

Влияние широтного изменения параметра Кориолиса на длинные вынужденные внутренние волны

В приближении теории длинных волн изучается влияние широтного изменения параметра Кориолиса на волновое движение двухслойной жидкости в зональном канале переменной глубины. Волны вызываются периодическими движущимися вдоль канала возмущениями атмосферного давления, амплитуда которых затухает с удалением от одного из берегов канала. Рельеф дна моделируется в виде подводного желоба с впадиной под осью канала.

ВОЛНОВОЕ движение однородной жидкости в бесконечно длинном канале изучалось в работах [1-8, 13]. Внутренние волны в канале постоянной глубины и с уступом дна исследовались в [9], в канале с подводным хребтом - в [10, 11], с разломом дна - в [12].

В данной работе анализируется влияние широтного изменения параметра Кориолиса на вынужденное волновое движение двухслойной жидкости в зональном канале с ровным дном и с подводным желобом, расположенном вдоль оси канала.

1. Пусть двухслойная идеальная жидкость заполняет бесконечно длинный канал постоянной ширины $2b$. Глубина канала

$$H(y) = H_1 + H_2, \quad H_2 = H_0 h(y), \quad H_1 = \text{const}, \quad H_0 = \text{const} \quad (1)$$

переменная, но меняется только в поперечном направлении. Верхний слой жидкости имеет толщину H_1 и плотность ρ_1 , а нижний - толщину H_2 и плотность ρ_2 . Вдоль канала перемещаются периодические атмосферные давления

$$p = p_0 f(y) \cos(kx - \omega t), \quad (2)$$

амплитуда которых экспоненциально затухает с удалением от правого ($y = b$)

$$f(y) = \exp[m, (yb^{-1} - 1)] \quad (3)$$

или левого ($y = -b$)

$$f(y) = \exp[-m, (yb^{-1} + 1)] \quad (4)$$

берегов. В предположении линейной теории длинных волн

на основе уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial t} - \ell v_1 &= -\frac{\partial \zeta}{\partial x} g - \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial \rho}{\partial x}, & \frac{\partial v_1}{\partial t} + \ell u_1 &= -\frac{\partial \zeta_1}{\partial y} g - \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial \rho}{\partial y}, \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} - \ell v_2 &= -\frac{\partial}{\partial x} (\gamma \zeta_1 + \varepsilon \zeta_2) g - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial \rho}{\partial x}, \\ \frac{\partial v_2}{\partial t} + \ell u_2 &= -\frac{\partial}{\partial y} (\gamma \zeta_1 + \varepsilon \zeta_2) g - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial \rho}{\partial y}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\zeta_1 - \zeta_2) = -H_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right), \quad \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} = -H_2(y) \frac{\partial u_2}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} (H_2 v_2)$$

с граничными условиями

$$v_1 = v_2 = 0 \quad \text{при} \quad y = \pm \beta \quad (6)$$

проанализируем зависимость возникающего волнового движения от широтного изменения параметра Кориолиса $\ell(y)$. Здесь $\gamma = \rho_1 / \rho_2$; $\varepsilon = 1 - \gamma$; ζ_1, ζ_2 - возвышения свободной поверхности и поверхности раздела слоев; ось y перпендикулярна оси канала, ориентированной по оси x ; $u_{1,2}$ - продольная (по оси x), а $v_{1,2}$ - поперечная (по оси y) составляющие вектора скорости волнового возмущения; индекс 1 характеризует верхний слой, а индекс 2 - нижний.

Отыскивая периодические по времени t и продольной координате x решения системы (5), получим для определения $\zeta_{1,2}$ два обыкновенных дифференциальных уравнения второго порядка с переменными коэффициентами и соответствующими граничными условиями. Они имеют вид (4), (5) из [11]. Полученную задачу сведем к задаче Коши и решим численно методом Рунге-Кутты. При этом рассмотрим три случая зависимости параметра Кориолиса (ℓ) и Россби ($\ell' = \beta$) от широты φ , т.е. от y . Первый случай - приближение классической теории волн, когда полагают

$$\ell = 2\omega \sin \varphi_0, \quad \beta = 0.$$

Второй - приближение β -плоскости, состоящее в том, что и параметр Кориолиса и параметр Россби принимаются равными их средним значениям в рассматриваемой области, т.е.

$$\ell = 2\omega \sin \varphi_0, \quad \beta = 2\omega R^{-1} \cos \varphi_0.$$

Третий случай, когда

$$\ell(y) = 2\omega \sin(\varphi_0 + yR^{-1}), \quad \beta = 2\omega R^{-1} \cos(\varphi_0 + yR^{-1}).$$

Здесь φ_0 - широта, по которой проходит ось канала; R - радиус Земли. Расчёты проведем как при постоянной глубине бассейна ($H_2 = H_0$), так и для функции

$$h(y) = 1 + n \exp[-(my/\beta)^2],$$

моделирующей подводный желоб с впадиной под осью канала. Предположим, что $\beta = 5 \cdot 10^5$ м; $H_1 = 100$ м; $H_0 = 4 \cdot 10^3$ м; $\rho = 6,37 \cdot 10^6$ м; $2\omega = 1,458 \cdot 10^{-4}$ с⁻¹; $c = 10^{-2}$ м; $m = 10$; $m_1 = 25$;

$\rho_0 = 10^3$ Па. Ось канала расположим на широтах 0, 5, 10, 20, 40, 60°. Период колебаний $T = 2\pi/\omega$ и длину $\lambda = 2\pi/k$ волны давлений примем соответственно 12 ч, 10^6 м. Глубину желоба вдоль оси возьмем равной 0; H_0 ; $1,5 H_0$, что обеспечит выбором значений $n = 0$; 1; 1,5. При заданных m_1 и m амплитуда давлений на расстоянии $4 \cdot 10^5$ м составляет меньше 1% от амплитуды у берега, где она максимальна, а толщина нижнего слоя на удалении 110 км от оси канала отличается от H_0 не более чем на 1%.

2. Пусть амплитуда атмосферных возмущений (2) затухает с удалением от правого берега по закону (3). Анализ результатов численного счёта для канала с ровным дном показал, что при $\varphi \leq 20^\circ$ свободная поверхность почти не ощущает влияния внутренних волн. Каждая из величин z_k, u_k, v_k ($k=1,2$) мало меняется при задании различных законов изменения ρ и β с широтой. Наибольшие их отличия, имеющие место под областью давлений (у правого берега), не превышают 3%. Слабое влияние широтного изменения ρ и β на баротропные волны при рассмотренной ширине канала отмечалось и в [6]. При $\varphi_0 = 40^\circ$ граница z_2 раздела слоев, как и для $\varphi_0 \leq 20^\circ$, практически одинаковая в классическом и β -приближениях. Полный учёт широтного изменения параметра Кориолиса (третий случай) примерно на 37% увеличивает вертикальный размах колебаний z_2 , т.е. амплитуду внутренних волн на разделе слоев, что сказывается на амплитуде проявлений внутренних волн на свободной поверхности. Меняются при этом и амплитуды бароклинных составляющих скорости волнового возмущения в верхнем слое. Кроме того, наблюдается сдвиг фазы внутренних волн по сравнению с первым и вторым случаями. Так как вне области давлений определяющий вклад в формирование z_1, u_1, v_1 вносят внутренние волны [11], то полный учёт широтного изменения параметра Кориолиса усиливает здесь волновое движение в верхнем слое. Горизонтальное волновое движение в нижнем слое, формируемое в основном баротропными волнами [10, 11], вне области давлений примерно одинаковое для трех рассматриваемых вариантов. Под областью давлений имеющееся экстремальное значение u_2 для третьего, второго и первого законов изменения ρ и β равно соответственно 5; 4,3; 4,2 см. Аналогичный экстремум v_2 для этих же случаев равен 4,7; 4; 3,9 см. Таким образом, классическое приближение при $\varphi = 40^\circ$ приводит к заниженным значениям амплитуды внутренних волн и экстремумов u_2 и v_2 под областью

давлений. Если $\zeta_0 = 60^\circ$, то наибольшие значения амплитуды и горизонтальных составляющих скорости внутренних волн соответствуют классическому приближению, а наименьшее - третьему случаю распределения ℓ и β по y .

Изменения рельефа дна в зависимости от широты места прохождения оси канала могут обуславливать не только увеличение вклада внутренних волн в суммарное волновое движение [10-12], но и приводить к другому, чем в канале с ровным дном, соотношению их амплитуд для каждого из случаев. В частности, при $\zeta_0 = 40^\circ$ для канала с подводным желобом, глубина которого соответствует $\eta = 1$, амплитуда внутренних волн при строгом учёте широтного изменения параметра Кориолиса становится меньше, чем в классическом и β -приближениях. Для этих случаев она равна соответственно 1,27; 1,56; 1,76 м слева и 0,72; 1,32; 1,41 м справа от желоба. При $\zeta_0 > 40^\circ$ амплитуда внутренних волн еще в большей мере определяется видом ℓ и β .

Наглядная иллюстрация зависимости распределений z_k (м), u_k (м/с), v_k (м/с) по ширине канала от закона изменения ℓ и β приведена на рис. 1, 2 при $\zeta_0 = 60^\circ$ для канала

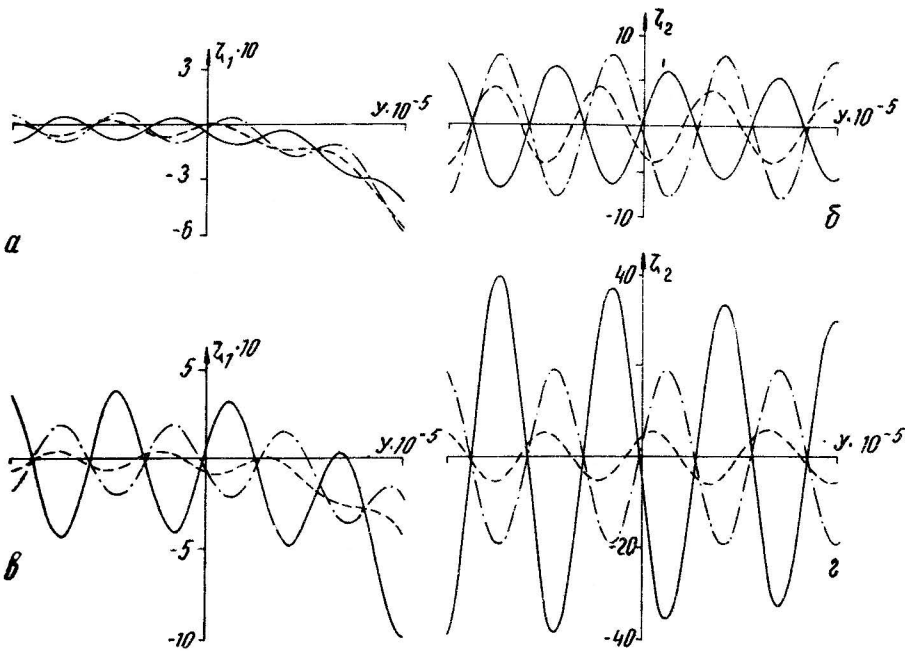


Рис. 1

с ровным дном (рис. 1,а; 2,а; 1,б; 2,б) или с подводным желобом (рис. 1,в; 2,в; 1,г; 2,г). Глубина канала вдоль оси желоба $8,1 \cdot 10^3$ м. Штрихпунктирные и сплошные линии характеризуют классическое и β -приближения, а штрихо -

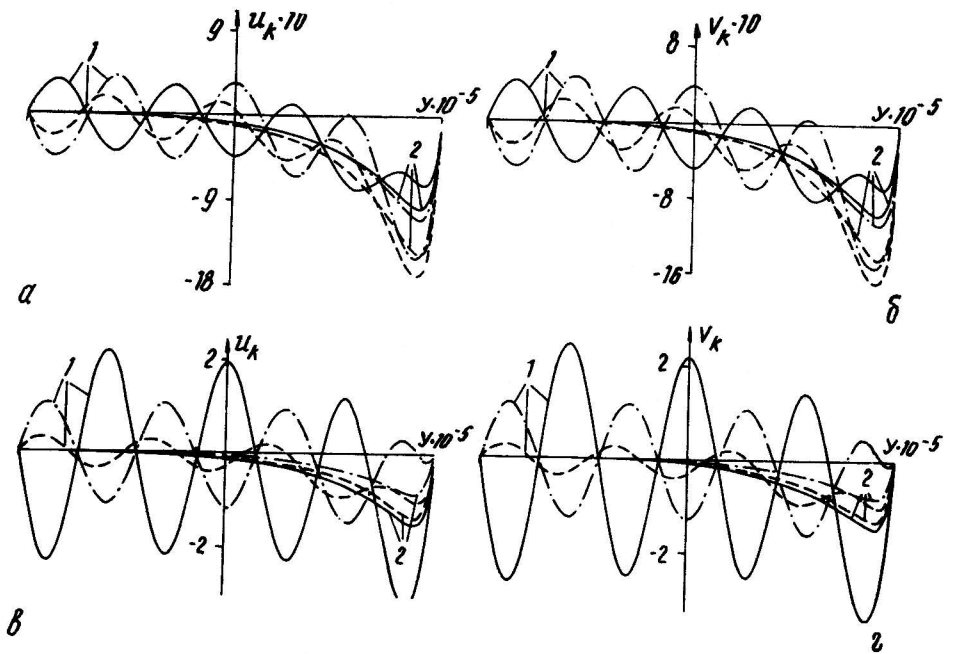


Рис. 2

вые — полный учёт широтного изменения параметра Кориолиса (третий случай). Номера кривых соответствуют индексу k величин z_k, u_k, v_k . Видно, что горизонтальная составляющая скорости в нижнем слое (кривые 2) практически не ощущает влияния внутренних волн, в то время как в верхнем слое их вклад в волновое движение значительный. Он определяется здесь вертикальным размахом колебаний $z_{1,2}(y), u_1(y), v_1(y)$ около их средних уровней, характеризуемых поверхностными волнами. При полном учёте изменения параметра Кориолиса, β — и классическом приближениях амплитуда внутренних волн на разделе слоев равна соответственно 4; 6; 7,8 м для ровного дна и 5,2; 35, 19 м при наличии желоба. Следовательно, при $\alpha_0 = 60^\circ$ классическое и β — приближения приводят к завышенным значениям амплитуды внутренних волн по сравнению с третьим случаем. Это особенно существенно выражено в канале с разломом дна. Значение амплитуды при β — приближении меньшее, чем при классическом, если дно ровное, и большее при переменном рельефе. Соотношение амплитуды каждой из горизонтальных составляющих скорости внутренних волн, как и амплитуды их проявлений на свободной поверхности для трех рассматриваемых случаев изменения ℓ и β , качественно такое же, что и для амплитуды на границе раздела. В канале с ровным дном горизонтальные скорости баротропных волн при полном учёте ℓ и β большие, чем в

классическом и β - приближениях. При наличии подводного желоба баротропные составляющие горизонтальных волновых движений в третьем случае принимают значения, большие, чем в классическом, и меньшие, чем в β - приближении. Особенно существенны их отличие под областью давлений (у правого берега).

3. Пусть амплитуда давлений затухает с удалением от левого берега. Тогда при $\varphi_0 \leq 20^\circ$ все три варианта изменения ℓ и β приводят к практически одинаковым распределениям z_k, u_k, v_k по ширине канала. Полный учёт изменений ℓ и β по сравнению с первым и вторым случаями приводит при $\varphi_0 = 40^\circ$ к меньшему прогибу амплитудного уровня свободной поверхности и меньшим горизонтальным скоростям в нижнем слое. Однако указанные отличия проявляются главным образом под областью давлений и не превышают 13%. Не выходят за эти пределы и отличия величин вертикальных отклонений z_2, u_1, v_1 от своих средних положений в рассматриваемых случаях, ярче проявляясь в канале с желобом, чем в канале с ровным дном.

Для $\varphi_0 = 60^\circ$ распределения волновых характеристик по y приведены на рис. 3, 4 (обозначения те же, что и на рис. 1, 2).

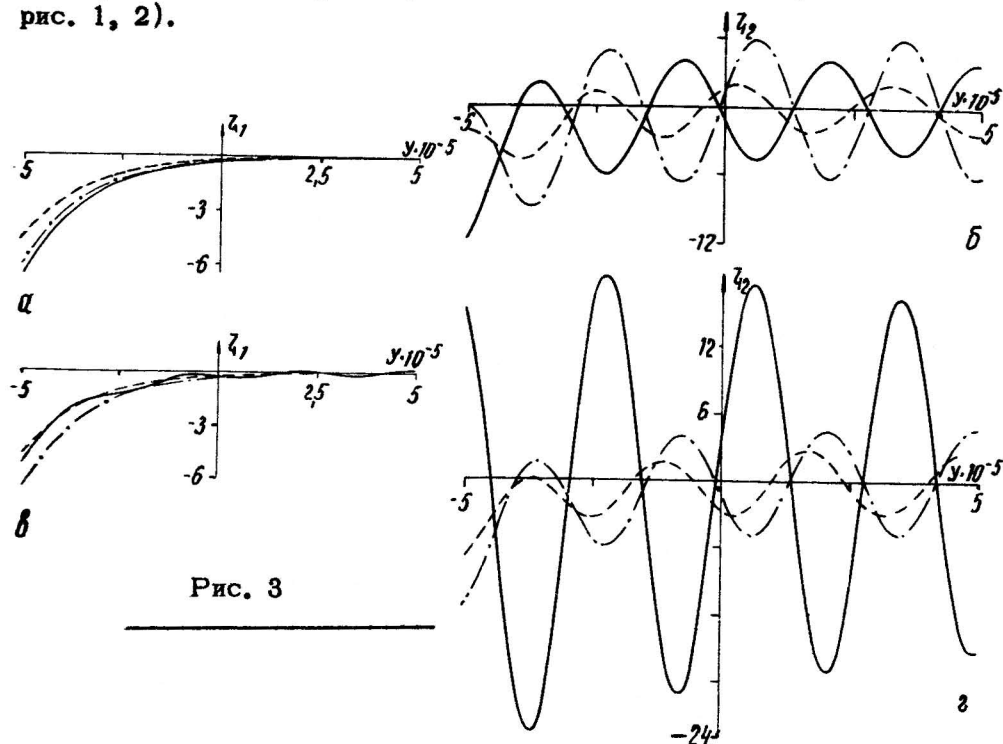


Рис. 3

Видно, что в канале с ровным дном фактически не ощущается влияния внутренних волн на z_1 . Наибольшее понижение амплитудного уровня свободной поверхности, прослежи-

вающее распределение амплитуды атмосферных давлений, характерно для приближения β - плоскости. Совместный

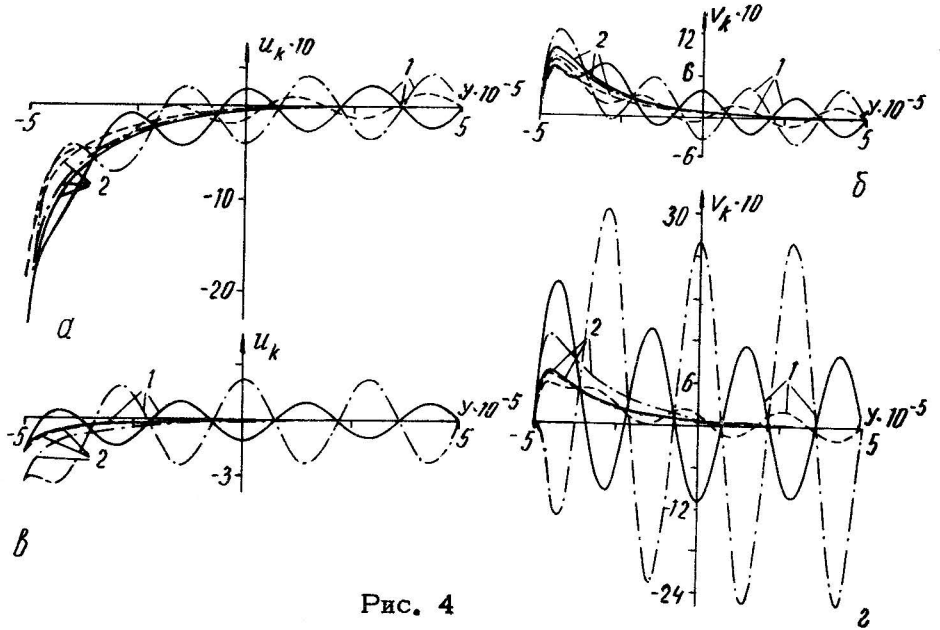


Рис. 4

учёт параметра Кориолиса и параметра Россби приводит к наименьшему амплитудному уровню ζ_1 . Горизонтальные составляющие скорости в верхнем слое и амплитуды внутренних воли на разделе слоев, как и для давлений (2), (3), достигают наибольших значений в классическом приближении, а наименьшие - при строгом учёте ℓ и β . Третьему случаю изменения ℓ и β отвечают наименьшие скорости горизонтальных волновых течений и в нижнем слое. Наибольшие скорости характерны здесь для приближения β - плоскости.

При $\varphi_0 = 60^\circ$ и переменном рельефе ζ_1 ощущает вклад внутренних воли в окрестности желоба и справа от него, а наибольшее понижение амплитудного уровня свободной поверхности слева от желоба имеет место в случае классического приближения. Соотношение амплитуды внутренних волн на разделе слоев для трех рассматриваемых случаев изменения ℓ и β качественно такое же, как и для давлений, затухающих от правого берега. Имеют место лишь количественные отличия. Что касается горизонтальных составляющих скорости внутренних и баротропных волн, то их амплитуды в классическом приближении больше, чем амплитуды в случае β - плоскости, превышающие соответствующие значения при строгом учёте ℓ и β .

Таким образом, при рассматриваемой ширине канала влияние широтного изменения параметра Кориолиса на баротропные волны может заметно сказываться лишь у

берега, где амплитуда возмущающих давлений максимальна. Зависимость внутренних волн от закона изменения ρ и β проявляется по всей ширине канала и в значительной мере определяется рельефом дна. При исследовании внутренних волн, генерируемых давлениями вида (2), (3), (4), в канале с осью на широте $\varphi_0 \leq 60^\circ$ строгий учёт изменений ρ и β важен при $\varphi_0 > 40^\circ$.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. - М. : ОНТИ, 1936. - 296 с.
2. Вейт С.С. О распространении приливных волн на поверхности вращающейся жидкости при наличии границ. - ДАН СССР, 1959, 127, № 4, с. 764-767.
3. Успенский П.П. О распространении волн во вращающемся канале. - Тр. МГИ АН СССР. Т. 15. - М., 1959, с. 17-33.
4. Черкесов Л.В. Гидродинамика поверхностных и внутренних волн. - Киев : Наук.думка, 1970. - 364 с.
5. Дронкерс И. Расчёты приливов в реках и прибрежных водах. - Л. : Гидрометеоиздат, 1967. - 285 с.
6. Серебряков А.А., Черкесов Л.В. О влиянии широтного изменения параметра Корiolиса на длинные волны. - Мор.гидрофиз.исслед. Севастополь, 1974, № 1, с. 22-29.
7. Мусатов В.В. Об одном случае движения волны Кельвина. - ПММ, 1957, 21, вып. 3, с. 347-352.
8. Секерж-Зенькович Т.Я. Частные задачи о распространении приливной волны в канале переменной глубины. - Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1959, № 10, с.1460-1467.
9. Секерж-Зенькович Т.Я. Некоторые задачи теории распространения приливных волн в неоднородной жидкости. - Тр. МГИ АН СССР. Т. 8. - М., 1958, с.3-32.
10. Букатов А.Е., Букатова О.М. Волновое движение двухслойной жидкости в канале переменной глубины. - В кн. : Поверхностные и внутренние волны. Севастополь, 1978, с. 159-167.
11. Букатов А.Е., Букатова О.М. Внутренние волны в зональном канале переменной глубины. - Изв. АН СССР. ФАО, 1980, 16, № 12, с. 1276-1283.
12. Букатов А.Е., Букатова О.М. Вынужденные внутренние волны в районе с разломом дна. - В кн. : Поверхностные и внутренние волны. Севастополь, 1981, с. 34-40.

13. Hidaka K. Some numerical computations on the Poincare waves. — Jap. J. Geophys., 1970, 5, N. 1, p. 1-15.

A.E. Bukatov, O.M. Bukatova

THE EFFECT OF LATITUDINAL
VARIATION OF THE CORIOLIS
PARAMETER ON FORCED LONG
INTERNAL WAVES.

The effect of latitudinal variation of the Coriolis parameter on wave motion of a two-layer fluid in a zonal channel of variable depth has been discussed as an approximation of the theory of long waves. Waves are caused by periodic disturbances of atmospheric pressure moving along the channel. Their amplitude attenuates as they move away from one of the channel's borders. Bottom relief is modelled as an underwater trench with a trough under the channel's axis.

Статья поступила в редакцию 4.02.82 г.