

О Т З Ы В

научного руководителя на диссертацию

Резниченко Игоря Олеговича

«Улучшенные квадратурные формулы для вычисления потенциалов простого и двойного слоя для уравнений Лапласа и Гельмгольца»,
представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 1.1.2 –
дифференциальные уравнения и математическая физика

Диссертация Резниченко И.О. посвящена получению новых квадратурных формул для приближённого вычисления потенциалов простого и двойного слоя. Актуальность исследований обуславливается использованием этих потенциалов при численном решении краевых задач для уравнений Лапласа и Гельмгольца методом граничных интегральных уравнений. С помощью потенциалов краевые задачи можно свести к интегральным уравнениям, которые затем решаются численно. Для численного решения интегральных уравнений нужно иметь квадратурные формулы, которые с хорошей точностью вычисляют прямые значения потенциалов на поверхности, где задана плотность потенциала.

Стандартные квадратурные формулы для потенциала простого слоя для уравнений Лапласа и Гельмгольца, используемые в инженерных расчетах, не дают равномерной аппроксимации потенциала вблизи поверхности, на которой задана плотность потенциала. При приближении точки, в которой вычисляется квадратурная формула, к определенным точкам на поверхности результат вычисления потенциала по стандартной формуле стремится к бесконечности при непрерывности значений потенциала во всем пространстве, в том числе во всех точках на поверхности. Следовательно, не сохраняется важнейшее свойство потенциала, а именно его ограниченность и непрерывность на поверхности. Поэтому, при использовании стандартных квадратурных формул для повышения точности приходится либо уменьшать шаг, либо проводить дополнительные построения вблизи границы, что увеличивает стоимость вычислений.

Основным результатом диссертационной работы является получение новых квадратурных формул для потенциалов простого и двойного слоя. В диссертации построена новая квадратурная формула для потенциала простого слоя, обеспечивающая равномерную сходимость и равномерную аппроксимацию потенциала простого слоя вблизи поверхности, на которой задана его плотность. Полученная квадратурная формула сохраняет свойства непрерывности потенциала при переходе через указанную поверхность. В работе также создана новая квадратурная формула для прямого значения нормальной производной потенциала простого слоя. Вместе эти формулы были применены к решению внешней задачи Неймана методом граничных интегральных уравнений. Расчёты решения вблизи поверхности, на которой задано граничное условие краевой задачи, показали, что созданные формулы обеспечивают повышенную точность по сравнению с известными квадратурными формулами. В диссертационной работе построены квадратурные формулы для потенциала двойного слоя с непрерывной плотностью, а также с дифференцируемой плотностью. Обе формулы показывают значительно меньшую погрешность вычислений вблизи поверхности, на которой задана плотность потенциала, чем стандартные квадратурные формулы, что подтверждается численными тестами. В работе также получена квадратурная формула для прямого значения потенциала двойного слоя. Эти формулы были применены к решению внутренней краевой задачи Дирихле методом граничных интегральных уравнений. Сравнение численного решения задачи при помощи полученных формул с численным решением, полученным при помощи известных квадратурных формул, показало

эффективность созданного в диссертации подхода. Разработанные в диссертации квадратурные формулы могут быть применены к численному решению задач математической физики. Областью практического применения результатов служит численное моделирование физических процессов и явлений в тонкостенных и многослойных конструкциях, тонких покрытиях, плёнках.

Все вышеуказанные результаты являются новыми и получены автором самостоятельно.

В процессе работы над диссертацией Резниченко И.О. проявил себя как сложившийся ученый, способный самостоятельно ставить задачи, разрабатывать и обосновывать методы их решения. Полученные результаты находятся на мировом уровне: Резниченко И.О. является автором 10 опубликованных работ по теме диссертации, из которых 6 — в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science, Scopus и RSCI.

Считаю, что диссертация соответствует критериям, установленным в «Положении о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова», и рекомендую ее к защите в диссертационном совете МГУ.011.8 ФГБОУ ВО МГУ по специальности 1.1.2 – дифференциальные уравнения и математическая физика.

Научный руководитель, старший научный
сотрудник кафедры математики
физического факультета МГУ имени
М.В. Ломоносова, к.ф.-м.н.

В.В. Колыбасова
20 октября 2022 г.