Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

Определение ориентации и демонстрация работы инерциально-измерительного блока

Курсовая работа

Научные руководители:	Голован Андрей Андреевич
	Козлов Александр Владимирович
Автор:	Баранцев Глеб Олегович
Группа:	421
Факультет:	Механико-математический
Кафедра:	Прикладной механики и управления
Лаборатория:	Управления и навигации

21 апреля 2016г.

Содержание

1 Введение **2**

2 Обозначения и системы координат **3**

3 Задача начальной выставки **5**

4 Задача определения ориентации **6**
4.1 Пример определения углов ориентации 7
4.1.1 Пример нарастания погрешности 8

5 «Датчик движения» **9**
5.1 Центральная предельная теорема 9
5.2 Критерии начала движения 9
5.2.1 Норма показаний ньютонометров 9
5.2.2 Норма показаний датчиков угловой скорости (ДУС) 10
5.2.3 Скалярное произведение 10
5.2.4 Угловой интеграл 11
5.2.5 Скоростной интеграл 12
5.3 Пример срабатывания критериев на данных АИСТ-350 13
5.4 Движения блока, нерегистрируемые «датчиком движения» 15

6 Выводы **16**

7 Приложение 1 **17**
7.1 Определение углов истинного курса, крена, тангажа по элементам кватерниона конечного поворота 17

8 Приложение 2 **18**

Список литературы **19**

1 Введение

Для решения задачи определения ориентации инерциально-измерительного блока необходимо решить три подзадачи.
Первая подзадача — начальная выставка. Она состоит в определения начальной ориентации блока при помощи показаний инерциальных датчиков. Начальная выставка требует некоторого времени, в течение которого блок должен оставаться неподвижным.
Вторая подзадача — определение ориентации в движении. По измерениям датчиков угловой скорости определяется изменение параметров ориентации блока в пространстве.
Третья подзадача — определение момента начала движения, то есть построение «датчика движения». Она состоит в определении критериев на основе показаний инерциальных датчиков, по которым можно судить о том, что блок пришел в движение.
В настоящей работе описаны алогритмы начальной выставки, определения ориентации и разработаны алгоритмы «датчика движения».
Создание «датчика движения» позволяет осуществить переход от режима выставки к режиму навигации автоматически.

2 Обозначения и системы координат

Географический трехгранник Me, где

- Ось Me_1 лежит в плоскости местного горизонта и направлена на Север;
- Ось Me_3 лежит в плоскости местного горизонта и направлена на Восток;
- Ось Me_2 направлена по географической вертикали вверх.

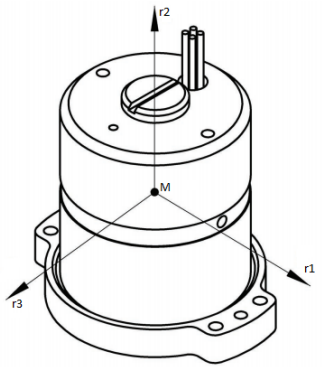

Рис. 1: Внешний вид инерциально-измерительного блока АИСТ-350.

Связаная с инерциально-измерительным блоком система координат Mr:

- Ось Mr_2 направлена по оси симметрии блока;
- Оси Mr_1,Mr_3 расположены в плоскости, перпендикулярной оси Mr_1.

Поворот системы координат Mx вокруг i-й оси на угол α обозначается:

$$Mx \quad \underset{i}{\overset{\alpha}{\longrightarrow}} \quad My.$$

Углы курса (ψ), тангажа (ϑ) и крена (γ) определяются переходами:

$$Me \quad \underset{2}{\overset{+\psi}{\longrightarrow}} \quad \underset{3}{\overset{\vartheta}{\longrightarrow}} \quad \underset{1}{\overset{\gamma}{\longrightarrow}} \quad Mr.$$

Обозначения:

- V_x - три координаты вектора $\vec{V}$ в осях Mx
  Матрица перехода от системы Me к системе Mr обозначается L, вектор V_r выражается через вектор V_e,как $V_r = L \cdot V_e$.
  Матрица L выражается через углы курса, тангажа и крена

$$L = \begin{pmatrix} \cos\psi\cos\vartheta & \sin\vartheta & -\sin\psi\cos\vartheta \\ \sin\psi\sin\gamma - \cos\psi\sin\vartheta\cos\gamma & \cos\vartheta\cos\gamma & \cos\psi\sin\gamma + \sin\psi\sin\vartheta\cos\gamma \\ \sin\psi\cos\gamma + \cos\psi\sin\vartheta\sin\gamma & -\cos\vartheta\sin\gamma & \cos\psi\cos\gamma - \sin\psi\sin\vartheta\sin\gamma \end{pmatrix}, \quad (1)$$

- $||V|| = \sqrt{\sum_{i=0}^{3} V_i^2}$ - норма тройки чисел V;
- V' - измеряемая величина.
- $\tilde{V}$ -осредненная величина.
- Модель силы тяжести $g = 9.780327$ м/с.

Операции с кватернионами:

- I = [1 0 0 0] - единичный кватернион;
- Переходу от трехгранника Ox к трехграннику Oy, путем поворота на угол δ вокруг оси v с направляющими косинусами m_1, m_2, m_3 (m_i – косинус угла между осью $\bar{m}$ и ортом $O\bar{x}_i$), ставятся в соответствие 4 числа - кватернион q=$[q_0\ q_1\ q_2\ q_3]$:

$$q_0 = \cos\frac{\delta}{2}, \quad q_1 = m_1 \sin\frac{\delta}{2}, \quad q_2 = m_2 \sin\frac{\delta}{2}, \quad q_3 = m_3 \sin\frac{\delta}{2}.$$

  Переходу от трехгранника Me к трехграннику Mr ставится в соответствие кватерноин Q:

$$Q = \begin{pmatrix} \cos\frac{\psi}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\gamma}{2} + \sin\frac{\psi}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\gamma}{2} \\ -\cos\frac{\psi}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\gamma}{2} - \sin\frac{\psi}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\gamma}{2} \\ -\cos\frac{\psi}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\gamma}{2} + \sin\frac{\psi}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\gamma}{2} \\ \sin\frac{\psi}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\gamma}{2} - \cos\frac{\psi}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\gamma}{2} \end{pmatrix}, \tag{2}$$

- Произведение кватернионов обозначается символом $\otimes$.
  Для кватернионов p = $[p_0\ p_1\ p_2\ p_3]$ и q = $[q_0\ q_1\ q_2\ q_3]$ кватернион $r = p \otimes q$ имеет компоненты:

$$\begin{aligned} r_0 &= p_0q_0 - p_1q_1 - p_2q_2 - p_3q_3 \\ r_1 &= q_0p_1 + p_0q_1 - p_3q_2 + p_2q_3 \\ r_2 &= q_0p_2 + p_0q_2 + p_3q_1 - p_1q_3 \\ r_3 &= q_0p_3 + p_0q_3 - p_2q_1 + p_1q_2. \end{aligned}$$

- Нормирование кватерниона p. Компоненты нормированного кварниона p^* вычисляются по формуле:

$$p_i^* = \frac{p_i}{\sqrt{\sum_{j=0}^{4} p_i^2}}$$

3 Задача начальной выставки

Начальная выставка заключается в определении начальной ориентации инерциально измерительного блока относительно опорной системы координат. В качестве опорной системы координат используется географический трёхгранник Me. Во время начальной выставки вычисляются систематические аддитивные составляющие погрешностей показаний гироскопов, а именно средние значения их показаний $\tilde{\omega}_{al}$.
Пусть f'_r - столбец измерений акселерометров, то есть компоненты удельной (на единицу массы) силы реакции, действующей на блок.
Тогда, так как блок неподвижен,
$f'_r = -L \cdot g_e$, где
g_e - вектор ускорения свободного падения.
Начальные значения $\gamma(0)$, $\theta(0)$ углов крена и тангажа определяются по осредненным значениям акселерометров с помощью матрицы перехода (1). Угол курса $\psi(0)$ полагается равным нулю.

$$\begin{pmatrix} \tilde{f}'_{r_1} \\ \tilde{f}'_{r_2} \\ \tilde{f}'_{r_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta(0) & \sin\vartheta(0) & 0 \\ -\sin\vartheta(0)\cos\gamma(0) & \cos\vartheta(0)\cos\gamma(0) & \sin\gamma(0) \\ \sin\vartheta(0)\sin\gamma(0) & -\cos\vartheta(0)\sin\gamma(0) & \cos\gamma(0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ g \\ 0 \end{pmatrix} =>$$

$$=> \begin{pmatrix} \tilde{f}'_{r_1} \\ \tilde{f}'_{r_2} \\ \tilde{f}'_{r_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g \cdot \sin\vartheta(0) \\ g \cdot \cos\vartheta(0)\cos\gamma(0) \\ -g \cdot \cos\vartheta(0)\sin\gamma(0) \end{pmatrix}$$

Тогда,

$$\theta(0) = \mathrm{arctg}\frac{\tilde{f}'_{r_1}}{\sqrt{(\tilde{f}'_{r_2})^2 + (\tilde{f}'_{r_3})^2}}$$

$$\gamma(0) = \mathrm{arctg}\frac{\tilde{f}'_{r_3}}{\tilde{f}'_{r_2}}$$

Затем, в соответствии с (2), строится начальный кватернион ориентации:

$$Q_{al} = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta(0)}{2}\cos\frac{\gamma(0)}{2} \\ -\cos\frac{\theta(0)}{2}\sin\frac{\gamma(0)}{2} \\ -\sin\frac{\theta(0)}{2}\sin\frac{\gamma(0)}{2} \\ -\sin\frac{\theta(0)}{2}\cos\frac{\gamma(0)}{2} \end{pmatrix}, \qquad . \tag{3}$$

4 Задача определения ориентации

Для определения ориентации во время движения решается кинематическое уравнение Пуассона в кватернионах:

$$\begin{cases} \dot{Q}_k = \frac{1}{2} Q_{k-1} \otimes S \\ Q_0 = Q_{al} \end{cases}$$

Где
Q_k - кватернион ориентации.
$S_\omega = [0\ \omega_{r1}\ \omega_{r2}\ \omega_{r3}]$ - кватернион показаний гироскопов.
Из данных гироскопов на этапе определения ориентации вычитаются полученные на этапе начальной выставки оценки систематических погрешностей $\tilde{\omega}_{al}$.
Численное интегрирование кинематического уравнения Пуассона:

1. Начальное значение Q_0 кватерниона конечного поворота определяется формулой (3).

2. На интервале $[t_k, t_{k+1}]$, $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$ определяются компоненты кватерниона $q(k) = [q_0\ q_1\ q_2\ q_3]$ малого поворота.

$$\begin{aligned} q_0 &\simeq 1, \\ q_1 &\simeq \frac{\Delta t(k)}{2} \omega_1(k), \\ q_2 &\simeq \frac{\Delta t(k)}{2} \omega_2(k), \\ q_3 &\simeq \frac{\Delta t(k)}{2} \omega_3(k). \end{aligned}$$

   $\omega_1(k)$, $\omega_2(k)$, $\omega_3(k)$ - на интервале $[t_k, t_{k+1}]$ средние значения компонент вектора абсолютной угловой скорости ω трехгранника Mr в связаных осях.

3. Кватернион поворота относительно начального положения $Q^*(k+1)$ является композицией кватернионов малого поворота:

$$Q^*(k+1) = q(1) \otimes q(2) \ldots \otimes q(k),$$

4. Затем учитывается начальная ориентация инерциально-измерительного блока

$$Q(k+1) = Q_0 \otimes Q^*(k+1),$$

На каждом этапе все кватернионы нормируется. При необходимости, с помощью значений компонент кватерниона $Q(k+1)$, его связи с матрицей ориентации L и обратных тригонометрических функций, определяются значения углов курса, крена, тангажа (Приложение 1).

4.1 Пример определения углов ориентации

Углы ориентации определяютя по данным АИСТ-350 (Приложение 2). Пропущено первые 25 секунд данных из-за движений в начале записи. Этап начальной выставки длится 10 секунд, далее инерциально-измерительный блок переходит в режим навигации.

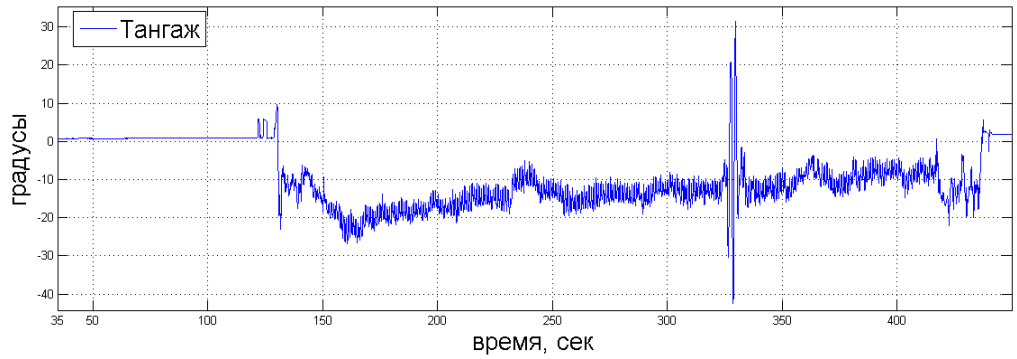

Рис. 2: Изменение тангажа.

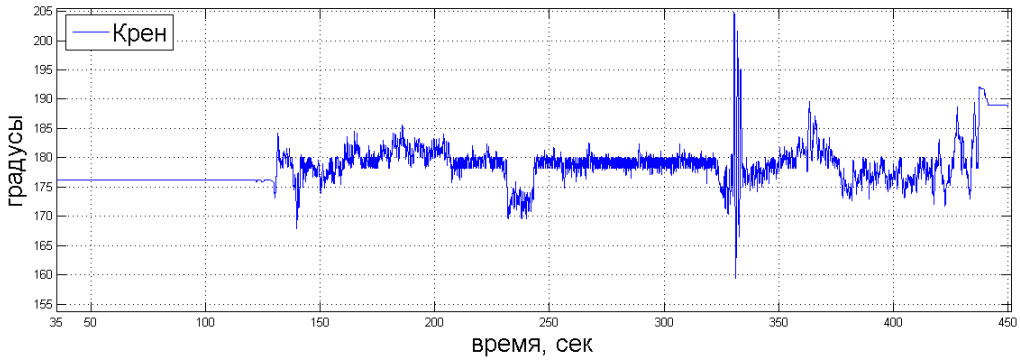

Рис. 3: Изменение крена.

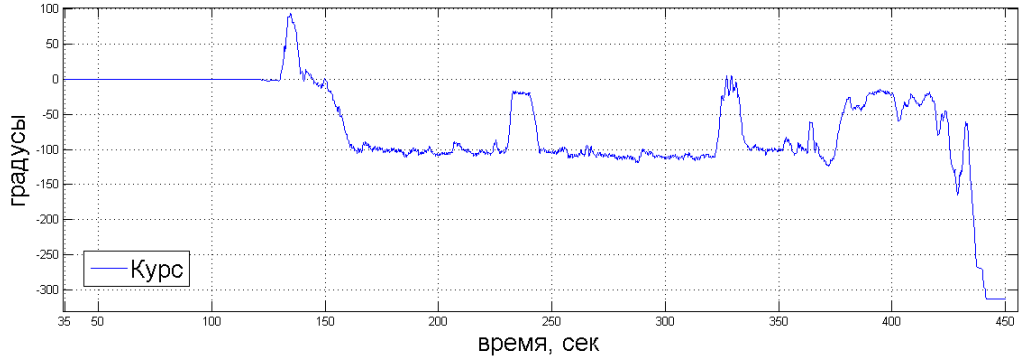

Рис. 4: Изменение курса.

4.1.1 Пример нарастания погрешности

Инерциально-измерительный блок неподвижен и находится в режиме определения ориентации. На графиках изображен «уход» углов от значений, вычисленных на этапе начальной выставки.

Рис. 5: «Уход» тангажа.

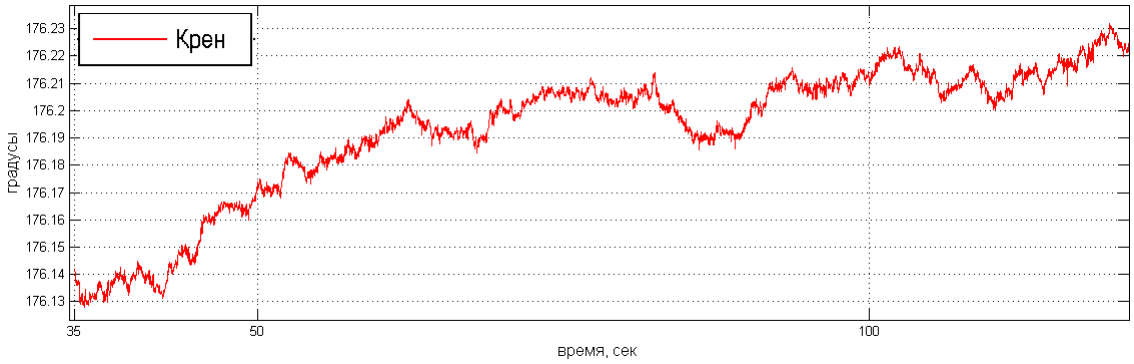

Рис. 6: «Уход» крена.

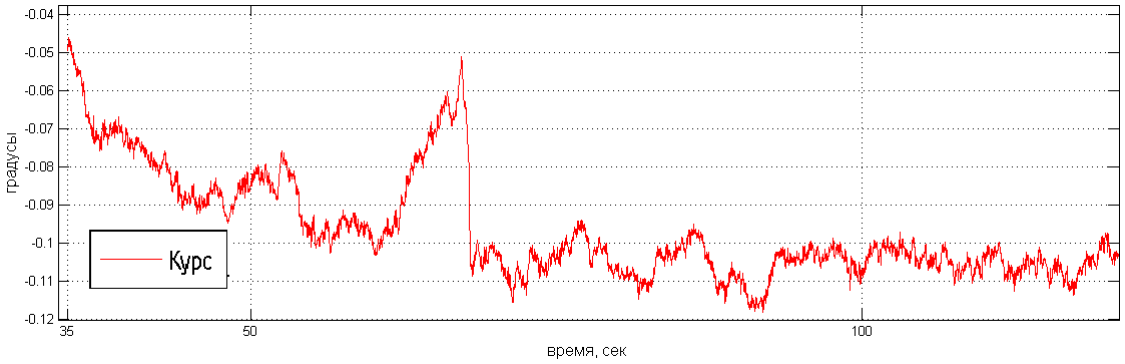

Рис. 7: «Уход» курса.

5 «Датчик движения»

Задача «датчика движения» состоит в определении момента начала движения инерциально-измерительного блока, когда он находится в режиме начальной выставки. После того, как «датчик движения» сработал (зафиксировал момент начала движения), автоматически осуществляется переход к режиму определения ориентации. Преимуществом такого перехода является то, что время начальной выставки не фиксируется, она продолжается до момента начала движения.

«Датчик движения» представляет собой набор критериев на основе показаний инерциальных датчиков блока.

5.1 Центральная предельная теорема

Пусть $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_N, ...$ последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин, имеющих конечное математическое ожидание μ и дисперсию σ.
Пусть $S_N = \sum_{i=0}^{N} \xi_i$, тогда
$\frac{S_N - \mu N}{\sigma\sqrt{N}} \to N(0,1), n \to \infty$,
где N(0,1) - нормальное распределение.

5.2 Критерии начала движения

Выбор критериев и порогов их срабатывания основывается на допустимых ошибках и погрешностях исходных данных, модели силы тяжести. Приведенные далее погрешности и модель считаются допустимыми в следствие их слабого влияния на точность начальной выставки и определения углов ориентации. Приведенные ниже критерии являются инвариантами относительно поворотов системы координат, и потому не зависят от точности определения ориентации. Считается, что блок пришел в движение при срабатывании хотя бы одного из перечисленных ниже критериев.

5.2.1 Норма показаний ньютонометров

Если инерциально-измерительный блок неподвижен, то норма показаний ньютонометров должна оставаться постоянной. Данный критерий определяется допустимой ошибкой показаний акселерометров.
$\xi = ||f_i||$ - независимые одинаково распределенные случайные величины (i-нормер измерения).
В силу центральной предельной теоремы, для среднеквадратичного отклонения случайной величины $\eta = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N} ||f_i||$ выполняется
$\sigma_\eta \approx \frac{\sigma_\xi}{\sqrt{N}}$
Допустимая ошибка отклонения от среднего считается равной 0.01 градус, тогда
$\sigma_\eta < 0.01 => \frac{\sigma_\xi}{\sqrt{N}} < 0.01 => \frac{||\Delta f||}{\sqrt{N}\frac{\pi}{180}||f||} < 0.01$
Длительность обязательной начальной выставки 10сек, частота съема данных 250 герц, $||f|| \approx 10$.

$||\Delta f||$ - отклонения нормы показаний акселерометров от среднего. Оценка данной величины:
$||\Delta f|| < 0.01 \cdot \frac{\pi}{180} \cdot \sqrt{10 \cdot 250} \cdot 10 \approx 0.1$ м/c^2

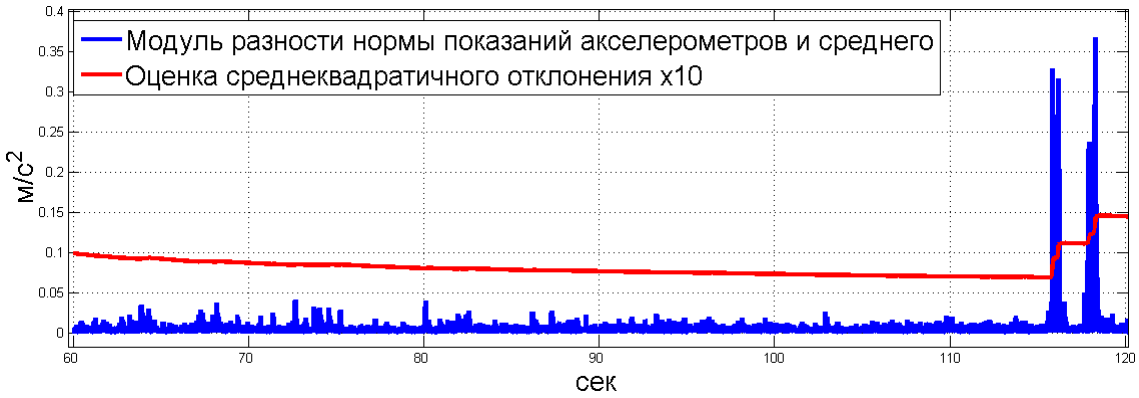

Рис. 8: Выбор оценки нормы ньютонометров.

На графике, построенном по данным АИСТ [Приложение 2], видно, что оценка в $10 \cdot \widetilde{\sigma}_{||f||}$ удовлетворяет заданной точности.
Формулировка критерия:
$|\,||f|| - \widetilde{\mu}_{||f||}| > 10 * \widetilde{\sigma}_{||f||}$
$\widetilde{\mu}_{||f||} = \frac{1}{N} * \sum_{i=0}^{N} ||f_i||$ - средняя норма показаний ньютонометров.
$\widetilde{\sigma}_{||f||} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}(||f|| - \widetilde{\mu}_{||f||})^2}$ - оценка среднеквадратичного отклонения с текущим средним.

5.2.2 Норма показаний датчиков угловой скорости (ДУС)

Если инерциально-измерительный блок неподвижен, то норма показаний ДУС должна оставаться нулевой после компенсации оценок систематических погрешностей на выставке. Данный критерий определяется допустимой ошибкой определения изменения углов ориентации. Вывод формул аналогичен предыдущему критерию.
$\frac{||\Delta\omega||}{\sqrt{N}} < 5 \cdot 10^{-4}$ град/сек $\Rightarrow ||\Delta\omega|| < 0.025$ град/сек

На Рис. 8, построенном по данным АИСТ [Приложение 2], видно, что оценка в $20 \cdot \widetilde{\sigma}_{||f||}$ удовлетворяет заданной точности.
Формулировка критерия:
$|\,||\omega|| - \widetilde{\mu}_{||\omega||}| > 20 * \widetilde{\sigma}_{||\omega||}$
$\widetilde{\mu}_{||\omega||} = \frac{1}{N} * \sum_{i=0}^{N} ||\omega_i||$ - средняя норма показаний гироскопов.
$\widetilde{\sigma}_{||\omega||} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}(||\omega_i|| - \widetilde{\mu}_{||\omega||})^2}$ - оценка среднеквадратичного отклонения с текущим средним.

5.2.3 Скалярное произведение

Если инерциально-измерительный блок неподвижен, то скалярное произведение показаний ДУС и ньютонометров должно оставаться постоянной. Критерий

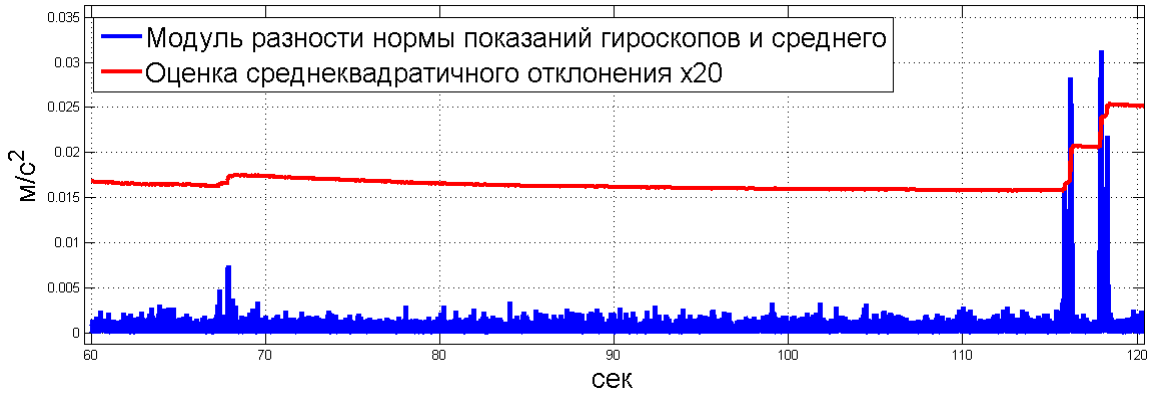

Рис. 9: Выбор оценки нормы ДУС.

введен в дополнение к предыдущим.
Формулировка критерия:
$|\,\|f \cdot \omega\| - \widetilde{\mu}_{||f\cdot\omega||}| > 10 * \widetilde{\sigma}_{||f\cdot\omega||}$

Обозначения в формуле аналогичны предыдущему критерию. Порог его срабатывания выбран в соответствии с приведенным экспериментом:

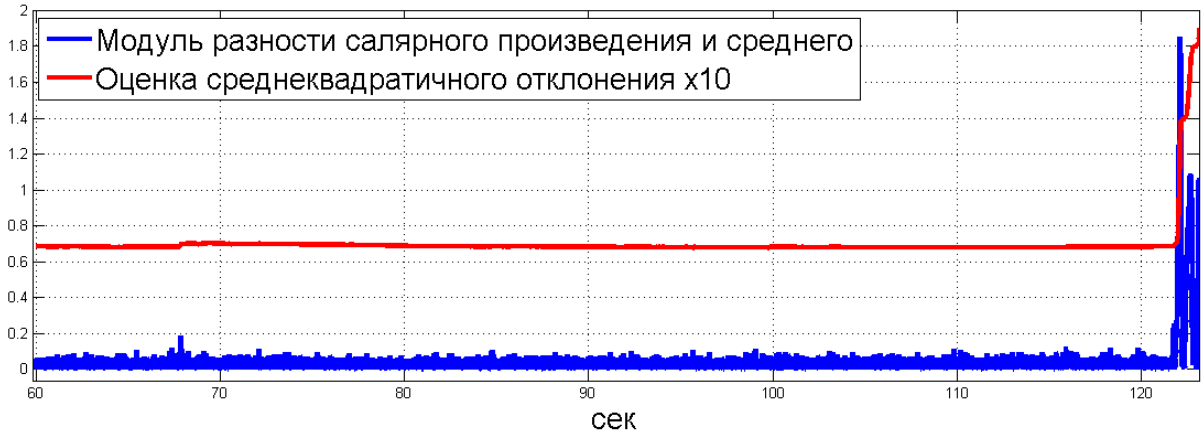

Рис. 10: Выбор оценки скалярного произведения.

С выбранной оценкой в $10 * \widetilde{\sigma}_{||f\cdot\omega||}$ критерий срабатывает после начала движения, с некоторым опозданием.

5.2.4 Угловой интеграл

Если инерциально-измерительный блок неподвижен, то, после компенсации оценок систематических погрешностей, показания гироскопов должны быть нулевыми. Значит норма интеграла от показаний ДУС должна оставаться нулевой. Данный критерий определяется допустимым изменением и погрешностью вычисления углов ориентации.
$\left\| \int_{t-0.1}^{t} (\omega - \tilde{\omega_{al}}) d\tau \right\| > 0.01$ радиан

ω - вектор показаний гироскопов в момент $\tau \in [t - 0.1; t]$.
Число 0.01 в правой части неравенства было подобрано экпериментально.

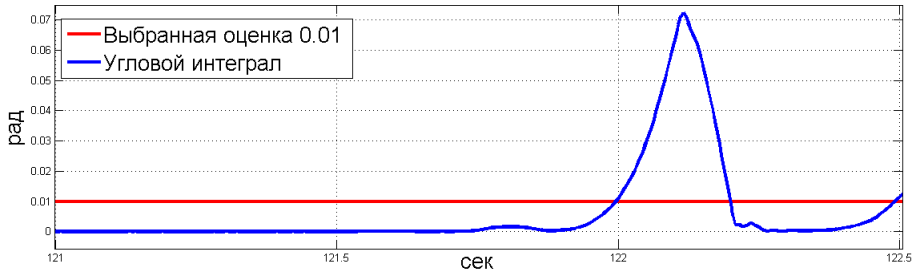

Рис. 11: Выбор оценки углового интеграла.

С выбранной оценкой в 0.01 радиан критерий срабатывает после начала движения, с опозданием в 0.1 секунду.

5.2.5 Скоростной интеграл

Если инерциально-измерительный блок неподвижен, то ньютонометры показывают силу реакции опоры в связанных осях. Значит норма интеграла от разности спроектированного на географические оси вектора показаний ньютонометров и модели силы тяжести в этих же осях должна оставаться постоянной. Данный критерий определяется допустимой ошибкой определения скорости блока.

$$\left\| \int_{t-\tau}^{t} \left(L^T(t-\tau) * \begin{pmatrix} f_x(t) \\ f_y(t) \\ f_z(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ g \\ 0 \end{pmatrix} \right) dt \right\| > 0.02 \text{ м/с}$$

$L^T(t-\tau)$ - матрица обратного перехода от связаной системы координат к географической.
$f_x(t), f_y(t), f_z(t)$ - показания акселерометров.
Время $\tau = 0.1$ секунда.

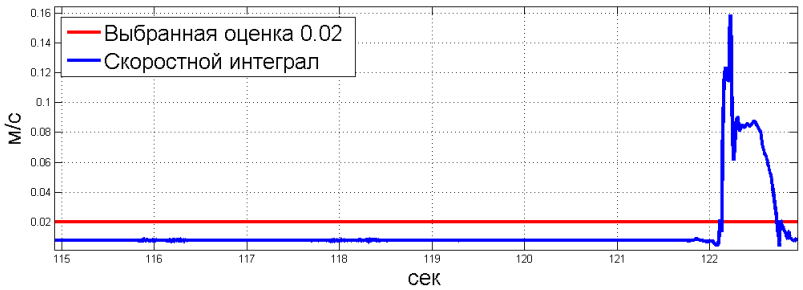

Рис. 12: Выбор оценки скоростного интеграла.

С выбранной оценкой в 0.02 м/с критерий срабатывает после начала движения, с опозданием в 0.1 секунду.

5.3 Пример срабатывания критериев на данных АИСТ-350

Данные с ИИБ АИСТ-350 приведены в Приложении 2.
Пропущено первые 25 секунд данных из-за движений в начале записи. Этап начальной выставки длится фиксированные 10 секунд, далее блок переходит в режим навигации. Определяются углы тангажа, крена и курса.

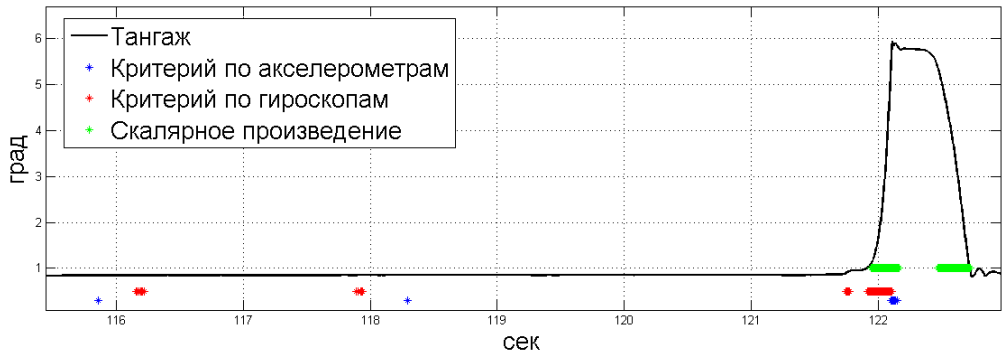

Рис. 13: Тангаж, критерии 5.2.1-5.2.3.

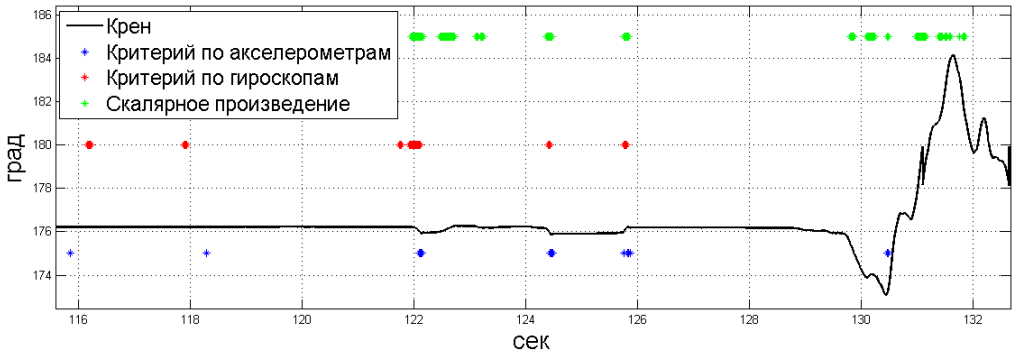

Рис. 14: Крен, критерии 5.2.1-5.2.3.

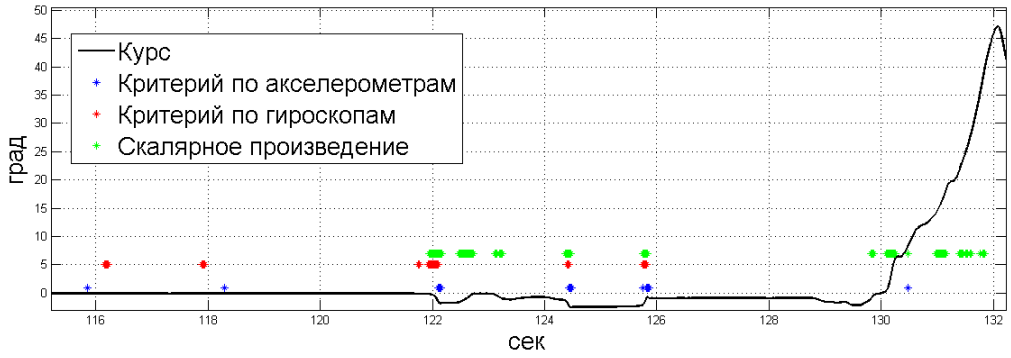

Рис. 15: Курс, критерии 5.2.1-5.2.3.

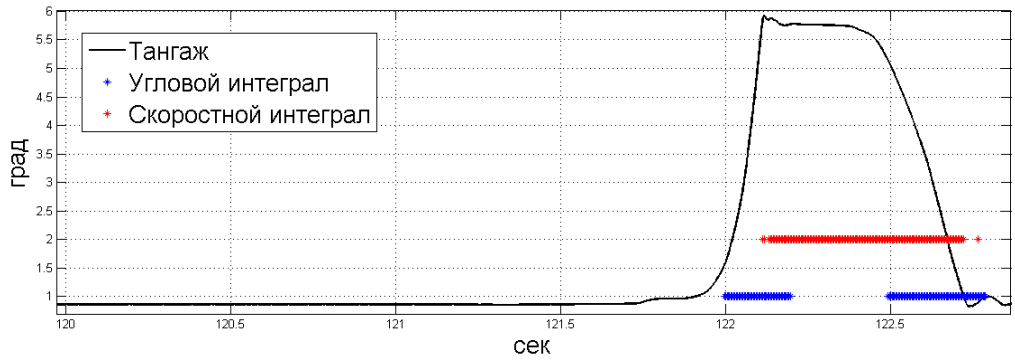

Рис. 16: Тангаж, критерии 5.2.4,5.2.5.

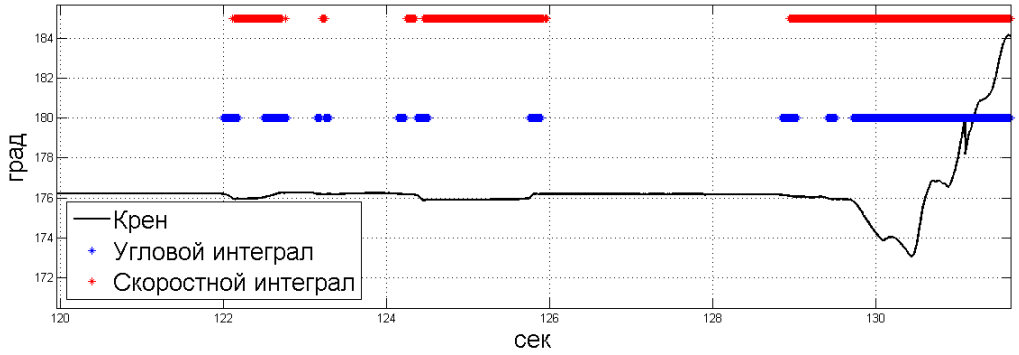

Рис. 17: Крен, критерии 5.2.4,5.2.5.

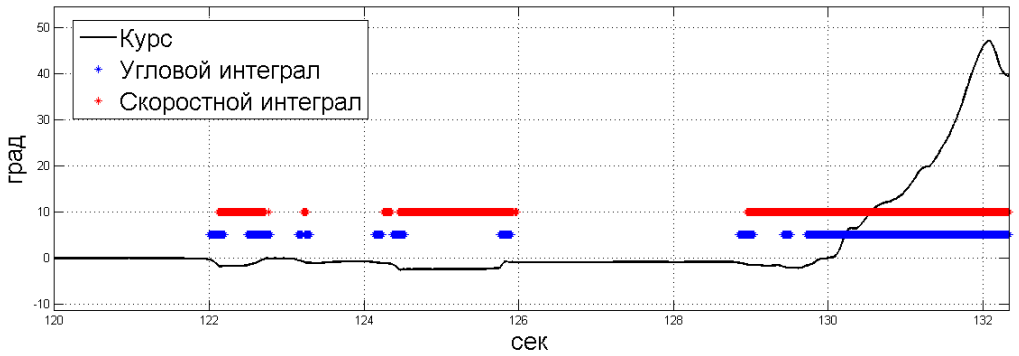

Рис. 18: Курс, критерии 5.2.4,5.2.5.

5.4 Движения блока, нерегистрируемые «датчиком движения»

Возможна ситуация, когда при фактическом наличии движения «датчик движения» не срабатывает. Для этого должны быть выполнены все следующие условия:

- $||\Delta f|| < 0.1$ м/c^2 - погрешность ускорения (Критерий 5.1.1)
- $||\Delta \omega|| < 0.025$ град/сек - погрешность угловой скорости (Критерий 5.1.2)
- $||\Delta \phi|| < 0.01$ град - изменение углов (Критерий 5.1.4)
- $||\Delta V|| < 0.02$ м/с - изменение скорости движения блока. (Критерий 5.1.5)

Приведенные движения не создают помех для начальной выставки.

Примеры подобного движения:

- Скольжение по наклонной плоскости с ускорением и малым вращением.
  Ограничение на вращение вокруг вертикальной оси: $|\Delta \omega_{r2}| < 0.025$ град/сек.
- Движение в ускоряющемся лифте без вращения.
  Модуль удельной силы по вертикали уменьшится и дополнительное движение в горизонтальной плоскости не повлечет срабатывание «датчика движения».

Приведенные движения в реальности маловероятны, ввиду сложности их реализации с указанными параметрами вращения и ускорения.

6 Выводы

- Изучены и запограммированы алгоритмы начальной выставки и навигации для инерциально-измерительного блока.

- Разработаны критерии для «датчика движения», выбраны пороги их срабатывания.

- Описаны движения, которые не регистрирует «датчик движения».

7 Приложение 1

7.1 Определение углов истинного курса, крена, тангажа по элементам кватерниона конечного поворота

Выражение компонент обратной матрицы ориентации L^T через компоненты кватерниона конечного поворота Q:

$$L^T = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2q_0^2 + 2q_1^2 - 1 & 2q_1q_2 + 2q_0q_3 & 2q_1q_3 - 2q_0q_2 \\ 2q_1q_2 - 2q_0q_3 & 2q_0^2 + 2q_2^2 - 1 & 2q_2q_3 + 2q_0q_1 \\ 2q_1q_3 + 2q_0q_2 & 2q_2q_3 - 2q_0q_1 & 2q_0^2 + 2q_3^2 - 1 \end{pmatrix}.$$

1. Определение угла тангажа θ. Используется элемент l_{12} матрицы L.

$$\begin{aligned} l_{12} &= 2(q_1q_2 + q_0q_3) = \sin\vartheta, \\ \theta &= \operatorname{arctg}\frac{l_{12}}{\sqrt{1 - l_{12}^2}} \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned}$$

2. Определение угла крена γ. Используется элементы l_{23}, l_{22} матрицы L.

$$\begin{aligned} l_{22} &= 2(q_0^2 + q_2^2 - 1) = \cos\theta\cos\gamma, \\ l_{23} &= 2(q_2q_3 - q_0q_1) = -\cos\theta\sin\gamma. \end{aligned}$$

Далее осуществляется деление этих элементов на величину $\cos\theta$ и:

$$\begin{aligned} l_{22}^* &= \frac{l_{22}}{\cos\theta}, \quad l_{23}^* = \frac{l_{23}}{\cos\theta}, \\ \gamma &= \operatorname{arctg}\frac{-l_{23}^*}{l_{22}^*} \in [-\pi, \pi]. \end{aligned}$$

3. Определение угла курса ψ. Используется элементы l_{11}, l_{13} матрицы L.

$$\begin{aligned} l_{11} &= 2(q_0^2 + q_1^2 - 1) = \cos\psi\cos\gamma, \\ l_{13} &= 2(q_1q_3 - q_0q_2) = -\sin\psi\sin\gamma. \end{aligned}$$

Далее осуществляется деление этих элементов на величину $\cos\theta$ и:

$$\begin{aligned} l_{11}^* &= \frac{l_{11}}{\cos\theta}, \quad l_{13}^* = \frac{l_{13}}{\cos\theta}, \\ \psi &= \operatorname{arctg}\frac{-l_{13}^*}{l_{11}^*} \in [0, 2\pi]. \end{aligned}$$

8 Приложение 2

Частота измерений 250 герц.

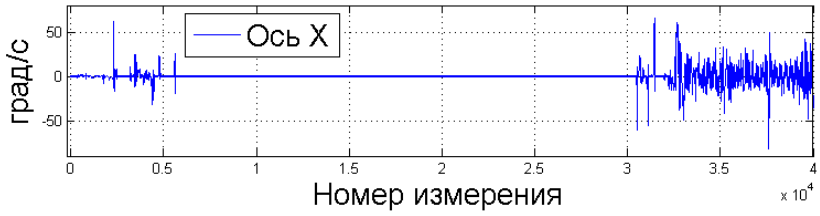

Рис. 19: Данные гироскопа по оси Ox

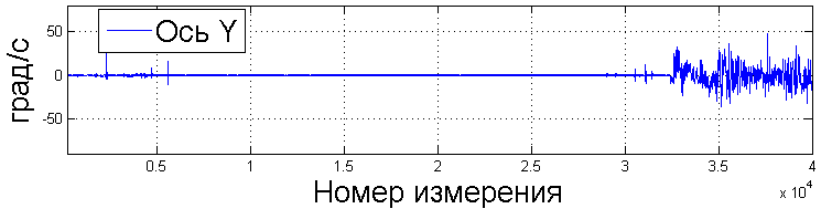

Рис. 20: Данные гироскопа по оси Oy

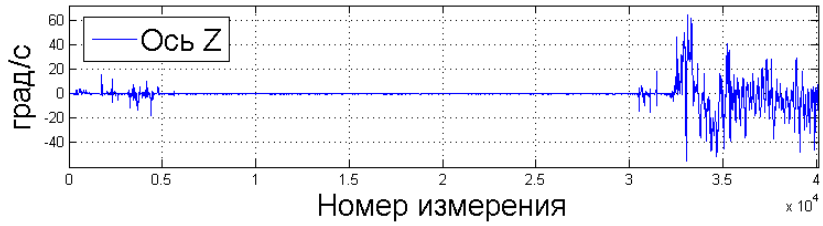

Рис. 21: Данные гироскопа по оси Oz

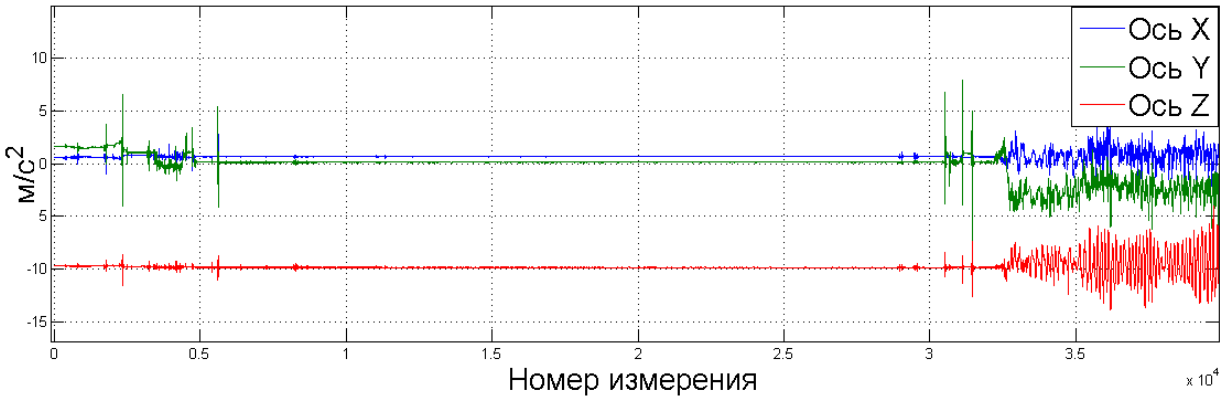

Рис. 21: Показания ньютонометров

Список литературы

[1] Определение углов ориентации модели ГНПП Регион, 10 апреля 2014 г.

[2] Техническое описание и руководство по эксплуатации инерциально-измерительного блока АИСТ-350.

[3] Фадеева Л. Н., Лебедев А. В. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Моск. Рид Групп, 2011. — 496 с. — (Национальное экономичекое образование).