

Отзыв

на диссертацию Харчёвой Ирины Сергеевны «Биллиардные книжки как способ реализации особенностей интегрируемых систем»

Диссертация посвящена изучению биллиардных книжек — интегрируемых биллиардных систем на клеточных комплексах, с приписанными одномерным клеткам перестановками.

Такой класс биллиардов обобщает классические плоские интегрируемые биллиарды, ограниченные дугами софокусных квадрик. Изучение слоения Лиувилля последних было начато в работах В. Драговича и М. Раднович. Следующим шагом стало рассмотрение В. В. Ведюшкиной топологических биллиардов — двумерных многообразий, полученных изометричными склейками столов плоских биллиардов, ограниченных дугами одного и того же семейства софокусных квадрик, вдоль гладких дуг их границ. Если же разрешить склейки более двух биллиардных областей вдоль общего участка границы, то на полученном клеточном комплексе биллиардное движение можно определить следующим образом. Припишем одномерным клеткам некоторые циклические перестановки, составленные из номеров листов, сходящихся в одном ребре комплекса. Материальная точка после удара о границу и отражения сменит лист, согласно указанной перестановке. Если все двумерные клетки были ограничены дугами одного и того же софокусного семейства софокусных квадрик, то полученная динамическая система будет интегрируемой. Изучению возникающих слоений Лиувилля и посвящена диссертация. В частности, было доказано три важных результата.

Во-первых, было доказано, что фазовое пространство за вычетом нулевого уровня энергии, а также неособая изоэнергетическая поверхность (множество уровня постоянной энергии в нем) являются соответственно, четырехмерным и трехмерным топологическими многообразиями.

Во-вторых, было показано, что для любой невырожденной (боттовской) бифуркации торов Лиувилля (называемой также 3-атомом Фоменко) произвольной невырожденной интегрируемой гамильтоновой системы с двумя степенями свободы существует интегрируемая биллиардная книжка, слоение Лиувилля которой в ограничении на изоэнергетическую поверхность содержит данную бифуркацию (3-атом).

В-третьих, было показано, что биллиардами реализуются произвольные базы слоений Лиувилля невырожденных интегрируемых гамильтоновых систем, т.е. графы Роба дополнительного интеграла, в вершинах которого указаны бифуркации-атомы (называемые также инвариантами Фоменко или молекулами). А именно, было показано, что для произвольного наперед заданного графа Фоменко алгоритмически строится интегрируемая биллиардная книжка, слоение Лиувилля которой в ограничении на неособую изоэнергетическую поверхность описывается указанным графом.

Таким образом, в диссертации показано, что класс слоений Лиувилля интегрируемых биллиардных книжек весьма широк с топологической точки зрения. Это наблюдение существенно дополняет известные недавние результаты по знаменитой гипотезе Дж. Биркогфа о биллиардах, различные аналоги и частные случаи которой были недавно доказаны известными российскими и зарубежными специалистами: С. В. Болотин, А. А. Глуцок, М. Бялый, А. Ю. Миронов, В. Ю. Калашин, А. Соррентино.

Все результаты диссертации являются новыми, получены И. С. Харчёвой самостоятельно или при равноценном вкладе с соавторами.

Результаты изложены в пяти статьях, опубликованных в ведущих математических журналах. Неоднократно докладывались на различных конференциях, как всероссийских, так и международных.

Считаю, что диссертация удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям и И. С. Харчёва заслуживает звания кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель,
д.ф.-м.н., профессор кафедры дифференциальной геометрии и приложений
механико-математического факультета МГУ
В. В. Ведюшкина

