

Таким образом, подбирая соответствующие значения параметров, от которых зависят энергия частиц и максимальное удаление от оси соленоида, можно добиться увеличения энергии частиц при сохранении размеров системы.

В заключение авторы благодарят участников семинара профессора Соколова А. А. за обсуждение работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] В. П. Кривец, Б. П. Перегуд. ЖТФ, 41, 1174, 1971. [2] К. Б. Абрамов, В. Б. Бошняк, Б. П. Перегуд. ЖТФ, 46, 1042, 1976. [3] А. Г. Кулькин, Ю. Г. Павленко, А. А. Соколов. Атомная энергия, 31, 292, 1971. [4] П. Л. Капица. ЖЭТФ, 21, 588, 1951; УФН, 44, 7, 1951.

Московский госуниверситет  
им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию  
15 ноября 1977 г.

УДК 539.12.01

Д. Д. ИВАНЕНКО, Г. А. САРДАНАШВИЛИ

#### К МОДЕЛИ ПРАСПИНОРА

В интерпретации модели праспинора рассматриваются системы, симметриями которых являются бесконечные группы Кокстера, описываемые, как вырожденные системы, расслоениями над образующими пространствами этих групп как базой.

Модель праспинора [1—4] является попыткой реализации идеологии нелинейной теории Иваненко — Гейзенберга с позиций метода формализации самодействующих систем расслоениями [5—8], а именно, системы объектов с простейшей алгебраической структурой.

Под алгебраической структурой системы понимается категория  $E = (\{A\}, S = \text{hom}(A, A'), A, A' \in \{A\})$  ([9], I. 7), определяемая с точностью до изоморфизма классом морфизмов системы (с частично определенным умножением), образующих абстрактную категорию  $S$  ([9], I. 7, Упр. 3). Связь ее с другими структурами системы осуществляется представлением  $E$  (заданием функтора ([9], I. 8)) категорией, объектами которой являются соответствующие пространства, а  $S$  реализуется их отображениями.

Простейшей абстрактной категорией  $S$  является группа  $Z_2 = (s, s^2 = 1)$ , и система праспиноров характеризуется существованием в  $S$  подкласса  $S' = \{s \in S, \text{ что } s^2 \text{ определено и является единицей в } S\}$ . Рассмотрим в  $S'$  отношение  $R$ , что  $sRs', s, s' \in S'$ , если произведение  $ss'$  определено в  $S$ . Можно показать, что  $R$  — отношение эквивалентности ([10], II. 5) в  $S'$ , морфизмы одного класса эквивалентности составляют множество  $\bar{S}_i = \{s_y, y \in Y_i\}, i \in I$ , и в порождаемой  $S$  категории  $E$   $S_i \subset \text{hom}(A, A)$  некоторого объекта  $A$  из  $E$ . Пусть  $W_i \subset \text{hom} \times (A, A)$  — множество всевозможных конечных произведений элементов из  $S_i$ ,  $W_i$  — группа Кокстера с образующим множеством  $S_i$  ([11], IV, 1. 3). Ставя теперь задачу исследовать комплексы связанных между собой структур, возможных на одном и том же множестве праспиноров, будем предполагать, что все множества  $Y_i, i \in I$  равносильны и группы  $W_i, i \in I$  могут быть квазиупорядочены ([10], II. 9) по отношению вложения, причем для любых  $i, j \in I$  существует  $k \in I$ , что имеет место вложение  $W_i$  и  $W_j$  в  $W_k$ . Группы  $W_i$  могут быть превращены в топологические введением в них топологической и рав-

номерной ([12], П. 1) структур, определяемых некоторым семейством подгрупп в  $W_i$  ([13], III.1.1, 2; Прим., 3.1), в качестве которого в каждой  $W_i$  возьмем образы всевозможных вложений  $f_i^j$  в  $W_i$  всех групп  $W_j$ , что  $i < j$ ,  $i, j \in I$ . Базис порождаемой таким образом топологии составят открыто-замкнутые множества, и она — вполне несвязна, т. е. связной компонентой всякой точки  $\omega \in W_i$  является  $\bar{\omega}$  ([13], III, 2.1, След.; [12], I. 11. 5), и удовлетворяет аксиоме  $O_{III}$  ([12], I.8.4, 11.1.2, След. 3). Топология в  $W_i$  будет отделимой, если пересечение всех  $f_i^j(W_j)$  и сопряженных к ним множеств сводится к 1 в  $W_i$  ([13], III.1.2, След.), и дискретной, если существует конечное такое пересечение. В описанных топологиях в семействе  $\{W_i, i \in I\}$ , все отображения  $f_j^i$  будут открыто-замкнуты ([12], I.5.1, Прим. 1). Если теперь расширить систему так, чтобы для любой открытой подгруппы базиса топологии в  $W_i, i \in I$  всегда существовала некоторая группа  $W_j \in \{W_i, i \in I\}$ , образом которой при вложении в  $W_i$  эта подгруппа являлась, то для всяких  $W_i, W_j, j < i$  топология в  $W_j$  будет прообразом топологии в  $W_i$ , инъекции  $f_i^j$  — непрерывными, а все  $W_i, i \in I$  — локально изоморфными ([12], I.2.3, Прим. 1; [13], III.1.3, Опр. 2).

Вывод. Система праспиноров имеет своими симметриями некоторое семейство локально изоморфных групп Кокстера.

Поскольку для всякой группы Кокстера  $W_i$  существует ее гомоморфизм в группу  $Z_2 \times$  (группа перестановок  $Y_i \approx S_i$ ) ([11], IV.1. Лем. 1), в качестве объектов категории  $E$  естественно взять множество  $P_i$  сечений локально-тривиальных расслоений  $\lambda_i = (M_i, V, Y_i, Z_2)$  ([14], I.3.2a) с типичным слоем  $V$  — 2-элементным множеством в дискретной топологии (объектом категории  $(V, Z_2)$  праспинора) структурной группой  $Z_2$  (в дискретной топологии) и базой  $Y_i$  с топологической и равномерной структурами, индуцируемыми на ней из  $W_i (Y_i \approx S_i \subset W_i)$ . Такие расслоения, как и в моделях со спонтанным нарушением симметрий [8], характеризуют систему как вырожденную по объекту праспинора  $V$  и группе  $Z_2$  с множеством вырождения  $Y$  ( $Y \approx Y_i, i \in I$  как множество). Изоморфизмы расслоений  $\lambda_i$  определяются пучком локально-постоянных функций из  $Y_i$  в  $Z_2$  и классы изоморфизмов биективны элементам кохомологического множества  $H_{i, Z_2}^1$  ([14], I, Теор. 3.2.1).

Вывод. Система праспиноров может рассматриваться как вырожденная по множеству праспиноров, и ее объекты реализуются сечениями соответствующих расслоений.

Сечения  $P_i$  записываются локальнозначными в  $V$  (не непрерывными) функциями  $\varphi$  в системе отсчета  $\{\psi_a: \pi^{-1}(U_a) \rightarrow U_a \times V, U_a \subset Y_i\}$  атласа  $\mathcal{U}$  расслоения  $\lambda_i$ .  $P_i$  биективно множеству  $2^{Y_i}$ , и на нем может быть введена топология  $F_2$ , слабейшая из топологий в  $2^Y$ , что  $2^U$  открыто в  $2^Y$  для любого непустого открытого множества  $U \subset Y_i$  ([12], I.2, Упр. 7a), которая, вообще говоря, уже не будет вполне несвязной. Действие  $W_i$  на  $P_i$  определяется  $W_i \cap S_i \ni s_y: \varphi \rightarrow \tilde{\varphi} = \{\tilde{\varphi}(y') = s^{y, y'} \varphi(y')\}$ , где действие  $W_i$  на  $Y_i, W_i \ni \omega: y \rightarrow \tilde{y} = \{s_y^- = \omega s_y \omega^{-1}\}$  — гомеоморфизм ([11], IV.1, Лем. 1; III.1.1, 2.4. Лем. 1). Тогда можно показать, что действие  $W_i$  на  $P_i$  в топологии  $F_2$  — также гомеоморфизм. Вложения групп  $W_j \rightarrow W_i, i \geq j$ , индуцируют непрерывные открыто-замкнутые инъекции  $f^j: Y_j \rightarrow Y_i$ , и топология в  $Y_j$  будет про-

образом топологии в  $Y_i$ , а все  $Y_i, i \in I$  — локально гомеоморфными ([12]. I.11, Упр. 25). Тогда в расслоениях  $\lambda_i$  и  $\lambda_j, j \leq i$  всегда могут быть так согласованы атласы  $\Psi_i$  и  $\{\Psi_j, j \leq i\}$ , что будут иметь место естественные непрерывные открытые вложения  $P_j \rightarrow P_i$  ([12]. I.2, Упр. 7e).

Вывод. Объекты вырожденной системы праспинов допускают нетривиальные алгебраическую и топологическую структуры, что делает принципиально возможным реализацию интуитивных идей „нелинейной праматерии“.

Действие  $W_i$  в  $Y_i$  вводит в  $Y_i$  отношение эквивалентности  $yRy'$ , если существует  $w \in W_i$ , что  $y = \omega y' w^{-1}$ , и определяет пространство орбит  $X_i = Y_i/W_i$  как фактор-пространство пространства  $Y_i$  по этому отношению ([13]. III.2.4), которое будет отделимо ([13]. III.4.1. Прим. 1, 2. Предл. 3). Каноническая проекция  $\rho: Y_i \rightarrow X_i$  будет непрерывна и открыта ([13]. III.2.4. Лем. 2, [12]. I.5.2. Опр. 2), и прообразом всякого открытого множества в  $X_i$  является открытое устойчивое по  $W_i$  множество в  $Y_i$ . Тогда  $P_i$  можно представить как пучок над пространством  $X_i$ , сопоставив всякому открытому множеству  $U \subset X_i$  подмножество сечений из  $P_i$ , определенных на  $\rho^{-1}(U) \subset Y_i$  ([15]. II.1), и следовательно, — как множество непрерывных сечений соответствующего ему накрывающего пространства (расслоенного пространства с базой  $X_i$  и слоем  $P_x, x \in X_i$ , множеством в дискретной топологии ростков функций из  $P_i$  по фильтру окрестностей точки  $x$ ) ([15]. II.2. Опр. 2.1, Теор. 2.2; [14]. I.2.1, 3). На  $P_x, x \in X_i$ , индуцируется из  $P_i$  действие  $W_i$ , и  $P_x, x \in X_i$ , устойчиво по  $W_i$ . Действие же  $W_i$  на  $X_i$  — тривиально,  $W_i = \text{id}_{X_i}$ . Тогда на  $P_i$  можно определить непрерывное действие локальных преобразований  $W_i$ , задаваемых пучком  $W_i(X_i)$  непрерывных функций из  $X_i$  в  $W_i, W_i \subset W_i(X_i)$ . С  $W_i$  на  $P_i$  коммутируют индуцированные на  $P_i$  преобразования атласов расслоений  $\lambda_i$ , покрытия для которых устойчивы по  $W_i$  (они всегда существуют). Эти преобразования могут быть представлены пучком  $Z_2(X_i)$  локально-постоянных функций из  $X_i$  в  $Z_2$ , и их действие на  $P_x, x \in X$ , как пространстве представлений  $W_i$  является эквивалентностью.

Вывод. Группы Кокстера  $W$  симметрией системы праспинов могут рассматриваться как внутренние симметрии, их орбиты на множестве праспинов  $\mathcal{Y}$  — как внутренние пространства, а пространство этих орбит  $X$  — как внешнее. В такой интерпретации преобразования  $Z_2(X)$  будут играть роль внешних локальных симметрий.

Пучки  $W_i(X_i), Z_2(X_i)$  образуют множество морфизмов  $\text{hom}(A_i, A_j)$  объекта  $A_i = P_i, i \in I$ , категории  $E$ . Морфизмы же  $\text{hom}(A_i, A_j), i \neq j$ , могут быть воспроизведены как индуцируемые морфизмами из  $\text{hom}(A_k, A_k)$  такого  $A_k$ , что существуют вложения  $P_i \rightarrow P_k, P_j \rightarrow P_k$ , переводящие образы  $P_i, P_j$  в  $P_k$  друг в друга. Таким образом, категория  $E$  системы праспинов, хотя и в весьма общем виде, построена.

Заключение. До сих пор группы Кокстера выпадали из рассмотрения как группы симметрий реальных систем, хотя к таковым можно, в принципе, отнести любую спинорную и информационную системы. Так, конечные группы Кокстера, группы симметрий корневых диаграмм простых алгебр Ли, могут быть определены на спектрах частиц; бесконечные абелевы группы могут описывать статистические фермионные системы; а бесконечные группы с конечными неабелевыми подгруппами представляются перспективными для описания частицеподобных образований. При этом задание системы, например как квантовой, осуществляется  $C^*$ -алгеброй непрерывных функций из  $P_i$  в простей-

шую алгебру  $(a^+, a^-)$  канонических антикоммутирующих соотношений, а как информационной — булевой алгеброй функций на  $P_i$  со значениями в булевой алгебре  $(p, \bar{\phantom{p}}, \wedge, 1)$  и т. д. Поэтому проведенное рассмотрение имеет значение не только для модели праспиноров и разработка систем с симметриями — группами Кокстера — кажется весьма перспективной.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Д. Д. Иваненко. Вступ. статья в сб. Квантовая гравитация и топология, М., «Мир», 1973. [2] Д. Д. Иваненко, Г. А. Сарданашвили. Изв. вузов СССР, Физика, № 5, 1976. [3] Д. Д. Иваненко, Г. А. Сарданашвили. Сб.: Актуальные проблемы теоретической физики, М., Изд. МГУ, с. 91, 1976. [4] Д. Д. Иваненко, Г. А. Сарданашвили. Доклад на Всесоюзном совещании по современным проблемам теории гравитации и элементарных частиц, Менделеево, 1977. [5] Г. А. Сарданашвили. Тезисы докладов VIII Международной конференции по теории относительности и гравитации, Канада, с. 311, 1977. [6] Г. А. Сарданашвили. Изв. вузов СССР, Физика, № 5, 1977. [7] Г. А. Сарданашвили. Изв. вузов СССР, Физика, № 5, 1977. [8] Г. А. Сарданашвили. Изв. вузов СССР, Физика, № 5, 1977. [9] С. Маклейн. Гомология, М., «Мир», 1966. [10] К. Куратовский, А. Мостовский. Теория множеств, М., «Мир», 1970. [11] Н. Бурбаки. Группы и алгебры Ли, М., «Мир», гл. IV—VI, 1972. [12] Н. Бурбаки. Общая топология (основные структуры), М., «Наука», 1968. [13] Н. Бурбаки. Общая топология (топологические группы), М., «Мир», 1969. [14] Ф. Хирцебрух. Топологические методы в алгебраической геометрии, М., «Мир», 1973. [15] Р. Уэллс. Дифференциальное исчисление на комплексных многообразиях, М., «Мир», 1976.

Московский госуниверситет  
им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию  
17 ноября 1977 г.

УДК 535.215.13 : 621.382

М. Я. ЮШИНА

### К РАСЧЕТУ ВЕРОЯТНОСТИ ВЫХОДА ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ ФОТОЭМИССИИ ИЗ ЛЕГИРОВАННОГО ПОЛУПРОВОДНИКА

Рассмотрен процесс движения электронов в области сильного поля — области изгиба зон вблизи поверхности полупроводника. В этой области происходит изменение функции распределения электронов под действием электрического поля и механизмов взаимодействия, приводящих к потере энергии горячими электронами. Основные характеристики внешнего фотоэффекта определяются величиной энергии, теряемой электроном в области изгиба зон, и величиной барьера на поверхности полупроводник — вакуум.

Вероятность выхода электрона из кристалла, содержащего область пространный заряда, определена из решения кинетического уравнения Больцмана. В расчете учитывалась зависимость от энергии длины рассеяния энергии горячих электронов. Расчет проведен для фотоэмиссии из GaAs в условиях, когда наиболее эффективным механизмом рассеяния энергии оказывается взаимодействие с полярными оптическими фононами.

Получено выражение для функции распределения эмиттируемых электронов по энергиям для случая сильных электрических полей. Положение максимума функции распределения зависит от величины электрического поля и эффективной константы взаимодействия с фононами. Вычислены ток и квантовый выход фотоэффекта.

1. При исследовании фотоэмиссии из эмиттеров с отрицательным эффективным сродством оказывается существенным рассмотрение процесса движения электрона в узкой области сильного поля — области изгиба зон вблизи поверхности полупроводника. В этой области происходит изменение функции распределения электронов под действием электрического поля и механизмов взаимодействия, приводящих к потере энергии горячими электронами. Основные характеристики фотоэффекта определяются в конечном итоге энергией, теряемой электронами в области изгиба зон, и величиной барьера на поверхности полупроводник — вакуум (рис. 1). Легирование полупроводника уменьшает длину этой области, но одновременно приводит и к уменьшению диф-