

ВНУТРЕННИЕ ПЕРЕХОДНЫЕ СЛОИ В УРАВНЕНИЯХ РЕАКЦИЯ-ДИФфуЗИЯ В СЛУЧАЕ СЛАБОГО РАЗРЫВА РЕАКЦИИ

Никулин Е.И.¹, Волков В.Т.², Карманов Д.А.³

МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики
e-mail: 1) nikulin@physics.msu.ru, 2) volkovvt@mail.ru, 3) denchik10077@bk.ru

Рассматривается краевая задача для нелинейного сингулярно возмущенного уравнения реакция-диффузия в критическом случае при наличии слабого разрыва реактивного слагаемого. Под слабым разрывом понимается асимптотически малый разрыв первого рода (в первом порядке по отношению к малому параметру).

Задачи указанного типа выступают в качестве математических моделей, раскрывающих основные механизмы, определяющие поведение более сложных физических систем. В частности, хорошо известная система ФитцХью-Нагумо в стационарном случае, а также система уравнений дрейфово-диффузионной модели полупроводника с N-образной зависимостью скорости дрейфа от напряженности электрического поля могут быть сведены к рассматриваемой задаче.

Решения нелинейных параболических уравнений с малыми параметрами при производных могут содержать узкие области быстрого изменения параметров: пограничные или внутренние переходные слои (контрастные структуры) различных типов – стационарные или движущиеся фронты [1]. Причиной образования переходных слоев в сингулярно возмущенных моделях реакции-диффузии-адвекции может быть выполнение либо условия баланса реакции в некоторой точке или на некоторой кривой, лежащей в области рассмотрения, либо баланса адвекции, а также разрыв коэффициентов по пространственной координате [2]. В данной работе рассматривается критический случай: условие баланса реакции выполняется тождественно, т.е. в любой точке рассматриваемой области.

Исследована структура внутреннего переходного слоя и показано, что в случае сбалансированной реакции наличие даже слабого (асимптотически малого) разрыва реакции может привести к образованию нескольких контрастных структур конечного размера, как устойчивых, так и неустойчивых.

Сформулированы условия, при которых существуют решения вида контрастной структуры. Показана возможность существования нескольких решений указанного типа с внутренними переходными слоями, локализованными в узкой окрестности точки разрыва реакции; исследован вопрос об их устойчивости и построено асимптотическое приближение по малому параметру. Сформулированы достаточные условия, определяющие либо асимптотическую устойчивость по Ляпунову, либо неустойчивость каждого такого решения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 23-11-00069).

Литература

1. Нефедов Н.Н. Развитие методов асимптотического анализа переходных слоев в уравнениях реакция-диффузия-адвекция: теория и применение // ЖВМ и МФ (2021) 61, №12, с. 2074–2094.
2. Nefedov N.N., Nikulin E.I., Orlov A.O. Contrast structures in the R-D-A problem in the case of a weak reaction discontinuity // Russ. J. of Math. Phys. (2022) 29, №1, p. 81–90.
3. Волков В.Т., Нефедов Н.Н. Развитие асимптотического метода дифференциальных неравенств для исследования периодических контрастных структур // ЖВМ и МФ (2006) 46, № 4, с. 614–622.