районов, – рисунок 2 с указанием изменений к 2022 г.

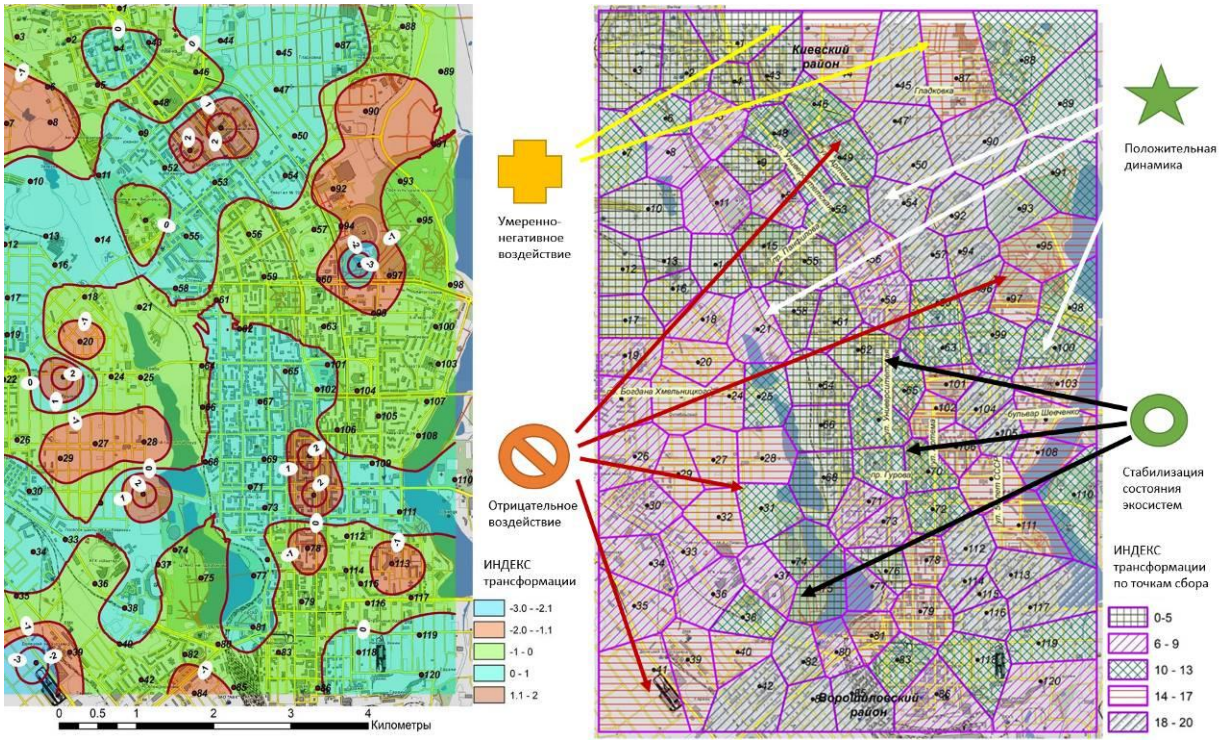
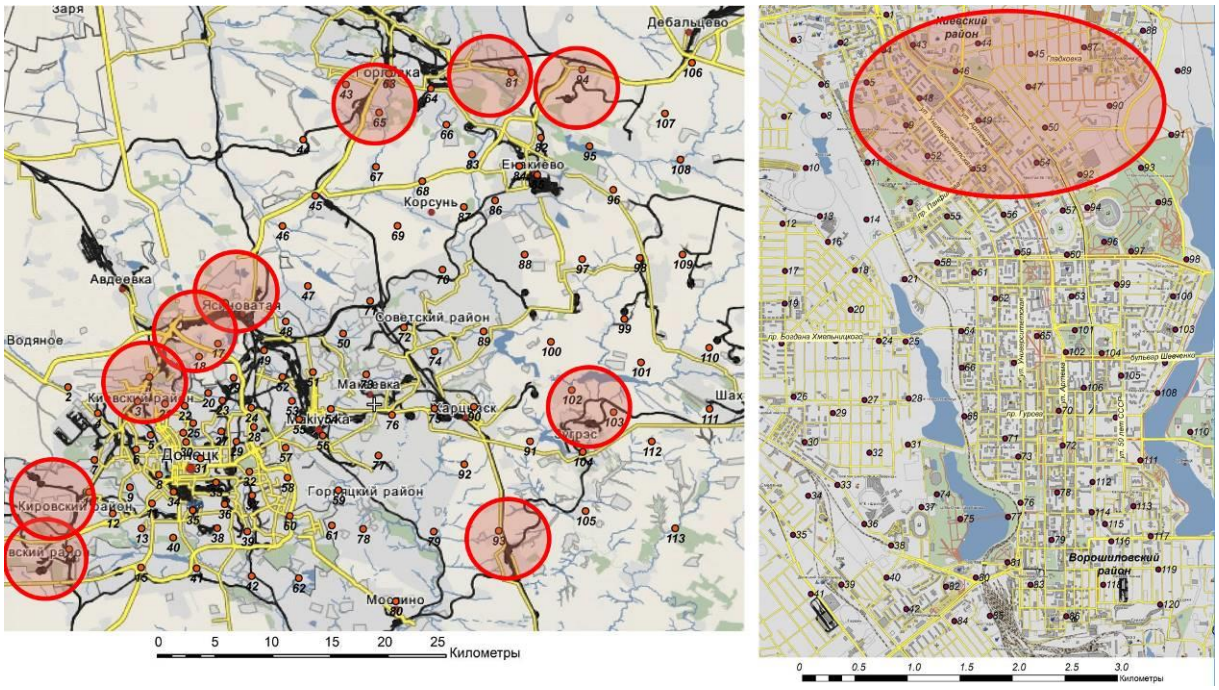


Рис. 2. Флуктуирующее состояние экотопов центральных районов г. Донецка в динамике с начальными стадиями 2018-2019 гг. до финального состояния вегетационного сезона 2022 г. Отмечены области отрицательного антропотехногенеза и положительные тенденции в благоустройстве города

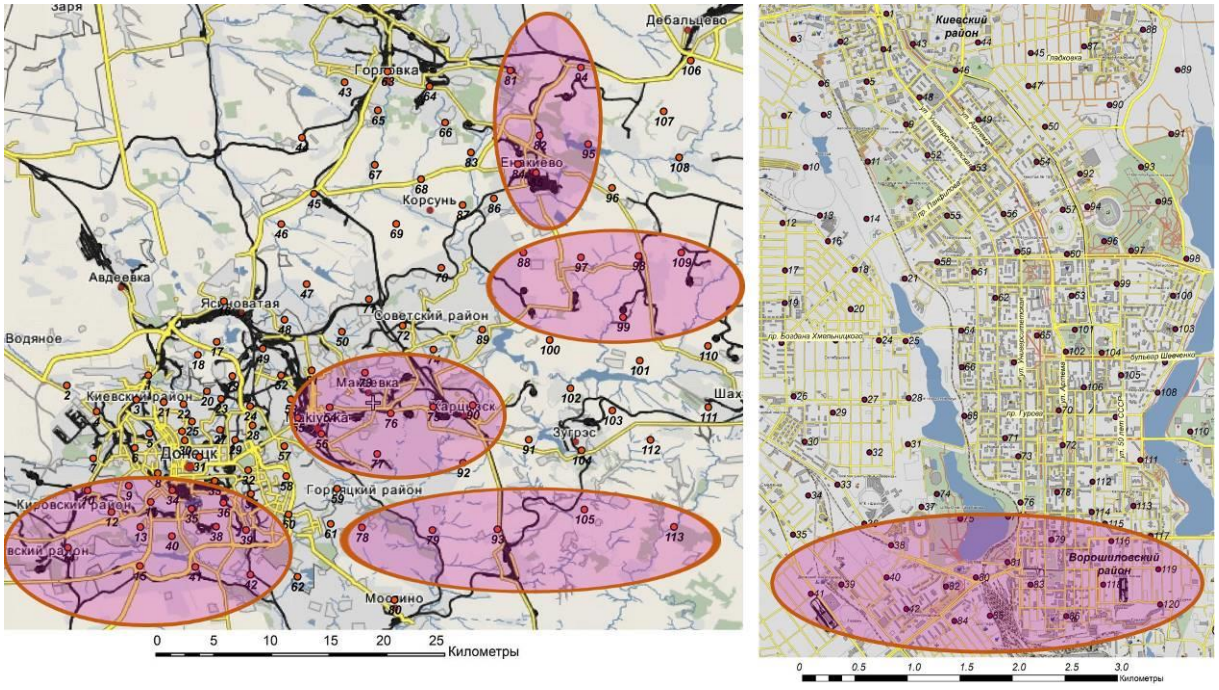
По совокупности данных селитебных районов г. Донецка сделан рабочий вывод о разнонаправленном качестве эксплуатации территории по густонаселению, плотности расположения локальных сорно-бытовых полигонов, уменьшению антропичных эффектов в рекреационных территориях города в 2022 г.

Для демонстрации неоднозначности в трактовании процессов расчета риска и зон неблагоприятного воздействия были подготовлены два демонстрационных слайда (рис. 3 и 4). Материалы рисунков содержат информацию, сопряжённую с фитогеодинамикой, однако по степени проявления на био-объекты могут иметь разные последствия, что должно быть учтено при анализе факторов риска, в том числе и для здоровья человека. Картографический материал всей зоны мониторинга – это 113 стационаров, которые ежегодно по нескольку раз испытывают процедуру тотального скрининга (рис. 3, А, рис. 4, А), а также 120 учётных площадей в черте г. Донецка с возможностью более дательного анализа некоторых процессов и расшифровки ситуации для более геохимически и геофизически контрастной среды (рис. 3, Б., рис. 4, Б). В полученных сведениях зафиксированы сценарии, когда с одной стороны неблагоприятная ситуация по морфогенезу в привязке к определённой территории может иметь минимальные показатели в характеристике насыщения воздуха аллергенной пыльцой в 3-4 декады августа, что существенным образом может отражаться на состоянии здоровья местного населения. Этот пример контрастных геопатогенных зон иллюстрирует неоднозначность в трактовке регионального риска и требует учета временной динамики по всему спектру изученных признаков.



А Б

Рис. 3. Области наибольшего значения показателей функционального тератогенеза растений-индикаторов в 2021-2022 гг. для всей территории мониторинговой сети Центрального Донбасса (А) и при анализе сети наблюдений в г. Донецке (Б)



А Б

Рис. 4. Области наибольшего значения показателей концентрации аллергенных пыльцевых зерен в воздушной среде в 2021-2022 гг. для всей территории мониторинговой сети Центрального Донбасса (А) и при анализе сети наблюдений в г. Донецке (Б)

Полученные модели территориального распределения факторов риска и зон с благоприятными ботанико-экологическими тенденциями по стабилизации морфофункциональных критериев в конкретных точках забора проб расширяют

возможность анализа существующих (или опубликованных на сегодня) сведений и требуют дальнейшего пристального изучения в контексте разработки возможных способов восстановления и оптимизации экотопов Донбасса, нормализации состояния ландшафтных систем и природно-территориальных комплексов.

Выводы.

1. При оценке риска, выявлении зон благоприятной и неблагоприятной экологической ситуации возникла необходимость как суммационного анализа данных. Так и дифференцированного подхода при воздействии специфических экологических вмешательств, которые по принципу лимитирующего фактора могут оказывать существенное воздействии на устойчивость экосистемы в определённый временной период, даже краткосрочный.

2. Материал всех данных по оценке экосистем Центрального Донбасса в определенной степени сопряжен с факторами урбанизации (в черте импакта агломерационных селитебных систем), индустриализации (добыча, обработка полезных ископаемых, металлургическая, химическая и коксохимическая промышленности) и милитаризации региона (в местах прямого или опосредованного воздействия военных действий), что особо актуально в последние годы и существенным образом отражается на показатели индикационного фитомониторинга в целом для всего региона.

3. Из имеющихся технологий оценки риска наиболее приемлемой для современной территории Северного Приазовья является экспертная по ботанико-геохимическим данным, наиболее полно представленным для полноценного анализа всей местности.

Автор статьи выносит благодарность сотрудникам кафедры ботаники и экологи Донецкого государственного университета за предоставленную возможность работать с базой данных фитоиндикационного назначения в экологическом мониторинге, доценту Донецкого национального технического университета Е.А. Гермоновой за созданные основы в картографической визуализации данных для территории Центрального Донбасса и города Донецка, а также рецензентам представленной публикации за профессиональные замечания при подготовке рукописи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Современные проблемы оценки риска воздействия факторов окружающей среды на здоровье населения и пути ее совершенствования / Ю.А. Рахманин, С.М. Новиков, С.Л. Авалиани [и др.] // Анализ риска здоровью. – 2015. – № 2. – С. 4–11. – EDN RZDODK.
2. Анализ риска здоровью при воздействии атмосферных загрязнений как составная часть стратегии уменьшения глобальной эпидемии неинфекционных заболеваний / В.Н. Ракитский, С.Л. Авалиани, С.М. Новиков [и др.] // Анализ риска здоровью. – 2019. – № 4. – С. 30–36. – DOI 10.21668/health.risk/2019.4.03. – EDN FILVRK.
3. Жуков К.О. Изучение параметров качества окружающей среды селитебных ландшафтов как показателей устойчивого развития территории / К.О. Жуков, С.А. Епринцев // Региональные эколого-географические и туристско-рекреационные исследования. – Воронеж: ВГУ, 2023. – С. 212–215. – EDN WDRYMK.
4. Колесников С.И. Методологические аспекты биодиагностики: принципы отбора биологических систем для нормирования качества среды и интегральные оценки / С.И. Колесников // Биодиагностика и экологическая оценка окружающей среды. – Москва: Постер-М, 2023. – С. 127–132. – EDN AKJEUE.
5. Колесников С.И. Сравнительная оценка экотоксичности химических элементов / С.И. Колесников // Почвы и окружающая среда. – Новосибирск: Институт почвоведения и агрохимии Сибирского отделения Российской академии наук, 2023. – С. 635–637. – EDN HBTZNV.
6. Беспалова С.В. Математическое моделирование в системе экологического фитомониторинга Донбасса / С.В. Беспалова, А.И. Сафонов // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2023. – № 1-2. – С. 6–12. – EDN KUQQSL.

7. Аспекты изучения биоразнообразия в Центральном Донбассе: инвентаризация, оценка природных сред, регистрация антропогенных трансформаций / С. В. Беспалова, О. С. Горецкий, М. В. Рева [и др.] // Степная Евразия – устойчивое развитие: ЮФУ, 2022. – С. 179-181. – EDN LUJGKG.
8. Критерии оценки экологического состояния среды по порогам чувствительности биоиндикаторов / С.В. Беспалова, О.С. Горецкий, А.З. Глухов [и др.] // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2011. – № 1. – С. 25–43. – EDN VKPJBC.
9. Глухов А.З. Экосистемное нормирование по данным фитоиндикационного мониторинга / А.З. Глухов, А.И. Сафонов // Донецкие чтения 2016. Образование, наука и вызовы современности. – Донецк: ЮФУ, 2016. – С. 311–312. – EDN YUAPAY.
10. Курбатов В.А. Чрезвычайные ситуации мирного и военного времени / В.А. Курбатов, И.А. Федоркина, С.Л. Яблочников. – Москва: МТУСИ, 2023. – 36 с. – EDN VMOGLN.
11. Ceratodon purpureus (Hedw.) Brid в оценке техногенного загрязнения (Ni, Zn, Mn, Al, Se, Cs, La, Sm) трансформированных экотопов Донбасса / И.И. Зиньковская, К.Н. Вергель, А.И. Сафонов [и др.] // Трансформация экосистем. – 2023. – Т. 6, № 3(21). – С. 22–38. – DOI 10.23859/estr-220726. – EDN GHVAZY.
12. Морфогенетические аномалии бриобионтов в условиях геохимически контрастной среды Донбасса / А.И. Сафонов, А.С. Алемасова, И.И. Зиньковская [и др.] // Геохимия. – 2023. – Т. 68, № 10. – С. 1032–1044. – DOI 10.31857/S0016752523100114. – EDN NURQVW.
13. Федоркина И.А. Фитоиндикационные корреляты уровня антропогенной нагрузки в Донбассе / И.А. Федоркина // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2020. – № 1-2. – С. 37–42. – EDN AIGLDJ.
14. Федоркина И.А. Индикационная значимость некоторых видов растений для экологического мониторинга в Донбассе / И.А. Федоркина // Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки. – 2020. – № 1. – С. 101–106. – EDN JHDFAP.
15. Гермонова Е.А. Динамика трансформации природных экотопов на примере урбофитосистемы Донецка / Е.А. Гермонова, И.А. Федоркина // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2019. – № 3-4. – С. 6–11. – EDN EQENMQ.
16. Кравсун Т.И. Фитоиндикационная оценка состояния техногенной среды с помощью *Capsella bursa-pastoris* (L.) Medic / Т.И. Кравсун, И.А. Федоркина // Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки. – 2019. – № 3-4. – С. 166–170. – EDN KXEFSF.
17. Епринцев С.А. Геоинформационный мониторинг факторов экологической безопасности / С.А. Епринцев, Н.С. Болгов // Региональные эколого-географические и туристско-рекреационные исследования. – Воронеж: ВГУ, 2023. – С. 197–201. – EDN RPDPLI.
18. Свидетельство о государственной регистрации базы данных № 2022622609 Российская Федерация. Параметры остаточного загрязнения тяжелыми металлами речной сети и прилегающих территорий полиметаллического рудного района после прекращения активной горно-добывающей деятельности: № 2022622507: заявл. 12.10.2022 : опубл. 24.10.2022 / В.В. Ермаков, А.П. Дегтярев, У.А. Гуляева [и др.]; заявитель Институт геохимии и аналитической химии РАН. – EDN NEOSGI.
19. Ермаков В.В. Нерешенные проблемы геохимической экологии / В.В. Ермаков // Радиоактивность и радиоактивные элементы в среде обитания человека. – Томск: ТПУ, 2021. – С. 41–46. EDN LUCFCW.
20. Епринцев С.А. Оценка автотранспортной нагрузки как фактора экологической безопасности городов / С.А. Епринцев, А.С. Сосунов // Региональные эколого-географические и туристско-рекреационные исследования. – Воронеж: ВГУ, 2023. – С. 201–205. – EDN RBYAZQ.
21. Сафонов А.И. Оценка геосистем Донбасса: фитоиндикация тератогенности и картографический анализ / А.И. Сафонов, Е.А. Гермонова // Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки. – 2023. – № 1. – С. 98-104. – EDN PHAMBH.
22. Гермонова Е.А. Геоинформационная визуализация данных по атипичному морфогенезу растений экотопов Донбасса / Е.А. Гермонова, А.И. Сафонов // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2023. – № 1-2. – С. 13–22. – EDN QECLTU.
23. Алемасова А.С. Тяжелые металлы в фитосубстратах – индикаторы антропогенного загрязнения воздуха в промышленном регионе / А.С. Алемасова, А.И. Сафонов // Лесной вестник. Forestry Bulletin. – 2022. – Т. 26, № 6. – С. 5–13. – DOI 10.18698/2542-1468-2022-6-5-13. – EDN XRXDNV.
24. Авраимова Т.В. Экологические разработки в Донбассе: библиографический учёт и популяризация научных исследований / Т.В. Авраимова, А.И. Сафонов // Научные и технические библиотеки. – 2023. – № 3. – С. 30-42. – DOI 10.33186/1027-3689-2023-3-30-42. – EDN BLUFHQ.
25. Биомониторинговая программа по оценке воздуха в Донбассе с помощью нейтронно- активационного анализа / И.И. Зиньковская, К.Н. Вергель, А.В. Кравцова, А.И. Сафонов // Донецкие чтения 2022: образование, наука, инновации, культура. – Донецк: ДонНУ, 2022. – С. 69–71. – EDN SQZVXC.

26. Сафонов А. И. Фитоиндикация промышленно-индустриальных ландшафтов Донбасса / А. И. Сафонов // Современные исследования в науках о Земле. – Астрахань: Астраханский ГУ, 2022. – С. 154–156. – EDN QVTIDW.
27. Сафонов А.И. Функциональная ботаника в Донбассе: экологический мониторинг, информационные ресурсные технологии, фитодизайн / А.И. Сафонов // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2017. – № 1-2. – С. 6-12. – EDN YPPBQC.
28. Сафонов А.И. Тератогенез растений-индикаторов промышленного Донбасса / А.И. Сафонов // Разнообразие растительного мира. – 2019. – № 1(1). – С. 4-16. – DOI 10.22281/2686-9713-2019-1-4-16. – EDN IJNXJE.
29. Сафонов А.И. Экологические сети фитомониторингового назначения в Донбассе / А.И. Сафонов, Е.А. Гермонова // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2019. – № 3-4. – С. 37–42. – EDN TZQVLA.
30. Кудрявцев О.Е. Применение методов описательной статистики в анализе таможенных рисков / О.Е. Кудрявцев, С.Э. Тамразян // Вестник Финансового университета. – 2017. – Т. 21, № 1(97). – С. 117–124. – EDN YPLQPD.
31. Новиков, С. М. Актуальные вопросы методологии и развития доказательной оценки риска здоровью населения при воздействии химических веществ / С. М. Новиков, М. В. Фокин, Т. Н. Унгуряну // Гигиена и санитария. – 2016. – Т. 95, № 8. – С. 711-716. – DOI 10.18821/0016-9900-2016-95-8-711-716. – EDN WKXHVV.
32. Киселев А.В. Применение результатов расчета загрязнения атмосферного воздуха для социально-гигиенического мониторинга / А.В. Киселев, Я.В. Григорьева // Гигиена и санитария. – 2017. – Т. 96, № 4. – С. 306–309. – DOI 10.18821/0016-9900-2017-96-4-306-309. – EDN YKUQHR.

Поступила в редакцию 05.12.2023 г.

ANALYSIS OF RISK AND FUNCTION OF ECOLOGICAL WELL-BEING ACCORDING TO PHYTOINDICATION DATA

I. A. Fedorkina

Based on the botanical-ecological research program developing in the Donbass for the purpose of monitoring and assessing the quality of the environment, methods for quantifying risk and (or) environmental well-being in individual areas and territories have been proposed and implemented in a retrospective analysis and at the present stage. Fields and areas corresponding to different levels of ecologically balanced state in the region are outlined, and forecasts are made for the stability of the ecosystem, taking into account positive and negative trends in its condition.

Keywords: risk assessment, environmental monitoring, Donbass, phytoindication, territorial assessment, state of the industrial region

Федоркина Ирина Анатольевна
Кандидат экономических наук, доцент кафедры «Экология, безопасность жизнедеятельности и электропитание»;
ФГБОУ ВО «Московский технический университет связи и информатики», г. Москва, РФ.
E-mail: i.a.fedorkina@mtuci.ru

Fedorkina Irina
Candidate of Economic Sciences, Associate Professor of the Department of Ecology, Life Safety and Power Supply;
Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russian Federation

УДК 502.572 : 504.05 : 631.4

ИЗМЕНЕНИЕ РОСТОВЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НЕКОТОРЫХ ВИДОВ ГАЗОННЫХ ТРАВ В УСЛОВИЯХ КОНТРОЛИРУЕМОГО ЗАГРЯЗНЕНИЯ ПОЧВЫ ИОНАМИ СВИНЦА

© 2023. ***О.В. Фрунзе***

Исследовали ростовые показатели и индекс толерантности некоторых видов газонных трав в условиях загрязнения почвы ионами свинца. Установлено, что устойчивыми к действию ионов свинца оказались проростки *Bromus arvensis* L. и *Agrostis vulgaris* With., у которых даже при высоких концентрациях поллютанта не прослеживалось достоверного угнетения ростовых процессов. Проростки *Poa protensis* L. оказались чувствительными к действию ионов свинца, у них даже при низких концентрациях токсиканта было отмечено торможение ростовых процессов, которое визуально отражалось в торможении роста надземной части и корней, некрозах листьев и торможении развития. По данным индекса толерантности выделены растения, устойчивые к загрязнению почвы ионами свинца, которые можно рекомендовать для озеленения территорий городской среды – это *Bromus arvensis* L., *Agrostis vulgaris* With. У проростков *Poa protensis* L. отмечен низкий индекс толерантности, данный вид является чувствительным к загрязнению почвы ионами свинца, он может служить видом-индикатором загрязнения почвы тяжелыми металлами.

Ключевые слова: свинец, газонные травы, ростовые показатели, биомасса, техногенный регион.

Введение. Быстрый рост парка автомашин, наблюдаемый в последние годы, послужил причиной резкого ухудшения экологической обстановки в Донецкой Народной Республике, а количество автомобилей в Донецке за последние два года увеличилось почти в 2 раза и продолжает расти. В настоящее время вклад автотранспорта в загрязнение почв урбанизированных территорий считается доминирующим и составляет 72,7 % от общего объема загрязняющих веществ, поступающих в городскую среду. Наряду с автотранспортом существенный вклад в загрязнение почв свинцом вносят промышленные предприятия коксохимии, металлообработки и ТЭЦ, на долю которых приходится 16,3%. В Донецкой области наиболее значительные выбросы загрязняющих веществ поступают от ДМЗ, ТЗНТС г. Тореза и т.д., специализирующихся на порошковой металлургии и прокатной продукции. Автомобили Донецка выбрасывают в атмосферу около 1 млн. т вредных примесей в год, усугубляют экологическую ситуация и боевые действия, а загрязнение почв городской среды превосходит средний уровень по Российской Федерации в 2 раза. Накоплению свинца в почвах благоприятствует способность почв к его сорбции и депонированию, слабая подвижность большинства его соединений при высоких pH [1]. К тому же биогеохимические аномалии свинца более статичны и долговечны, чем другие, так как почвы способны аккумулировать его на протяжении всего периода техногенного воздействия. Поэтому ожидается дальнейшее ухудшение экологически неблагоприятной ситуации, сложившейся в Донецке.

Технологии очистки (восстановления) деградированных почв, загрязненных тяжелыми металлами, включают механическое удаление слоя загрязненной почвы, стабилизацию металлов в почве с помощью химических соединений и выращивание растений-гипераккумуляторов ионов тяжелых металлов (фиторемедиацию) [2]. Термин «фиторемедиация» применяют к группе технологий, которые используют растения для уменьшения, извлечения, сорбции или деактивации токсинов окружающей среды, в первую очередь антропогенного происхождения, с целью восстановления загрязненных

участков до состояния их пригодности для частного или общественного использования [3]. Данная технология привлекает к себе внимание как инновационная, экономически-выгодная, эстетическая для человеческого общества, по сравнению с альтернативными стратегиями восстановления, которые используют механические, геологические или химические методы для удаления или инактивации участков, загрязненных опасными отходами. Она в 6-11 раз дешевле химических и механических технологий очистки почв, не требует дополнительных капиталовложений, которые увеличивают расходы, не создаёт проблемы опасности [4].

Способность растений накапливать тяжелые металлы и быть устойчивыми к их избытку является отражением их индивидуальных особенностей [5, 6]. Предполагают, что центры детоксикации тяжелых металлов находятся в листьях у растений-аккумуляторов и в корнях – у растений-исключателей [7]. Но, как было установлено, растения, которые характеризуются гипераккумуляционной способностью по отношению к тяжелым металлам, имеют специфические механизмы, позволяющие им накапливать ионы тяжелых металлов в клетке в больших количествах.

Содержание и распределение свинца в почвах разного типа анализировались многими исследователями [5, 6, 8, 9, 10, 11]. Вместе с тем такие актуальные вопросы экологии города, как фиторемедиация почв, загрязненных свинцом, выявление видов-гипераккумуляторов ионов свинца, которые возможно применить в озеленении городской среды, прогноз скорости восстановления загрязненных почв изучены очень слабо и преимущественно зарубежными учеными [12, 13].

Цель работы – изучить влияние ионов свинца на ростовые показатели некоторых видов газонных трав, по данным индекса толерантности выделить чувствительные к загрязнению растения, которые можно рекомендовать в качестве биоиндикаторов, и устойчивые к загрязнению растения, которые можно использовать в технологии фиторемедиации почв техногенного региона.

Материал и методика исследования. В качестве объектов исследований при проведении эксперимента были использованы растения: *Bromus arvensis* L., *Agrostis vulgaris* With., *Festuca rubra* L., *Poa protensis* L. Исследования изменения ростовых показателей газонных трав проводились по схеме полного однофакторного пятиуровневого эксперимента (табл. 1).

Таблица 1

Схема исследования изменения ростовых показателей газонных трав в условиях контролируемого загрязнения

Вариант загрязнения	Концентрации загрязнителя
	$Pb(NO_3)_2$, мг/кг (в перерасчете на Pb^{2+})
1	0 (контроль)
2	16 (0,5 ПДК)
3	32 (1 ПДК)
4	48 (1,5 ПДК)
5	64 (2 ПДК)

В качестве загрязнителя использовался нитрат свинца по стехиометрическому отношению. Концентрации свинца составляли 0 (контроль), 0,5 ПДК, 1 ПДК, 1,5 ПДК, 2 ПДК. Семена растений проращивались согласно их биологическим особенностям. Выращивание велось на протяжении тридцати дней, продолжительности светового дня 14 часов, при температуре 20–22 °С и влажности почвы около 70 % полной влажности. В каждый сосуд вносилось по 350 г почвы, просеянной через почвенное сито с

диаметром отверстий 3 мм, в который предварительно вносился нитрат свинца согласно схеме эксперимента.

При снятии результатов проростков измеряли длину надземной части, длину корней, сырую и сухую массу. Индекс толерантности Уилкинса для растений при действии ионов свинца определяли на основе сравнения прироста корня растений, выращенных в почве, загрязненной свинцом, к длине корня растений, выращенных на незагрязненной почве:

$$I_t = \frac{I_{me}}{I_c} \quad , \qquad (1)$$

где I_{me} – прирост корня растений, выращенных в почве, загрязненной тяжелыми металлами,

I_c – прирост корня растений, выращенных на незагрязненной почве.

Полученные данные обрабатывали статистически с помощью специально разработанных программ по методу Даннета.

Анализ результатов. Изучение влияния загрязнения почвы на ростовые процессы опытных растений позволяет сделать вывод о неоднозначном влиянии ионов свинца на исследуемые показатели. Так, загрязнение почвы свинцом в концентрации 0,5 ПДК не оказывало негативного влияния на рост корней проростков *B. Arvensis* (рис. 1).

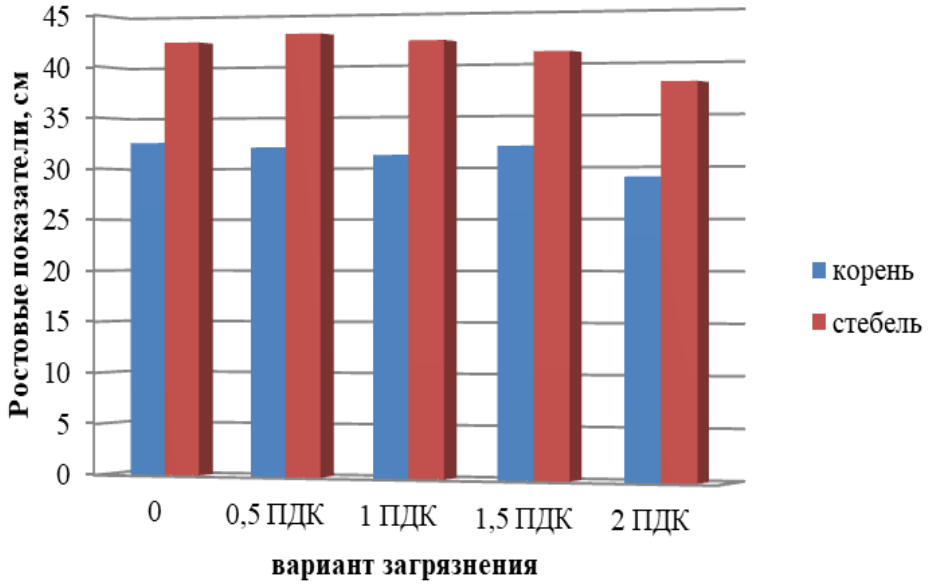


Рис. 1. Влияние загрязнения почвы ионами свинца на ростовые показатели проростков *Bromus arvensis* L.

При внесении в почву ионов свинца в концентрации 1 ПДК прослеживалось некоторое уменьшение длины корня, но эти изменения были статистически недостоверны. При дальнейшем увеличении концентрации свинца в почве до 1,5 ПДК ростовые показатели оставались на уровне контрольных растений и только при внесении в почву загрязнителя в концентрации 2 ПДК прослеживалось достоверное уменьшение роста корня на 18 %, в сравнении с контрольными растениями.

При внесении в почву 0,5 ПДК ионов свинца прослеживалось увеличение длины стебля проростков *B. Arvensis* на 11,5 % в сравнении с контролем, что может быть защитной реакцией растений на токсическое действие поллютантов. При дальнейшем

увеличении концентрации свинца до 1 ПДК ростовые показатели надземной части растений оставались на уровне контроля. Негативное действие загрязнителя было отмечено при внесении в почву 1,5 и 2 ПДК при котором рост надземной части проростков уменьшился на 11–19,5 % в сравнении с контролем.

Загрязнение почвы ионами свинца в концентрации 0,5 ПДК не оказывало угнетающего эффекта на рост корней проростков *A. vulgaris*. (рис. 2).

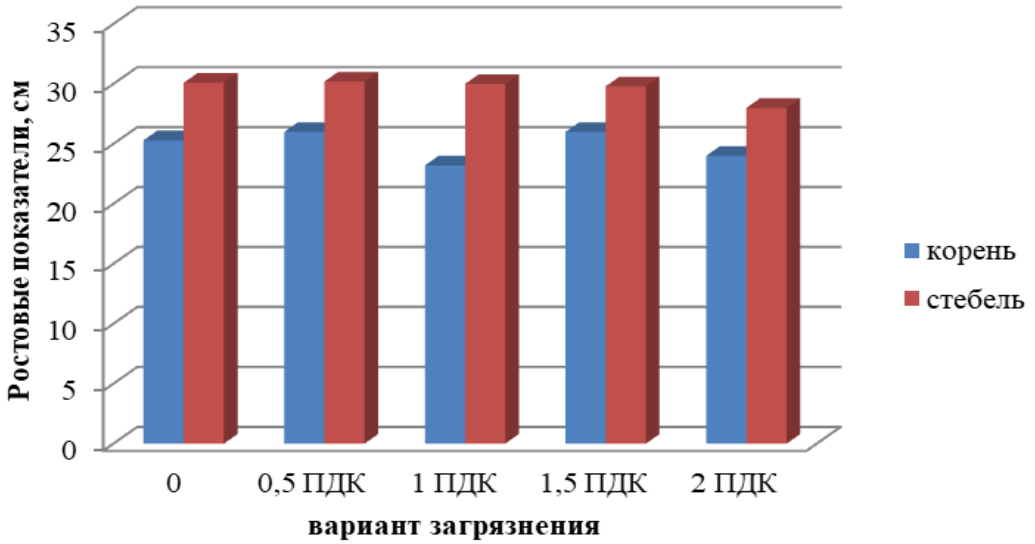


Рис. 2. Влияние загрязнения почвы ионами свинца на ростовые показатели проростков *Agrostis vulgaris* With.

При дальнейшем увеличении концентрации загрязнителя до 1 и 1,5 ПДК не прослеживалось негативного влияния, средний показатель длины корня оставался на уровне контроля. Только при увеличении концентрации синца до 2 ПДК было отмечено достоверное угнетение роста корней на 17 %. Визуального угнетения ростовых процессов во всех вариантах загрязнения так же не было зафиксировано.

Противоположная тенденция была отмечена при изучении влияния загрязнения почвы ионами свинца на ростовые процессы корневой системы проростков *P. protensis*. При внесении в почву 0,5 ПДК свинца прослеживалось уменьшение длины корня изученных проростков на 7 %, при дальнейшем увеличении концентрации токсиканта до 1 ПДК так же наблюдалось достоверное уменьшение ростовых показателей, наибольший токсический эффект был зафиксирован при внесении в почву 1,5 и 2 ПДК, в условиях которого длина корня проростков уменьшилась на 18–23 % в сравнении с контрольными данными. Визуально угнетение ростовых процессов выражалось в некрозе листьев, уменьшении площади листовой пластины и торможении развития надземной части растений (рис. 3).

При внесении в почву 0,5 ПДК свинца прослеживалось уменьшение длины надземной части проростков *P. protensis* на 12,5 %, при дальнейшем увеличении концентрации токсиканта до 1 ПДК так же наблюдали достоверное уменьшение ростовых показателей на 23 %. Наибольший токсический эффект был зафиксирован при внесении в почву 1,5 и 2 ПДК, в условиях которого длина стебля проростков уменьшилась на 25–53 % в сравнении с контрольными данными.

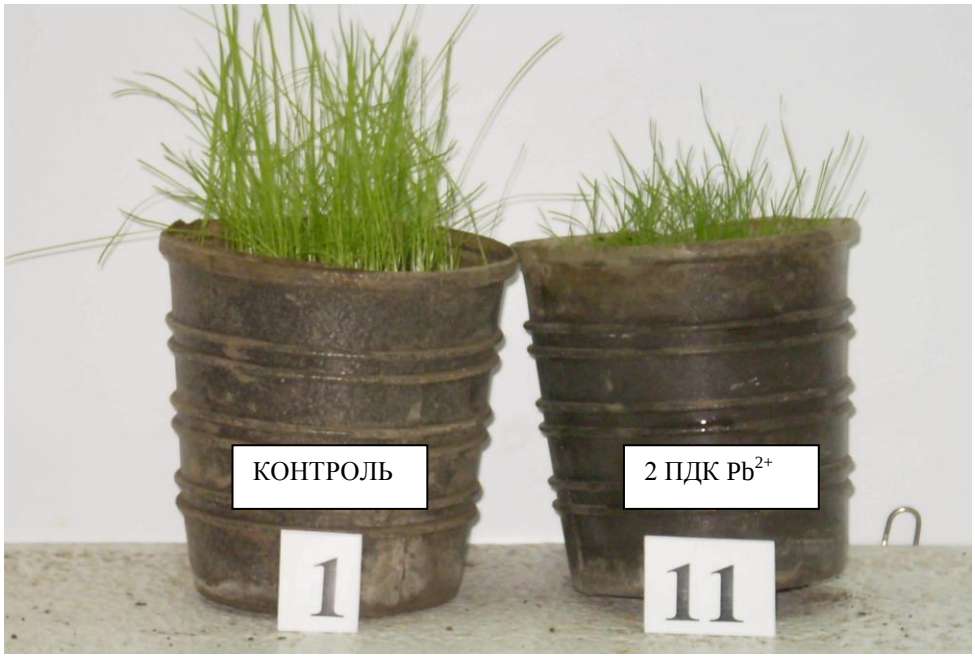


Рис. 3. Реакция ответа проростков *Poa protensis* L.
на избыток в почве ионов свинца

На накопление сырой массы проростками *B. arvensis* загрязнение почвы свинцом при низких концентрациях не оказывало отрицательного влияния (рис. 4).

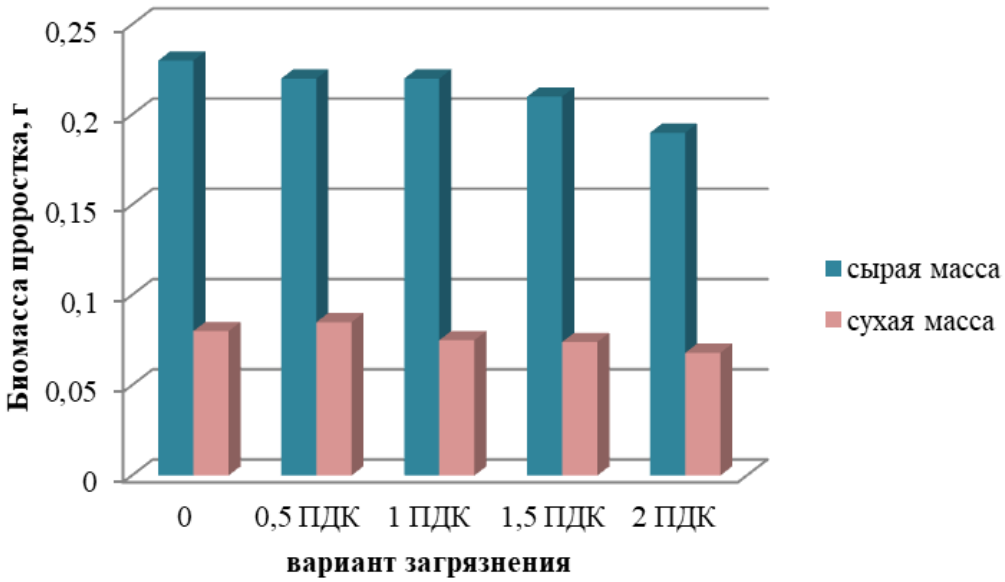


Рис. 4. Накопление биомассы проростками *Bromus arvensis* L.

Внесение ионов свинца в концентрации 0,5 и 1 ПДК несколько снижало сырую массу проростков, но данные изменения были статистически недостоверными. Только значительные концентрации свинца (1,5 и 2 ПДК) оказывали достоверное токсичное влияние на накопление сырой массы проростками (данный показатель уменьшился на 21–28 %, по сравнению с контролем). Была отмечена активация накопления сухой массы проростками *B. arvensis*. при внесении в почву свинца в концентрации 0,5 ПДК.

Во всех остальных исследованных вариантах внесения с почву ионов свинца в концентрации 1, 1,5 и 2 ПДК прослеживалась тенденция уменьшения накопления сухой массы проростками.

Внесение в почву соединений свинца неоднозначно влияло на накопление биомассы проростками *A. vulgaris* (рис. 5).

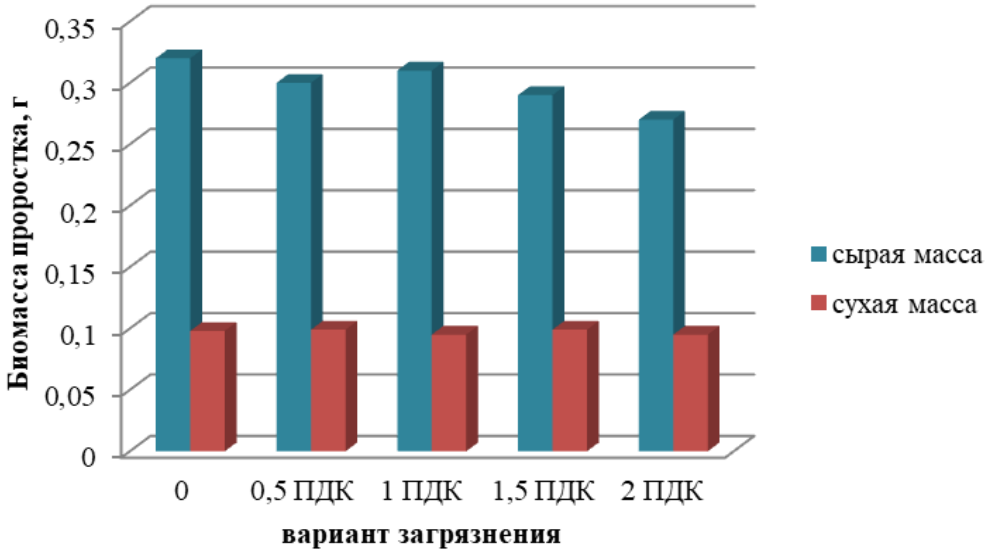


Рис. 5. Накопление биомассы проростками *Agrostis vulgaris* With.

На малые концентрации металлов растения реагировали некоторым повышением (при внесении 1 ПДК) или некоторым понижением (при внесении 0,5 ПДК) накопления сырой массы. При внесении в почву ионов свинца в концентрации 1,5 ПДК прослеживалось уменьшение сырой массы проростков на 14,8 %, при увеличении концентрации поллютанта до 2 ПДК сырая масса проростков уменьшилась на 23 % в сравнении с растениями, выращенными на незагрязненной почве.

Практически все концентрации ионов свинца не вызывали достоверных изменений накопления сухой массы проростками *A. vulgaris*. Во всех исследованных вариантах данный показатель практически не отличался от контрольного значения.

Растения, которые можно рекомендовать для озеленения и фиторемедиации, должны обладать высокой устойчивостью как к климатическим условиям региона, так и к техногенным факторам окружающей среды, одним из которых является загрязнение почвы тяжелыми металлами. Индекс толерантности Уилкинса для растений при действии тяжелых металлов определяется на основе сравнения прироста корня растений, выращенных в почве, загрязненной тяжелыми металлами, к длине корня растений, выращенных на незагрязненной почве. Проведенные исследования показали, что индекс толерантности изученных видов газонных трав в значительной степени зависит от видовой специфики растений и уровня загрязнения почвы тяжелыми металлами [14]. Исследования показали, что при внесении в почву 0,5 ПДК свинца индекс толерантности проростков *B. Arvensis* снизился на 11,2 % (табл. 2).

При увеличении концентрации свинца до 1 ПДК (вариант 3), мы наблюдали снижение индекса толерантности растений на 18 %, в сравнении с контролем. При дальнейшем увеличении концентрации свинца до 1,5 ПДК (вариант 4) индекс толерантности растений уменьшился в сравнении с контролем на 12 %, а в условиях внесения в почву 2 ПДК (вариант 5) свинца индекс толерантности снизился на 11 %.

Таблица 2

Влияние загрязнения почвы ионами свинца на индекс толерантности проростков газонных трав

№ варианта	Индекс толерантности, %		
	M ± m	D	D^D
Bromus arvensis L.			
1	3,29 ± 0,03	–	–
2	2,90 ± 0,02	0,39	0,02
3	2,71 ± 0,01	0,57	0,02
4	2,88 ± 0,01	0,41	0,02
5	2,90 ± 0,03	0,39	0,02
Agrostis vulgaris With.			
1	21,43 ± 0,25	–	–
2	21,32 ± 0,15	-0,11	0,11
3	21,28 ± 0,14	-0,15	0,11
4	19,35 ± 0,20	-2,08	0,11
5	17,56 ± 0,12	-3,87	0,11
Poa protensis L.			
1	6,74 ± 0,10	–	–
2	5,81 ±0,07	-0,93	0,03
3	3,29 ± 0,05	-3,46	0,03
4	2,63 ± 0,05	-4,11	0,03
5	2,31 ± 0,02	-4,43	0,03

Примечание: D – разница между средними; D^D — допуск Даннета

Исследования показали, что ионы цинка оказывают неоднозначное влияние на индекс толерантности проростков *A. vulgaris* (табл. 2). Так, при внесении в почву 0,5 ПДК свинца (2 вариант) индекс толерантности растений снизился на 0,5%, но данные изменения были статистически недостоверными. Аналогичную картину мы наблюдали и при внесении в почву 1 ПДК ионов свинца – показатель индекса толерантности снизился на 0,6 %, данные изменения были так же статистически недостоверными. При внесении в почву 1,5 ПДК свинца мы отметили достоверное уменьшение индекса толерантности растений на 10 %, а при увеличении концентрации загрязнителя до 2 ПДК, индекс толерантности растений уменьшился на 18 %, по сравнению с растениями, выращенными на незагрязненной почве.

Наибольшее негативное влияние ионы свинца оказывали на индекс толерантности *P. protensis*. При внесении в почву 0,5 ПДК свинца индекс толерантности проростков уменьшился на 14 %. При дальнейшем увеличении концентрации поллютанта до 1 ПДК (вариант 3) показатели индекса толерантности снизился практически в два раза. В условиях внесения в почву 1,5 ПДК свинца, индекс толерантности проростков *P. protensis* уменьшился на 61 %, в сравнении с растениями, выращенными на незагрязненной почве. При увеличении концентрации поллютанта до 2 ПДК показатель индекса толерантности растений снизился на 66 % [14].

Выводы. Таким образом, можно отметить, что загрязнение почвы соединениями свинца оказывают неоднозначное влияние на ростовые процессы изученных видов газонных трав. Их влияние зависит как от концентрации токсиканта, так и от видовой специфики растений. Устойчивыми к действию ионов свинца оказались проростки *Bromus arvensis* L. и *Agrostis vulgaris* With., у которых даже при высоких концентрациях поллютанта не прослеживалось достоверного угнетения ростовых процессов. Проростки *Poa protensis* L. оказались чувствительными к действию ионов свинца, у

них даже при низких концентрациях токсиканта было отмечено торможение ростовых процессов, которое визуально отражалось в торможении роста надземной части и корней, некрозах листьев и торможении развития. Таким образом, по данным индекса толерантности выделены растения, устойчивые к загрязнению почвы ионами свинца, которые можно рекомендовать для озеленения территорий городской среды – это *Bromus arvensis* L., *Agrostis vulgaris* With. У проростков *Poa protensis* L. отмечен низкий индекс толерантности, данный вид является чувствительным к загрязнению почвы ионами свинца, он может служить видом-индикатором загрязнения почвы тяжелыми металлами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фрунзе О.В. Изменение индекса толерантности декоративных травянистых растений в условиях загрязнения почвы ионами свинца / О.В. Фрунзе // Биодиагностика состояния природных и природно-техногенных систем: материалы XXI Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. (г. Киров, 15 ноября 2023 г.). – Киров: Вятский государственный университет, 2023. – С. 356-360.
2. Сафонов А.И. Новые виды растений в экологическом мониторинге Донбасса / А.И. Сафонов // Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки. – 2020. – № 1. – С. 96–100.
3. Chin N.P. Environmental toxins: physical, social and emotional. / N.P. Chin // Breastfeed. Med. – 2010. – Vol. 129. – P. 223-224.
4. Фрунзе О.В. Фиторемедиация почв, загрязненных ионами тяжелых металлов, с помощью древесных и кустарниковых растений / О.В. Фрунзе // Лесной вестник. Forestry Bulletin. – 2022. – Т. 26. – № 6. – С. 92–98. https://doi.org/10.18698/2542-1468-2022-6-92-98
5. The negative impact of cadmium on nitrogen transformation processes in a paddy soil is greater under non-flooding than flooding conditions / M. Afzal, M.Yu, C. Tang, L. Zhang, N. Muhammad, H. Zhao // Environment International. – 2019. – Vol. 129. – P. 451–460.
6. Chellaiah E. R. Cadmium (heavy metals) bioremediation by Pseudomonas aeruginosa: a mini-review / E. R. Chellaiah // Applied Water Science. – 2018. – Vol. 8. – P. 154.
7. Toxic elements in food: occurrence, binding, and reduction approaches / P. Hajeb, J. J. Sloth, S. Shakibazadeh, N. A. Mahyudin, L. Afsah-Hejri // Comprehensive Reviews in Food Science and Food Safety. – 2014. – Vol. 13. – P. 457–472.
8. Safonov A. Ecological scales of indicator plants in an industrial region // BIO Web Conf. – Vol. 43. – 2022. – 03002. – https://doi.org/10.1051/bioconf/20224303002
9. Kramer U. Phytoremediation: novel approaches to cleaning up polluted soils / U. Kramer // Current Opinion in Biotechnology. – 2015. – Vol. 16. – N 2. – P. 133-141.
10. Qianqian M. Selenium treated Foliage and biochar treated soil for improved lettuce (Lactuca sativa L.) growth in Cd-polluted soil / M. Qianqian, F. U. Haider, M. Farooq, M. Adeel, N. Shakoor, W. Jun // Journal of Cleaner Production. – 2022. – P. 335.
11. Косулина Л.Г. Физиология устойчивости к неблагоприятным факторам среды / Л.Г. Косулина, Э.К. Луценко, В.А. Аксенов. – Ростов н/Д: Изд-во Рост. ун-та, 2006. – 236 с.
12. Mahajan P. Role of phytoremediation in reducing cadmium toxicity in soil and water / P. Mahajan, J. Kaushal // Journal of Toxicology. – 2018. – P. 1–16.
13. Мэннинг У.Д. Биомониторинг загрязнения атмосферы с помощью растений / У.Д. Мэннинг, У.А. Федер; [пер. с англ. Т.А. Головина, Л.Ф. Сальникова]. – Ленинград: Гидрометеоиздат, 1985. – 142 с.
14. Фрунзе О.В. Изменение индекса толерантности газонных трав в условиях загрязнения почвы ионами свинца / О.В. Фрунзе // Донецкие чтения 2023: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности: Материалы VIII Международной научной конференции (Донецк, 25–27 октября 2023 г.). – Том 3: Биологические и медицинские науки, экология / под общей редакцией проф. С.В. Беспаловой. – Донецк: Изд-во ДонГУ, 2023. – С. 191-193

Поступила в редакцию 05.12.2023 г.

CHANGES IN THE GROWTH RATES OF SOME TYPES OF LAWN GRASSES IN CONDITIONS OF CONTROLLED SOIL CONTAMINATION WITH LEAD IONS

O.V. Frunze

The growth rates and tolerance index of some types of lawn grasses were studied in conditions of soil contamination with lead ions. It was found that the seedlings of *Bromus arvensis* L. and *Agrostis vulgaris* With. were resistant to the action of lead ions, in which, even at high concentrations of the pollutant, there was no significant inhibition of growth processes. Seedlings of *Poa protensis* L. they turned out to be sensitive to the action of lead ions, even at low concentrations of the toxicant, inhibition of growth processes was noted, which was visually reflected in inhibition of the growth of the aboveground part and roots, necrosis of leaves and inhibition of development. According to the tolerance index, plants resistant to soil contamination with lead ions have been identified, which can be recommended for landscaping urban areas – these are *Bromus arvensis* L., *Agrostis vulgaris* With. In seedlings of *Poa protensis* L. a low tolerance index was noted, this species is sensitive to soil contamination with lead ions, it can serve as an indicator species of soil contamination with heavy metals.

Keywords: lead, lawn grasses, growth indicators, biomass, man-made region

Фрунзе Оксана Валентиновна
Кандидат технических наук, доцент;
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, ДНР, РФ
E-mail: hromyh82@mail.ru

Frunze Oksana Valentinovna
Candidate of Technical Sciences, Docent;
Donetsk State University,
Donetsk, DPR, RF

УДК 582.284:577.151.52

ВЛИЯНИЕ УСЛОВИЙ КУЛЬТИВИРОВАНИЯ НА БИОСИНТЕЗ ФЕРМЕНТОВ ЦЕЛЛЮЛАЗНОГО КОМПЛЕКСА ШТАММОМ *IRPEX LACTEUS* 2434

© 2023. ***О. В. Чемерис***

Исследовали влияние температуры и pH питательной среды на целлюлозолитическую активность штамма *Irpex lacteus* 2434 при культивировании на пшеничной соломе. Установлены оптимальные зоны действия температуры и начального pH питательной среды для наибольшего выхода внеклеточных эндоглюканаз и целлобиаз. Максимальная эндоглюканазная активность культуральной жидкости продуцента наблюдалась на 10-е сутки культивирования на питательной среде с пшеничной соломой при 34 °С и pH 4,0, целлобиазная – на 5-е сутки при 28 °С и pH 5,0.

Ключевые слова: целлюлазы; температура культивирования; pH питательной среды; растительные отходы; *Irpex lacteus*

Введение. Целлюлазы нашли широкое применение в пищевой промышленности, сельском хозяйстве [1], получении биоэтанола [2, 3], пивоварении, производстве тканей, моющих средств [4], животных кормов [2], целлюлозно-бумажной промышленности [5] и т. д.

Основным источником коммерческих ферментных препаратов целлюлаз являются микроскопические грибы р. *Hypocrea* (*Trichoderma*) и *Aspergillus* [6, 7], *Penicillium verruculosum* [5, 8] и некоторые микроорганизмы [9]. Однако такие ферментные препараты при высокой активности как экзоглюканазы, так и эндоглюканазы могут иметь достаточно низкие уровни β-глюкозидазы. Особый интерес вызывают высшие базидиальные грибы, которые продуцируют широкий спектр внеклеточных ферментов целлюлазного комплекса, позволяющих им утилизировать большой круг различных субстратов [10].

Производство целлюлаз характеризуется относительно высокими затратами, что препятствует промышленному применению биоконверсии целлюлозы [11]. Снижение затрат на производство ферментных препаратов может быть достигнуто за счет повышения продуктивности штамма, оптимизации технологических параметров культивирования и подбора дешевого типа субстрата, используемого при производстве фермента [7, 12]. Установлено, что компоненты питательной среды – источники углерода и азота, а также физические параметры, такие как температура, pH и время культивирования влияют на биосинтез целлюлазы, и, следовательно, должны быть подобраны индивидуально для каждого вида и штамма-продуцента [13].

Целью данной работы были определение влияния температуры и pH питательной среды на биосинтез внеклеточных целлюлаз штаммом *Irpex lacteus* 2434 при культивировании на пшеничной соломе.

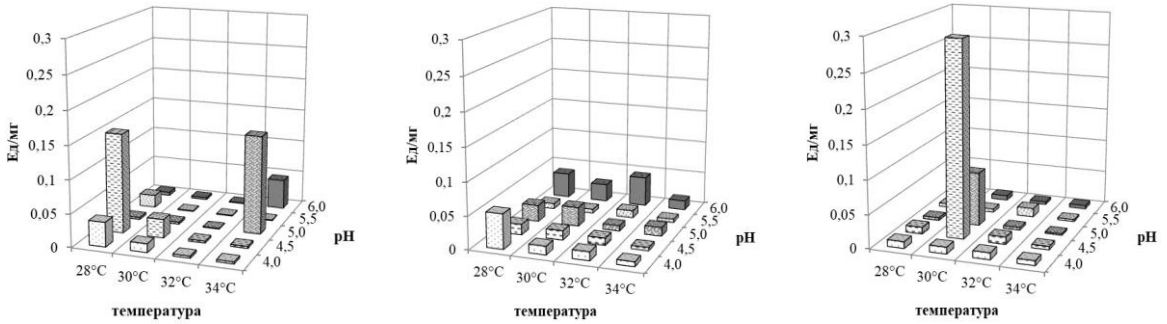
Методика эксперимента. В качестве объекта исследований выступал штамм базидиального ксилотрофа *Irpex lacteus* 2434 из Коллекции кафедры физиологии растений ФГБОУ ВО «ДонГУ». Для исследования влияния температуры и pH штамм *I. lacteus* 2434 культивировали на жидкой питательной среде Чапека следующего состава (г/л): $NaNO_3$ – 2, K_2HPO_4 – 1, $MgSO_4 \cdot 7H_2O$ – 0,5, $FeSO_4 \cdot 7H_2O$ – 0,01 [14]. В качестве источника углерода в среду добавляли предварительно измельченную до конечного размера частиц 0,5–0,7 см пшеничную солому в количестве 2 %. Начальную кислотность питательной среды доводили до значений от 4 до 6 с шагом 0,5 pH с

помощью 10 %-ного раствора HCl на анализаторе ионов AI-123 (Украина). Культивирование продуцента проводили в течение 15-ти суток при температурах от 28 до 34 °С с интервалом 2 °С в термостатах ТС-80 и ТС-80-М2 (Россия). В качестве инокулюма использовали блоки размером 5×5 мм семисуточной культуры штамма, выращенного на картофельно-глюкозном агаре.

Активность ферментов целлюлазного комплекса в культуральной жидкости (КЖ) штамма *I. lacteus* 2434 определяли относительно следующих субстратов: фильтровальная бумага (Filtrak, плотность 90 г/м^2) – общая целлюлозолитическая активность, или ФБ-активность, Na-карбоксиметилцеллюлоза, или Na-КМЦ (С5678, Sigma, США) – эндоглюканазная активность, целлобиоза (Fluka, Германия) – целлобиазная активность. Состав реакционных смесей для определения активности целлюлаз и условия проведения реакций соответствовали общепринятым методикам [15–17]. За единицу целлюлозолитической активности (Ед) принимали такое количество фермента, которое образовывало 1 μmol редуцирующих сахаров в течение 1 мин в условиях опыта (t=+37 ºС). Удельную активность (Ед/мг) определяли отношением общей активности экстракта ферментов (Ед/мл) к содержанию белка в нем (мг/мл). Редуцирующие сахара определяли методом Шомодьи-Нельсона в глюкозном эквиваленте [14, 16, 18]. Глюкозу определяли глюкозооксидазно-пероксидазным методом с использованием наборов реагентов для определения содержания глюкозы в сыворотке или плазме крови («Глюкоза-Ольвекс», Россия). Содержание белка определяли по методу Бредфорда [19].

Исследования проводили в трехкратной повторности. Статистическую обработку полученных данных осуществляли методом дисперсионного анализа, а сравнение средних арифметических величин – методом Дункана [20].

Анализ результатов. Более ранние исследования показали возможность использования отходов агропромышленного комплекса и деревообрабатывающей промышленности в качестве индукторов целлюлаз [21], однако было установлено, что формирование целлюлазного комплекса базидиального гриба *I. lacteus* зависит также и от состава питательной среды [22]. Нужно отметить, что и температура культивирования, и pH питательной среды оказывали значительное влияние на биосинтез ферментов целлюлазного комплекса штаммом-продуцента при культивировании на пшеничной соломе. Общая целлюлозолитическая активность КЖ штамма *I. lacteus* 2434 на 5-е сутки культивирования была низкой независимо от температуры и pH, что может указывать на длительный период освоения лигноцеллюлозного субстрата (рис. 1). Максимум ферментативной активности наблюдался при 28 °С и pH 4,5 а также при 34 °С и pH 5,0.

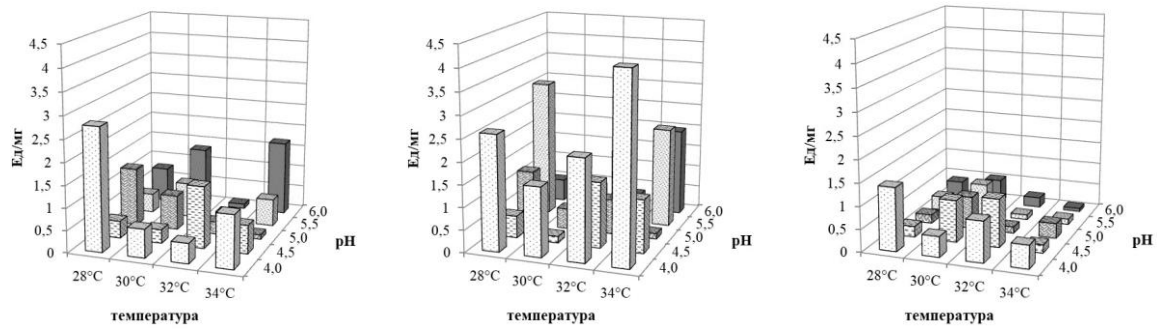


а *б* *в*

Рис. 1. Удельная общая целлюлозолитическая активность штамма *I. lacteus* 2434 в зависимости от условий культивирования на пшеничной соломе: *а* – 5-е сутки, *б* – 10-е сутки, *в* – 15-е сутки

На 10-е сутки культивирования штамма *I. lacteus* 2434 отмечено повышение ФБ-активности КЖ. Причем при 32 °С данная закономерность проявлялась независимо от pH питательной среды. Нужно отметить, что на 15-е сутки культивирования штамма *I. lacteus* 2434 при температуре 30–34 °С и начальном pH 4,0 и pH 4,5 удельная общая целлюлозолитическая активность сохранялась на уровне 10-х суток или превышала ее (pH 4,5, t=30 °С). При температуре культивирования 28 °С отмечено снижение ФБ-активности КЖ независимо от pH питательной среды.

Эндоглюканазная активность штамма *I. lacteus* 2434 в зависимости от условий культивирования на пшеничной соломе представлена на рисунке 2.



а *б* *в*

Рис. 2. Удельная эндоглюканазная активность штамма *I. lacteus* 2434 в зависимости от условий культивирования на пшеничной соломе: *а* – 5-е сутки, *б* – 10-е сутки, *в* – 15-е сутки

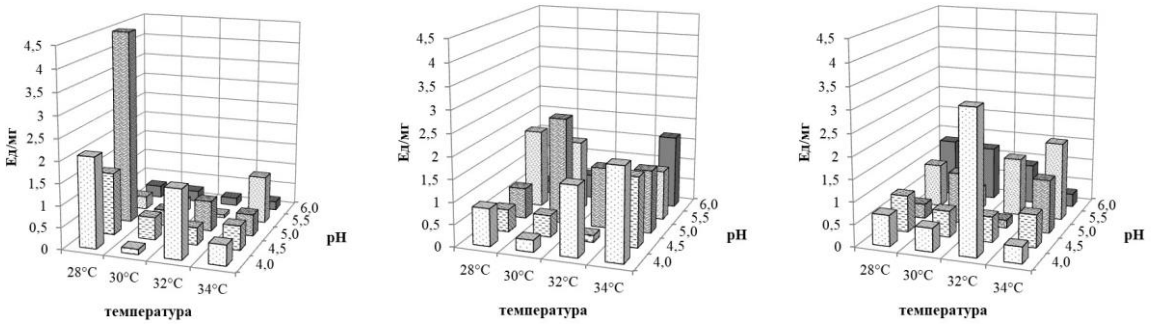
Максимальные значения целлюлозолитической активности относительно Na-КМЦ при культивировании штамма *I. lacteus* 2434 на питательной среде с пшеничной соломой отмечены 10-е сутки. Причем выявлены два пика максимальных значений активности эндоглюканазы при 28 и 34 °С на питательной среде с pH 4,0 и pH 5,5. Ферментативная активность КЖ продуцента при культивировании на питательных средах с pH 4,5 и pH 6,0 была значительно ниже. Наименьшие значения активности эндоглюканаз наблюдались при культивировании штамма *I. lacteus* 2434 при температуре 30 °С независимо от начального уровня pH питательной среды.

На 15-е сутки культивирования продуцента целлюлозолитическая активность КЖ относительно Na-КМЦ значительно снижалась.

Целлобиаза (β-глюкозидаза) – является одним из наиболее важных ферментов в составе целлюлозолитического комплекса вследствие регуляции уровня промежуточной целлобиозы и через нее активности целлобиогидролаз и эндоглюканаз [23], что в значительной степени влияет на эффективность процесса ферментативного гидролиза лигноцеллюлозы. Целлобиазная активность КЖ штамма *I. lacteus* 2434 в зависимости от условий культивирования на пшеничной соломе представлена на рисунке 3. На 5-е сутки оптимизации физико-химических факторов культивирования штамма *I. lacteus* 2434 на питательной среде с пшеничной соломой наблюдался пик максимальной активности целлобиазы при температуре 28 °С и pH 5,0. Достаточно высокая целлобиазная активность отмечена также при этой температуре культивирования, но при pH 4,0.

На 10-е и 15-е сутки культивирования продуцента на пшеничной соломе наблюдалась неодназначность оптимальных зон действия температуры и pH питательной среды. Однако стоит отметить, что на 10-е сутки при температуре культивирования 34 °С целлобиазная активность штамма *I. lacteus* 2434 находилась на

одном уровне независимо от градаций pH питательной среды. Высокие значения целлобиазы также выявлены в этот период при 30 и pH 5,0. На 15-е сутки культивирования максимум целлобиазной активности культуральной жидкости данного продуцента зафиксирован при 32 °С и pH 4,0. Стоит отметить, что в отличие от выявленного снижения эндоглюканазы на 15-е сутки культивирования на пшеничной соломе по всем градациям температуры и pH питательной среды целлобиазная активность штамма *I. lacteus* 2434 такой закономерности не проявила – оставалась на уровне 10-х суток, снижалась либо повышалась.



а *б* *в*

Рис. 3. Удельная целлобиазная активность штамма *I. lacteus* 2434 в зависимости от условий культивирования на пшеничной соломе: *а* – 5-е сутки, *б* – 10-е сутки, *в* – 15-е сутки

Обобщая результаты исследований, следует отметить расхождение оптимальных зон действия температуры и pH питательной среды для биосинтеза внеклеточных эндоглюканаз и целлобиаз при культивировании штамма *I. lacteus* 2434 на пшеничной соломе. Установленные отличия по времени культивирования, оптимальным зонам действия температуры и pH питательной среды для каждого из изученных ферментов целлюлазного комплекса продуцента согласуются с литературными данными [24, 25].

Выводы. При культивировании штамма *I. lacteus* 2434 на пшеничной соломе максимальная эндоглюканазная активность культуральной жидкости наблюдалась на 10-е сутки при 34 °С и pH 4,0. Для проявления максимальной активности целлобиаз продуцент следует культивировать в течение 5-ти суток при 28 °С и pH 5,0.

Исследование проводилось по теме государственного задания (№ госрегистрации 1023031100013-9-1.6.6;2.9.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ejaz U. Cellulases: from bioactivity to a variety of industrial applications / U. Ejaz, M. Sohail, A. Ghanemi // Biomimetics. – 2021. – N 6 (3), 44. – https://doi.org/10.3390/ biomimetics6030044.
2. Джахангирова Г. З. Исследование растительных отходов в качестве источников энергии / Г. З. Джахангирова, Н. А. Акбарова, Н. А. Агзамова // Universum: Технические науки: электрон. научн. журн. – 2018. –№ 8 (53). URL: http://7universum.com/ru/tech/archive/item/6243 (дата обращения: 17.12.2022).
3. Сергеенко Л. А. Ферментативное осахаривание полисахаридов растительного сырья в производстве этанола / Л. А. Сергеенко, В. С. Болтовский, Н. П. Саевич // Труды БГТУ. – 2020. – Серия 2, № 2. – С. 126–131.
4. Kirk O. Industrial enzyme applications / O. Kirk, T. V. Borchert, C. C. Fuglsang // Current Opinion in Biotechnology. – 2002. – 13. – P. 345–351. – DOI 10.1016/S0958-1669(02)00328-2.
5. Получение биокатализатора на основе рекомбинантных целлюлолитических ферментных препаратов *Penicillium verruculosum* и его применение в бумажной промышленности / А. П. Синицын,

А. М. Рожкова, О. А. Синицына [и др.] // Катализ в промышленности. – 2015. – № 6. – С. 84–89. – DOI 10.18412/1816-0387-2015-6-84-89.
6. Microbial cellulose utilization: Fundamentals and biotechnology / R. L. Lee, J. W. Paul, W. H van Zyl, I.S. Pretorius // Microb Mol Biol Rev. – 2002. – N 66 (3). – P. 506–577.
7. Akula S. Optimization of cellulose production by *Aspergillus niger* isolated from forest soil / S. Akula, N. Golla // The Open Biotechnology Journal. – 2018. – Vol. 12. – P. 256–269. – DOI: 10.2174/1874070701812010256.
8. Получение высокоэффективных ферментных комплексов целлюлаз и гемицеллюлаз для гидролиза растительного сырья на основе штамма *Penicillium verruculosum* / А. П. Синицын, Д. О. Осипов, А. М. Рожкова [и др.] // Биотехнология. – 2013. – Т. 29, № 5. – С. 40–53.
9. Microbial cellulases: A review on strain development, purification, characterization and their industrial applications / Sher H., Zeb N., Zeb S. [et al.] // J Bacteriol Mycol. – 2021. – Vol. 8 (5). – P. 1180.
10. Boiko S. Cellulose biosaccharification by *Irpex lacteus* wood decay fungus / S. Boiko, M. Netsvetov, V. Radchenko // Maderas. Ciencia y tecnología. – 2023 (25). – Vol. 35. – P. 1–12. DOI: 10.4067/s0718-221x2023000100435.
11. Biotechnological potential of agro-industrial residues. 1: Sugarcane bagasse / [Pandey A, Soccol C. R, Nigam P., Saccol V. T. // Bioresour Technol. – 2000. – N 74 (1). – P. 69–80. – http://dx.doi.org/10.1016/S0960-8524(99)00142-X].
12. Process optimization for enhanced production of cellulases form locally isolated fungal strain by submerged fermentation / Abdullah R., Akhtar A., Nisar K. et al. // Bioscience Journal. – 2021. – Vol. 37, e37021. – https://doi.org/10.14393/BJ-v37n0a2021-53815.
13. Cellulase production by *Aspergillus japonicus* URM5620 using waste from castor bean (*Ricinus communis* L.) under solid state fermentation / Polyanna N. H., Porto T. S., Moreira K. A. [et al.] // Appl Biochem Biotechnol. – 2011. – Vol. 165 (3-4). – P. 1057–1067.
14. Методы экспериментальной микологии: справочник / И. А. Дудка, С. П. Вассер, И. А. Элланская и др.: [отв. ред. В. И. Билай]. – К.: Наук. думка, 1982. – 552 с.
15. Ghose T. K. Measurement of cellulase activity / T. K. Ghose // Pure Appl. Chem. – 1987. – Vol. 59, N 2. – P. 257–268.
16. Синицын А. П. Биоконверсия лигноцеллюлозных материалов: Уч. пособие / А. П. Синицын. – М.: Изд-во МГУ, 1995. – 224 с.
17. Синицын А. П. Методы изучения и свойства целлюлозолитических ферментов / А. П. Синицын, В. М. Черноглазов, А. В. Гусаков // Итоги науки и техники. Сер. Биотехнология. – 1993. – Т. 25. – 152 с.
18. Nelson N. A photometric adaptation of the Somogyi method for the determination of sugars / N. Nelson // J. Biol. Chem. – 1944. – V. 153, N 2. – P. 375–379.
19. Bradford M. M. A rapid and sensitive method for the quantitation of microgram quantities of protein utilizing the principle of protein-dye binding / M. M. Bradford // Anal. Biochem. – 1976. – Vol. 72. – P. 248–254.
20. Приседський Ю. Г. Статистична обробка результатів біологічних експериментів: навч. Посібник / Ю. Г. Приседський. – Донецьк : Кассиопея, 1999. – 210 с.
21. Чемерис О. В. Целлюлозолитическая активность штаммов *Irpex lacteus* (Fr.) Fr. при жидкофазном культивировании на древесных опилках / О. В. Чемерис // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2021. – №3–4. – С. 120–125.
22. Чемерис О. В. Целлюлозолитическая активность штаммов *Irpex lacteus* (Fr.) Fr. при жидкофазном культивировании / О. В. Чемерис // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона. – 2020. – № 3–4. – С. 108–113.
23. Баурин Д. В. Исследование процесса биологического разложения растительных отходов микроскопическими грибами / Д. В. Баурин, Е. В. Николюкина // Успехи химии и химической технологии. Т. XXIII. – 2009. – № 10 (103). – С. 77–79.
24. Древаль К. Г. Культивування базидіоміцетів – активних продуцентів целлюлозолитичніх ензимів. II. Ендоглюканазна активність культуральніх фільтратів базидіоміцетів стосовно Na-карбоксиметилцелюлози / К. Г. Древаль // Біотехнологія. – 2012. – Т. 5, № 2. – С. 86–91.
25. Древаль К. Г. Культивування базидіоміцетів – активних продуцентів целлюлозолитичніх ензимів. IV. Целобіазна активність культуральних фільтратів базидіоміцетів / К. Г. Древаль, М. І. Бойко // Біотехнологія. – 2012. – Т. 5, № 4. – С. 82–87.

Поступила в редакцию 11.12.2023 г.

THE EFFECT OF CULTIVATION CONDITIONS ON THE BIOSYNTHESIS OF ENZYMES OF THE CELLULASE COMPLEX BY THE STRAIN *IRPEX LACTEUS* 2434

O. V. Chemeris

The effect of temperature and pH of the nutrient medium on the cellulolytic activity of the *Irpex lacteus* strain 2434 during cultivation on wheat straw was studied. The optimal temperature and initial pH of the nutrient medium for the highest yield of extracellular endoglucanases and cellobiases have been established. The maximum endoglucanase activity of the producer's culture liquid was observed on the 10th day of cultivation on a nutrient medium with wheat straw at 34 °C and pH 4.0, cellobiase activity was on the 5th day at 28 °C and pH 5.0.

Keywords: cellulase; cultivation temperature; pH of the nutrient medium; plant waste; *Irpex lacteus*

Чемерис Оксана Вячеславовна
кандидат биологических наук;
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, ДНР, РФ.
E-mail: chemeris07@rambler.ru

Chemeris Oksana Viacheslavovna
Candidate of Biological Sciences;
Donetsk State University,
Donetsk, DPR, RF

Научное издание

Вестник Донецкого национального университета.
Серия А: Естественные науки

2023. – № 4

Технический редактор: *М.В. Фоменко*

Свидетельство о регистрации СМИ Серия ААА № 000077 от 21.11.2016 г.

Адрес редакции:
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
ул. Университетская, 24,
283001, г. Донецк, ДНР, РФ.
Тел: **+7** (856) 302-92-56, 302-09-92.
E-mail: vestnikdonnu_a@mail.ru
URL: http://donnu.ru/vestnikA