Моделирование движения робота, ползающего по гладкой поверхности

Н. В. Осадченко*, А. М. З. Абдельрахман

Исследовано управляемое движение мобильного робота с восемью степенями свободы, ползающего по внутренней поверхности трубы эллиптического сечения. Составлены уравнения движения данного робота, выбрано соответствующее управление, выполнено компьютерное моделирование движения, проведен анализ влияния различных параметров на движение робота.

Ключевые слова: мобильные роботы, ползающее движение, движение внутри труб, гладкая поверхность, односторонние связи, управляемое движение, компьютерное моделирование

Введение

В живой природе ползающее движение имеет достаточно широкое распространение (можно вспомнить змей, червей, улиток и многих других живых существ). Речь идет [1, 2] о таком перемещении движущегося объекта по той или иной поверхности, при котором несколько (или бесконечное множество) его точек непрерывно находится в контакте с опорной поверхностью, причем совокупность контактирующих точек остается неизменной (при качении же или ходьбе на смену одним точкам контакта приходят другие).

При ползании источником перемещения объекта служат внутренние силы, которыми он управляет, целенаправленно их изменяя. Изменение внутренних сил влечет за собой изменение внешних сил, возникающих при контакте объекта с опорной поверхностью (последние и служат непосредственной причиной перемещения объекта).

В робототехнике разработкой и исследованием мобильных роботов с ползающим движением занялись относительно недавно; в последние годы, однако, это новое научное направление развивается весьма активно — прежде всего в связи с созданием мобильных роботов для движения и выполнения функциональных задач в ограниченных пространствах (например, в трубах).

Возможны различные способы реализации ползающего движения — как за счет сил трения [3—5], так и за счет реакций идеальных связей [6—10]. В частности, в [9, 10] было исследовано управляемое движение мобильного ползающего робота с пятью степенями свободы. Данный робот включал в себя центральную платформу, соединенную с тремя двузвенниками, концы которых перемещались по внутренней поверхности трубы эллиптического сечения. Непосредственной причиной перемещения данного робота служили реакции идеальных связей в точках контакта с поверхностью трубы.

В ходе исследования были получены уравнения движения робота, выбрано управление и выполнено компьютерное моделирование его движения с помощью пакета Maple [11, 12]. Для интегрирования уравнений движения использовался метод Дормана—Принса 5-го порядка точности [13].

В настоящей работе выполняется аналогичное исследование применительно к ползающему роботу другой конструкции, имеющему уже восемь степеней свободы.

* OsadchenkoNV@mpei.ru

1. Механическая модель рассматриваемого робота

Рассмотрим механическую модель ползающего робота, в которой он моделируется (как и в [9, 10]) механической системой из материальной точки D и 12 абсолютно твердых тел. При этом материальная точка D служит моделью центральной платформы робота; данная платформа с помощью невесомых телескопических штанг соединена с тремя двузвенниками. Каждый двузвенник образован двумя стержнями (A_iB_i и A_iC_i) длиной l, которые с помощью вращательных шарниров соединены со штангой и один с другим (рис. 1).

При движении робота точки B_i и C_i находятся в постоянном контакте с внутренней поверхностью трубы, которая в сечении образует эллипс с полуосями a и b; точка A_i (в отличие от модели мобильного ползающего робота, изученной в [9, 10]) с поверхностью трубы не контактирует.

Текущая конфигурация двузвенника однозначно задается двумя параметрами — углами φ_{1i} и φ_{3i} (рис. 2); это полярные углы для точек B_i' и C_i' (получающихся из точек B_i и C_i при растяжении вдоль оси y, в результате которого эллипс превращается в окружность). При этом декартовы координаты точек B_i и C_i выражаются формулами:

$$\begin{aligned} x_{B_i} &= a\cos\varphi_{1i}; \quad y_{B_i} = b\sin\varphi_{1i}; \\ x_{C_i} &= a\cos\varphi_{3i}; \quad y_{C_i} = b\sin\varphi_{3i}; \end{aligned} \tag{1}$$

для декартовых координат точки A_i имеем:

$$\begin{aligned} x_{A_i} &= \frac{1}{2}a(\cos\varphi_{1i} + \cos\varphi_{3i}) + \\ &+ bH_i(\sin\varphi_{1i} - \sin\varphi_{3i}); \\ y_{A_i} &= \frac{1}{2}b(\sin\varphi_{1i} + \sin\varphi_{3i}) - \\ &- aH_i(\cos\varphi_{1i} - \cos\varphi_{3i}), \end{aligned} \tag{2}$$

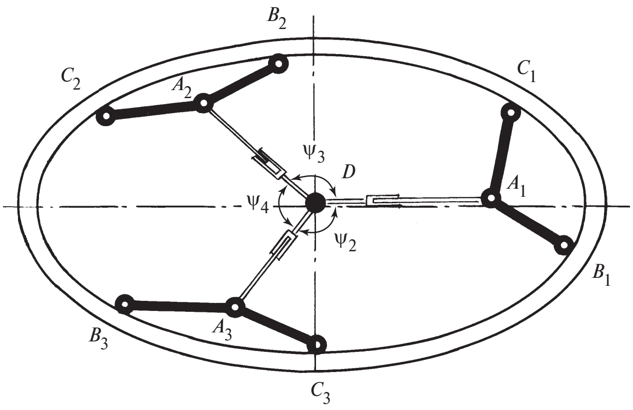


Рис. 1. Схема конструкции ползающего робота

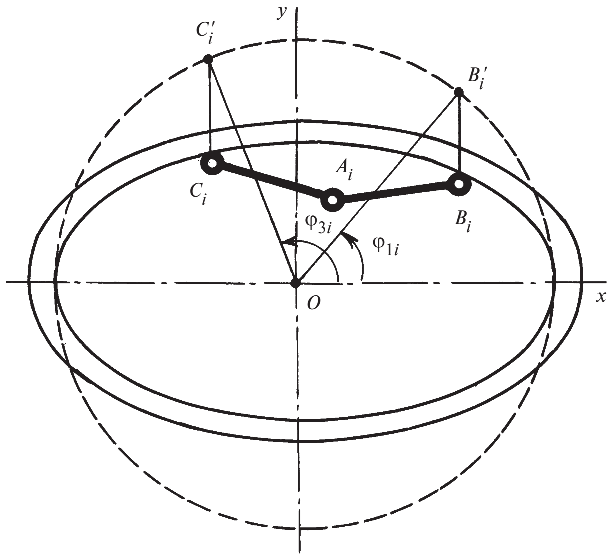


Рис. 2. Задание текущей конфигурации двузвенника

где

$$H_i = \frac{\sqrt{l^2 - c_i^2}}{c_i}, \quad c_i = \frac{1}{2}\times$$

$$\times\sqrt{a^2(\cos\varphi_{3i} - \cos\varphi_{1i})^2 + b^2(\sin\varphi_{3i} - \sin\varphi_{1i})^2}. \tag{3}$$

За обобщенные координаты рассматриваемой механической системы примем координаты x_D и y_D точки D и углы φ_{11}, φ_{12}, φ_{13}, φ_{31}, φ_{32}, φ_{33}. Через выбранные обобщенные координаты можно выразить, в частности, и показанные на рис. 1 углы ψ_i — углы между штангами. Если уравнения движения робота представить в виде системы из 16 дифференциальных уравнений 1-го порядка, то перечисленные обобщенные координаты вместе с их первыми производными по времени (обозначаемыми так: v_{Dx}, v_{Dy}, ω_{11}, ω_{12}, ω_{13}, ω_{31}, ω_{32} и ω_{33}) будут играть для данной системы роль переменных состояния. В явной форме уравнения движения здесь приводить не будем, так как выражения для их правых частей оказываются достаточно громоздкими.

2. Управление движением робота

Сформулируем основные цели управления движением ползающего робота. Предполагаем, что начальное его состояние — состояние покоя, так что производные по времени от углов φ_{11}, φ_{12}, φ_{13}, φ_{31}, φ_{32} и φ_{33} при $t = 0$ равны нулю (тогда будет равна нулю при $t = 0$ и производная от среднего арифметического $\varphi^{\text{ср}}$ этих шести углов).

Потребуем, как и в [10], чтобы с течением времени значения данных углов монотонно возрастали, причем приращения углов были приблизительно одинаковыми (для чего достаточно поддерживать значения углов ψ_i близкими к 120°); величину $\varphi \equiv \equiv \varphi^{ср} - \varphi^{ср}(0)$ будем рассматривать как меру такого возрастания. Точка D при этом должна устойчивым образом выходить в начало координат (т.е. в центр эллипса). Наконец, управление должно в любой момент времени обеспечивать сохранение контакта концов двузвенников с поверхностью трубы (иными словами, наложенные на механическую систему в точках B_i и C_i односторонние связи не должны ослабевать).

Для реализации этих целей предусматривается 12 управляющих воздействий (задача уменьшения их числа не ставилась). Перечислим их:

M_i — момент, действующий на стержень A_iB_i со стороны стержня A_iC_i;

L_i^* — момент, действующий на стержень A_iB_i со стороны i-й штанги;

F_i — сила, действующая в поступательном сочленении i-й штанги;

L_i — момент, действующий на i-ю штангу со стороны соседней штанги (при i = 1, 2, 3 со стороны 2, 3 и 1-й штанги соответственно).

Считается, что выражение для управляющего момента M_i представимо как сумма двух слагаемых: M_i^{main} и M_i^{stab}.

Выражение для слагаемого M_i^{main} в основном сходно с выражением, принятым в [10] для всего управляющего момента M_i. Именно момент M_i^{main} задается как функция $M_i^{main} = M^{main}(\varphi_i)$, причем

$$M^{main}(\varphi_i) = -\frac{M_{max}+M_{min}}{2} - \\ -\frac{M_{max}-M_{min}}{2}F(\sin 2\varphi_i), \tag{4}$$

а функция $F(x)$ при $x \in [-1, 1]$ определяется формулой

$$F(x) = \frac{x}{\sqrt{y^2+x^2}+y}, \tag{5}$$

где $y \equiv \frac{1}{2}\gamma(1-x^2)$; γ = const — параметр формы управляющего момента; M_{max} и M_{min} — положительные константы.

Приведенные здесь выражения отличаются от выражений, используемых в [10]: во-первых, в формуле (4) при обоих слагаемых появились знаки «минус» (это связано с тем, что вершина тупого угла в треугольнике $A_iB_iC_i$ сейчас обращена в противоположную от эллипса сторону); во-вторых, в качестве аргумента функции $M^{main}(\varphi_i)$ сейчас выступает полусумма углов φ_{1i} и φ_{3i}: $\varphi_i = \frac{1}{2}(\varphi_{1i}+\varphi_{3i})$.

Отметим, что при исследовании динамики двузвенника, перемещающегося по гладкому эллипсу, было установлено [8], что момент M_i способствует разгону двузвенника, если его знак совпадает со знаком $\sin 2\varphi_i$. В задаче о мобильном ползающем роботе знак момента M_i должен быть постоянным во все время движения (иначе может нарушиться контакт стержней с опорной поверхностью); зависимость вида (4) означает, что момент M_i либо сильно способствует разгону двузвенника, либо слабо его тормозит (за разгон всего робота на фазе торможения «несут ответственность» другие двузвенники).

Как уже говорилось в [10], конкретный выбор параметра формы управляющего момента γ влияет на форму графика M_i^{main}. Так, при $\gamma = 0$ $F(x) \equiv \operatorname{sgn} x$, и зависимость M_i^{main} от φ_i представляется (рис. 3, *а*) разрывной функцией

$$M^{main}(\varphi_i) = -\frac{M_{max}+M_{min}}{2} - \\ -\frac{M_{max}-M_{min}}{2}\operatorname{sgn}(\sin 2\varphi_i), \tag{6}$$

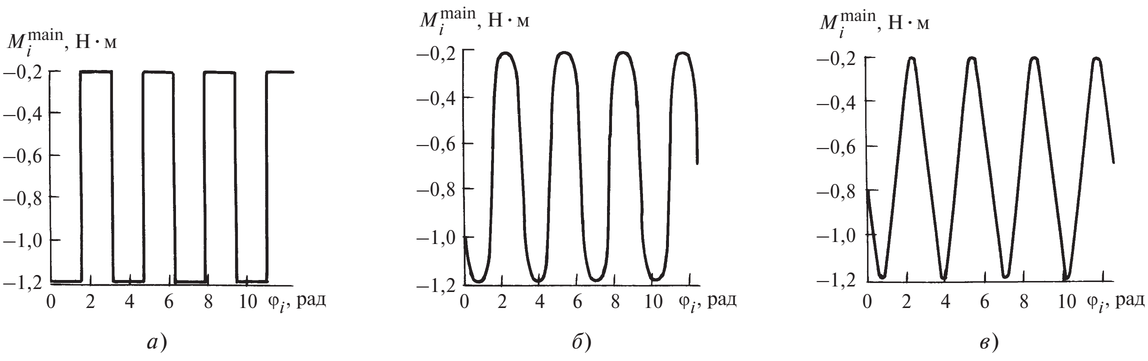


Рис. 3. Вид зависимости $M_i = M_i(\varphi_{2i})$ при $\gamma = 0$ (*а*), $\gamma = 0{,}2$ (*б*) и $\gamma = 1$ (*в*)

а при $\gamma = 1$ $F(x) \equiv x$, и зависимость M_i^{main} от φ_i будет такой (рис. 3, *в*):

$$M^{\text{main}}(\varphi_i) = -\frac{M_{\max} + M_{\min}}{2} - \\ - \frac{M_{\max} - M_{\min}}{2} \sin 2\varphi_i . \quad (7)$$

Если же $0 < \gamma < 1$, то по мере уменьшения γ функция, описывающая зависимость M_i^{main} от φ_i, сохраняя свою гладкость, становится все более и более похожей на функцию (6). На рис. 3, *б* представлен график такой зависимости при $\gamma = 0{,}2$.

Перейдем к слагаемому M_i^{stab}. Момент M_i^{stab} задается как функция $M_i^{\text{stab}} = M^{\text{stab}}(\delta_i, \dot{\delta}_i)$, где δ_i — угол между стержнями A_iB_i и A_iC_i. Если для робота с пятью степенями свободы, изученного в [9, 10] (когда точка A_i все время лежала на эллипсе), данный угол однозначно определялся текущим положением на эллипсе точки A_i, то теперь имеющиеся связи не препятствуют выходу этого угла за разумные пределы. Поэтому имеет смысл создать такое управляющее воздействие, которое стремилось бы поддерживать текущее значение угла δ_i близким к некоторому программному значению δ_i^{prog}, зависящему от φ_i:

$$\delta_i^{\text{prog}} = \frac{1}{2}\Big[(\delta_{\max}^{\text{prog}} + \delta_{\min}^{\text{prog}}) - \\ - (\delta_{\max}^{\text{prog}} - \delta_{\min}^{\text{prog}}) \cos 2\varphi_i\Big]. \quad (8)$$

Функцию $M_i^{\text{stab}} = M^{\text{stab}}(\delta_i, \dot{\delta}_i)$ зададим таким выражением:

$$M^{\text{stab}}(\delta_i, \dot{\delta}_i) = \\ = K_{\text{stab}}\Big[(\delta_i - \delta_i^{\text{prog}}) + \tau_{\text{stab}}(\dot{\delta}_i - \dot{\delta}_i^{\text{prog}})\Big], \quad (9)$$

параметры K_{stab}, τ_{stab}, $\delta_{\max}^{\text{prog}}$ и $\delta_{\min}^{\text{prog}}$ в (8) и (9) — положительные константы.

Обсудим теперь выражения для управляющих моментов L_i^*; будем считать, что выражение для момента L_i^* представимо как сумма двух слагаемых: L_i^{main} и L_i^{stab}.

Слагаемое L_i^{main} зададим следующей формулой:

$$L_i^{\text{main}} = \mu_L(\Omega - \omega_i); \quad (10)$$

где $\omega_i = \frac{1}{2}(\omega_{1i} + \omega_{3i}) \equiv \dot{\varphi}_i$; μ_L — заданная константа.

Величину Ω далее нам будет удобно трактовать как программное значение величины ω^{cp} — первой производной по времени от величины φ (данная производная характеризует скорость разгона робота). Предполагая, что скорость разгона робота линейно, как и в [9, 10], зависит от времени, будем задавать Ω в виде функции $\Omega = \Omega^\circ + \varepsilon^\circ t$, где Ω° и ε° — постоянные.

Роль слагаемого L_i^{stab} аналогична роли слагаемого M_i^{stab} в выражении для момента M_i. Момент L_i^{stab} задается как функция $L_i^{\text{stab}} = L^{\text{stab}}(\alpha_i, \dot{\alpha}_i)$, где α_i — угол между стержнем A_iB_i и i-й штангой. Текущее значение данного угла хотелось бы поддерживать близким к программному значению $\alpha_i^{\text{prog}} = \pi - \delta_i^{\text{prog}}/2$; поэтому функцию $L_i^{\text{stab}} = L^{\text{stab}}(\alpha_i, \dot{\alpha}_i)$ зададим таким выражением:

$$L^{\text{stab}}(\alpha_i, \dot{\alpha}_i) = \\ = -K_B\Big[(\alpha_i - \alpha_i^{\text{prog}}) + \tau_1(\dot{\alpha}_i - \dot{\alpha}_i^{\text{prog}})\Big]; \quad (11)$$

стоящие в правой части (11) параметры K_B и τ_1 — положительные константы.

Выражения для управляющих сил F_i, действующих в поступательных сочленениях штанг, выберем с соблюдением двух условий:

1) векторная сумма всех сил, действующих на точку D, должна в точности равняться вектору

$$\bar{\boldsymbol{R}} = -c\bar{\boldsymbol{r}}_D - d\bar{\boldsymbol{v}}_D; \quad (12)$$

2) должны приближенно (в смысле наименьших квадратов) выполняться условия $F_i = F_i^\circ$; в отличие от задачи, рассмотренной в [10], F_i° не константы, а переменные величины, вычисляемые из соотношений

$$F_i^\circ = F_C^\circ + F_D^\circ/(1 + K_W\dot{\varphi}_i^2), \quad (13)$$

здесь F_C°, F_D°, K_W — заданные положительные константы.

Выбор достаточно больших значений F_C° и F_D° обеспечивает положительность значений проекций реакций $\bar{\boldsymbol{N}}_{Bi}$, $\bar{\boldsymbol{N}}_{Ci}$ на направления внутренних нормалей к эллипсу в точках контакта, что соответствует сохранению контакта двузвенников с поверхностью трубы. Добавление слагаемого с K_W вызвано тем, что возрастанию значений упомянутых проекций дополнительно способствуют динамические нагрузки, развивающиеся при разгоне робота (а поэтому с ростом $\dot{\varphi}_i$ можно обходиться все меньшими значениями F_i°).

Выражения для управляющих моментов L_i, «отвечающих» за поддержание значений углов ψ_i близкими к 120°, мы, как и в [10], зададим с помощью формул

$$L_i = L_0(\theta_i + \tau\dot{\theta}_i - 2\pi/3), \tag{14}$$

где L_0 и τ — положительные константы, а углы θ_i вводятся так:

$$\begin{aligned} &\theta_1 = \varphi_2 - \varphi_1; \\ &\theta_2 = \varphi_3 - \varphi_2; \\ &\theta_3 = \varphi_1 + 2\pi - \varphi_3. \end{aligned} \tag{15}$$

3. Результаты моделирования

Динамика исследуемой управляемой механической системы описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений высокой размерности, правые части которых зависят от большого числа параметров управления. В этих условиях нахождение для этих параметров разумных значений оказалось нетривиальной задачей. К тому же, как выяснилось, достаточно небольшие изменения значений данных параметров нередко оказывали весьма значительное влияние на движение робота. Поиск подходящих значений параметров управления потребовал выполнения большого числа вычислительных экспериментов.

Изложим сейчас основные результаты, полученные в ходе компьютерного моделирования динамики ползающего робота.

В процессе моделирования мы предусматривали, что на отрезке времени $[0, T_{\text{fin}}]$, где $T_{\text{fin}} = 20$ с, для уравнений движения робота численно решалась задача Коши с такими начальными условиями: $\varphi_{11}(0) = -0{,}07$ рад; $\varphi_{31}(0) = 0{,}60$ рад; $\varphi_{12}(0) = 2{,}08$ рад; $\varphi_{32}(0) = 2{,}68$ рад; $\varphi_{13}(0) = 4{,}14$ рад, $\varphi_{33}(0) = 4{,}73$ рад; $\omega_{11}(0) = \omega_{31}(0) = \omega_{12}(0) = \omega_{32}(0) = \omega_{13}(0) = \omega_{33}(0) = 0$; $x_D(0) = y_D(0) = 0{,}01$ м; $v_{Dx}(0) = v_{Dy}(0) = 0$.

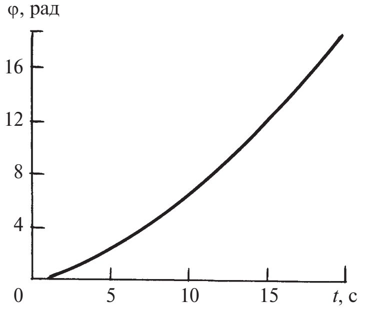
Были заданы следующие значения параметров системы: $a = 1$ м, $b = 0{,}8a$; $l = 0{,}3$ м (l — длина стержня); $s = 0{,}36$ м (s — длина примыкающей к платформе части штанги); $m = 0{,}5$ кг, $m_D = 1$ кг (m и m_D — массы стержня и платформы); $M_{\max} = 2{,}0$ Н·м; $M_{\min} = 0{,}2$ Н·м; $\gamma = 0{,}2$; $\delta_{\max}^{\text{prog}} = 2{,}24$ рад; $\delta_{\min}^{\text{prog}} = 2{,}12$ рад; $K_{\text{stab}} = 6$ Н·м; $\tau_{\text{stab}} = 0{,}1$ с; $\mu_L = 0{,}2$ Н·м·с; $\Omega^\circ = 0{,}6$ с$^{-1}$; $\varepsilon^\circ = 0{,}06$ с$^{-2}$; $K_B = 0{,}01$ Н·м; $\tau_1 = 0{,}5$ с; $c = 0{,}64$ Н/м; $d = 1{,}6$ Н·с/м; $F_C^\circ = 2$ Н; $F_D^\circ = 10$ Н; $K_W = 4 \cdot 10^3$ с^2; $L_0 = 8$ Н·м; $\tau = 15$ с.

Заметим сразу же, что при указанных здесь значениях параметров управления поставленные цели действительно достигались, а робот, разгоняясь из состояния покоя, успевал за время T_{fin} совершить в трубе более двух оборотов. На рис. 4 представлены графики, показывающие зависимость от времени как угла φ, так и его производной $\omega^{\text{ср}}$.

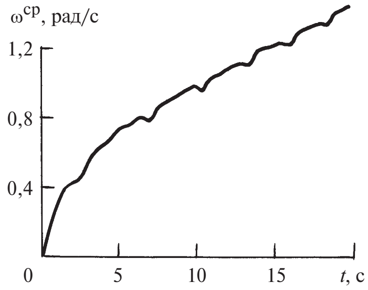
Изучение влияния параметров управления на движение робота начнем с параметра γ (который фигурирует в формулах для момента M_i^{main}). В табл. 1 приведены значения углов φ, φ_{1i} и φ_{3i} для правой границы отрезка моделирования (т.е. при $t = T_{\text{fin}}$), соответствующие различным значениям γ.

Эти результаты означают, что параметр γ — параметр формы управляющего момента — на разгон робота влияет слабо (между прочим, для исследованного в [10] ползающего робота с пятью степенями свободы такое влияние было весьма существенным).

Для изучения влияния параметра τ_{stab}, входящего в формулу (9) для слагаемого M_i^{stab}, на разгон робота была проведена другая серия вычислительных экспе-



а)



б)

Рис. 4. Зависимость угла φ и его производной $\omega_{\text{ср}}$ от времени

Таблица 1

Влияние параметра γ на значения углов φ_{1i} и φ_{3i} при $t = T_{fin}$

Значение параметра γ	Значение угла, рад						
	φ^{fin}	φ_{11}^{fin}	φ_{31}^{fin}	φ_{12}^{fin}	φ_{32}^{fin}	φ_{13}^{fin}	φ_{33}^{fin}
1,0	18,753	18,659	19,363	20,819	21,421	22,915	23,511
0,5	18,776	18,681	19,386	20,842	21,444	22,938	23,934
0,2	18,804	18,707	19,416	20,868	21,474	22,966	23,562
0,1	18,824	18,727	19,437	20,887	21,495	22,987	23,581
0	18,880	18,783	19,493	20,940	21,555	23,044	23,636

Таблица 2

Влияние параметра τ_{stab} на значения углов φ_{1i} и φ_{3i} при $t = T_{fin}$

Значение параметра τ_{stab}, с	Значение угла, рад						
	φ^{fin}	φ_{11}^{fin}	φ_{31}^{fin}	φ_{12}^{fin}	φ_{32}^{fin}	φ_{13}^{fin}	φ_{33}^{fin}
1,0	18,640	18,545	19,247	20,702	21,313	22,801	23,403
0,8	18,677	18,584	19,282	20,738	21,350	22,839	23,438
0,5	18,754	18,664	19,357	20,815	21,428	22,917	23,513
0,3	18,806	18,716	19,409	20,867	21,479	22,969	23,563
0,2	18,815	18,723	19,421	20,877	21,487	22,978	23,572
0,1	18,804	18,707	19,416	20,868	21,474	22,966	23,562

риментов с разными значениями τ_{stab} (табл. 2). Из полученных результатов видно, что с уменьшением τ_{stab} степень разгона робота сначала несколько возрастает, а затем начинает уменьшаться.

Таким образом, предложенная стратегия формирования управляющих моментов M_i позволяет обеспечить монотонное и ускоренное возрастание углов φ, φ_{1i} и φ_{3i} с течением времени. Графики зависимости моментов M_i от времени имеют вид, показанный на рис. 5.

На рис. 6—8 приведены графики зависимости от времени соответственно управляющих моментов L_i^*, сил F_i и моментов L_i.

Учтем теперь, что сохранение контакта точек B_i и C_i с поверхностью трубы является одной из целей управления. Следовательно, вычислительный эксперимент по компьютерному моделированию управляемого движения робота может быть признан успешным только в том случае, когда значения проекций

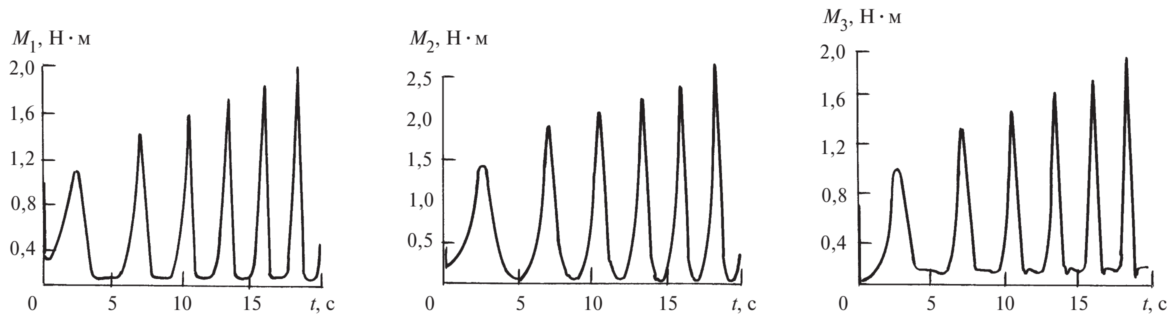


Рис. 5. Зависимость управляющих моментов M_i от времени

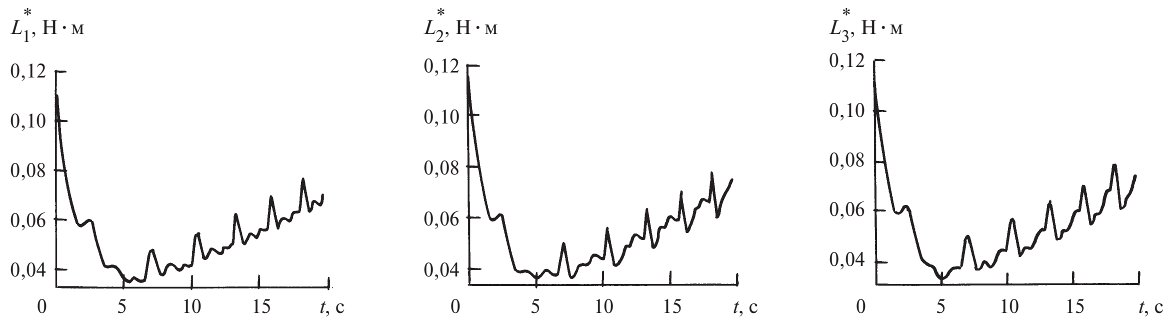


Рис. 6. Зависимость управляющих моментов L_i^* от времени

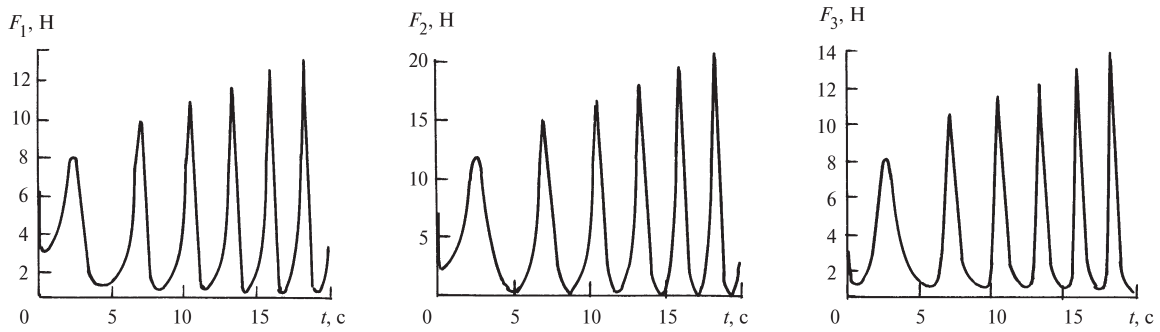


Рис. 7. Зависимость управляющих сил F_i от времени

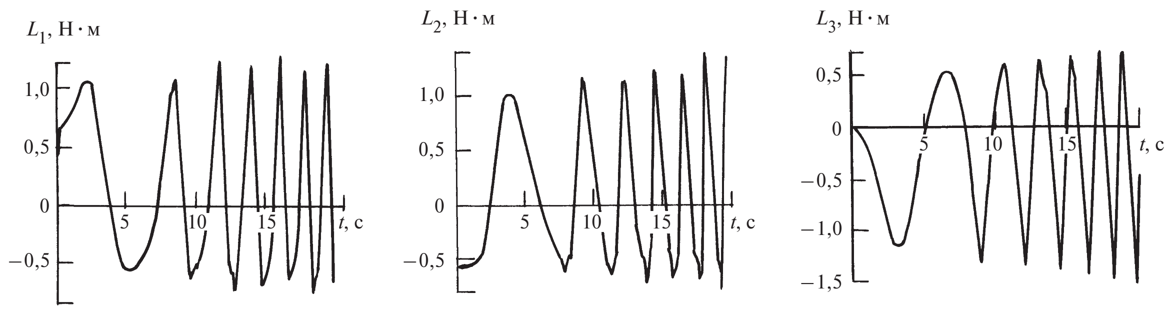


Рис. 8. Зависимость управляющих моментов L_i от времени

нормальных реакций $\bar{N}_{Bi}$, $\bar{N}_{Ci}$ в точках контакта на направления внутренних нормалей остаются положительными в любой момент времени. Проверим, так ли это.

Графики зависимости упомянутых проекций от времени при i, равном 1, 2, 3, представлены на рис. 9. Видно, что значения этих проекций в любой момент времени оказываются положительными, что и требовалось.

Далее, еще одной целью управления было устойчивое выведение точки D в начало координат. Вид графиков зависимости координат x_D, y_D данной точки от времени (рис. 10) показывает, что такое выведение действительно имеет место.

Наконец, значения углов ψ_i нужно поддерживать близкими к 120°. Графики зависимости этих углов от времени (рис. 11) показывают, что и эта цель достигается: значения углов ψ_i действительно мало отличаются от 120°.

Коснемся еще выбора конкретного значения параметра τ в формуле (14). Был проведен ряд вычислительных экспериментов, в которых параметру τ придавались различные значения. Соответствующие значения углов φ, φ_{1i} и φ_{3i} для $t = T_{\text{fin}}$ приведены в табл. 3. Анализируя полученные результаты, видим, что разгон робота становится меньше с увеличением τ, хотя изменения невелики.

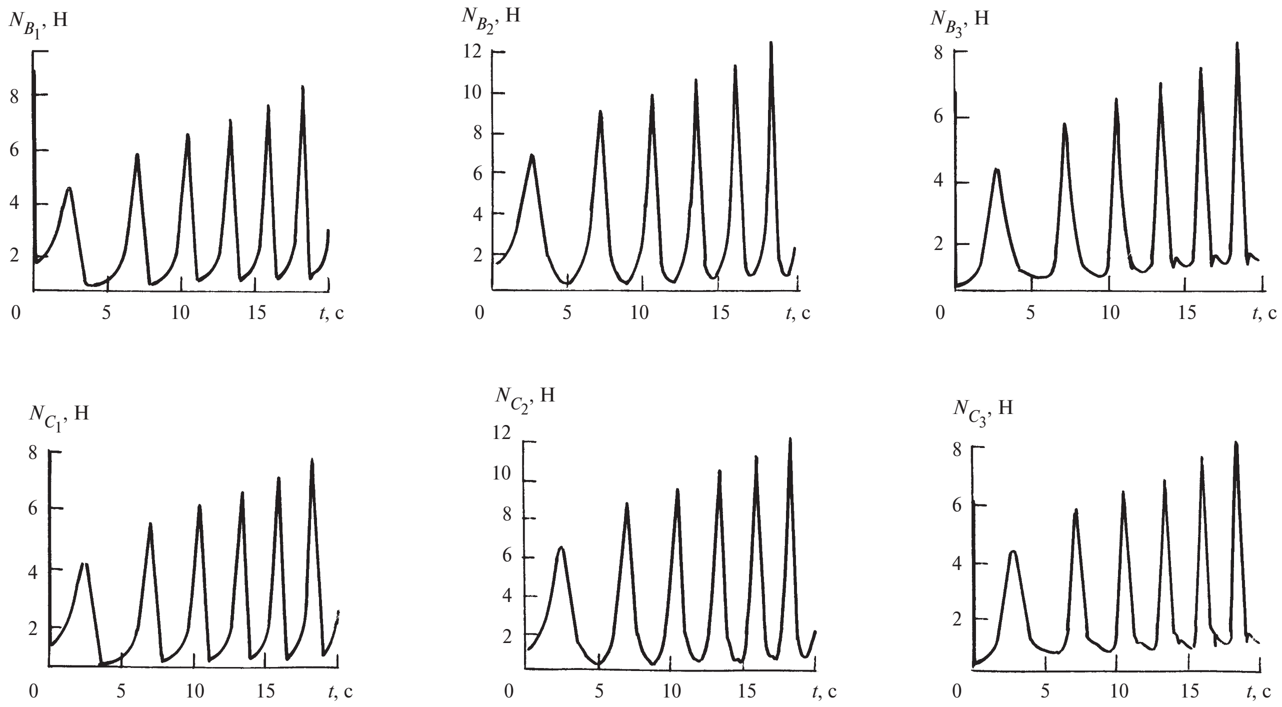


Рис. 9. Зависимость модулей нормальных реакций от времени

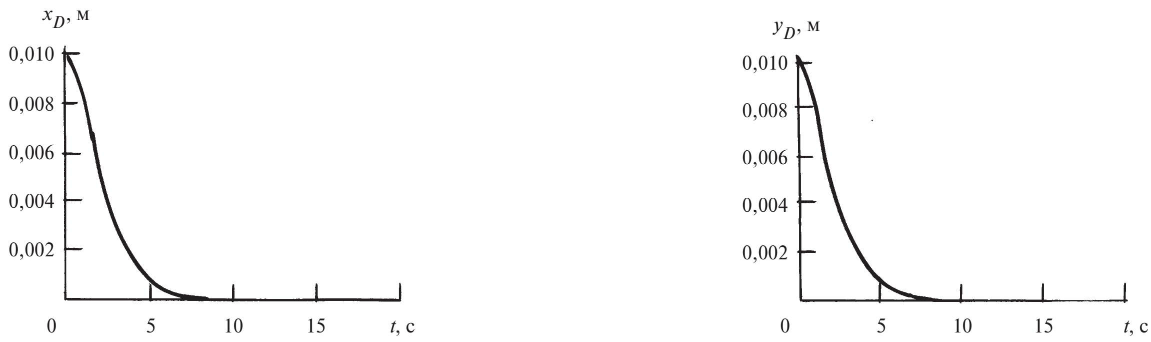


Рис. 10. Зависимость координат x_D, y_D от времени

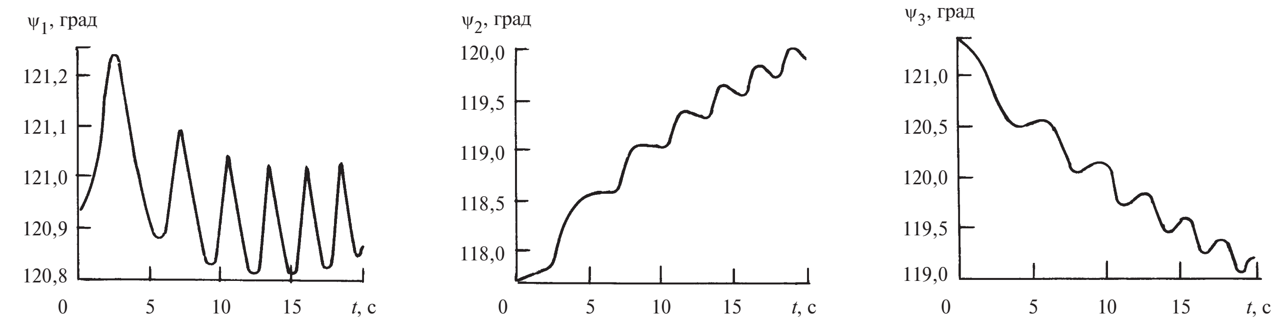


Рис. 11. Зависимость углов ψ_i от времени

Таблица 3

Влияние параметра τ на значения углов φ_{1i} и φ_{3i} при $t = T_{fin}$

Значение параметра τ, с	Значение угла, рад						
	φ^{fin}	φ_{11}^{fin}	φ_{31}^{fin}	φ_{12}^{fin}	φ_{32}^{fin}	φ_{13}^{fin}	φ_{33}^{fin}
25	18,765	18,672	19,380	20,835	21,436	22,919	23,517
20	18,781	18,686	19,394	20,848	21,451	22,938	23,535
15	18,804	18,707	19,416	20,868	21,474	22,966	23,562
10	18,839	18,740	19,448	20,899	21,509	23,008	23,601
7	18,865	18,764	19,472	20,922	21,535	23,038	23,630

Вывод

Предложено такое управление ползающим роботом с восемью степенями свободы, которое, как и для исследованной в [10] модели робота с пятью степенями свободы, обеспечивает:

монотонный рост значений углов φ_{1i} и φ_{3i} с течением времени;

сохранение значений углов ψ_i близкими к 120°;

устойчивое выведение точки D в начало координат;

поддержание постоянного соприкосновения двузвенников с поверхностью трубы.

Следует отметить, однако, что для робота с восемью степенями свободы подбор подходящих значений параметров управления был существенно более трудоемким (по сравнению с рассмотренной в [10] моделью робота), для этого потребовалось выполнить много вычислительных экспериментов.

Литература

1. **Черноусько Ф.Л.** Движение многозвенника по горизонтальной плоскости // ПММ. 2000. Т. 64. Вып. 1. С. 8—18.
2. **Добролюбов А.И.** Бегущие волны деформации. — Минск: Наука и техника, 1987.
3. **Hirose S.** Biologically Inspired Robots: Snake-Like Locomotors and Manipulators. — Oxford: Oxford Univ. Press, 1993.
4. **Мобильные** механические системы, перемещающиеся по произвольно ориентированным в пространстве поверхностям / В. Вешников, В. Градецкий, С. Калиниченко и др. — М.: Ин-т прикл. механики РАН, 1994. Препринт № 537.
5. **Ostrowski J., Burdick J.** Gait Kinematics for a Serpentine Robot // Proc. IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation. Minneapolis, 1996. N.Y.: 1996. P. 1294—1299.
6. **Ишлинский А.Ю.** О некоторых проблемах механики // Наука и человечество: междунар. ежегодник. — М.: Наука, 1985. С. 303—325.
7. **Мартыненко Ю.Г., Осадченко Н.В.** Движение шарнирного двузвенника по гладкому эллипсу // Тр. конф. по теории колебаний и управлению. — М.: МГУ, 2000. С. 98—99.
8. **Мартыненко Ю.Г., Осадченко Н.В.** Движение шарнирного двухзвенника по гладкой кривой переменной кривизны // Вестник МЭИ. 2001. № 3. С. 14—18.
9. **Абдельрахман А.М.** Моделирование управляемого движения ползающего робота // Вестник ТулГУ. Сер. Актуальные вопросы математики и механики. 2007. Вып. 3. С. 217—224.
10. **Осадченко Н.В., Абдельрахман А.М.З.** Компьютерное моделирование движения мобильного ползающего робота // Вестник МЭИ. 2008. № 5. С. 131—136.
11. **Дьяконов В.П.** Maple 8 в математике, физике и образовании. — М.: СОЛОН-Пресс, 2003.
12. **Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В.** Решение задач математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9. — М.: НТ Пресс, 2006.
13. **Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г.** Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежёсткие задачи. — М.: Мир, 1990.

Статья поступила в редакцию 24.07.09.