

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

Физический факультет

На правах рукописи

Константин Леонидович Маланчев

# Нестационарные процессы в астрофизических аккреционных дисках

01.03.02 — Астрофизика и звёздная астрономия

Диссертация

на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

д.ф.-м.н., проф.

Николай Иванович Шакура

Москва — 2017

# Оглавление

<b>Введение</b> . . . . .	4
I. Исторический обзор . . . . .	5
II. Актуальность работы . . . . .	13
III. Цели работы . . . . .	14
IV. Научная новизна . . . . .	15
V. Практическая значимость . . . . .	16
VI. Положения, выносимые на защиту . . . . .	16
VII. Публикации . . . . .	17
VIII. Апробация результатов работы . . . . .	17
IX. Структура и объем диссертации . . . . .	18
X. Личный вклад автора . . . . .	21
<b>Глава 1. Моделирование ниспадающих частей кривых блеска вспышки рентгеновской Новой А 0620–00 1975 года</b> . . . . .	26
1.1. Введение . . . . .	26
1.2. Вязкая эволюция аккреционного диска . . . . .	27
1.3. Вертикальная структура . . . . .	29
1.4. Моделирование кривых блеска рентгеновской Новой А 0620–00 . . . . .	34
1.5. Выводы . . . . .	38
1.A. Приложение . . . . .	39
<b>Глава 2. Определение параметра турбулентности в аккреционных дисках: эффекты самооблучения во вспышке 4U 1543–47 2002 года</b> . . . . .	47
2.1. Введение . . . . .	47
2.2. Получение темпа аккреции 4U 1543–47 (2002) с помощью спектрального моделирования . . . . .	50
2.3. Определение $\alpha$ для вспышки 4U 1543–47 2002 года . . . . .	53
2.4. Результаты моделирования эволюции темпа аккреции вспышки 4U 1543–47 в 2002 . . . . .	62
2.5. Оптическое излучение от диска 4U 1543–47 (2002) . . . . .	68
2.6. Обсуждение полученных результатов . . . . .	71
2.7. Выводы . . . . .	76

2.A. Приложение . . . . .	79
<b>Глава 3. Конвекция в осесимметричных аккреционных дисках с микроскопическими коэффициентами переноса . . . . .</b>	<b>81</b>
3.1. Введение . . . . .	81
3.2. Оптически тонкие диски с электронной теплопроводностью . . . . .	82
3.3. Радиационная теплопроводность . . . . .	90
3.4. Обсуждение полученных результатов . . . . .	95
3.5. Выводы и заключение . . . . .	98
<b>Глава 4. Трёхмерное моделирование аккреционного диска в затменной двойной системе V 1239 Her . . . . .</b>	<b>100</b>
4.1. Введение . . . . .	100
4.2. Модель . . . . .	101
4.3. Результаты . . . . .	106
4.4. Сравнение с наблюдениями . . . . .	111
4.5. Выводы . . . . .	116
<b>Заключение . . . . .</b>	<b>117</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>119</b>
<b>Список иллюстративного материала . . . . .</b>	<b>136</b>
<b>Список таблиц . . . . .</b>	<b>138</b>

## Введение

Он живой и светится...

Виктор Драгунский

Структуры в форме дисков, торов и колец очень распространены во Вселенной и встречаются на самых разных масштабах: от колец планет-гигантов до дисков спиральных галактик. Главная действующая сила в астрофизике — это гравитация, поэтому астрофизические диски всегда находятся в гравитационном потенциале. Если в диске имеется крупномасштабное магнитное поле, или он обладает вязкостью, то в нём будет происходить перенос момента импульса. Он может сопровождаться радиальным движением вещества как внутрь диска, так и наружу. В первом случае диски называются аккреционными, в качестве примера можно привести диск вокруг чёрной дыры в тесной двойной системе. Во втором случае диски называются декреционными, такими являются диски оттекающего вещества вокруг массивных звёзд. Возможен и третий вариант, так называемые диски-накопители, в которых вещество не перетекает через внутреннюю границу диска, но всё же переносит момент и нагревается. Такая ситуация возможна в случае образования диска вокруг сильно замагниченной нейтронной звезды, которая будет отдавать свой момент импульса в диск, но не будет пропускать его вещество через свою магнитосферу.

Аккреционные диски, состоящие из плазмы и горячего газа, встречаются в ядрах галактик близ центральной чёрной дыры, а также в тесных двойных звёздных системах, в которых происходит перетекание вещества с одной компоненты на другую. Микроскопическая вязкость вещества в таких дисках крайне мала, и, если бы перенос момента импульса происходил исключительно за её счёт, то характерные времена эволюции таких дисков были бы сравнимы с хаббловским временем, а светимость таких дисков была бы крайне мала. Решение этой проблемы было представлено в начале 70-х годов 20 века учениками Я. Б. Зельдовича Н. И. Шакурой и Р. А. Сюняевым в рамках знаменитой  $\alpha$ -теории [1; 2].

В теории Шакуры—Сюняева введён феноменологический безразмерный параметр  $\alpha \leq 1$ , отвечающий за эффективную турбулентную вязкость в аккреционных дисках. В рамках этой теории предполагается, что касательная,  $r\phi$ , компонента тензора вязких напряжений пропорциональна давлению с коэффициентом  $\alpha$ . Используя значения  $\alpha$  порядка  $10^{-3} - 10^0$  удаётся объяснить наблюдаемые проявления различных систем с аккреционными дисками: протопланетных дисков близ молодых звёзд, аккреционных дисков в тесных двойных системах, дисков близ сверхмассивных чёрных дыр в активных ядрах галактик.

Эффективная вязкость в таких системах по крайней мере на десять порядков больше, чем микроскопическая вязкость.

В настоящей работе развивается стандартная модель дисковой аккреции Шакуры—Сюняева применительно к вспышкам рентгеновских новых. В главах 1 и 2 представлена модель нестационарной дисковой аккреции, а также описана численная схема для её реализации в качестве программного кода. Там же описано применение этой модели к моделированию двух вспышек рентгеновских новых — вспышки 1975 года в хорошо изученном источнике A 0620—00 и необычной вспышки 4U 1543—47 2002 года.

В диссертации проводится исследование дисков, в которых вязкость обусловлена микроскопическими процессами. Данная задача важна для понимания того, как могут развиваться неустойчивости в подобных течениях, приводящие к возникновению турбулентности. Рассмотрение этой задачи для полностью ионизованного или, напротив, молекулярного газа без учёта излучения, привело к выводу о том, что такие течения не могут оставаться полностью ламинарными, и в них должна возникать конвекция. Эффекты, связанные с магнитными полями, не учитываются в данном исследовании. Этой теме, а также структуре аккреционных потоков, в которых перенос энергии осуществляется излучением, посвящена глава 3.

В случае, когда требуется рассмотрение взаимодействия аккреционного диска со струёй втекающего в него вещества, сложно обойтись без детальных трёхмерных гидродинамических расчётов. Построению физической модели и применению её к моделированию кривых блеска системы V 1239 Her посвящена глава 4. В трёхмерный расчёт затруднительно включить все возможные физические эффекты, так как их учёт требует значительных вычислительных ресурсов. Однако оказывается, что для видимых с ребра двойных систем, в которых происходит аккреция, для объяснения наблюдений может быть достаточным расчёт на основе относительно простых уравнений гидродинамики с учётом потерь энергии на излучение и уравнения состояния частично ионизованного газа.

## I. Исторический обзор

### I.1. Астрофизические диски до стандартной теории

Вероятно, что впервые идея о существовании астрофизических дисков была высказана И. Кантом во «Всеобщей естественной истории и теории неба» (1755) [3]. И. Кант утверждал, что протопланетный диск в Солнечной системе образовался из хаотичного движения отдельных частиц газовой туманности. Приведём цитату в переводе В. А. Костицына и Б. А. Фохта [4]: «элементы, стремящиеся к точкам притяжения, отклоняют друг друга

в сторону от прямолинейного движения, и вертикальное падение преобразуется в круговые движения около центра притяжения». Вслед за И. Кантом П. Лаплас в «Изложении системы мира» (1795) [5; 6] поддерживает гипотезу о происхождении Солнечной системы из газовой туманности.

В первой половине 20 века происходило изучение тесных двойных систем. Стало понятно, что в таких системах существуют истечения вещества, по крайней мере с одной из компонент. Среди подобных систем особенно выделяются контактные двойные, которые имеют общую оболочку, из которой происходит истечение вещества. В 40-х годах 20 века появляются подробные теоретические работы, посвящённые структуре такого истечения. В этой области стоит обратить внимание на работу Ж. П. Куйпера 1941 года [7] и на её развитие в работе К. Прендергаста 1960 года [8].

По-видимому, впервые гипотезу о наличие диска вокруг одной из компонент тесной двойной системы озвучил А. Джой. В своей работе 1942 года [9], посвящённой спектроскопическим наблюдениям затменной двойной звезды RW Тау, он отмечает, что эмиссионные линии образуются в газовом кольце вокруг главной компоненты. Эту идею развивает О. Струве в работе 1944 года [10], посвящённой анализу спектра SX Cas. Также, О. Струве подробно обсуждает эту идею в книге 1950 года «Эволюция звёзд. Данные наблюдений и их истолкование» [11]. Теоретическое развитие этой модели представлено в работе В. Г. Горбацкого 1964 года [12] для объяснения наблюдаемых особенностей тесных двойных систем, в первую очередь SS Cyg. В работе В. Г. Горбацкого рассмотрена вертикальная структура оптически и геометрически тонкого диска вокруг одной из компонент тесной двойной системы.

Э. Э. Солпитер в 1964 году в статье «Аккреция межзвёздного вещества на массивные объекты» [13] обращает внимание на возможность наблюдения аккреции на чёрные дыры. В 1969 году Д. Линден-Белл в статье «Галактические ядра как сколлапсировавшие старые квазары» [14] описывает аккреционный диск близ сверхмассивной чёрной дыры в активной галактике. В данной работе получены соотношения между моментом вязких сил, действующих между слоями диска, темпом аккреции и поверхностной плотностью. Д. Линден-Белл предполагал, что перенос момента импульса в диске осуществляется магнитным полем. В этой же работе рассмотрен непрерывный спектр диска и получен спектр стандартного диска — интенсивность пропорциональна кубическому корню из частоты. В совместной работе Дж. Прингла и М. Риса «Модели аккреционных дисков для компактных рентгеновских источников» (1972 год) [15] эта модель была применена для объяснения источника рентгеновского излучения от источника Cyg X-1 и пульсара Cen X-3.

## 1.2. Стандартная теория дисковой аккреции

В 1972 году в *Астрономическом Журнале* вышла статья Н. И. Шакуры «Дисковая модель аккреции газа релятивистской звездой в тесной двойной системе» [1], в которой изложена  $\alpha$ -модели, ставшей основой стандартной теорией дисковой аккреции. Эта теория была развита и доработана в совместной с Р. А. Сюняевым статье «Чёрные дыры в двойных системах. Наблюдательные проявления.» (1973) [2]. В данной работе подробно изложены различные аспекты дисковой аккреции в двойной системе. Продемонстрированы два режима истечения вещества со звезды-донора: перетекание вещества из заполненной полости Роша и аккреция вещества из ветра звезды. Диск был разделен на три основные зоны, в которых реализуются различные механизмы переноса излучения: зона А, в которой давление излучения намного превосходит давление вещества; более холодная и далёкая от чёрной дыры зона В, в которой доминирует давление вещества, а перенос излучения происходит за счёт рассеяния; самая далёкая, но всё ещё ионизованная, зона С, в которой перенос излучения происходит за счёт свободно-свободных и свободно-связанных процессов. Также, рассмотрен режим критической аккреции, при котором геометрически тонкий диск на малых радиусах сменяется геометрически толстым диском, в котором происходит отток вещества за счёт давления излучения.

Стандартная теория дисковой аккреции быстро получила развитие в рамках общей теории относительности. Структура диска как в метрике неврацающейся (К. Шварцшильд, 1916 [16; 17]), так и вращающейся (Р. П. Керр, 1963 [18]) чёрной дыры была описана в 1973 году И. Д. Новиковым и К. С. Торном в статье «Астрофизика чёрных дыр» [19]. В качестве развития этой модели послужила статья 1974 года Д. Н. Пейджа и К. С. Торна «Дисковая аккреция на чёрную дыру. I. Усреднённая по времени структура аккреционного диска» [20], в которой приводится радиальное распределение потока излучения от диска вблизи вращающейся чёрной дыры.

## 1.3. Поиск неустойчивостей в радиационно-доминированной зоне А

Благодаря запуску целого ряда рентгеновских обсерваторий особое внимание в 1970-х годах уделялось проявлению аккреционных дисков как рентгеновских источников. Поэтому, шло активное изучение аккреции в зоне А, ответственной за образования рентгеновского излучения, а также исследование устойчивости аккреционного течения в условиях большого давления излучения. Первая статья о возможной неустойчивости в зоне А была написана А. П. Лайтманом и Д. М. Ёрдли в 1974 году [21]. В этой статье показана общая физическая

идея неустойчивости: в рамках  $\alpha$ -модели в зоне А рост поверхностной плотности кольца вещества ведёт к уменьшению момента вязких сил, вследствие чего темп аккреции замедляется, и вещество начинает скапливаться на данном расстоянии от центра, то есть поверхностная плотность ещё больше возрастает. Эта идея была подтверждена А. П. Лайтманом в рамках численных расчётов в двух работах 1974 года под общим заголовком «Нестационарные аккреционные диски вокруг компактных объектов» [22; 23].

Возможность возникновения тепловой неустойчивости в зоне А впервые была рассмотрена в статьях Р. А. Сюняева и Н. И. Шакуры «Тепловая неустойчивость дисковой аккреции на чёрную дыру» (1975) [24] и Н. Шибасаки и Р. Хоши «Структура и устойчивость аккреционного диска вокруг чёрной дыры» (1975) [25]. В своей статье 1976 году Н. И. Шакура и Р. А. Сюняев [26] развили теорию тепловой неустойчивости аккреционного диска в зоне А. В данной работе был исследован темп роста малых возмущений при различных значениях параметра  $\beta$  — отношения давления излучения к полному давлению, было найдено критическое значение этого параметра.

Г. С. Бисноватый-Коган и С. И. Блинников в работе 1976 года [27] указывали на то, что для наблюдаемое жёсткое излучение источника Cyg X-1 связано с комптонизацией в конвективной короне над диском. Они же в работе «Дисковая аккреция на чёрную дыру с докритической светимостью» (1977) [28] показали, что в самом диске в зоне А также должна развиваться вертикальная конвекция. Ими было обнаружено, что конвекция переносит большую часть энергии, что, во-первых, сильно влияет на вертикальную структуру диска, а во-вторых, может существенно повлиять на динамику развития малых возмущений. Кроме того, Г. С. Бисноватый-Коган и С. И. Блинников в этой и последующей работе 1978 года [29] была продемонстрировано, что акустические волны, порождаемые конвективным движением вещества, могут наблюдаться в качестве флуктуации рентгеновского излучения аккреционного диска. Н. И. Шакура, Р. А. Сюняев и С. С. Зилитинкевич в работе 1978 года [30] так же отметили важность турбулентного переноса энергии в зоне А.

Вопрос об устойчивости зоны А остаётся актуальным и по сей день. Однако численные многомерные магнитогидродинамические расчёты аккреции на чёрные дыры в сдвиговых ящиках, проведённые в последние годы, показывают, что зона А является устойчивой. В этой области стоит отметить работу с говорящим названием «Радиационно доминированные диски обладают тепловой устойчивостью», написанную С. Хироси, Дж. Х. Кроликом и О. Блаесом (2009) [31]. В данной работе был произведён численный расчёт, охватывающий десятки тепловых времён, и показывающий, что тепловой неустойчивости не возникает. Ещё одной подобной работой является статья Я. Цзяна, Дж. Стоуна и Ш. Девиса (2013) [32], в которой

получены качественно те же результаты. С другой стороны, некоторые глобальные магнито-гидродинамические расчёты напротив указывают на то, что тепловая неустойчивость может реализоваться, по крайней мере в режиме сверхкритической аккреции, например, это показано в работе 2015 года за авторством А. Садовского, Р. Нараяна, А. Д. Чеховского, Д. Абарки, Ю. Чжу и Дж. МакКинни [33].

#### 1.4. Дискковая аккреция в карликовых новых и тепловая неустойчивость

Прообразом всего класса карликовых новых звёзд является система U Gem, открытая Дж. Р. Хайндом в 1855 году [34] как переменная звезда с большой амплитудой изменения блеска. В 1961 году Р. П. Крафтом было установлено, что эта система является затменной двойной [35]. В работе В. Кржеминского «Затменная двойная U Gem» 1965 года [36] приводится модель этой системы, включающая две звезды и газовое кольцо с горячей линией. Ё. Осаки в своей работе 1974 года [37] объясняет вспышки карликовых новых процессами аккреции, ссылаясь на аналогичные процессы, протекающие в аккреционных дисках рентгеновских систем.

Применение  $\alpha$ -модели к объяснению наблюдаемых проявлений аккреции в карликовых новых привело Р. Хоши к обнаружению тепловой неустойчивости, связанной с зоной частичной ионизации водорода на внешней границе зоны С. В его статье «Аккреционная модель вспышек рентгеновской новой» 1979 года [38] показано, что в частично ионизованном водороде коэффициент непрозрачности растёт с температурой, вследствие чего поверхностная плотность данного кольца диска падает с ростом момента сил, что, как обсуждалось выше [21], ведёт к неустойчивости. Этот же вывод сделали Ф. Мэйер и Э. Мейер-Хофмейстер в статье «О неуловимой причине вспышек катаклизмических переменных» (1981) [39]. В этой статье найдена радиальная структура стационарного аккреционного диска с учётом того, что внутренние и внешние части находятся на разных устойчивых ветвях так называемой S-кривой. S-кривая — это множество точек на диаграмме момент вязких сил — поверхностная плотность, являющихся решением уравнений вертикальной структуры стационарного аккреционного диска на данном радиусе (см. Рисунок I).

Значительный вклад в теорию тепловой неустойчивости аккреционных дисков в контактных двойных системах внёс Й. Смак циклом из четырёх работ 1982–1984 годов с общим названием «Аккреция в катаклизмических переменных» [40–43]. В этих работах развиты идеи перехода между горячим и холодным состояниями, проводится сравнение моделей с данными наблюдениями, даются уравнения, описывающие вертикальную и радиальную струк-

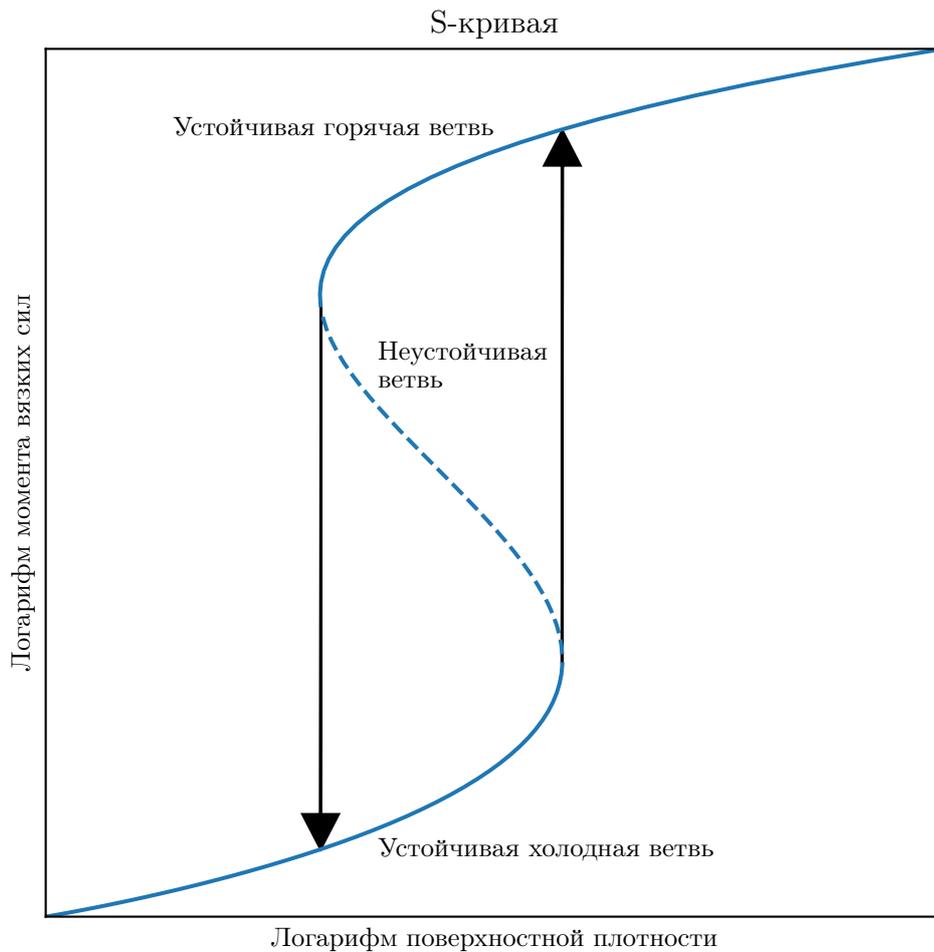


Рис. I. Схематическое изображение S-кривой, связывающей момент вязких сил, действующий на слой диска, с поверхностной плотностью этого слоя для постоянного значения  $\alpha$  и для заданного радиуса слоя. Стрелками показаны переходы между устойчивыми состояниями.

туру стационарного аккреционного диска. В четвёртой статье этого цикла с подзаголовком «Аккреция в карликовых новых» приведена модель нестационарного аккреционного диска, учитывающая множество важных физических процессов. Уравнения вертикальной структуры включают в себя учёт конвекции и «избыточного» энерговыделения в области тепловой неустойчивости, связанный с отсутствием теплового равновесия между излучением и веществом в момент перехода между горячим и холодным состояниями. Радиальная структура диска зависит от времени вследствие радиального переноса тепла и вещества в диске, на основе работы Дж. Папалойзу и Дж. Прингла (1977) [44], в которой приводится способ учёта приливных сил, действующих на диск со стороны звезды-донора. Такая сложная модель позволила воспроизвести повторяющиеся вспышки карликовых новых.

В 1998 году вышла статья «Вспышки аккреционных дисков: новая версия старой модели» Ж. Амёри, К. Ману, Г. Дюбюса, Ж. Ласоты и Ж. Урэ [45]. В этой статье приведена

подробная физическая модель аккреции в карликовых новых, которая, в целом, остаётся актуальной и по сей день. Для описания вертикальной конвекции используется теория с длинной перемешивания, аналогичная применяемой для расчёта радиальной структуры в звёздах солнечного типа. Внешний радиус диска в этой модели меняется в связи с действием приливных сил, согласно работе С. Ичикавы и Ё. Осаки (1992) [46]. В следующем 1999 году была опубликована статья Г. Дюбюса, Ж. Ласоты, Ж. Амёри и Ф. Чарльза [47], в которой к модели 1998 года был добавлен учёт самооблучения внешних частей диска рентгеновским излучением, исходящим от внутренних частей диска<sup>1</sup>. Также, в статье было показано, как эта модель может быть использована для моделирования вспышек рентгеновских новых, происходящих в тесных двойных системах с нейтронными звёздами или чёрными дырами.

### 1.5. Аналитические модели нестационарной дисковой аккреции

В предыдущем разделе были описаны численные модели, применяемые для расчёта вязкой и тепловой эволюции нестационарного аккреционного диска. Однако интересно отметить также и некоторые работы, посвящённые аналитическому решению уравнения диффузии, описывающего вязкую эволюцию аккреционных дисков.

Впервые указанное уравнение появилось в работе 1974 года Д. Линден-Белл и Дж. Прингла «Эволюция вязких дисков и причина переменности туманностей» [48], посвящённой вязкой эволюции протопланетных дисков. В этой работе приводилось решение этого уравнения через функции Грина для случая неограниченного в размере диска с нулевым внутренним радиусом. В данной работе считалось, что коэффициент кинематической вязкости зависит от радиальной координаты степенным образом. Для такого коэффициента вязкости были найдены ещё несколько интересных решений. Э. Кинг и Х. Риттер (1998) [49] установили, что при постоянном для всего диска коэффициенте вязкости и конечном постоянном внешнем радиусе, темп аккреции после максимального значения должен убывать по экспоненциальному закону. Это решение качественно объясняет ниспадающие части одного из классов кривых блеска рентгеновских новых, получившего название FRED (Fast rise, exponential decay — быстрый рост, экспоненциальный спад). Для того же случая, который описывает диск в двойной системе с постоянным внешним радиусом, но со степенной зависимостью коэффициента вязкости от радиуса, решение через функции Грина дано в работе Г. В. Липуновой 2015 года [50]. Для диска, неограниченного снаружи, но обладающего конечным внутренним радиусом, решение через функции Грина приведено в работе Т. Танаки

---

<sup>1</sup> Отметим, что впервые идея о самооблучении диска была высказана ещё в статье Н. И. Шакуры и Р. А. Сюняева 1973 года [2], о которой шла речь выше.

(2011) [51].

Более общим является случай, в котором коэффициент вязкости может быть записан как произведение степенных функций как от радиальной координаты, так и от поверхностной плотности диска. К этому случаю относятся и  $\alpha$ -диски, в которых коэффициент непрозрачности является степенной функцией давления и температуры. В работе 1897 года Ю. Э. Любарского и Н. И. Шакуры «Нелинейные автомодельные задачи нестационарной дисковой аккреции» [52] показано, что эволюция аккреционного диска из начального кольца вещества может быть разбита на три стадии, для каждой из которых найдено аналитическое решение уравнения вязкой эволюции для случая неограниченного диска. На первой стадии кольцо расплывается, и в сторону аккретора вытягивается «язык» вещества. Вторая стадия наступает после того, как «язык» дотянулся до аккретора и диск сформировался. На этой стадии происходит увеличение темпа аккреции на аккретор, описываемое степенным законом от времени. Третья стадия наступает после максимума темпа аккреции и соответствует ниспадающим частям кривых блеска рентгеновских новых в мягком рентгеновском диапазоне. Стоит отметить, что решение для третьей стадии впервые найдено в работе 1984 года Л. Филипова [53]. В 2000 году в работе Г. В. Липуновой и Н. И. Шакуры «Новое решение для вязкой эволюции аккреционных дисков в двойных системах» [54] была найдено решение для третьей стадии в двойной системе при постоянном внешнем радиусе диска. Оказалось, что временная зависимость темпа аккреции на стадии спада темпа аккреции в двойной системе описывается степенным законом.

## 1.6. Поиск неустойчивостей в ламинарных аккреционных дисках

Возвращаясь к истокам стандартной теории дисковой аккреции, стоит отметить, что она не отвечает на вопрос о механизме возникновения турбулентности в аккреционном течении, а лишь постулирует наличие сильной турбулентной вязкости. Основная проблема поиска универсального механизма перевода ламинарного сдвигового течения в турбулентное состояние состоит в том, что как было показано ещё лордом Рэлеем в статье 1917 года «О динамики вращающихся жидкостей» [55], поток, в котором удельный момент импульса растёт наружу, является устойчивым по отношению к малым возмущениям.

Однако в последнее время Д. Н. Раздобурдиным и В. В. Журавлёвым активно развивается подход немодального анализа возмущений в кеплеровском потоке (см. их обзор 2015 года [56]). В рамках этого подхода ведётся поиск нарастающих возмущений, которые могут привести к возникновению докритической турбулентности в течении. Отметим, что впервые

о возможности транзитного роста неосесимметричных возмущений в кеплеровском потоке было указано Дж. Г. Ломинадзе, Г. Д. Гагелашвили и Р. Г. Чанашвили в 1988 году [57].

Кроме того, на сегодняшний день существует несколько подходов, способных объяснить возникновение турбулентности в отдельных типах астрофизических дисков.

Одним из важнейших типов неустойчивостей, по всей видимости проявляющихся в горячих аккреционных дисках, является магниторотационная неустойчивость, открытая Е. П. Велиховым (статья «Устойчивость течения идеально проводящей жидкости между вращающимися цилиндрами в магнитном поле» 1959 года [58]) и С. Чандрасекаром (статья «Гидродинамическая устойчивость недиссипативного течения Куэта» 1960 года [59]). С. А. Бальбус и Дж. Ф. Хаули в своих работах 1991 года [60] показали, что подобная неустойчивость должна реализоваться в аккреционных дисках.

В численных расчётах аккреции в тесных двойных системах, проделанных группой под руководством Д. В. Бисикало (см., например, обзор 2014 года «О возможном механизме возникновения турбулентности в аккреционных дисках немагнитных двойных звёзд» [61] за авторством Е. П. Курбатова, Д. В. Бисикало и П. В. Кайгородова), было показано, что вдоль приливных волн, образующихся в диске, может происходить мощный отвод момента импульса и развиваться турбулентность.

## II. Актуальность работы

На сегодняшний день в астрофизике не существует единого мнения о детальном физическом механизме переноса момента импульса в аккреционных дисках. Поэтому  $\alpha$ -модель Шакуры—Сюняева [1; 2] остаётся актуальной, причём способна довольно хорошо описывать наблюдения. Однако, применение этой модели для объяснения наблюдаемых кривых блеска рентгеновских и карликовых новых требует использовать довольно большие значения параметра  $\alpha \gtrsim 0,1$ . И, если для карликовых новых характерные значения  $\alpha$  не превосходят 0,3 [62], то для рентгеновских новых могут требоваться значения более 0,5 [63]. Такие большие значения  $\alpha$ , требуемые для объяснения наблюдений, с одной стороны, не объясняются в рамках современных расчётов магнитно-ротационной неустойчивости, а с другой стороны, ставят вопрос о применимости  $\alpha$ -модели, в которой значение  $\alpha$  ограничено сверху единицей. В связи с этим, модели, призванные в рамках  $\alpha$ -теории объяснять наблюдения, должны быть достаточно точными, чтобы показать, что даже при оценках снизу параметра  $\alpha$  получаются довольно большие значения.

Также, актуален вопрос о развитии неустойчивости в ламинарных аккреционных дис-

ках. Существует несколько механизмов, которые для некоторых важных частных случаев демонстрируют развитие малых возмущений (например, магнитно-ротационная неустойчивость, о которой говорилось выше). Поэтому, интерес представляет поиск механизмов, которые могли бы привести к развитию турбулентности в ламинарном диске и обеспечить перенос момента импульса, описанный в рамках теории Шакуры—Сюняева.

Ещё одной актуальной задачей является развитие моделей, используемых для проведения глобального трёхмерного численного моделирования аккреционного течения в двойных системах. Проведение подобного моделирования может объяснить наблюдаемые нестационарные особенности взаимодействия струи с аккреционным диском. На данный момент существуют достаточно подробные модели для таких расчётов, однако современное оборудование и методы моделирования позволяют усложнить эти модели, и использовать более детальное уравнение состояния аккрецирующего вещества.

### III. Цели работы

Целью работы является исследование различных нестационарных процессов в геометрически тонких аккреционных дисках.

- Одним из классов исследуемых объектов являются рентгеновские двойные системы с чёрными дырами. Исследованы особенности рентгеновских и оптических кривых блеска двух вспышек рентгеновских новых: A 0620—00 1975 года и 4U 1543—47 2002 года. Для вспышки A 0620—00 была поставлена задача объяснения вторичного пика на кривых блеска и построения единой модели эволюции аккреционного диска в течение первых ста дней после максимума светимости источника. Также, была поставлена задача о вертикальной структуре внешних частей диска, в которых водород частично ионизирован. Для вспышки в системе 4U 1543—47 целью работы являлось создание модели эволюции аккреционного диска, способной объяснить наблюдаемое короткое характерное время спада кривой блеска (около 15 дней) для системы с орбитальным периодом более суток. Кроме того, для определения параметров аккреционного диска требовалось создать быстрый программный код для подгонки модели под данные наблюдений.
- Исследован вопрос о построении структуры геометрически тонкого ламинарного аккреционного потока с микроскопическим коэффициентом вязкости и о конвективной устойчивости этой структуры. Требовалось разрешить этот вопрос для двух предельных случаев: потока, в котором можно пренебречь излучением, а перенос энергии осу-

ществляется за счёт теплопроводности, и оптически толстого потока, в котором перенос энергии осуществляется излучением в условиях локального термодинамического равновесия.

- Рассмотрена задача об объяснении орбитальных кривых блеска затменной карликовой новой V 1239 Her в спокойном состоянии. Стояла задача дополнения системы гидродинамических уравнений, описывающих поведение аккреционного потока, уравнением состояния для частично ионизованного водорода. Для согласования с наблюдениями было необходимо разработать подход к расчёту кривой блеска на основе полученной в ходе численного расчёта трёхмерной структуры аккрецирующего вещества.

#### IV. Научная новизна

- В работе разработана новая модель конвекции во внешних частях аккреционных дисков при частичной ионизации водорода. Указанная модель основывается на модели конвекции с длиной перемешивания, но включает в себя учёт вариации вязкого выделения энергии в конвективном потоке.
- Разработан программный код для решения уравнения вязкой эволюции аккреционного диска. Имеются две вариации данного кода: с численным расчётом вертикальной структуры с учётом рентгеновского облучения, конвекции и использованием табличных значений коэффициента непрозрачности, и с аналитическим расчётом вертикальной структуры, позволяющим быстро производить моделирования кривых блеска (код FREDDI).
- Впервые найдено аналитическое выражение для структуры ламинарного тонкого аккреционного потока с микроскопическими коэффициентами вязкости и теплопроводности. Найдено критическое значение числа Прандтля, при превышении которого такой поток становится конвективно неустойчивым по всей толщине.
- Найдены новые полуаналитические решения вертикальной структуры аккреционного диска для нескольких степенных зависимостей коэффициента непрозрачности от температуры и плотности и нескольких степенных зависимостей динамической вязкости от тех же величин. В том числе, впервые построено полуаналитическое решение вертикальной структуры аккреционного диска со степенным законом непрозрачности, данным в работе К. Р. Белла и Д. Н. С. Лина (1994) [64] для температур порядка 10 000–100 000 К.

- Был разработан метод расчета болометрических орбитальных кривых блеска карликовых новых на основе данных численных трёхмерных гидродинамических расчётов.

## V. Практическая значимость

- Код FREDDI<sup>2</sup>, разработанный для моделирования кривых блеска рентгеновских новых, открыт и доступен всем желающим. FREDDI может быть использован как для моделирования оптических кривых и эволюции темпа аккреции блеска рентгеновских новых, так и для выявления общих закономерностей в эволюции аккреционных дисков в рентгеновских двойных системах.
- Разработанная модель конвекции во внешних частях аккреционного диска, в которых водород частично ионизован, может быть использована для уточнения численного расчёта структуры аккреционных дисков.
- Полученная структура ламинарного аккреционного диска с микроскопическими коэффициентами переноса может быть использована для решения задачи о поиске устойчивых и неустойчивых мод колебаний в таком диске. Наличие неустойчивых мод означает, что возмущения, наложенные на поток, будут расти экспоненциально, что может привести к возникновению турбулентности.
- Показано, что учёт частичной ионизации водорода в трёхмерных газодинамических расчётах аккреции в тесных двойных системах важен для правильного понимания геометрии структуры, образующейся при взаимодействии струи и диска.

## VI. Положения, выносимые на защиту

- Построена теория конвекции с длиной перемешивания в аккреционных дисках с учётом эффектов, связанных с генерацией энергии за счёт турбулентной вязкости.
- Создан программный код FREDDI, предназначенный для моделирования кривых блеска рентгеновских новых, демонстрирующих быстрый рост и экспоненциальный спад.
- Найдено решение для уравнений вертикальной структуры ламинарного потока с микроскопическими коэффициентами вязкости и теплопроводности. Показано, что в случае, когда потерями на излучение можно пренебречь, этот поток оказывается конвективно неустойчивым.

---

<sup>2</sup> Исходный код можно найти на странице <http://xray.sai.msu.ru/~malanchev/freddi/>

- Разработана физическая модель, предназначенная для расчета орбитальных кривых блеска карликовых новых по данным трехмерного гидродинамического расчета.

## VII. Публикации

Материалы диссертации опубликованы в 5 публикациях в реферируемых изданиях:

1. *Malanchev K. L., Postnov K. A., Shakura N. I.* Convection in axially symmetric accretion discs with microscopic transport coefficients // **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**. 2017. Янв. Т. 464. С. 410—417. DOI: [10.1093/mnras/stw2348](https://doi.org/10.1093/mnras/stw2348). arXiv: [1609.03799](https://arxiv.org/abs/1609.03799) [astro-ph.HE]
2. 3D modelling of accretion disc in eclipsing binary system V1239 Her / V. V. Lukin, K. L. Malanchev [и др.] // **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**. 2017. Май. Т. 467. С. 2934—2942. DOI: [10.1093/mnras/stx309](https://doi.org/10.1093/mnras/stx309). arXiv: [1702.00587](https://arxiv.org/abs/1702.00587) [astro-ph.SR]
3. *Lipunova G. V., Malanchev K. L.* Determination of the turbulent parameter in the accretion disks: effects of self-irradiation in 4U 1543-47 during the 2002 outburst // **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**. 2017. DOI: [10.1093/mnras/stx768](https://doi.org/10.1093/mnras/stx768). eprint: [1610.01399](https://arxiv.org/abs/1610.01399) (astro-ph.HE)
4. *Маланчев К. Л., Шакура Н. И.* Вертикальная конвекция в турбулизованном аккреционном диске и кривые блеска вспышки рентгеновской Новой А0620–00 1975 года // **Письма в Астрономический журнал**. 2015. Т. 41, № 12. С. 859—871. DOI: [10.7868/S0320010815120086](https://doi.org/10.7868/S0320010815120086). arXiv: [1511.02356](https://arxiv.org/abs/1511.02356) [astro-ph.HE]
5. *Malanchev K.* Vertical convection in turbulent accretion disk and light curves of X-ray Nova A0620-00 // **Journal of Physics: Conference Series**. Т. 675. 02.2016. С. 032020. (Journal of Physics: Conference Series). DOI: [10.1088/1742-6596/675/3/032020](https://doi.org/10.1088/1742-6596/675/3/032020)

Кроме того, автор диссертации является соавтором 1 коллективной монографии [70], 1 реферируемой статьи [71], 3 тезиса докладов [72—74] и 1 астрономической телеграммы [75].

## VIII. Апробация результатов работы

Результаты работы были доложены на 10 конференциях:

1. Международная школа «Cosmic accelerators» (Каржез, Франция, 2013): стендовый доклад «Non-stationary disk accretion in X-ray Novae».

2. XII всероссийская конференция молодых учёных «Фундаментальные и прикладные космические исследования» (ИКИ РАН, Москва, 2015): устный доклад «Исследование вторичного пика на кривых блеска рентгеновских Новых».
3. Международная конференция «Астрономия от ближнего космоса до космологических далей» (ГАИШ МГУ, Москва, 2015): устный доклад «Численное моделирование нестационарной дисковой аккреции в рентгеновских Новых».
4. Международная конференция «Black Hole Accretion and AGN Feedback» (Шанхай, Китай, 2015): стендовый доклад «Non-stationary disk accretion in X-ray Novae».
5. Международный симпозиум «IUTAM Symposium on Growing solids» (Москва, 2015): устный доклад «Numerical Simulation of X-Ray Nova Light Curves».
6. Международная конференция «The International Conference on Particle Physics and Astrophysics» (МИФИ, Москва, 2015): устный доклад «Vertical convection in turbulent accretion disk and light curves of X-ray Nova A 0620–00».
7. Международная конференция «Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра НЕА-2015» (ИКИ РАН, Москва, 2015): стендовый доклад «Вязкая эволюция аккреционного диска вокруг чёрной дыры в рентгеновской новой 4U 1543–47 2002 г.».
8. Всероссийская конференция «Успехи Российской астрофизики 2015: теория и эксперимент» (ГАИШ МГУ, Москва, 2015): устный доклад «Дисковая аккреция: вертикальная конвекция на периферии диска».
9. XIII всероссийская конференция молодых учёных «Фундаментальные и прикладные космические исследования» (ИКИ РАН, Москва, 2016): устный доклад «Модель эволюции аккреционного диска в широкой рентгеновской двойной 4U 1543–47 во время вспышки 2002 года»
10. Международная конференция «Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра НЕА-2016» (ИКИ РАН, Москва, 2016): стендовый доклад «Freddi — новый инструмент для моделирования рентгеновских Новых».

## IX. Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 138 страниц, включая 30 рисунков и 2 таблицы. Список лите-

ратуры содержит 171 ссылку.

Во **введении** дано общее описание темы исследования, даётся исторический обзор работ по теме. Обсуждаются актуальность диссертационной работы, её цель и новизна, практическая значимость. Также формулируются положения, выносимые на защиту, приводится список работ, в которых опубликованы основные научные результаты диссертации, описывается личный вклад автора в проделанную работу, даётся обзор структуры и объёма диссертации.

**Первая глава** посвящена моделированию кривых блеска рентгеновских новых на примере знаменитой вспышки А 0620–00 1975 года. Описывается модель нестационарной дисковой аккреции, выводятся основные уравнения этой модели. Рассматривается вопрос о связи радиальных распределений поверхностной плотности диска и момента вязких сил в нём через решение уравнений вертикальной структуры аккреционного диска. Представлен вывод этих уравнений для внешних частей диска с учётом нескольких важных физических эффектов. Во-первых, принято во внимание наличие рентгеновского излучения, приходящего от внутренних частей аккреционного диска и падающего на внешние его части. Во-вторых, разработана модель вертикальной конвекции с длиной перемешивания, в которую включены эффекты, отвечающие за генерацию энергии вязкими силами. Разработанная модель применяется для моделирования оптической и рентгеновской кривых блеска рентгеновской новой А 0620–00 1975 года. Выдвигается гипотеза о дополнительном притоке массы со звезды-донора для объяснения вторичного максимума блеска на этих кривых. Демонстрируются модельные кривые блеска и подобранные параметры турбулентной вязкости  $\alpha$  для двух возможных масс чёрной дыры в этой системе:  $6,6 M_{\odot}$  и  $12 M_{\odot}$ . Показано, что недостаток модельной оптической светимости системы по сравнению с наблюдениями, частично может быть объяснён добавлением постоянного третьего света, связанного, например, со светимостью прогретой звезды-компаньона или внешней части диска. В приложении к Главе изложены подробности используемой модели вертикальной конвекции.

Во **второй главе** рассматривается моделирование необычной рентгеновской новой 4U 1543–47 2002 года. Обсуждаются возможные сценарии быстрой наблюдаемой эволюции аккреционного диска с довольно большим приливным радиусом в этой двойной системе. Особое внимание в Главе уделяется рассмотрению эффектов рентгеновского самооблучения диска, от которых сильно зависит характер эволюции аккреционного диска. Для набора масс и параметров Керра чёрной дыры по данным рентгеновских наблюдений восстановлена зависимость темпа аккреции от времени в течении вспышки. Для разных параметров самооблучения с помощью программы FREDDI производится моделирование и подгонка параметров вспышки, в первую очередь параметра турбулентной вязкости  $\alpha$ . Продемонстрировано,

что типичные значения параметров самооблучения, используемые в литературе, слишком велики и не могут быть использованы для объяснения вспышки. Этот факт, независимо от численного моделирования вязкой эволюции диска, подтверждается на основании сопоставления оптических и рентгеновских наблюдений. В приложении к Главе дано описание кода FREDDI.

В **третьей главе** рассмотрена задача о конвективной устойчивости тонкого ламинарного аккреционного диска с микроскопическим коэффициентом вязкости. В первой части Главы записывается и решается уравнение энергии для случая, в котором можно пренебречь потерями на излучение. Исследуется конвективная устойчивость такого решения и вводится критическое значение числа Прандтля, выше значения которого течение оказывается конвективно неустойчивым. Во второй части Главы рассматривается задача о построении решения уравнений вертикальной структуры аккреционного диска, в котором перенос энергии осуществляется излучением, но давление вещества преобладает над давлением излучения. Получен ряд новых решений вертикальной структуры диска с коэффициентами непрозрачности и вязкого энерговыделения, зависящими от плотности и температуры степенным образом. Также, эти решения исследованы на конвективную устойчивость, показано, что имеющиеся в литературе критерии конвективной неустойчивости таких течений являются необходимыми, но недостаточными.

В **четвёртой главе** идёт речь о трёхмерном газодинамическом численном моделировании движения аккрецирующего вещества в затменной карликовой новой V 1239 Her. В начале Главы описываются орбитальные кривые блеска этой системы в спокойном состоянии, кривые распределяются по трём группам. Далее приводится физическая модель, используемая в вычислениях. Модель включает в себя уравнения течения газа в гравитационном потенциале двух звёзд, учёт потерь энергии вещества на излучение и уравнение состояния для частично ионизованного водорода. Демонстрируется результат расчёта с использованием данной модели, полученные кривые блеска сравниваются с наблюдениями, выдвигается гипотеза об изменении темпа истечения вещества со звезды-компаньона для объяснения всех трёх групп орбитальных кривых блеска. На рисунках показана полученная в расчётах геометрия аккреционного диска, его взаимодействие со струёй втекающего вещества, приводится сравнение с результатами подобных работ.

**Заключение** посвящено перечислению основных результатов диссертации и обсуждению перспектив дальнейших исследований по её теме. Высказываются благодарности тем, без кого эта работа не состоялась бы.

## Х. Личный вклад автора

Автор диссертации внёс существенный вклад в каждую часть данной работы. Ниже описан вклад автора по каждой из глав диссертации.

### Личный вклад в Главу 1

На основе стандартной теории дисковой аккреции Шакуры—Сюняева [1; 2] построена модель нестационарного аккреционного диска во время вспышки рентгеновской новой в тесной двойной системе.

Вязкая эволюция аккреционного диска описывается с помощью уравнения диффузии [76; 77]. Для численного решения этого уравнения автором диссертации разработан специальный программный код, детальное описание которого представлено в Главе 2.

При решении задачи о вязкой эволюции аккреционного диска необходимо построение модели его вертикальной структуры. Темп аккреции на центральную чёрную дыру, который определяет рентгеновскую светимость источника, зависит от эволюции внешних частей диска, так как в этой области содержится подавляющая часть его массы. Поэтому, при составлении уравнений вертикальной структуры диска, не учитывались важные во внутренних его частях релятивистские эффекты и давление излучения. Уравнения гидростатического равновесия и уравнение для поверхностной плотности хорошо известны, и их вывод даётся для полноты описания.

В выражение для генерации энергии входят два слагаемых: первое отвечает за турбулентную вязкость, а второе за термализацию падающего из внутренних частей диска рентгеновского излучения. Выражение, описывающее нагрев диска за счёт рентгеновского самооблучения, получено автором диссертации на основе работы А. В. Мещерякова и др. (2011) [78] для приближения полубесконечного диска.

Перенос энергии вдоль вертикального направления осуществляется за счёт радиационной теплопроводности и конвекции [27; 28]. Для описания конвекции в диске используется теория конвекции с длиной перемешивания. Эта теория и ранее применялась в теории дисковой аккреции [40; 45], однако без учёта влияния генерации энергии на конвективное течение. Автором диссертации была разработана модель конвекции с длиной перемешивания и учётом вязкого энерговыделения на основе модели, используемой для описания конвекции в звёздах [79]. Для расчёта используются табличные значения коэффициента непрозрачности из проекта OPAL [80] и работы Дж. В. Фергюсона и др. (2005) [81], интерполируемые с помощью сплайнов Акимы [82], гарантирующих отсутствие резких скачков значений.

Для решения полной системы уравнений вертикальной структуры автором диссертации был написан специальный программный код. Численное нахождение вертикальной структуры для одного набора входных параметров на одном процессорном ядре может занимать до нескольких секунд, поэтому программный код содержит несколько оптимизаций. Во-первых, при использовании многоядерной архитектуры, решение уравнений вертикальной структуры для каждого набора параметров производится на своём процессорном ядре. Во-вторых, при нахождении вертикальной структуры в качестве начального приближения используется найденное ранее решение с близкими значениями входных параметров. В-третьих, для экономии расчётного времени была использована таблица, содержащая искомые интегральные параметры диска. Эта таблица заполнялась значениями по ходу решения задачи о вязкой эволюции диска, а необходимые параметры диска получались в ходе интерполяции между ячейками таблицы. Полученная таблица после конца расчётов сохранялась и при необходимости использовалась заново.

С помощью разработанной программы автором было проведено моделирование эволюции аккреционного диска во время вспышки рентгеновской новой А 0620–00 1975 года. Для объяснения вторичного пика на кривых блеска была предложена гипотеза о дополнительном впрыске вещества со звезды-компаньона. В процессе численного моделирования считалось, что внешний радиус горячего диска смещается внутрь вместе с зоной тепловой неустойчивости, а во внешнем холодном диске аккреция полностью останавливается, как это было сделано в работе Г. В. Липуновой и Н. И. Шакуры (2003) [83]. Недостаток оптического потока в модели через 70–100 дней после начала вспышки объяснён в рамках предположения о достаточно большой яркости звезды-компаньона, которая может быть нагрета рентгеновским излучением диска.

## **Личный вклад в Главу 2**

Была разработана программа FREDDI, предназначенная для моделирования кривых блеска рентгеновских новых с быстрым ростом рентгеновской светимости и последующим экспоненциальным спадом. FREDDI решает уравнение вязкой эволюции аккреционного диска для случая модели вертикальной структуры, описанной в статьях Н. А. Кецариса и Н. И. Шакуры (1998) [84], В. Ф. Сулейманова и др. (2007) [77] и Главе 3. Непрозрачность вещества описывается одной из двух аппроксимаций численной непрозрачности: законом Крамерса или соотношением, данным в работе К. Р. Белла и Д. Н. С. Лина (1994) [64]. При использовании FREDDI в качестве начального условия может быть выбран один из нескольких

законов, например, квазистационарное распределение, найденного в работе Г. В. Липуновой и Н. И. Шакуры (2000) [54], или распределение, задающее состояние диска до максимума вспышки. Таким образом, FREDDI может быть использован не только для описания поведения рентгеновской новой после максимума вспышки, но и для описания роста светимости аккреционного диска. FREDDI способен моделировать горячие аккреционные диски с уменьшающимся внешним радиусом, такое изменение размера горячего диска может происходить за счёт рекомбинации водорода и его перехода в холодное состояние, в котором вязкая эволюция сильно замедляется. Автором диссертации продемонстрировано, что при моделировании горячего (с температурой более 10 000 К) диска результаты вычисления FREDDI для обоих используемых законов непрозрачности не сильно отличаются от результатов, полученных кодом, описанным в Главе 1, который численно решает уравнения вертикальной структуры для табличных значений коэффициента непрозрачности. Код FREDDI написан на языке C++, имеет удобный интерфейс для использования в командной строке и доступен всем желающим в Интернете.

Автором диссертации был разработан программный комплекс на основе FREDDI, предназначенный для подгонки параметров вспышки по зависимости темпа аккреции на чёрную дыру от времени. Этот программный комплекс был применён для нахождения параметра турбулентности  $\alpha$  в горячем диске во время вспышки 4U 1543–47 2002 года для различных значений параметра самооблучения, массы и параметра Керра чёрной дыры. Было рассмотрено два случая: радиус горячего диска постоянен и радиус горячего диска определяется потоком рентгеновского облучения, падающего из внутренних частей диска. В первом случае было показано, что получаемая в процессе подгонки модель не может адекватно описать наблюдения в течении 30 дней после максимума блеска. Во втором случае модельная зависимость темпа аккреции на чёрную дыру от времени хорошо описывает точки, полученные соавтором этой работы Г. В. Липуновой из рентгеновских спектральных наблюдений.

Также, с помощью FREDDI были получены модельные оптические кривые блеска источника. Эти кривые блеска сравниваются с наблюдениями в полосах  $V$  и  $J$  [85]. Показано, что модель горячего аккреционного диска с размером, достигающим приливного радиуса, даёт оптический поток, существенно превышающий данные наблюдений. Модель же с переменным радиусом горячего диска удовлетворительно описывает оптические наблюдения.

### Личный вклад в Главу 3

Описана вертикальная структура аккреционных дисков с вязкостью, определяемой микроскопическими процессами, для двух предельных случаев: 1) потери на излучение пренебрежимо малы, а перенос энергии осуществляется за счёт микроскопической теплопроводности, 2) перенос энергии происходит за счёт излучения.

В первом случае для получения уравнения энергии для вертикальной координаты используются коэффициенты теплопроводности и динамической вязкости. В ряде важных физических случаев, в том числе для полностью ионизованного газа или молекулярного газа, эти коэффициенты зависят только от температуры. Автором диссертации было получено уравнение энергии для случая степенной зависимости коэффициентов динамической вязкости и теплопроводности от температуры. Полученное уравнение является нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка для вертикального распределения температуры. Автором диссертации было найдено решение этого уравнения через гипергеометрическую функцию Гаусса. Это решение было исследовано на предмет конвективной устойчивости. Было показано, что если число Прандтля в плоскости симметрии диска превышает критическое значение, которое зависит лишь от кривой вращения диска, то рассматриваемое решение не может быть конвективно устойчивым. Если число Прандтля меньше критического, но коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности зависят от температуры, то верхний слой течения всё равно конвективно неустойчив. Если же эти коэффициенты постоянны, то вертикальная структура диска будет политропной, причём показатель политропы будет зависеть лишь от безразмерных величин: числа Прандтля, удельных теплоёмкостей и кривой вращения диска.

Во втором случае рассмотрен диск, в котором генерация энергии осуществляется за счёт микроскопической вязкости, а перенос энергии — за счёт излучения. Для определения вертикального распределения температуры в этом случае потребовалось записать четыре уравнения вертикальной структуры вместо единственного уравнения энергии. Эти уравнения записаны для случая степенной зависимости коэффициентов непрозрачности и динамической вязкости от давления и температуры. Была разработана программа для численного решения этой системы уравнений, работа которой была верифицирована по результатам расчётов Н. А. Кеदारиса и Н. И. Шакуры (1998) [84], проведённых для  $\alpha$ -диска и диска с постоянной удельной генерацией энергии. В результате численных расчётов автор диссертации показал, что конвекция, если она возникает, начнётся вблизи плоскости симметрии диска. Также было показано, что для возникновения конвекции требуется очень резкая зави-

симось коэффициента динамической вязкости от температуры. Было обнаружено, что если генерация энергии происходит за счёт ионной вязкости, а перенос энергии определяется процессами рассеяния, то вертикальная структура аккреционного течения оказывается близка к политропной с коэффициентом политропы  $5/2$ .

#### **Личный вклад в Главу 4**

Автор диссертации предложил метод учета частичной ионизации водорода для проведения численного трёхмерного газодинамического расчёта аккреции в катаклизмических переменных. На основе известных выражений [79; 86] было записано уравнение состояния газа, состоящего из частично ионизованного водорода.

Был разработан подход к расчёту кривой блеска в белом свете на основе полученной в ходе газодинамического моделирования структуры газа. Автором диссертации предложено использовать для вычисления оптической толщи усреднённый по Планку коэффициент поглощения, а для вычисления интенсивности излучения использовать усреднённую за временной шаг гидродинамического расчёта функцию охлаждения. Показано, что функция охлаждения и усреднённый по Планку коэффициент поглощения связаны друг с другом простым соотношением вследствие закона Кирхгофа. Автор диссертации показал, что точность вычисления наблюдаемого потока практически не зависит от выбора конкретного значения предельной оптической толщи, на которой измеряется интенсивность излучения, из широкого диапазона значений.

Для сопоставления модельной кривой блеска с данными наблюдений [87], была проведена свертка данных наблюдений с фазой орбитального периода.

# Моделирование ниспадающих частей кривых блеска вспышки рентгеновской Новой А 0620–00 1975 года<sup>1</sup>

## 1.1. Введение

Рентгеновские Новые — тесные двойные системы с релятивистским объектом (чёрной дырой или нейтронной звездой) и маломассивной звездой, заполнившей свою полость Роша (см., например, обзоры А. М. Черепашука (2000) [88], и К. А. Постнова и Л. Р. Юнгельсона (2014) [89]). Временную эволюцию аккреционного диска можно рассматривать в рамках линейной задачи, в которой коэффициент кинематической вязкости в диске не зависит от его поверхностной плотности  $\Sigma_0$ . Аналитическое решение для эволюции диска в этом случае получено в работе Г. В. Липуновой (2015) [50]. Стандартная модель дисковой аккреции, разработанная более сорока лет назад [1; 2], подразумевает, что кинематическая вязкость зависит от поверхностной плотности, а значит задача эволюции аккреционного диска является нелинейной. Для  $\alpha$ -диска были найдены аналитические решения для различных стадий эволюции аккреционного диска [54; 76].

Аналитические решения нелинейной задачи дисковой аккреции возможны только в случае, когда существует аналитическая связь между вязкостью и поверхностной плотностью аккреционного диска (например, с использованием решения уравнений вертикальной структуры диска [54; 84]). В остальных случаях следует численно решать уравнения вертикальной структуры и уравнение вязкой эволюции аккреционного диска. В ряде работ рассмотрено численное моделирование кривых блеска с учётом тепловой неустойчивости, конвекции и самооблучения в случае карликовых Новых, в которых аккреция идёт на чёрную дыру [45], так и рентгеновских Новых [90; 91]. Отличием от предыдущих работ является рассмотрение вопроса влияния турбулентности на вертикальную конвекцию. В приложении в рамках теории конвекции с длиной перемешивания рассмотрена структура вертикальной конвекции во внешних частях диска и влияние на неё турбулентного энерговыделения.

Вспышка рентгеновской Новой А 0620–00 1975 года является одной из самых ярких рентгеновских Новых и хорошо изучена. Рентгеновская кривая этой вспышки растёт на мас-

---

<sup>1</sup> Глава с незначительными изменениями опубликована в Письмах в *Астрономический журнал* в соавторстве с Н. И. Шакурой [68]. По сравнению с журнальной версией, Глава дополнена некоторыми рисунками и выводами, опубликованными в *Journal of Physics: Conference Series* [69].

штабах нескольких дней, а затем испытывает квазиэкспоненциальный спад на масштабах десятков дней. В нашей работе рассматриваются только ниспадающие части рентгеновской и оптической кривых блеска рентгеновской Новой А 0620–00.

Совместное моделирование рентгеновской и оптических кривых блеска рентгеновской Новой А 0620–00 в первые 50 дней после максимума представлено в статье В. Ф. Сулейманова и др. (2008) [63], где получены значения параметра  $\alpha \gtrsim 0,5$ . В настоящей работе мы проводим моделирование кривых блеска этой Новой в течении 120 дней после её максимума. Характерной особенностью кривых блеска А 0620–00 является вторичный пик блеска, наблюдаемый как в рентгеновском, так и в оптическом диапазонах, примерно на 55-й день после главного максимума. Природа этого вторичного максимума остаётся неясной и может быть объяснена множеством различных физических процессов. Одним из объяснений может быть радиационный прогрев до этого холодных внешних частей диска [49; 92]. Другое предположение связано с испарением вещества в центральных горячих областях диска и их дальнейшим заполнением веществом [93]. Г. В. Липунова и Н. И. Шакура в работах 2001 и 2003 гг. [54; 83] связывают появление вторичного пика с возникновением конвекции во внешних частях аккреционного диска, которая эффективно может увеличить вязкое трение. В данной Главе мы используем предположение о дополнительном впрыске массы в диск от оптического компонента. Такой выброс может объясняться как облучением оптической звезды рентгеновским излучением аккреционного диска, так и внутренними неустойчивостями в её конвективной оболочке.

## 1.2. Вязкая эволюция аккреционного диска

Будем рассматривать тонкий аккреционный диск, симметричный относительно вертикальной оси и экваториальной плоскости, в котором скорость движения аккрецирующего вещества зависят только от расстояния до центра диска  $r$ . В таком диске проинтегрированное вдоль вертикальной оси уравнение неразрывности имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \Sigma_0}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\Sigma_0 v_r r), \quad (1.1)$$

где  $\Sigma_0 \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \rho dz$  — поверхностная плотность кольца вещества на радиусе  $r$ ,  $v_r$  — радиальная скорость вещества в диске.

Уравнение переноса момента импульса запишется как:

$$\Sigma_0 v_r \frac{\partial(\omega r^2)}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (W_{r\varphi} r^2), \quad (1.2)$$

где  $\omega = \sqrt{GM_x/r^3}$  — угловая скорость вещества в диске,  $G$  — гравитационная постоянная,  $M_x$  — масса центрального объекта,  $W_{r\varphi} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} w_{r\varphi} dz$  — проинтегрированная вдоль вертикальной оси  $r\varphi$ -компонента тензора вязких напряжений. Здесь мы пренебрегаем действием момента приливных сил, считая их пренебрежимо малыми во всем диске, кроме самого внешнего его кольца [94].

Введём момент вязких сил, действующий между соседними слоями  $F$ :

$$F = -2\pi W_{r\varphi} r^2. \quad (1.3)$$

Подставив (1.2) и (1.3) в (1.1) и используя в качестве новой радиальной координаты удельный момент импульса  $h = \sqrt{GM_x r}$ , получим дифференциальное уравнение типа диффузии:

$$\frac{\partial \Sigma_0}{\partial t} = \frac{1}{4\pi} \frac{(GM_x)^2}{h^3} \frac{\partial^2 F}{\partial h^2}. \quad (1.4)$$

Для решения этого уравнения требуется задать начальное и граничные условия. От внутреннего края диска вещество падает без вязкости, двигаясь в области неустойчивых круговых орбит к горизонту событий чёрной дыры за динамическое время. Исходя из этого поставим внутреннее граничное условие на момент вязких сил:

$$F|_{r=r_{\text{in}}} = 0, \quad (1.5)$$

где радиус последней устойчивой орбиты  $r_{\text{in}}$  записывается следующим образом [95]:

$$r_{\text{in}} = \frac{GM_x}{c^2} (3 + Z_2 - \sqrt{(3 - Z_1)(3 + Z_1 + 2Z_2)}), \quad (1.6)$$

$$Z_1 \equiv 1 + \sqrt[3]{1 - a_{\text{Kerr}}^2} (\sqrt[3]{1 + a_{\text{Kerr}}} + \sqrt[3]{1 - a_{\text{Kerr}}}), \quad (1.7)$$

$$Z_2 \equiv \sqrt{3a_{\text{Kerr}}^2 + Z_1^2}, \quad (1.8)$$

$a_{\text{Kerr}}$  — параметр Керра чёрной дыры,  $c$  — скорость света.

Заметим, что величина  $2\pi \Sigma_0(r) v_r(r) r$  равняется темпу аккреции  $\dot{M}(r, t)$ . Выразив левую часть уравнения (1.2) через темп аккреции, получим связь темпа аккреции с моментом вязких сил:

$$\dot{M}(h) = -\frac{\partial F}{\partial h}. \quad (1.9)$$

На внешнем краю диска, где нет как притока, так и оттока вещества:

$$\left. \frac{\partial F}{\partial h} \right|_{h_{\text{out}}} = 0, \quad (1.10)$$

где  $h_{\text{out}} = \sqrt{GM_x r_{\text{out}}}$  — удельный момент импульса на внешнем радиусе диска. Внешний радиус диска определяется приливным радиусом, который мы принимаем равным 80% от

эффективного радиуса полости Роша чёрной дыры [63; 96; 97]:

$$r_{\text{out}} = 0,8 \tilde{a} \frac{0,49 (M_x/M_{\text{opt}})^{2/3}}{0,6 (M_x/M_{\text{opt}})^{2/3} + \ln(1 + (M_x/M_{\text{opt}})^{1/3})}, \quad (1.11)$$

где  $\tilde{a}$  — большая полуось двойной системы, а  $M_{\text{opt}}$  — масса оптического компонента.

Начальное условие выбрано в виде, удовлетворяющем граничным условиям:

$$F(h)|_{t=0} = \frac{2}{\pi} (h_{\text{out}} - h_{\text{in}}) \dot{M}_0 \times \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{h - h_{\text{in}}}{h_{\text{out}} - h_{\text{in}}}\right), \quad (1.12)$$

где  $\dot{M}_0 \equiv \dot{M}(h_{\text{in}})|_{t=0}$  — темп аккреции на чёрную дыру в начальный момент времени.

Для решения системы уравнений (1.5), (1.10), (1.12) требуется установить связь между двумя неизвестными функциями  $\Sigma_0(h, t)$  и  $F(h, t)$ , которая может быть найдена из решения уравнений вертикальной структуры аккреционного диска (см. раздел 1.3). Данная система решалась численно с помощью неявной схемы, гарантирующей устойчивость решения. Решение производилось на логарифмической пространственной сетке по  $h$  с уплотнением в районе  $h_{\text{out}}$ , состоящей из 400 узлов. Шаг по времени был постоянен и равен 0,2 дня, что превышает тепловое время во внешних частях диска и позволяет не учитывать эффекты, связанные с неравновесностью излучения и вещества в диске при его резком охлаждении.

### 1.3. Вертикальная структура

Мы производим независимый расчёт вертикальной структуры диска на различных радиусах, так как в тонком аккреционном диске радиальные градиенты термодинамических величин много меньше вертикальных. Вычисления проводятся в приближении гидростатического равновесия и приближении Эддингтона для переноса излучения. Для удобства расчётов вертикальная координата  $\tilde{z}$  в диске отсчитывается от фотосферы по направлению к плоскости симметрии диска. В силу симметрии диска относительно экваториальной плоскости решение уравнений вертикальной структуры производится только между точками со значением вертикальной координаты  $\tilde{z} = 0$  (оптическая фотосфера диска) и  $\tilde{z} = z_0$  (экваториальная плоскость диска). Величина  $z_0$  соответствует полутолщине стандартного аккреционного диска.

#### 1.3.1. Уравнение гидростатического равновесия

Уравнение гидростатического равновесия имеет вид:

$$\frac{dP}{d\tilde{z}} = \rho g_{\tilde{z}}, \quad (1.13)$$

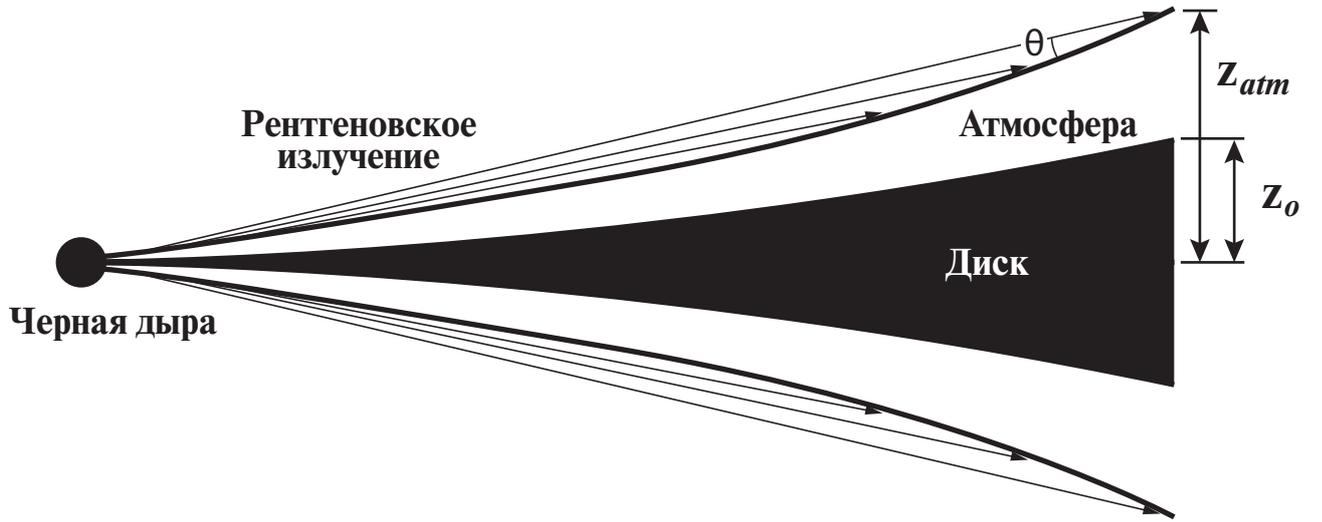


Рис. 1.1. Схематическое изображение аккреционного диска с атмосферой и рентгеновским излучением.

где  $P$  — давление,  $\rho$  — плотность,  $g_{\tilde{z}} = GM_x/r^2 \times (z_0 - \tilde{z})/r$  — вертикальная составляющая ускорения свободного падения. Мы пренебрегаем давлением излучения в наших расчётах. Удобно в (1.13) выразить  $g_{\tilde{z}}$  через угловую скорость  $\omega$ :

$$\frac{dP}{d\tilde{z}} = \rho \omega^2 (z_0 - \tilde{z}). \quad (1.14)$$

Запишем производную давления по оптической толщине  $\tau$ , измеренной вдоль вертикальной оси  $\tilde{z}$ :

$$\frac{dP}{d\tau} = \frac{\omega^2 (z_0 - \tilde{z})}{\varkappa}, \quad (1.15)$$

где  $\varkappa$  — росселандов коэффициент непрозрачности. Нами используются табличные коэффициенты непрозрачности из проекта OPAL [80] и работы Дж. В. Фергюсона и др. (2005) [81] для солнечного химического состава [98]. Оценка давления на уровне фотосферы аккреционного диска, где оптическая толщина  $\tau = 2/3$ :

$$P|_{\tilde{z}=0} = \frac{2}{3} \frac{\omega^2 z_0}{\varkappa}. \quad (1.16)$$

### 1.3.2. Уравнение для поверхностной плотности

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial \tilde{z}} = 2\rho, \quad (1.17)$$

где  $\Sigma$  — удвоенная поверхностная плотность слоя диска, находящегося между его фотосферой и текущей вертикальной координатой  $\tilde{z}$ .

Пренебрегая поверхностной плотностью слоев диска, находящихся над уровнем оптической фотосферы, получим граничное условие для уравнения (1.17):

$$\Sigma|_{\tilde{z}=0} = 0. \quad (1.18)$$

В результате интегрирования системы (1.17),(1.18) будет получено значение полной поверхностной плотности  $\Sigma_0$ :

$$\Sigma_0 = \Sigma|_{\tilde{z}=z_0}. \quad (1.19)$$

Заметим, что последнее соотношение не является граничным условием, так как  $\Sigma_0$  считается неизвестным при интегрировании уравнений вертикальной структуры.

### 1.3.3. Уравнение энергии

В рамках модели  $\alpha$ -диска генерация энергии в единицу времени в единицу объёма вязкими силами равняется  $w_{r\varphi} r d\omega/dr = 3/2 \alpha P \omega$  [2]. Во внешних областях аккреционного диска существенным источником энергии является темп энерговыделения за счёт термализации рентгеновского излучения  $\epsilon_x(\tilde{z})$ , пришедшего от его внутренних частей и падающих на поверхность.

$$\frac{dQ}{d\tilde{z}} = -\frac{3}{2} \alpha P \omega - \epsilon_x(\tilde{z}). \quad (1.20)$$

Полный поток энергии, выделяющийся в диске за счёт турбулентной вязкости  $Q_{\text{vis}}$ , с учётом (1.3) равен

$$Q_{\text{vis}} = \int_{-\infty}^{+\infty} w_{r\varphi} r \frac{d\omega}{dr} dz = -\frac{3}{2} W_{r\varphi} \omega = \frac{3}{8\pi} \frac{F \omega}{r^2}. \quad (1.21)$$

Для расчёта потока этого рентгеновского излучения внутри внешних частей диска мы использовали модель двухкомпонентного диска (см. Рисунок 1.1). В этой модели над оптической фотосферой диска находится горячая атмосфера, которая рассеивает и поглощает часть рентгеновских фотонов. Диск под оптической фотосферой считается холодным относительно рентгеновского излучения и поглощение в нём преобладает над рассеянием. Рассматриваемый диск является оптически толстым для рентгеновского облучения, и энерговыделение в области вблизи плоскости его симметрии определяется исключительно вязкостью. Это обстоятельство позволяет использовать модель полубесконечного слоя при записи уравнений переноса рентгеновского излучения.

Запишем рентгеновский поток  $Q_x$ , падающий на горячую атмосферу, считая, что её граница расположена на высоте  $z_{\text{atm}}$  над плоскостью симметрии диска ( $\tilde{z} = z_0 - z_{\text{atm}}$ ):

$$Q_x|_{\tilde{z}=z_0-z_{\text{atm}}} = \frac{L_x}{4\pi r^2} \Psi(z_{\text{atm}}/r) \sin \theta, \quad (1.22)$$

где  $L_x = \tilde{\eta} \dot{M}_{\text{in}}$  — рентгеновская светимость диска,  $\tilde{\eta}$  — эффективность аккреции,  $\Psi(z_{\text{atm}}/r)$  — диаграмма направленности излучения внутренних частей диска для удалённого наблюдателя,  $\theta$  — угол между направлением распространения рентгеновских фотонов и поверхностью атмосферы. Нами использовалась диаграмма направленности из работы В. Ф. Сулейманова и др. (2008) [63]. Значение  $\Psi(z_{\text{atm}}/r)$  для шварцшильдовской чёрной дыры и характерного для внешних частей диска  $z_{\text{atm}}/r = 0,1$  составляет около 0,35.

Угол  $\theta$  в приближении тонкого диска запишется следующим образом:

$$\theta \simeq \frac{dz_{\text{atm}}}{dr} - \frac{z_{\text{atm}}}{r}. \quad (1.23)$$

Согласно численным моделям атмосферы аккреционных дисков в рентгеновских двойных системах [99], в первом приближении можно считать, что  $z_{\text{atm}} = k_z z_0$  во внешней части диска, где существенно облучение. Тогда, выражение для  $\theta$  примет вид:

$$\theta = k_z \left( \frac{dz_0}{dr} - \frac{z_0}{r} \right) = k_z \frac{z_0}{r} \left( \frac{d \ln z_0}{d \ln r} - 1 \right). \quad (1.24)$$

Заметим, что формально  $\theta$  может принимать отрицательные значения во внешних частях диска при наступлении конвекции. В наших расчётах мы исходили из того, что изменение формы фотосферы при наступлении конвекции в диске не влияет на форму поверхности атмосферы и использовали постоянное значение для  $d \ln z_0 / d \ln r = 1,06$ , полученное нами для внешних частей диска, находящихся при температурах более 10 000 К.

Согласно работе А. В. Мещерякова и др. (2011) [78], поток рентгеновского излучения на уровне оптической фотосферы диска записывается как:

$$Q_x|_{\tilde{z}=0} = \lambda^{\text{atm}} e^{-k^{\text{atm}} \tau_x^{\text{atm}}} Q_x|_{\tilde{z}=z_0-z_{\text{atm}}}, \quad (1.25)$$

где  $\lambda^{\text{atm}} \equiv \kappa_{\Gamma} / \kappa_x^{\text{atm}}$  — отношение коэффициента непрозрачности по рассеянию к полному коэффициенту непрозрачности рентгеновских фотонов в атмосфере,  $\tau_x^{\text{atm}}$  — оптическая толщина атмосферы вдоль оси  $\tilde{z}$  для рентгеновского излучения,  $k^{\text{atm}} \equiv \sqrt{3(1 - \lambda^{\text{atm}})}$ .

Обозначим ослабление рентгеновского потока в атмосфере как  $(1 - A_x)$ :

$$1 - A_x \equiv \lambda^{\text{atm}} e^{-k^{\text{atm}} \tau_x^{\text{atm}}}. \quad (1.26)$$

Воспользовавшись этим обозначением, запишем поток рентгеновского излучения под оптической фотосферой [78]:

$$Q_x(\tilde{z})|_{\tilde{z} \geq 0} = (1 - A_x) \frac{L_x}{4\pi r^2} \Psi(z_{\text{atm}}/r) \sin \theta e^{-k_d \kappa_x \Sigma(\tilde{z})}, \quad (1.27)$$

где  $\kappa_x$  — коэффициент непрозрачности для рентгеновского излучения в холодной среде,  $\lambda_d = 0$  (коэффициент рассеяния много меньше непрозрачности по поглощению),  $k_d =$

$\sqrt{3(1-\lambda_d)} = \sqrt{3}$ . Нами использовалось значение  $\kappa_x = 5,7 \text{ см}^2/\text{г}$ , что соответствует коэффициенту непрозрачности холодной среды солнечного химического состава для излучения с энергией фотонов равной 3 кэВ [100].

Продифференцировав (1.27) по  $\tilde{z}$ , получим окончательное выражение для энерговыделения в единице объёма  $\epsilon_x$  за счёт термализации рентгеновского излучения:

$$\epsilon_x(\tilde{z}) = k \frac{L_x}{4\pi r^2} \Psi(z_{\text{atm}}/r) \frac{z_0}{r} \left( \frac{d \ln z_0}{d \ln r} - 1 \right) k_d \kappa_x \rho e^{-k_d \kappa_x \Sigma(\tilde{z})}, \quad (1.28)$$

где  $k \equiv (1-A_x) k_z$  — неизвестный коэффициент, связанный со строением атмосферы, который может быть определён при моделировании оптической кривой блеска рентгеновской Новой.

Используя (1.25) и (1.21), запишем полный поток теплового излучения через фотосферу диска:

$$Q|_{\tilde{z}=0} = \frac{3}{8\pi} \frac{F\omega}{r^2} + k \frac{L_x}{4\pi r^2} \Psi(z_{\text{atm}}/r) \frac{z_0}{r} \left( \frac{d \ln z_0}{d \ln r} - 1 \right). \quad (1.29)$$

В силу симметрии диска относительно центральной плоскости граничное условие для потока энергии в плоскости симметрии диска:

$$Q|_{\tilde{z}=z_0} = 0. \quad (1.30)$$

### 1.3.4. Уравнение переноса энергии

Уравнение переноса энергии излучением  $Q_{\text{rad}}$  в диффузионном приближении записывается следующим образом:

$$\frac{c}{3\kappa\rho} \frac{da_r T^4}{d\tilde{z}} = Q_{\text{rad}}, \quad (1.31)$$

где  $a_r$  — постоянная излучения,  $T$  — температура вещества.

При температуре ниже 10 000 К водород становится частично ионизованным, и непрозрачность резко увеличивается, что приводит к резкому росту вертикального градиента температуры и появлению конвекции. Выражение для  $dT/d\tilde{z}$  в этом случае в рамках теории с длиной перемешивания получено в Приложении (1.71).

Таким образом, вертикальный градиент температуры будет определяться соотношением (1.71) при соблюдении критерия наступления конвекции (1.41) и соотношением (1.31) в обратном случае.

$$\frac{dT}{d\tilde{z}} = \begin{cases} \frac{3\kappa\rho}{4a_r c T^3} Q, & \nabla_r < \nabla_{\text{ad}}; \\ \frac{g\tilde{z}\rho T}{P} \nabla, & \nabla_r \geq \nabla_{\text{ad}}. \end{cases} \quad (1.32)$$

Граничное условие для температуры на уровне фотосферы диска определяется эффективной температурой:

$$T|_{\tilde{z}=0} = \sqrt[4]{\frac{4 Q|_{\tilde{z}=0}}{a_r c}}. \quad (1.33)$$

### 1.3.5. Решение системы уравнений вертикальной структуры

Уравнения (1.14), (1.17), (1.20), (1.32) вместе с граничными условиями (1.16), (1.18), (1.29), (1.30), (1.33) образуют систему из четырёх линейных дифференциальных уравнений с пятью граничными условиями (четыре заданы на поверхности диска, одно — в плоскости симметрии) и одной неизвестной —  $z_0$ . Полутолщина диска  $z_0$  подбирается таким образом, чтобы при интегрировании указанной системы уравнений от точки  $\tilde{z} = 0$ , на которой заданы граничные условия для всех неизвестных функций  $P(\tilde{z}), \Sigma(\tilde{z}), Q(\tilde{z}), T(\tilde{z})$ , к точке  $\tilde{z} = z_0$ , выполнялось граничное условие  $Q|_{\tilde{z}=z_0} = 0$ .

В итоге, для заданного радиуса, момента вязких сил и рентгеновского потока, падающего на фотосферу диска, можно получить вертикальное распределение всех термодинамических величин и значение поверхностной плотности диска. Полученный профиль поверхностной плотности для набора колец аккреционного диска можно использовать для решения уравнения вязкой эволюции диска (2.1). Для оптимизации времени моделирования кривых блеска использовалась таблица интегральных параметров диска ( $\Sigma_0, z_0$  и др.) в зависимости от трёх параметров: удельного момента импульса  $h$ , момента вязких сил  $F$  и отношения полного потока энергии с поверхности диска к вязкому потоку  $f_Q \equiv Q|_{\tilde{z}=0}/Q_{\text{vis}}$ . Таблица была составлена для логарифмов величин  $h, F$  и  $f_Q$ , имела размер  $(500 \times 500 \times 100)$  и заполнялась значениями по мере необходимости при численном решении уравнения (2.1). Итоговое заполнение элементами не превышает 1% от количества ячеек таблицы.

## 1.4. Моделирование кривых блеска рентгеновской Новой А 0620–00

Для проверки описанной численной модели нами была выбрана известная рентгеновская Новая А 0620–00. Преимуществом этой системы является то, что для неё хорошо известны необходимые в моделировании орбитальные параметры, а также имеются как рентгеновские, так и оптические наблюдения её вспышки 1975 года [88; 101].

Наблюдаемые кривые блеска этой новой содержат вторичный максимум на своих экспоненциальных частях. Для объяснения этого явления мы используем гипотезу о дополнительном выбросе вещества из вторичного компонента в аккреционный диск. С этой целью на 43-й день после первого максимума светимости мы мгновенно увеличиваем поверхностную плотность на радиусах  $r \geq 0,8 r_{\text{out}}$ . Когда эффективная температура внешних частей аккреционного диска опускается ниже 10 000 К, то становится важным учёт тепловой неустойчивости, благодаря которой возможен быстрый переход кольца диска в холодное состояние, при котором водород в диске становится нейтральным [38–40; 102]. К моменту перехода в

холодное состояние эффективная температура составляет 6000 – 7000 К, а массовая доля вещества, участвующая в конвекции на данном радиусе, составляет более 80%. В процессе численного моделирования считалось, что внешний радиус горячего диска смещается внутрь вместе с зоной тепловой неустойчивости, а во внешнем холодном диске аккреция полностью остановилась [83].

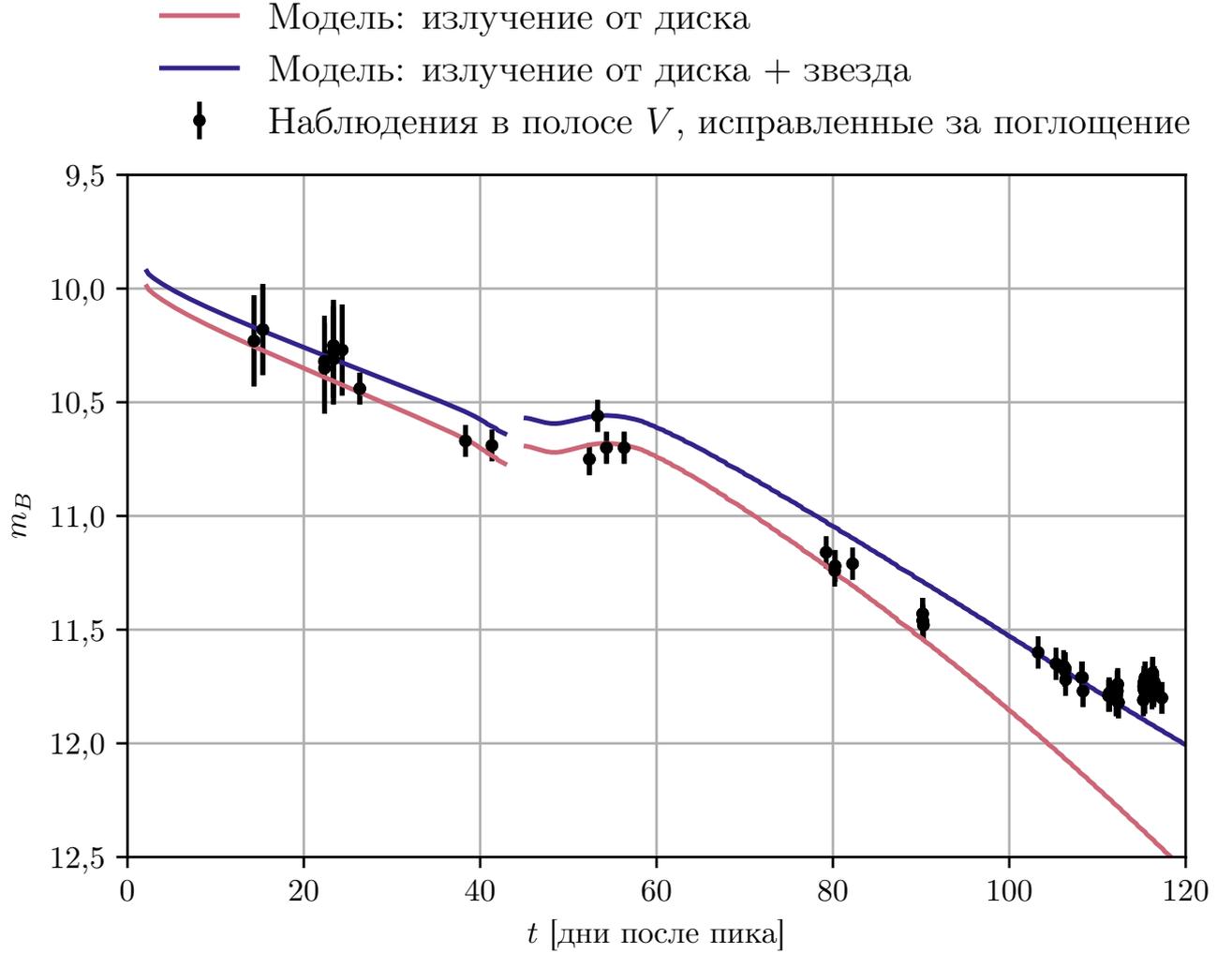


Рис. 1.2. Кривая блеска рентгеновской Новой А 0620–00 в полосе  $B$ . Точками показаны наблюдения [103], красной и синей линиями — модельные кривые блеска для массы чёрной дыры  $M_x = 6,6 M_\odot$ . Красная кривая показывает излучение от диска, синяя — от диска и фонового источника с блеском  $13^m$ .

При моделировании использовались следующие параметры двойной системы: масса оптической компоненты  $M_{\text{opt}} = 0,4 M_\odot$ , орбитальный период  $P = 0,323$  дня, параметр Керра чёрной дыры  $a_{\text{Керр}} = 0,2$  [88; 101; 105]. Мы провели моделирование для двух масс чёрных дыр:  $12 M_\odot$  [106] и  $6,6 M_\odot$  [107], которым соответствуют наклонение орбиты в  $38^\circ$  и  $51^\circ$  соответственно при известной функции масс системы  $2,7 M_\odot$ . Результаты моделирования пред-

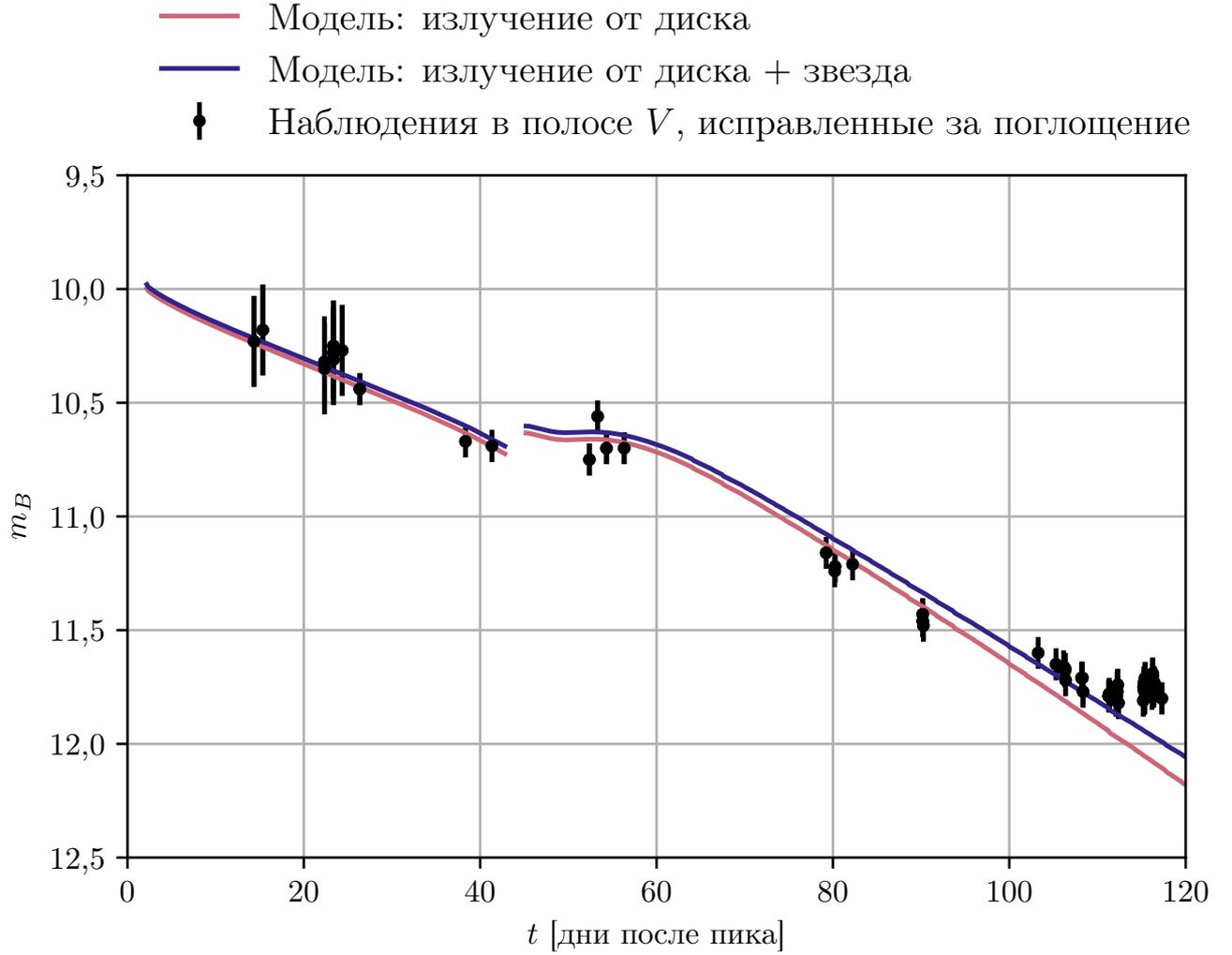


Рис. 1.3. То же, что и на Рисунке 1.2, но для  $M_x = 12 M_\odot$  и фонового источника с блеском  $14,5^m$ .

ставлены на Рисунках 1.2 и 1.5, параметры моделей представлены в Таблице 1.1. Для соответствия модели и наблюдений на участке рентгеновской кривой блеска до вторичного пика были подобраны значения для двух параметров модели: параметра турбулентной вязкости  $\alpha$  и темпа аккреции в максимуме блеска  $\dot{M}_0$  в единицах  $(L_{\text{Edd}}/c^2)$ , где  $L_{\text{Edd}}$  — эддингтоновская светимость для чёрной дыры соответствующей массы. Для объяснения вторичного пика на рентгеновской кривой блеска было подобрано количество добавляемого вещества во внешние части диска на 43-й день после максимума кривой блеска  $\delta M$  в долях имеющейся на тот момент в диске массы. При этом на оптической кривой блеска (Рисунки 1.2 и 1.3) происходит скачкообразный рост светимости, связанный с предположением о мгновенном увеличении массы.

После установления этих параметров был подобран параметр атмосферы диска  $k$  для объяснения кривой блеска в фильтре  $V$ . Как и в статье В. Ф. Сулейманова и др. (2008) [63],

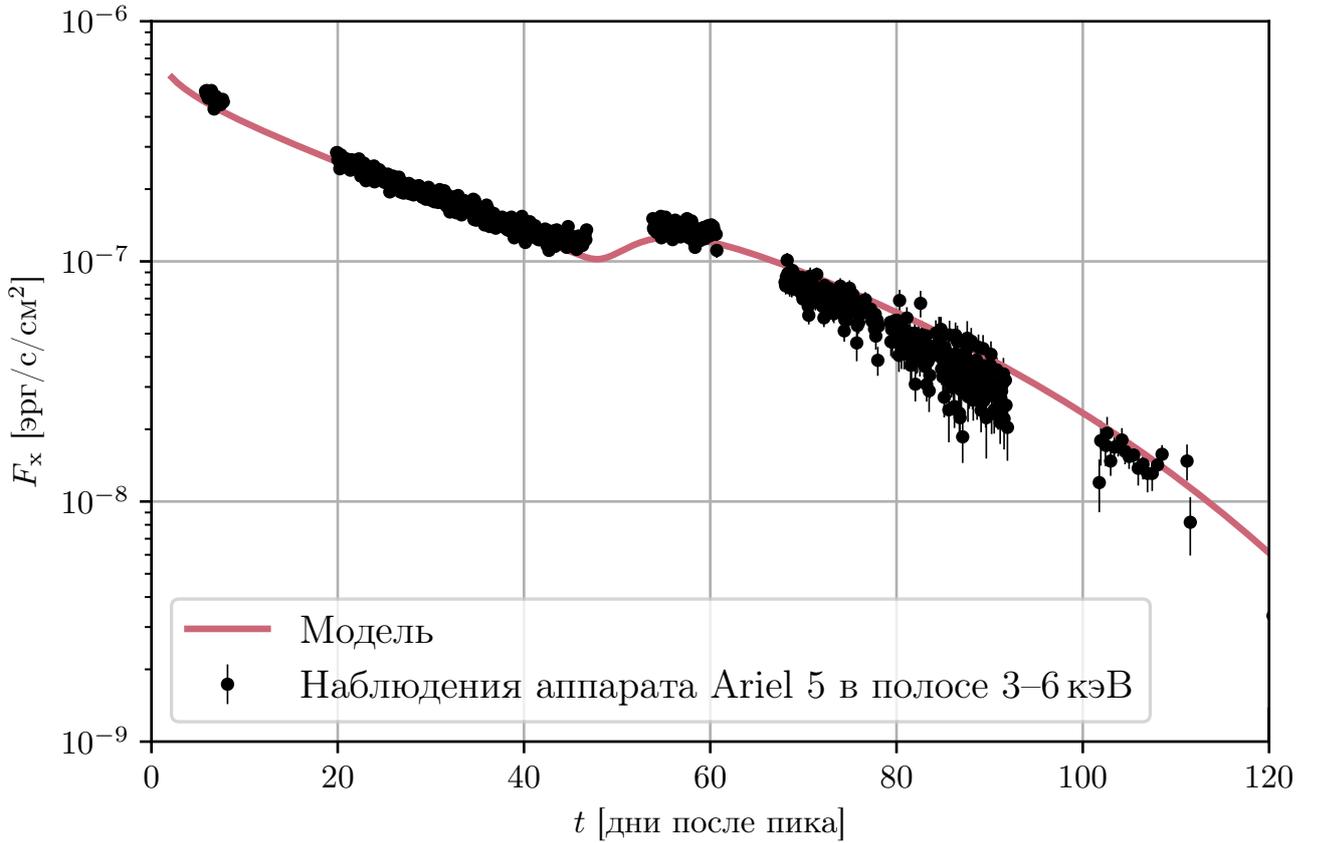


Рис. 1.4. Рентгеновская кривая блеска рентгеновской Новой А 0620–00 в полосе 3–6 кэВ. Точками показаны наблюдения обсерватории Ariel 5 [104], красной линией — модельная кривая блеска для массы чёрной дыры  $M_x = 6,6 M_\odot$ .

при моделировании системы А 0620–00 использовалось значение параметра  $k_z \equiv z_{\text{atm}}/z_0 = 2$ . Отметим, что в статье А. В. Мещерякова и др. (2011) [108] из наблюдений маломассивной рентгеновской двойной системы GS 1826–238 получено то же самое соотношение между толщиной атмосферы и толщиной стандартного диска на внешнем радиусе. При использовании этого значения  $k_z$  можно получить  $A_x = 1 - k/k_z$  — долю излучения отражённого или поглощённого в атмосфере диска, которая составила 0,3 для модели с массой чёрной дыры  $6,6 M_\odot$  и 0,6 для модели с  $12 M_\odot$ . Исходя из предположения о том, что оптическая толщина атмосферы для рентгеновского излучения  $\tau_x^{\text{atm}}$  больше единицы, можно из (1.26) получить ограничение на отношение коэффициента рассеяния к полному коэффициенту поглощения в атмосфере  $\lambda_{\text{atm}} > 0,96$  и  $\lambda_{\text{atm}} > 0,82$  для массы чёрной дыры  $6,6 M_\odot$  и  $12 M_\odot$ , соответственно.

Недостаток оптического потока на модельной кривой блеска (Рисунки 1.2 и 1.3) после 100-го дня можно объяснить появлением дополнительного источника оптического излучения. Таким источником могут быть холодные части диска, облучённые рассеянным рентгеновским излучением в атмосфере, которые со временем имеют всё большую площадь, но излучение

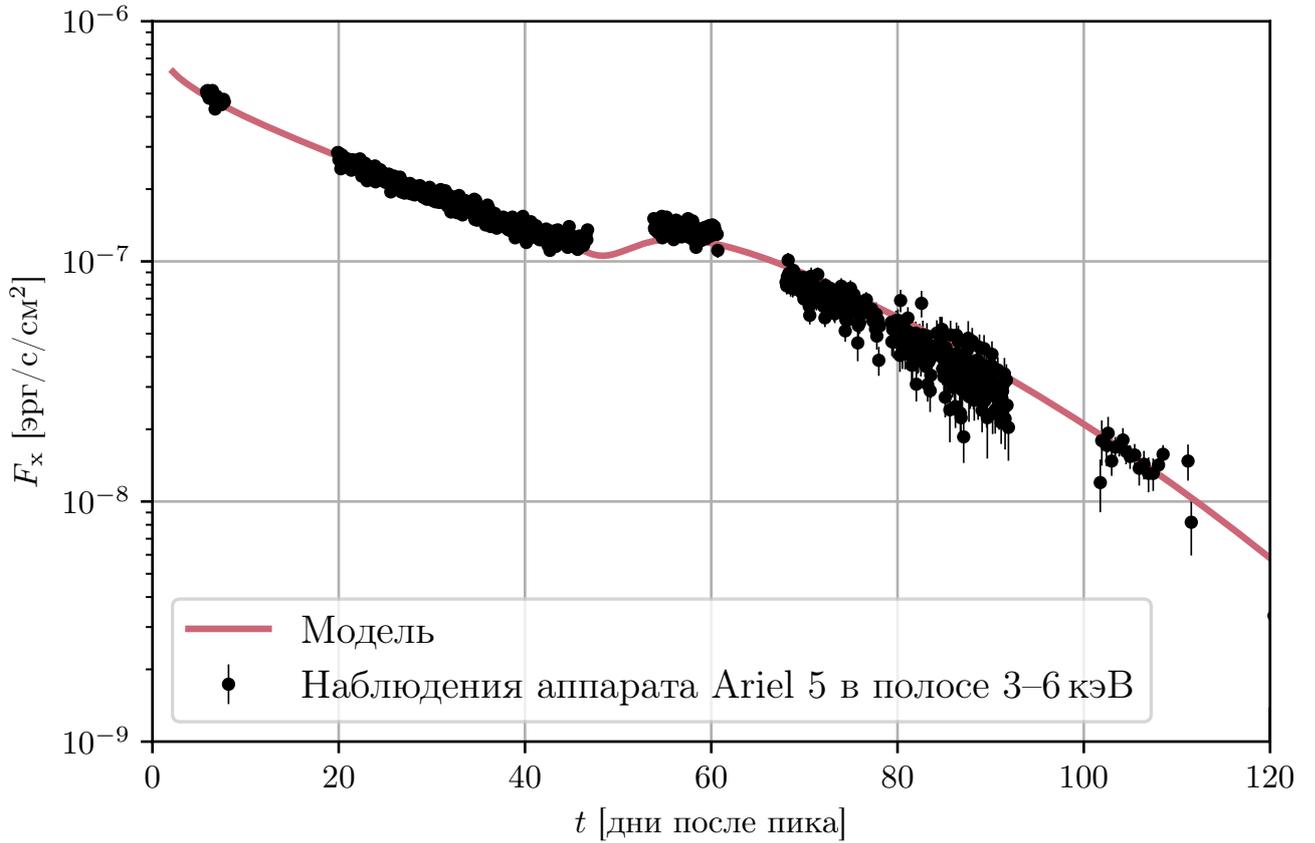


Рис. 1.5. То же, что и на Рисунке 1.2, но для  $M_x = 12 M_\odot$ .

которых мы не учитываем при построении кривой блеска. Другим возможным источником может быть прогретая рентгеновским излучением поверхность оптического компонента. При уменьшении радиуса горячего диска уменьшается соотношение  $z_0/r$  (Рисунок 1.1) и, как следствие, размер тени, отбрасываемой рентгеновским излучением от внешних частей диска, увеличивая площадь облучённой поверхности звезды.

## 1.5. Выводы

В Главе проведено моделирование кривых блеска рентгеновской Новой А 0620–00 после вспышки 1975 года в рамках стандартной модели нестационарного  $\alpha$ -диска. Исследованы ниспадающие части оптической и рентгеновской кривой блеска, включая вторичный максимум светимости. Показано, что этот вторичный максимум может объясняться дополнительным впрыском вещества в аккреционный диск от звезды-донора. На ранней стадии вспышки диск находится в горячем состоянии с внешним радиусом, определяемым согласно работе Б. Пачинского (1977) [97]. После вторичного максимума светимости, примерно на 60-й день после главного максимума, во внешних частях диска появляется зона с частично ионизованным

Параметр	$M_x = 6,6 M_\odot$	$M_x = 12 M_\odot$
Расстояние до двойной системы	0,85 кпк	1,0 кпк
Параметр турбулентной вязкости $\alpha$	0,5	0,6
Начальный темп аккреции $\dot{M}_0$	$1,8 \times L_{\text{edd}}/c^2$	$1,9 \times L_{\text{edd}}/c^2$
Отношение добавленной на 43 день массы к массе диска $\delta M$	1,3	1,25
Параметр перехвата облучения атмосферой $k$	1,4	0,8

Таблица 1.1. Параметры моделей для двух различных масс чёрной дыры, полученные для кривых блеска A 0620–00

водородом, которая со временем смещается к центру диска. За фронтом частично ионизованного водорода образуется холодный диск, водород в котором полностью нейтрален, а аккреция протекает крайне медленно.

Учёт вертикальной конвекции и облучения во внешних частях аккреционного диска существенно влияет на его вертикальную структуру. На Рисунке 1.6 показаны вертикальные распределения температуры и различных логарифмических градиентов температуры (см. Приложение) на 80й день после главного максимума светимости для модели с массой чёрной дыры в  $12 M_\odot$ . В этот момент внешний радиус горячего диска составляет  $1,38 \times 10^{11}$  см, в то время как радиус холодного диска равен  $1,64 \times 10^{11}$  см. Нижняя панель Рисунка 1.6 показывает вертикальную структуру на внешнем радиусе горячего диска, где водород на уровне фотосферы уже нейтрален, а конвекция захватывает около 80% массовой доли диска. Верхняя панель демонстрирует структуру на меньшем радиусе, где температура диска значительно выше и конвекция захватывает лишь около трети вещества в верхних слоях диска. Тем не менее, конвекция отсутствует вблизи фотосферы из-за уменьшения вертикального градиента температуры  $dT/d\tilde{z}$ , связанного с термализацией рентгеновского излучения, падающего на фотосферу.

## 1.А. Приложение

### 1.А.1. Теория конвекции с длиной перемешивания

В настоящей Главе для расчёта конвективных зон аккреционного диска используется теория конвекции с длиной перемешивания. Здесь мы изложим лишь ключевые моменты этой теории, рассмотрев более детально аспекты её применения для аккреционных дисков

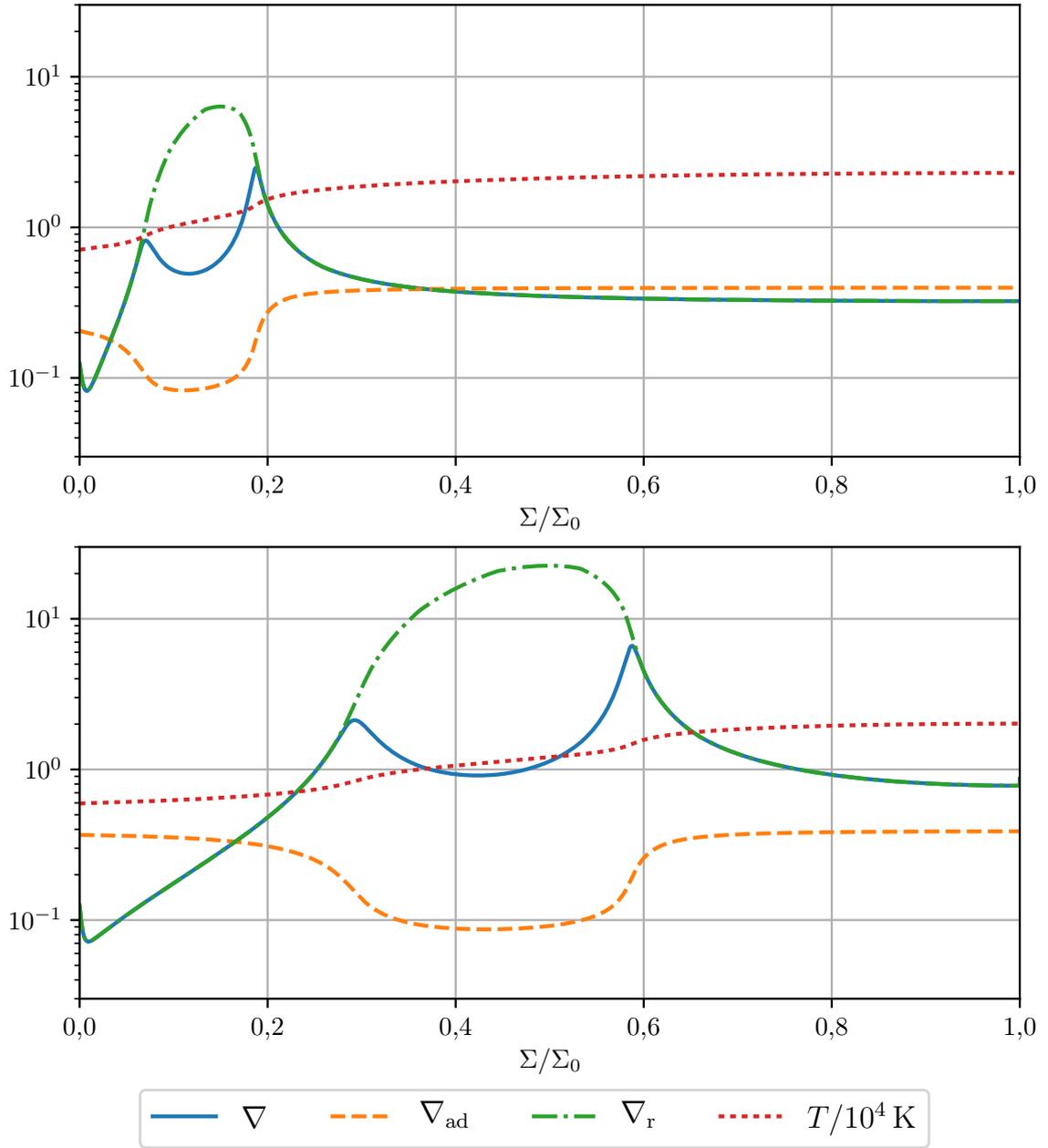


Рис. 1.6. Вертикальное распределение температуры и трёх логарифмических градиентов — среднего  $\nabla$ , адиабатического  $\nabla_{\text{ad}}$  и фиктивного радиационного  $\nabla_r$ . Конвекция осуществляется при условии  $\nabla_r > \nabla_{\text{ad}}$ . По горизонтальной оси отложена массовая координата  $\Sigma/\Sigma_0$ , которая равна нулю на уровне оптической фотосферы и единице в плоскости симметрии. Распределения представлены для модели с массой чёрной дыры в  $12 M_\odot$  на 80-й день после максимума кривой блеска. Верхний график соответствует радиусу  $1,21 \times 10^{11}$  см, нижний —  $1,38 \times 10^{11}$  см (внешний радиус горячего диска).

(для полного изложения теории конвекции с длиной перемешивания см., например, книгу А. Веисса и др. [79]).

В общем случае, поток энергии через площадку единичной площади в направлении оси  $\tilde{z}$  складывается из потока излучения и конвективного потока:

$$Q = Q_{\text{rad}} + Q_{\text{conv}}. \quad (1.34)$$

Выражение для потока энергии, переносимого излучением, может быть получено в рамках диффузионного приближения:

$$Q_{\text{rad}} = \frac{4a_r c T^3}{3\kappa \rho} \frac{dT}{d\tilde{z}}, \quad (1.35)$$

где  $a_r$  — постоянная излучения.

Пока вертикальный градиент температуры  $dT/d\tilde{z}$  мал, конвекция отсутствует и  $Q_{\text{conv}} = 0$ . Согласно критерию Шварцшильда, конвекция наступает, когда градиент температуры  $(dT/d\tilde{z})_{\text{rad}}$ , полученный из выражения (1.35), превышает адиабатический градиент:

$$\left(\frac{dT}{d\tilde{z}}\right)_{\text{rad}} > \left(\frac{dT}{d\tilde{z}}\right)_{\text{ad}}. \quad (1.36)$$

Для удобства рассмотрения конвекции введём три логарифмические производные температуры по давлению, также называемые логарифмическими градиентами температуры:  $\nabla \equiv d \ln T / d \ln P$  — логарифмический градиент, вычисленный для средних параметров среды на данном  $\tilde{z}$ ;  $\nabla'$  — средний градиент для поднимающихся конвективных ячеек (то естьдвигающихся по направлению от плоскости симметрии диска к его фотосфере);  $\nabla_r$  — фиктивный радиационный градиент, то есть тот, который был бы без учёта конвекции;  $\nabla_{\text{ad}}$  — адиабатический градиент, являющийся функцией термодинамического состояния вещества. На Рисунке 1.6 изображены логарифмические градиенты как функции массовой координаты  $\Sigma/\Sigma_0$  на двух различных радиусах аккреционного диска на 80-й день после главного максимума светимости.

Для газа, состоящего из чистого водорода, адиабатический градиент  $\nabla_{\text{ad}}$  записывается следующим образом [79]:

$$\nabla_{\text{ad}} \equiv \left(\frac{d \ln T}{d \ln P}\right)_{\text{ad}} = \frac{2 + i(1 - i) \left(\frac{5}{2} + \frac{Ry}{kT}\right)}{5 + i(1 - i) \left(\frac{5}{2} + \frac{Ry}{kT}\right)^2}, \quad (1.37)$$

где  $Ry = 2,179 \times 10^{-11}$  эрг — это ридберг,  $i$  — степень ионизации водорода (отношение числа ионов водорода к полному числу ионов и атомов водорода), полученная из уравнения Саха [86]:

$$i = \frac{1}{\sqrt{1 + PK_P}}, \quad (1.38)$$

$K_P$  — константа химического равновесия:

$$K_P \equiv \left( \frac{2\pi\hbar^2}{m_e} \right)^{3/2} \left( \frac{1}{k_B T} \right)^{5/2} \exp\left( \frac{Ry}{k_B T} \right), \quad (1.39)$$

$m_e$  — масса электрона,  $\hbar$  — постоянная Планка,  $k_B$  — постоянная Больцмана.

По определению, фиктивный радиационный градиент  $\nabla_r$  можно выразить из (1.35), заменив радиационный поток  $Q_{\text{rad}}$  на полный  $Q$ :

$$\nabla_r \equiv \frac{3\kappa \rho P}{4a_r c T^4} \left( \frac{dP}{d\tilde{z}} \right)^{-1} Q. \quad (1.40)$$

Теперь условие Шварцшильда (1.36) можно переписать с использованием логарифмических градиентов:

$$\nabla_r > \nabla_{\text{ad}}. \quad (1.41)$$

Будем рассматривать случай, когда условие Шварцшильда выполняется.

Конвективные ячейки переносят тепло за счёт разницы температуры между их содержимым и окружающей средой. Пройдя некоторое расстояние, конвективная ячейка растворяется в окружающей среде и передаёт ей своё тепло. Исходя из этого, запишем поток тепла, переносимый конвекцией, считая, что давление в конвективных ячейках совпадает с давлением в среде:

$$Q_{\text{conv}} = \frac{1}{2} \rho v C_P \Lambda \left[ \frac{dT}{d\tilde{z}} - \left( \frac{dT'}{d\tilde{z}} \right) \right] = \frac{1}{2} \rho v C_P T \Lambda \frac{dP}{d\tilde{z}} (\nabla - \nabla'), \quad (1.42)$$

$$C_P = \frac{\mathcal{R}}{\mu} \left[ \frac{5}{2} + \frac{1}{2} i(1-i) \left( \frac{5}{2} + \frac{Ry}{k_B T} \right) \right], \quad (1.43)$$

$$\mu = \frac{1}{1+i}, \quad (1.44)$$

где  $C_P$  — удельная теплоёмкость газа при постоянном давлении,  $\mu$  — молярная масса,  $T'$  — температура в поднимающейся конвективной ячейке,  $\Lambda$  — длина пути перемешивания, то есть средняя длина пробега конвективного элемента,  $v$  — средняя скорость движения конвективных элементов,  $\mathcal{R}$  — универсальная газовая постоянная. Фактор  $1/2$  в (1.42) появляется из-за предположения о том, что примерно половина вещества движется в конвективных ячейках вверх, а вторая половина вниз.

Мы полагаем, что длина перемешивания  $\Lambda = \beta z_0$ , где  $\beta$  — постоянная в пространстве и времени величина, в наших расчётах равная 0,4.

Для нахождения средней скорости  $v$  воспользуемся следующими соображениями. Запишем удельную силу, действующую на поднимающийся элемент вещества:

$$\rho \frac{d^2 \delta z}{dt^2} = \rho \frac{dv}{dt} = g_{\tilde{z}} (\rho + \Delta\rho) + \frac{dP}{d\tilde{z}} = g_{\tilde{z}} \Delta\rho, \quad (1.45)$$

где  $\delta z$  — путь, который прошёл конвективный элемент после своего образования,  $\Delta\rho$  — разница между плотностью конвективного элемента и средней плотностью на данном  $\tilde{z}$ . Пренебрегая изменением ускорения свободного падения с высотой, запишем удельную работу, которую совершает эта сила для перемещения элемента на его длину пути перемешивания  $\Delta z$ :

$$W(\Delta z) = \int_0^{\Delta z} g_z \Delta\rho(\delta z) d\delta z = \frac{1}{2} g_z \Delta\rho(\Delta z) \Delta z. \quad (1.46)$$

Усредняя по  $\Delta z$ , получим среднюю работу по перемещению элемента на среднюю длину пути перемешивания  $\Lambda$ :

$$\bar{W}(\Lambda) = \frac{1}{4} W(\Lambda) = \frac{1}{8} g_z \Delta\rho(\Lambda) \Lambda, \quad (1.47)$$

где фактор  $1/4$  связан с переменной скоростью ячейки и переменным вертикальным ускорением свободного падения  $g_z$  [79]. Считая, что половина этой работы переходит в кинетическую энергию, а вторая половина переходит в нагрев благодаря вязкому трению элементов друг о друга, получим:

$$\frac{1}{2} \rho v^2 = \frac{1}{2} \bar{W}(\Lambda) = \frac{1}{16} g_z \Delta\rho(\Lambda) \Lambda. \quad (1.48)$$

Энерговыделение за счёт вязкого трения конвективных элементов гораздо меньше турбулентного, поэтому оно не вносит вклад в уравнение энергии (1.20).

Запишем выражение для  $\Delta \ln \rho$  при условии равенства давлений во всех конвективных элементах, находящихся на одинаковом  $\tilde{z}$ :

$$\Delta \ln \rho = \left[ \left( \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln \mu} \right)_{P,T} \left( \frac{\partial \ln \mu}{\partial \ln T} \right)_P + \left( \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_{\mu,P} \right] \Delta \ln T. \quad (1.49)$$

Введём величину  $\mathcal{Q}$ :

$$\mathcal{Q} \equiv 1 - \left( \frac{\partial \ln \mu}{\partial \ln T} \right)_P = 1 + \frac{1}{2} i (1 - i) \left( \frac{5}{2} + \frac{Ry}{k_B T} \right). \quad (1.50)$$

Считая роль давления излучения пренебрежимо малой, получим для идеального газа, состоящего из чистого водорода:

$$\Delta \ln \rho = - \left[ 1 - \left( \frac{\partial \ln \mu}{\partial \ln T} \right)_P \right] \Delta \ln T = -\mathcal{Q} \Delta \ln T. \quad (1.51)$$

После подстановки (1.51) в (1.48) и некоторых вычислений получим окончательное выражение для средней скорости поднимающегося элемента  $v$ :

$$v^2 = \frac{\mathcal{Q} g_z^2 \rho \Lambda^2}{8P} (\nabla - \nabla'). \quad (1.52)$$

Последнее выражение верно только при условии дозвукового движения конвективных ячеек, которое выполняется в наших расчётах.

Подставляя (1.52) в (1.42), получим окончательное выражение для потока энергии, переносимого конвекцией  $Q_{\text{conv}}$ , выраженное через средний градиент температуры  $\nabla$ , градиент температуры в поднимающемся элементе вещества  $\nabla'$  и величин, являющихся функциями термодинамического состояния вещества:

$$Q_{\text{conv}} = \frac{C_P \mathcal{Q}^{1/2} \rho^{5/2} g_z^2 T \Lambda^2}{4\sqrt{2} P^{3/2}} (\nabla - \nabla')^{3/2}, \quad (1.53)$$

$$Q = Q_{\text{rad}} + Q_{\text{conv}} = \frac{4a_r c T^4}{3\kappa P} \nabla + \frac{C_P \mathcal{Q}^{1/2} \rho^{5/2} g_z^2 T \Lambda^2}{4\sqrt{2} P^{3/2}} (\nabla - \nabla')^{3/2}. \quad (1.54)$$

Теперь можно связать три градиента  $\nabla$ ,  $\nabla'$  и  $\nabla_r$ , воспользовавшись определением  $\nabla_r$  (1.40):

$$\nabla_r = \nabla + \frac{3C_P \kappa \mathcal{Q}^{1/2} \rho^{5/2} g_z \Lambda^2}{16\sqrt{2} a_r c P^{1/2} T^3} (\nabla - \nabla')^{3/2}. \quad (1.55)$$

Для определения  $\nabla$  остаётся найти его связь с  $\nabla'$ . В этом нам поможет рассмотрение вопроса о эффективности конвекции  $\Gamma$ , то есть о том, какую «избыточную» долю тепла переносит конвективный элемент за время своего существования, по отношению к теплу, которое он излучает за то же время. Потери тепла за счёт излучения конвективным элементом с единицы площади в единицу времени составляют:

$$\frac{4a_r c T^3}{3\kappa \rho} \frac{\Delta T}{\Lambda/2}, \quad (1.56)$$

где  $\Delta T$  — разница температур между поверхностью элемента (средней температурой окружающей среды) и его центром, усреднённая по его времени жизни, а  $\Lambda/2$  — соответствует расстоянию, на котором меняется эта температура. Данная формула верна для случая оптически толстого конвективного элемента, то есть должно выполняться условие  $\kappa \rho \Lambda/2 \gg 1$ . Умножая (1.56) на площадь элемента  $\mathcal{A}$  и на его время жизни  $\Lambda/v$ , получим энергию  $\mathcal{F}\Lambda/v$ , которую рассеет элемент за время своего существования:

$$\mathcal{F} \frac{\Lambda}{v} = \frac{4a_r c}{3} \frac{T^3}{\kappa \rho} \frac{\Delta T}{\Lambda/2} \frac{\Lambda}{v} \mathcal{A}. \quad (1.57)$$

«Избыток» тепла, которое перенёс конвективный элемент, составляет

$$C_P \rho \Delta T_{\text{max}} V, \quad (1.58)$$

где  $V$  — объём элемента, а  $\Delta T_{\text{max}}$  — разница между температурой элемента и окружающей средой в момент перед растворением элемента, считается в 2 раза больше, чем средняя разница  $\Delta T$ , введённая ранее. Поделив это выражение на (1.57) и подставив среднюю скорость  $v$  из (1.52), получим выражение для эффективности конвекции  $\Gamma$ :

$$\Gamma = \frac{3}{16\sqrt{2} a_0} \frac{C_P \kappa g_z \mathcal{Q}^{1/2} \rho^{5/2} \Lambda^2}{a_r c T^3 P^{1/2}} (\nabla - \nabla')^{1/2}, \quad (1.59)$$

где  $1/(2a_0) \equiv V/(\mathcal{A}\Lambda)$  и составляет  $1/6$  для сферического элемента,  $1$  — для кубического. Мы использовали значение  $a_0 = 9/4$ , для которого  $V/\mathcal{A} = 2/9\Lambda$  [79]. Сравнивая полученное выражение с (1.55), получим:

$$\nabla_r = \nabla + a_0 \Gamma (\nabla - \nabla'). \quad (1.60)$$

Выразим логарифмический градиент  $\nabla'$  через  $\nabla_{\text{ad}}$  и теплоёмкость в поднимающейся конвективной ячейке  $C'$  [79]:

$$\nabla' = \nabla_{\text{ad}} \frac{1}{1 - C'/C_P}. \quad (1.61)$$

Теплоёмкость  $C' \equiv dq'/dT$ , где  $q'$  — удельное (на единицу массы) количество теплоты. Темп изменения удельного количества теплоты  $dq'/dt$  равен разности «избыточного» удельного темпа энерговыделения в конвективной ячейке  $\Delta\varepsilon$  и удельной мощности излучения, уносимой с поверхности ячейки,  $\mathcal{F}$ .

$$\begin{aligned} \frac{C'}{C_P} &= \left( \frac{dq'}{dT'} \right) \frac{1}{C_P} = \left( \frac{dq'}{dt} \right) \left( \frac{dT'}{dt} \right)^{-1} \frac{1}{C_P} = \frac{(\Delta\varepsilon - \mathcal{F})/(\rho V)}{C_P (dT'/dt)} \\ &= \frac{-\mathcal{F} [1 - \Delta\varepsilon/\mathcal{F}]/(\rho V)}{C_P [(dT'/dt) - (dT/dt)] + C (dT/dt)}. \end{aligned} \quad (1.62)$$

Заметим, что  $C_P \rho V [(dT'/dt) - (dT/dt)] / \mathcal{F} = \Gamma$ , и, подставив полученное выражение для  $C/C_P$  в (1.61), получим:

$$\frac{\Gamma}{1 - \eta} = \frac{\nabla - \nabla'}{\nabla' - \nabla_{\text{ad}}}, \quad (1.63)$$

где  $\eta \equiv \Delta\varepsilon/\mathcal{F}$  — отношение между «избыточным» темпом энерговыделения в элементе и его потерями на излучение.

В нашем случае существует два источника энерговыделения в среде: турбулентная вязкость и термализация рентгеновского излучения. Однако термализация рентгеновского излучения в холодном веществе не зависит от его термодинамического состояния, значит «избыточное» энерговыделение в конвективных ячейках будет связано только с темпом генерации энергии турбулентной вязкостью  $\varepsilon_{\text{vis}}$ :

$$\varepsilon_{\text{vis}} = \frac{1}{\rho} \frac{dQ_{\text{vis}}}{dz} = \frac{3}{2} \frac{\alpha P \omega}{\rho}. \quad (1.64)$$

За время существования конвективного элемента в нём выделится следующее количество «избыточной» энергии:

$$\Delta\varepsilon \rho V \frac{\Lambda}{v} = (\nu_\varepsilon - \mathcal{Q}\lambda_\varepsilon) \ln \Delta T \varepsilon_{\text{vis}} \rho V \frac{\Lambda}{v}, \quad (1.65)$$

где для идеального газа, состоящего из водорода,

$$\lambda_\varepsilon \equiv \left( \frac{\partial \ln \varepsilon_{\text{vis}}}{\partial \ln \rho} \right)_T = -\frac{i(1-i)}{2+i(1-i)}, \quad (1.66)$$

$$\nu_\varepsilon \equiv \left( \frac{\partial \ln \varepsilon_{\text{vis}}}{\partial \ln T} \right)_\rho = \frac{2+i(1-i) \left( \frac{5}{2} + \frac{Ry}{k_B T} \right)}{2+i(1-i)}. \quad (1.67)$$

Получим  $\eta$ , поделив (1.65) на (1.57):

$$\eta = \frac{3}{16a_0} \frac{(\nu_\varepsilon - Q\lambda_\varepsilon) \varepsilon_{\text{vis}} \varkappa \rho^2 \Lambda^2}{a_r c T^4}. \quad (1.68)$$

Для удобства дальнейших рассуждений введём величину  $\kappa$ , равную отношению конвективной и радиационной теплопроводности конвективных элементов, которая является функцией термодинамического состояния вещества и не зависит от логарифмических градиентов:

$$\kappa \equiv \frac{\Gamma}{(\nabla - \nabla')^{1/2}} = \frac{3}{16\sqrt{2}a_0} \frac{C_P \varkappa g_z Q^{1/2} \rho^{5/2} \Lambda^2}{a_r c T^3 P^{1/2}}. \quad (1.69)$$

Уравнения (1.60), (1.63) и тождество (1.69) образуют систему из трёх алгебраических уравнений с тремя неизвестными:  $\nabla$ ,  $\nabla'$  и  $\Gamma$ . Введём новую переменную  $\zeta \equiv (\nabla_r - \nabla)/(\nabla_r - \nabla_{ad})$ . После некоторых преобразований система сведётся к уравнению относительно этой переменной:

$$(1 - \eta) \zeta^{1/3} + B \zeta^{2/3} + a_0 B^2 \zeta - a_0 B^2 = 0, \quad (1.70)$$

где  $B \equiv [(\kappa^2/a_0)(\nabla_r - \nabla_{ad})]^{1/3}$ ,  $\Gamma = B \zeta^{1/3}$ . Это уравнение в рассматриваемом случае  $\eta \geq 0$  имеет ровно одно неотрицательное решение для  $\zeta$ , для подробного рассмотрения случая  $\eta = 0$  см. А. Веисса и др. [79]. Однако это решение при  $\eta > (1 + B)$  будет иметь значение больше единицы, что может соответствовать отрицательному значению  $\nabla$ , но этот случай не реализуется в наших расчётах.

Таким образом, мы получили окончательное выражение для искомого вертикального градиента температуры в случае наступления конвекции, который используется для решения уравнений вертикальной структуры аккреционного диска:

$$\frac{dT}{d\tilde{z}} = \nabla \frac{dP}{d\tilde{z}} \frac{T}{P} = \frac{g_z \rho T}{P} [\zeta \nabla_{ad} + (1 - \zeta) \nabla_r]. \quad (1.71)$$

# Определение параметра турбулентности в аккреционных дисках: эффекты самооблучения во вспышке 4U 1543–47 2002 года<sup>1</sup>

## 2.1. Введение

Рентгеновский транзиент 4U 1543–47 (V\* IL Lup) — это маломассивная рентгеновская двойная система (ММРД), которая демонстрирует вспышки в рентгеновском диапазоне примерно каждые 10 лет. Компактный аккрецирующий объект является надёжным кандидатом в чёрные дыры (ЧД). Двойная система обладает орбитальным периодом  $P_{\text{orb}} \approx 1,116$  дня [109], что превосходит значения для многих ММРД с известными орбитальными параметрами. Например, рентгеновские новые с кандидатами в ЧД А 0620–00, GS 1124–68, GS 2000+25, GRO 0422+32 обладают орбитальными периодами менее 10 часов. Оптический компаньон в системе 4U 1543–47 — это звезда класса A2V с массой  $M_{\text{opt}} \sim 2,5 M_{\odot}$ . Масса ЧД оценивается как  $M_x = 2,7 - 7,5 M_{\odot}$ , а расстояние до системы —  $9,1 \pm 1,1$  кпк [110], либо  $M_x = 9,4 \pm 2 M_{\odot}$  [111]. Последние наблюдательные работы указывают на значение массы ЧД  $M_x = 8,4 - 10,4 M_{\odot}$  и наклона  $20,7^{\circ} \pm 1,5^{\circ}$  [109].

Считается, что тепловая неустойчивость в зоне частичной ионизации водорода в аккреционном диске вокруг компактной звезды является спусковым крючком механизма вспышки рентгеновских новых. Модель тепловой неустойчивости аккреционных дисков изначально разрабатывалась для объяснения вспышек карликовых новых (см. обзоры [112; 113]). Накопление массы в холодном диске (в котором эффективная температура  $\lesssim 10^4$  К и вещество не ионизовано) между вспышками приводит к ситуации, в которой поверхностная плотность достигает некоторого критического значения и происходит переход в горячее состояние в тепловой шкале времени. Как предсказывает модель, этот переход происходит сначала на одном радиусе, а затем лавинообразно захватывает соседние кольца диска, переводя диск в горячее состояние.

Вязкая эволюция диска приводит к увеличению центрального темпа аккреции, которое,

---

<sup>1</sup> Глава опубликована на английском языке в MNRAS под названием «Determination of the turbulent parameter in the accretion disks: effects of self-irradiation in 4U 1543–47 during the 2002 outburst» в соавторстве с Г. В. Липуновой [67]. Журнальная версия дополнена приложением, содержащим описание деталей спектрального моделирования рентгеновских наблюдений.

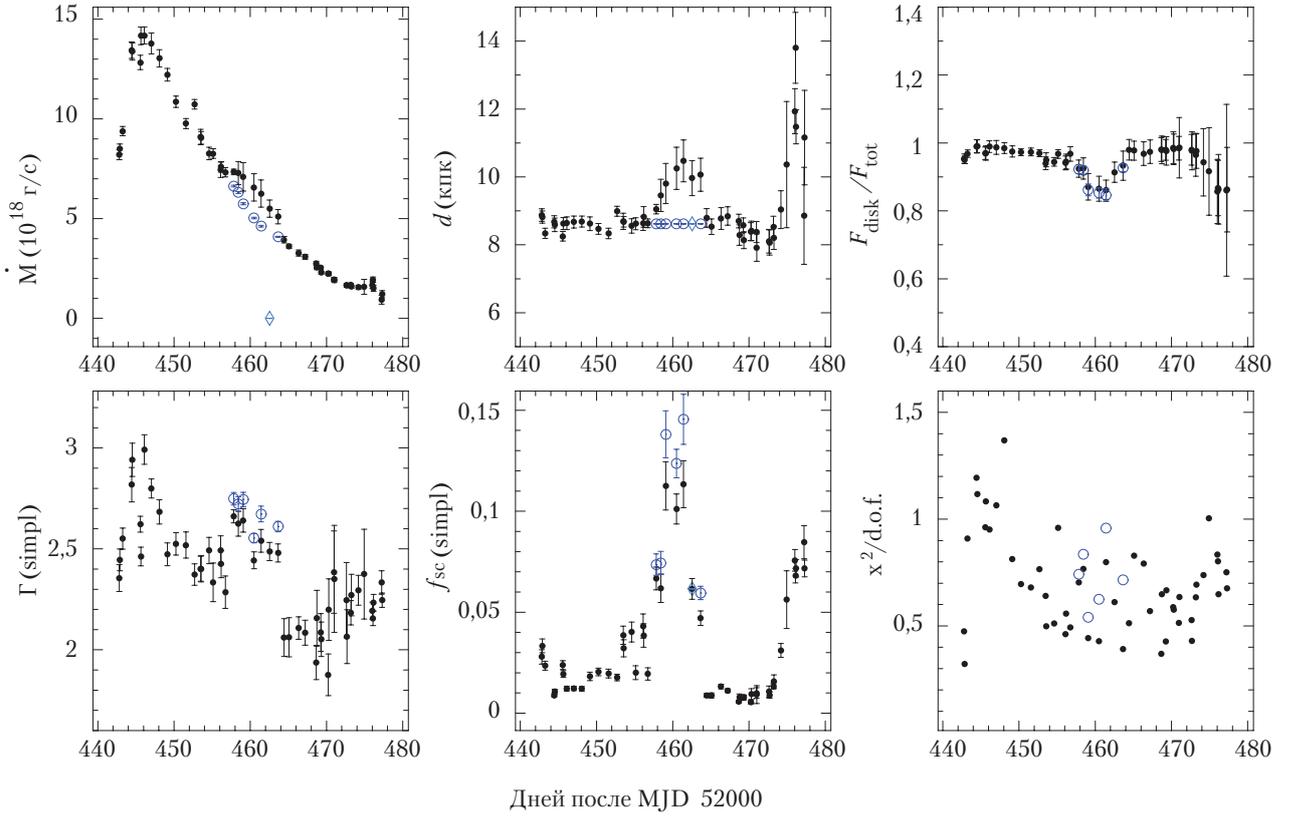


Рис. 2.1. Эволюция спектральных параметров  $\dot{M}$ ,  $d$ ,  $\Gamma$  и  $f_{sc}$ , полученных при моделировании XSPEC с моделью  $tbabs * (simpl * kerrbb + laor) * smedge$  для 4U 1543–47 вспышки 2002 года, наблюдавшейся RXTE/PCA. Параметры чёрной дыры  $m_x = 9,4$  и  $a_{\text{Керг}} = 0,4$ , наклонение диска  $i = 20,7^\circ$ . Также приведено отношение полного потока от диска в диапазоне 0,5–50 кэВ и полученные значения  $\chi^2$ . Пустыми кружками обозначены результаты спектрального моделирования для постоянного расстояния  $\approx 8,62$  кпк, полученном при усреднении наблюдений, для которых полученное значение величины расстояния не сильно отличалось друг от друга (до MJD 52456). Ромбиком обозначена модель, для которой  $\chi^2 > 2$ .

в случае, если центральное тело является компактным объектом, наблюдается как рентгеновская вспышка. Для воспроизведения циклов вспышек карликовых и рентгеновских новых требуется, чтобы значение параметра  $\alpha$  в горячем состоянии было больше на один—два порядка, чем в холодном (см., например, статьи [113; 114]).

Темп аккреции на чёрную дыру в течении вспышки обуславливается вязкой эволюцией в горячей части диска с большой вязкостью, потому что холодные части диска эволюционируют относительно медленно. Анализ вязкой эволюции рентгеновских новых во время вспышек позволяет оценить турбулентный параметр  $\alpha$  в горячем состоянии. Размер горячей области диска зависит от радиального распределения температуры. Температура диска зависит от вязкого энерговыделения и потока падающих рентгеновских частей от центральных

частей диска. Ранее, Сулейманов и др. (2008) [63] проанализировали рентгеновские и оптические наблюдения A 0620–00 (1975) и GS 1124–68 (1991), которые обладали рентгеновскими кривыми блеска с быстрым ростом и экспоненциальным спадом (FRED). В этой Главе для полностью ионизованных дисков с постоянным радиусом были получены оценки значения  $\alpha$  в зависимости от параметров чёрной дыры.

В данной Главе исследуется вязкая эволюция диска в ММПД 4U 1543–47 (2002) во время первых 30 дней спада её кривой блеска типа FRED. Для определения центрального темпа аккреции  $\dot{M}(t)$  используются архивные рентгеновские спектральные наблюдения RXTE/PCA.

Возможны различные сценарии или стадии эволюции диска, причём, в общем случае, они могут сменять друг друга. Размер горячей зоны может быть постоянен и примерно равен радиусу приливного обрезания двойной системы. В случае 4U 1543–47 для этого требуется сильное облучение диска. Однако спустя некоторое время после максимума или при меньшем облучении, горячая зона должна начать уменьшаться, притом её положение будет контролироваться облучением. Наконец, есть случай почти полного отсутствия облучения, в котором диск эволюционирует, как в карликовой новой.

Используя данные о вспышке 4U 1543–47 2002 года нами исследуется каждый из этих случаев. Нами получено значение параметра  $\alpha$  в горячем диске 4U 1543–47.

В рамках данной работы разработан и использован программный код FREDDI, предназначенный для одномерной эволюции горячего облучённого диска. Основными входными параметрами кода являются: турбулентный параметр  $\alpha$ , масса чёрной дыры  $m_x$ <sup>2</sup>, параметр Керра  $a_{\text{Керр}}$ . Мы предполагаем, что в необлученном диске имеется холодный фронт, аналогичный таковому в карликовых новых, который контролирует  $\dot{M}(t)$  и рентгеновскую кривую блеска. При моделировании такого сценария эволюции использовался подход, описанный в работе Котко и Ласоты (2012) [62] для нормальных вспышек карликовых новых. Мы сравнили темп аккреции  $\dot{M}(t)$ , полученный из данных RXTE, с теоретическими результатами для сетки значений  $m_x$  и  $a_{\text{Керр}}$ . Для проверки степени облучения использовались оптические данные в полосах  $V$  и  $J$ , полученный Бакстон и Бейлином (2004) [85].

Глава имеет следующую структуру. Получение эволюции темпа аккреции с помощью спектрального моделирования архивных данных RXTE описано в разделе 2.2. В разделе 2.3 изложены способы определения  $\alpha$  в облучённых и необлучённых дисках. Полученные при моделировании кривые блеска и значения  $\alpha$  представлены в разделе 2.4. Обсуждение самооблучения, оптического излучения 4U 1543–47 даны в разделе 2.5, обобщение полученных

---

<sup>2</sup> Используется два обозначения для массы чёрной дыры:  $M_x$  для обозначения массы в граммах и  $m_x = M_x/M_\odot$  — в солнечных массах.

результатов — в разделе 2.6, а выводы изложены в разделе 2.7. Все статистические ошибки, представленные в Главе, находятся в доверительном интервале  $1\sigma$ .

## 2.2. Получение темпа аккреции 4U 1543–47 (2002) с помощью спектрального моделирования

Вспышка 4U 1543–47 2002 года имела рентгеновскую кривую блеска типа FRED с малым повторным всплеском в рентгеновском и ИК диапазонах примерно на 15 день и ещё одним бóльшим всплеском в ИК и оптическом диапазонах примерно на 40 день [85; 115]. Нами анализируются те же данные, полученные спектрометром PCA на борту обсерватории *RXTE*, что использовались в работе Парк и др. (2004) [115].

Как было обнаружено Парк и др. (2004) [115], спектр 4U 1543–47 состоит из двух основных спектральных компонент: многоцветного чёрнотельного теплового излучения диска с максимумом около 1 кэВ и нетепловой компоненты на бóльших энергиях. Для описания теплового излучения диска ими использовалась модель *diskbb* в XSPEC [116]. В этой модели параметр «внутренней» температуры диска  $T_{\text{in}}$  является индикатором темпа аккреции через внутренний край диска. В действительности, реальный темп аккреции связан с параметром  $T_{\text{in}}$  более сложным образом из-за эффектов общей теории относительности (ОТО). При использовании некоторых других спектральных моделей темп аккреции  $\dot{M}(t)$  может быть получен напрямую.

Мы использовали спектральную модель *kerrbb* [117] в XSPEC, которая учитывает эффекты ОТО, касающиеся генерации энергии и распространения фотонов вблизи чёрной дыры, и включающая  $\dot{M}$  в качестве свободного параметра. Здесь приводятся основные особенности моделирования, детали которого изложены в приложении А статьи [67].

Свободными параметрами модели *kerrbb* оставлены  $\dot{M}$  и расстояние  $d$ . Мы закрепили параметры массы чёрной дыры  $m_{\text{ch}}$  и безразмерный параметр Керра  $a_{\text{Kerr}}$  и производили расчёт для сетки значений этих параметров. Наклон диска зафиксирован на значении наклона орбитальной плоскости двойной системы  $20,7^\circ$  [109] или на значении  $32^\circ$  [122]. Полный список параметров приведён в Таблице 2.1.

Нетепловая компонента описывалась излучением, комптонизированным высокотемпературной плазмой вблизи диска, в рамках свёрточной модели *simpl* [118] или аддитивной модели *comptt* [119]. Таким образом, использовалось две комбинации спектральных компонент, включающих либо *simpl*, либо *comptt*. Было обнаружено, что обе комбинации дают очень близкие пиковые значения  $\dot{M}$  (см. Рисунок 2.2).

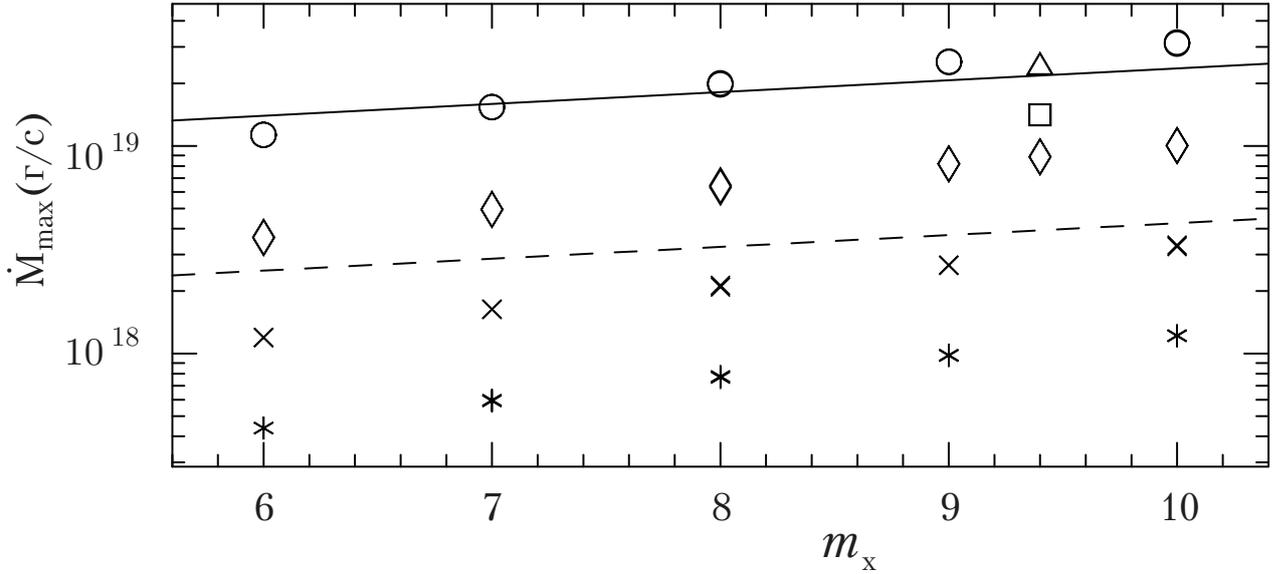


Рис. 2.2. Пиковый темп аккреции во время вспышки 4U 1543–47 2002 года (примерно MJD 52446), полученный для различных спектральных моделей (см. Таблицу 2.1) и для значений параметров  $i = 20,7^\circ$  и  $f_{\text{col}} = 1,7$ , в зависимости от массы чёрной дыры. Приведены результаты для обеих комбинаций спектральных моделей, однако разница между полученными темпами аккреции незначительна. Символами обозначены различные значения  $a_{\text{Kerr}}$ : 0 (кружки), 0,1 (треугольнички), 0,4 (квадратики), 0,6 (ромбики), 0,9 (крестики) и 0,998 (астериски). Прямыми линиями показаны темпы аккреции, соответствующие эддингтоновскому пределу  $L_{\text{Edd}}$  и различным значениям эффективности аккреции стандартного диска на чёрную дыру:  $a_{\text{Kerr}} = 0,0$  показано сплошной прямой, а  $a_{\text{Kerr}} = 0,998$  — штриховым пунктиром. См. приложение А в статье [67] с описанием подробностей.

Модель спектральной компоненты	Параметр	Значение	Параметр	Значение
<i>TBabs</i>	$n_{\text{H}}$	$4 \times 10^{21} \text{ см}^{-2}$		
<i>kerrbb</i> [117]	$\eta_{\text{in.t.}} \equiv \frac{F_{\text{in}} \omega_{\text{in}}}{\eta_{\text{accr}} M c^2}$	0	$a_{\text{Kerr}}$	0, 0,6, 0,9, 0,998
	$i$	20,7° (32°)	$m_{\text{x}}$	6, 7, 8, 9, 10
	$\dot{M}$	0 – 10 <sup>21</sup> г с <sup>-1</sup>	$d$	0 – 10 <sup>4</sup> кпк
	$f_{\text{col}}$	1,7 (1,0)	облучение	1
	потемнение к краю	1	нормировка	1
<i>simpl</i> [118]	$\Gamma$	0 – 4,5	$f_{\text{SC}}$	10 <sup>-3</sup> – 0,3
	направление	1		
<i>compTT</i> [119]	красное смещение	0	$T_0$	10 <sup>-4</sup> – 4 кэВ
	$kT$	10 – 10 <sup>3</sup> кэВ	$\tau_{\text{plasma}}$	10 <sup>-2</sup> – 200
	геометрия	диск	нормировка	0 – 10 <sup>24</sup> см <sup>-2</sup> с <sup>-1</sup>
<i>laor</i> [120]	$E_{\text{line}}$	5 – 7 кэВ	показатель	3
	$R_{\text{in}}$	1,235 – 400 $GM_{\text{x}}/c^2$	$R_{\text{out}}$	400 $GM_{\text{x}}/c^2$
	$i$	20,7° (32°)	нормировка	0 – 10 <sup>24</sup> см <sup>-2</sup> с <sup>-1</sup>
<i>smedge</i> [121]	$E_{\text{edge}}$	6 – 10 кэВ	$\tau_{\text{max}}$	0 – 10
	показатель	-2,67	ширина	7 кэВ

Таблица 2.1. Сводка спектральных параметров для двух моделей: *TBabs* \* ((*simpl* \* *kerrbb* + *laor*) \* *smedge*) и *TBabs* \* (*compTT* + *kerrbb* + *laor*) \* *smedge*. Результаты, полученные для значений, указанных в скобках, используются только в разделе 2.6. Параметры приведены в порядке, соответствующем документации XSPEC. Подробности о деталях спектрального моделирования см. в приложении А статьи [67].

Нами были получены не менее 20 кривых блеска для каждой комбинации спектральных компонент: для каждой пары значений массы чёрной дыры и параметра Керра. Пример эволюции спектральных параметров показан на Рисунке 2.1, где использованы указанные Орозом (2003) [109] параметры диска:  $m_x = 9,4$ ,  $a_{\text{Kerr}} = 0,4$ ,  $i = 20,7^\circ$ .

На Рисунке 2.2 показана зависимость пикового темпа аккреции от массы и параметра Керра чёрной дыры. Чем больше  $a_{\text{Kerr}}$ , тем меньше требуется темп аккреции для объяснения наблюдаемого рентгеновского потока. Если  $a_{\text{Kerr}}$  около нуля, то получаемый пиковый темп аккреции очень близок к критическому эддингтоновскому значению  $L_{\text{Edd}}/(\eta(a_{\text{Kerr}}) c^2) = (4 \pi G M_x m_p)/(c \sigma_T \eta(a_{\text{Kerr}}))$ , где  $\eta(a_{\text{Kerr}})$  — это эффективность аккреции. Формально, при превышении этого предела модель стандартного тонкого диска становится неприменима. Впрочем, в данной работе мы пренебрегаем этим обстоятельством, так как приведённый предел является лишь формальным аппроксимационным значением, тем более величина превышения предела довольно-таки мала.

Нами были построены дополнительные спектральные модели для наблюдений в районе MJD 52460, где кривая для темпа аккреции имеет горб (см. верхнюю левую панель Рисунка 2.1). В этих моделях значения расстояния были закреплены на их среднем значении, рассчитанном как среднее от значений до MJD 52456 с  $\chi^2 < 2$ . Предположительно, дополнительные модели показывают, что темп аккреции медленно падает (пустые кружки на Рисунке 2.1). Горб на кривой  $\dot{M}(t)$  (закрашенные кружки на Рисунке 2.1), по-видимому, является следствием сильной переменности нетепловой компоненты или возникновения новой спектральной компоненты, так что предполагаемая модель не может его описать.

### 2.3. Определение $\alpha$ для вспышки 4U 1543–47 2002 года

Вязкая эволюция аккреционного потока может быть описана как перераспределение момента вязких сил и плотности вещества. Этот процесс описывается с помощью уравнения типа диффузии:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{1}{4\pi} \frac{(GM_x)^2}{h^3} \frac{\partial^2 F}{\partial h^2}, \quad (2.1)$$

где  $h = \sqrt{GM_x r}$  — это удельный момент импульса,  $\Sigma$  — это поверхностная плотность,  $F = 2\pi W_{r\varphi} r^2$  — это момент вязких сил, определённый через проинтегрированный по толщине диска тензор вязких напряжений  $W_{r\varphi}$  (см., например, статью [76] или раздел 1.2 настоящей диссертации). Момент вязких сил и поверхностная плотность в кеплеровском диске связаны следующим соотношением:

$$F = 3\pi h \nu_t \Sigma, \quad (2.2)$$

где  $\nu_t$  — это коэффициент кинематической турбулентной вязкости.

В качестве радиальной характеристики диска удобно использовать  $F(h)$ . Во-первых, граничные условия обычно ставятся на  $F$  или её первую производную  $\partial F/\partial h = \dot{M}$ . Во-вторых, вязкое энерговыделение в диске напрямую связано с моментом вязких сил:  $Q_{\text{vis}} = 3(G M_x)^8 F/(8\pi h^7)$ , притом это выражение может использоваться и для случая  $\dot{M} = 0$ .

На Рисунке 2.3 схематически представлено распределение момента вязких сил  $F$  в диске с горячей внутренней областью и холодной внешней областью. На внутренней границе диска вокруг чёрной дыры момент вязких сил равен нулю:  $F_{\text{in}} = 0$ . Положительный наклон соответствует потоку массы внутрь и наоборот. Во внешнем холодном нейтральном диске момент вязких сил очень мал. Между горячей и холодной зонами, где происходит рекомбинация/ионизация водорода коэффициент непрозрачности быстро меняется. Если весь диск в двойной системе остаётся полностью ионизованным в течение некоторого времени, то внешний радиус остаётся неизменным и соответствует штриховому пунктиру на Рисунке 2.3 (соответствующее квазистационарное распределение  $F$  получено Липуновой и Шакурой (2000) [54]). Диск теряет свою массу через внутреннюю границу. В тот момент, когда поверхностная плотность становится меньше критического значения, начинается переход в холодное состояние [112], начиная с больших радиусов.

На внешней границе горячей зоны (штриховой пунктир на Рисунке 2.3) момент вязких сил  $F$  достигает своего максимума. В дальнейшем мы будем предполагать, что граница соответствует нулевому потоку вещества:  $\partial F/\partial h = 0$ . В переходной зоне происходит отток вещества из горячей диска через область, в которой  $\nu_t$  сильно меняется с радиусом. Масса скапливается в холодной зоне, в то время как переходная зона двигается к центру диска. В холодной зоне требуется больше времени для формирования квазистационарного распределения, поэтому форма  $F(h)$  не постоянна в этой области.

На спаде вспышки рентгеновской новой последовательно проходит три стадии: (1) горячая зона имеет постоянный радиус  $R_{\text{hot}}$  из-за сильного облучения (эта стадия может отсутствовать, если диск слишком большой); (2) холодный фронт начинает двигаться и его положение определяется облучением; (3) холодный фронт распространяется со скоростью  $\sim \alpha_{\text{hot}} u_{\text{sound}}$  и облучение не играет роли. Первые две стадии возможны только в случае, если облучение достаточно велико. В следующих трёх разделах будут исследованы методы моделирования этих стадий.

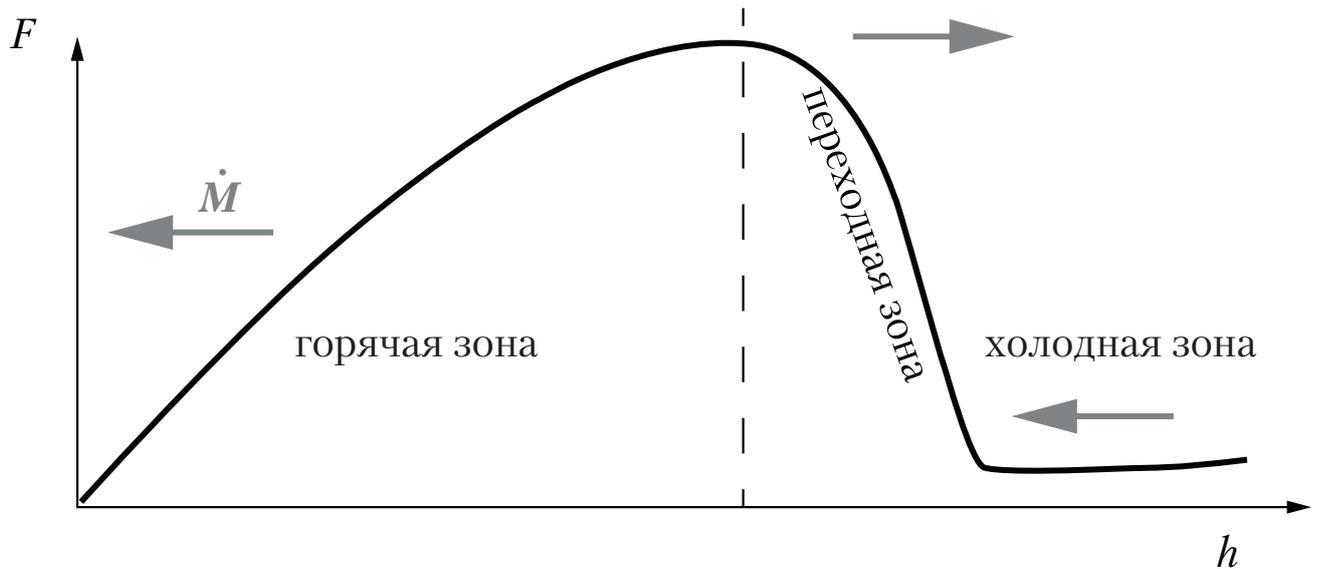


Рис. 2.3. Схематическое изображение распределения момента вязких сил в диске, имеющем горячую внутреннюю и холодную внешнюю зоны. Серые стрелки показывают направление потока массы, а их высота демонстрирует модуль темпа аккреции. Наклон кривой  $F(h)$  равен темпу аккреции. Положительный наклон соответствует потоку массы к центру и наоборот. Во внешнем холодном диске темп аккреции опускается до малых значений из-за малости значения турбулентного параметра. Обратите внимание, что имеется две точки, в которых темп аккреции  $\dot{M} = \partial F / \partial h$  обнуляется.

### 2.3.1. Горячий диск с постоянным внешним радиусом

Если внешний радиус постоянен, то экспоненциальное время спада темпа аккреции для диска в двойной системе определяется вязким временем:

$$t_{\text{exp}} \approx 0,45 R_{\text{out}}^2 / \nu_t(R_{\text{out}}) \quad (2.3)$$

Это выражение было получено как аппроксимация точного решения эволюции аккреционного диска с постоянной во времени кинематической вязкостью  $\nu_t(r)$  [50]. Такой вязкий диск с фиксированным внешним радиусом демонстрирует точно экспоненциальное убывание  $\dot{M}(t)$ .

В  $\alpha$ -дисках [2] кинематическая турбулентная вязкость зависит от поверхностной плотности, а значит и от времени:  $\nu_t = \nu_t(r, t)$ . Решение для эволюции горячего  $\alpha$ -диска с фиксированным радиусом после пика вспышки было найдено Липуновой и Шакурой [54]. Темп аккреции в этом решении убывает как  $\dot{M} \propto t^{-10/3}$  при крамерсовской непрозрачности. Такой резкий спад, исходя из рентгеновских наблюдений, может интерпретироваться как экспоненциальный.

Это аналитическое решение может применяться к отрезку времени, в котором весь диск находится в горячем состоянии. Это может происходить благодаря высокому вязкому нагреву или потоку облучения, которые поддерживают весь диск ионизированным [49; 90; 123–126]. Эртан и Альпар (2002) [92] предположили, что радиус  $R_{\text{hot}}$  может быть постоянным, но меньшим, чем радиус диска, если особая геометрическая форма диска способствует созданию стационарного «барьера» между холодной и горячей зонами, который затеняет центральное рентгеновское облучение.

Можно оценить значение  $\alpha$ , используя (2.3). Тензор вязких напряжений в экваториальной плоскости диска может быть параметризован следующим образом [2]:  $w_{r\varphi} = \alpha P_c$ , где  $P_c$  — полное давление. Во внешних частях горячего диска подавляющий вклад вносит газовое давление. С другой стороны,  $w_{r\varphi} = \frac{2}{3} \omega_K \nu_t \rho_c$ . Подставив  $P_c / \rho_c = \Re T_c / \mu$ , получим взаимосвязь между  $\nu_t$  и  $\alpha$ :  $\nu_t = \frac{2}{3} (\alpha / \omega_K) (\Re T_c / \mu)$ . Вслед за работой Кецариса и Шакуры (1998) [84] будем использовать взаимосвязь между  $T_c$  и полутолщиной  $z_0$ , соответствующей оптической толще  $\tau = 2/3$  и  $T = T_{\text{eff}}$ :  $\Re T_c / \mu = \omega_K^2 z_0^2 / \Pi_1$ ;  $\Pi_1$  — это безразмерный параметр, зависящий от полной оптической толщи диска в вертикальном направлении, найденный в работах Кецариса и Шакуры (1998) [84] и Маланчева и др. (2017) [65] (Глава 3 настоящей диссертации). В итоге, мы получаем соотношения  $\nu_t(r) = \frac{2}{3} (\alpha / \omega_K) (\omega_K^2 z_0^2 / \Pi_1)$  и:

$$\alpha \sim 0,15 \left( \frac{R_{\text{out}}}{2 R_{\odot}} \right)^{3/2} \left( \frac{z_0 / R_{\text{out}}}{0,05} \right)^{-2} \left( \frac{M_x}{10 M_{\odot}} \right)^{-1/2} \left( \frac{t_{\text{exp}}}{30 \text{d}} \right)^{-1} \times \Pi_1, \quad (2.4)$$

где  $t_{\text{exp}}$  — это время экспоненциального спада темпа аккреции,  $z_0$  — полутолщина диска на внешнем радиусе,  $\Pi_1 = 5,5-6$ . При определении  $\alpha$  следует использовать значение  $z_0$  в момент пика рентгеновской светимости.

Главной неопределённостью в данной формуле является радиус диска. Кроме того, эволюция полутолщины  $\alpha$ -диска ведёт к изменению числового множителя в уравнении (2.4). С другой стороны, моделирование эволюции диска даёт самосогласованное значение  $\alpha$ . Такое моделирование было проделано для вспышек A 0620–00 (1975) и GS 1124–68 (1991) в статье Сулейманова и др. (2008) [63]. С помощью кода FREDDI<sup>3</sup> были найдены следующие соотношения для полностью ионизованного диска, демонстрирующего вязкую эволюцию:

$$\alpha \approx 0,21 \left( \frac{R_{\text{hot}}}{R_{\odot}} \right)^{25/16} \left( \frac{t_{\text{exp}}}{30^{\text{d}}} \right)^{-5/4} \left( \frac{\dot{M}_{\text{max}}}{10^{18} \text{ г с}^{-1}} \right)^{-3/8} m_x^{5/16}, \quad (2.5)$$

для крамерсовской непрозрачности и

$$\alpha \approx 0,20 \left( \frac{R_{\text{hot}}}{R_{\odot}} \right)^{12/7} \left( \frac{t_{\text{exp}}}{30^{\text{d}}} \right)^{-9/7} \left( \frac{\dot{M}_{\text{max}}}{10^{18} \text{ г с}^{-1}} \right)^{-3/7} m_x^{2/7} \quad (2.6)$$

для аппроксимации OPAL [64]. Показатели степени в этих выражениях получены подстановкой аналитического значения полутолщины диска [127] в (2.4). Точность числовых множителей составляет 5%. Подробности о коде FREDDI см. приложение 2.A.

Оценим  $\alpha$  во вспышке 4U 1543–47 (2002) в случае, если вязкая эволюция охватывала весь диск целиком. Эффективный радиус полости Роша чёрной дыры с массой в диапазоне  $M_x = 6 - 10 M_{\odot}$  составляет  $R_{\text{RL}} \approx 4,2 - 5,3 R_{\odot}$  [96]. Максимальный радиус диска в 4U 1543–47 может достигать  $\sim 4 R_{\odot}$ , считая, что приливные взаимодействия с оптическим компаньоном усекают диска на  $R_{\text{tid}} \approx 0,8 R_{\text{RL}}$  [97; 127]. Подставив радиус и другие параметры для 4U 1543–47 ( $t_{\text{exp}} = 15^{\text{d}}$ ,  $m_x = 9,4$ ,  $\dot{M}_{\text{max}} = 1,4 \times 10^{19} \text{ г/с}$ , см. верхнюю левую панель Рисунка 2.1) в (2.5) или (2.6), получим  $\alpha \sim 3,2 - 3,3$ , что является слишком большим значением. Этот результат демонстрирует, что во вспышке реализуется другой тип эволюции диска. Скорее всего, внешние части диска являются холодными во время вспышки 4U 1543–47 (2002).

### 2.3.2. Диск с изменяющимся $R_{\text{hot}}$ , контролируемым облучением

После того, как начинается рекомбинация, радиус горячего диска уменьшается. Если рентгеновское облучение велико, то радиус горячей зоны  $R_{\text{hot}}$  определяется падающим потоком, который тесно связан с центральным темпом аккреции. Дюбюс и др. [90] показали,

<sup>3</sup> FREDDI доступен для свободного скачивания на странице авторов в Интернете <http://xray.sai.msu.ru/~malanchev/freddi/>.

что переход между горячей и холодной частями диска в рентгеновских транзиентах происходит в месте, где  $T_{\text{irr}} = 10^4$  К. Это связано с тем, что холодная ветвь существует только для малых  $T_{\text{eff}}$  [125; 128]. Свидетельство такого поведения найдено Хайнсем и др. (2002) [129] во вспышке 1999 – 2000 годов в системе ХТЕ J1859+226, хотя они и предполагали, что условие на радиус горячей зоны  $R_{\text{hot}}$  может быть не таким простым.

Нами используется параметризация потока облучения, падающего на внешний диск, в следующем виде [130; 131]:

$$Q_{\text{irr}} \equiv \sigma_{\text{SB}} T_{\text{irr}}^4 = C_{\text{irr}} \frac{L_{\text{bol}}}{4 \pi r^2}, \quad (2.7)$$

где  $L_{\text{bol}} = \eta(a_{\text{Kerr}}) \dot{M} c^2$  — это болометрический поток,  $\eta(a_{\text{Kerr}})$  — это эффективность аккреции,  $\sigma_{\text{SB}}$  — это постоянная Стефана–Больцмана, а  $C_{\text{irr}}$  — это параметр самооблучения. В данной Главе мы предполагаем  $C_{\text{irr}} = \text{const}$  и обсуждаем это предположение позже в разделе 2.6.1.

Мы определяем радиус горячей зоны  $R_{\text{hot}}(t)$  из соотношения

$$\sigma_{\text{SB}} T_{\text{hot}}^4 = C_{\text{irr}} \frac{\eta(a_{\text{Kerr}}) \dot{M}_{\text{in}}(t) c^2}{4 \pi R_{\text{hot}}(t)^2}, \quad (2.8)$$

где  $T_{\text{hot}} = 10^4$  К, а  $\dot{M}_{\text{in}}(t)$  — это темп аккреции через внутреннюю границу диска.

На Рисунке 2.4 показана зависимость размера горячей зоны в диске 4U 1543–47 от массы чёрной дыры, рассчитанная для различных факторов самооблучения:  $C_{\text{irr}} = 5 \times 10^{-3}$  (значение данное в работе [90]) и  $C_{\text{irr}} = 5 \times 10^{-4}$ . На каждой панели Рисунка 2.4 приведено по два значения  $R_{\text{hot}}$ , одно соответствует пику вспышки (чёрные значки), а второе — концу рассматриваемого нами отрезка времени (зелёные значки).

Когда темп аккреции велик и  $R_{\text{hot}}(\dot{M}) > R_{\text{tid}}$ , горячая зона формально простирается за пределы диска, а значит регион вязкой эволюции имеет постоянный радиус. Как видно на верхней панели Рисунка 2.4, при  $C_{\text{irr}} = 5 \times 10^{-3}$  весь диск будет оставаться горячим на рассматриваемом отрезке времени (см. раздел 2.3.1). При меньших  $C_{\text{irr}}$  радиус горячей зоны становится меньше приливного радиуса  $R_{\text{tid}}$  (см. нижнюю панель Рисунка 2.4) и не может оставаться постоянным все время.

Вклад облучения по отношению к вязкому нагреву может быть записан в следующем виде [127]:

$$\frac{Q_{\text{irr}}}{Q_{\text{vis}}} = \frac{4}{3} \eta(a_{\text{Kerr}}) C_{\text{irr}} \frac{r}{R_{\text{grav}}} \frac{1}{f_F(r)} \quad (2.9)$$

где  $R_{\text{grav}} \equiv 2 G M_x / c^2$ , а вязкий нагрев

$$Q_{\text{vis}} = \frac{3}{8} \frac{\sqrt{GM_x}}{\pi} \frac{F}{r^{7/2}}, \quad F = \dot{M}_{\text{in}} h f_F(r). \quad (2.10)$$

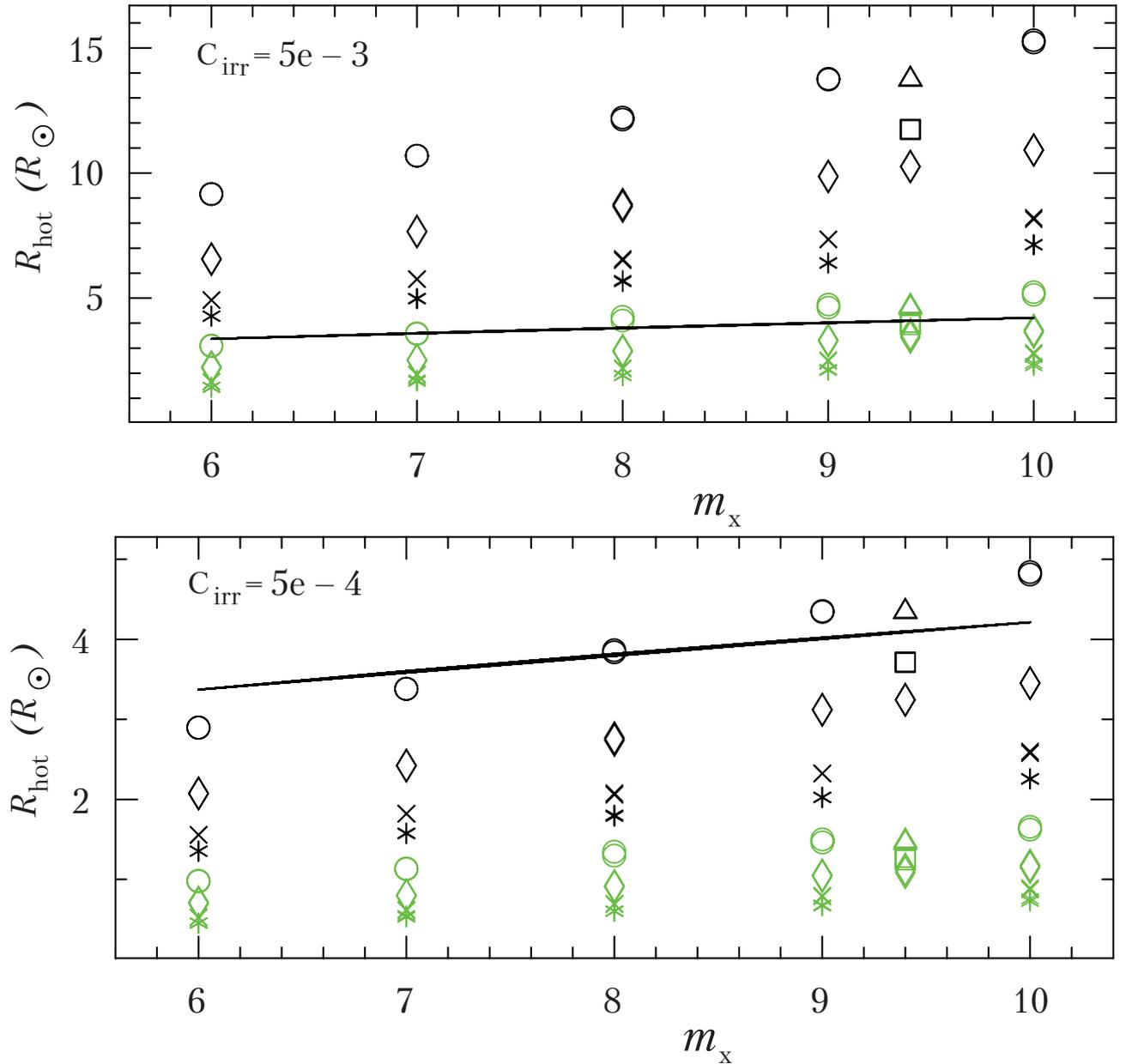


Рис. 2.4. Зависимость радиуса горячей зоны ( $T_{\text{irr}} = 10^4$  K) от массы чёрной дыры для момента MJD 25446 (чёрные значки), соответствующего пиковому темпу аккреции, и для конца исследуемого отрезка времени MJD 25474 (зелёные значки). На верхней панели показан случай  $C_{\text{irr}} = 5 \times 10^{-3}$ , на нижней —  $C_{\text{irr}} = 5 \times 10^{-4}$ . Значки имеют те же значения, что и на Рисунке 2.2, который демонстрирует соответствующие значения пикового темпа аккреции. Сплошной линией показан приливный радиус аккреционного диска, который зависит от массы чёрной дыры.

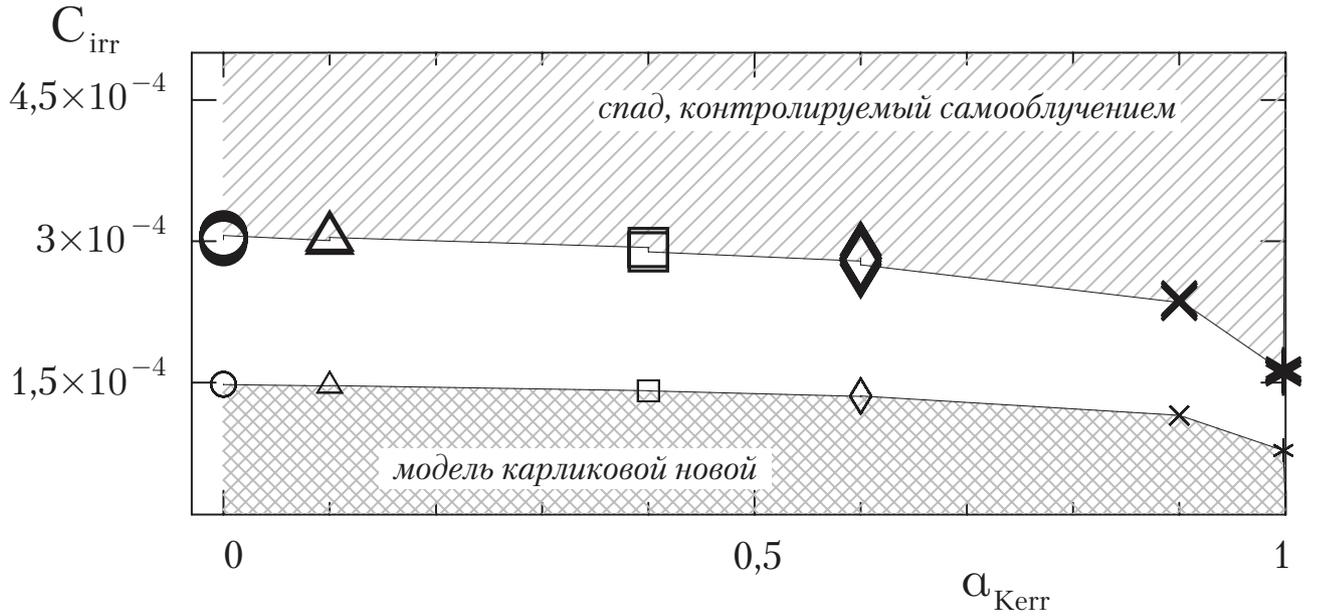


Рис. 2.5. Зависимость предельных значений  $C_{\text{irr}}$ , определяющих тип эволюции горячего диска в 4U 1543–47 (2002), от параметра Керра. Нижний набор точек (маленькие значки) демонстрирует границу, ниже которой облучение так мало, что не может повлиять на размер горячей зоны, а холодный фронт распространяется, как в карликовой новой. Эти значения  $C_{\text{irr}}$  получены из соотношения  $Q_{\text{irr}}/Q_{\text{vis}}(R_{\text{hot}}) = 1$  для момента пика темпа аккреции. Верхний набор точек (большие значки) демонстрирует границу, выше которой вся моделируемая кривая блеска определяется эволюцией облучённой горячей зоны. Условие для этих точек получены из того же соотношения  $Q_{\text{irr}}/Q_{\text{vis}}(R_{\text{hot}}) = 1$ , но для конца изучаемого отрезка времени. Значки означают то же самое, что и на Рисунке 2.2. Заметим, что зависимость от  $m_x$  отсутствует.

Для квазистационарного решения уравнения (2.1), безразмерный множитель  $f_F(r) \approx 0,7$  для радиуса, где  $\dot{M} = 0$  [54]. Соотношение (2.9) не зависит от темпа аккреции при постоянном  $C_{\text{irr}}$ . Облучение является более важным для больших радиусов. Если  $Q_{\text{irr}} > Q_{\text{vis}}$  на  $R_{\text{hot}}$ , то изменение  $R_{\text{hot}}(t)$  определяется изменением потока облучения, которое в свою очередь зависит от  $\dot{M}(t)$ . Таким образом, радиус горячей зоны изменяется в вязкой шкале времени для кольца диска с радиусом  $R_{\text{hot}}$ .

Рисунок 2.5 демонстрирует предельные значения  $C_{\text{irr}}$ , определяющие тип поведения аккреционного диска во время спада вспышки 2002 года системы 4U 1543–47. Верхний ряд точек соответствует минимальным значениям  $C_{\text{irr}}$ , при которых весь изучаемый отрезок вспышки описывается горячей зоной, контролируемой излучением. Эти значения найдены из

условия  $Q_{\text{irr}}/Q_{\text{vis}} = 1$ , применённого на  $R_{\text{hot}}$  на конец изучаемого отрезка времени с учётом уравнения (2.8).

При моделировании эволюции горячего диска, контролируемого самооблучением, с помощью кода FREDDI решалось уравнение вязкой эволюции (2.1) для интервала радиусов от  $R_{\text{in}}$  до  $R_{\text{hot}}$ . На  $R_{\text{hot}}$  установлено граничное условие  $\dot{M} = 0$ . Внешняя граница соответствует вертикальному штриховому пунктиру на Рисунке 2.3. Физически, в этом месте лежит начало переходной зоны, так что мы определяли  $R_{\text{hot}}$  на каждом временном шаге из условия (2.8).

Все модели, полученные с помощью FREDDI в данном исследовании, использовали квазистационарное распределение в качестве начального условия. Данное начальное условие соответствует ниспадающей части вспышки, однако FREDDI может рассчитывать кривые блеска начиная с ранних этапов вспышки (см. приложение 2.A).

### 2.3.3. Холодный фронт при малом облучении

Если рентгеновский нагрев очень мал, то так называемый холодный фронт окружает горячую зону и распространяется к центру. Горячие и холодные фронты для дисков без облучения были введены для объяснения вспышек карликовых новых [38; 39; 43; 132–137].

Численный расчёт модели тепловой неустойчивости дисков для карликовых новых показал, что если  $\alpha_{\text{hot}}$  постоянно, то скорость холодного фронта постоянна по порядку величины и составляет  $\alpha_{\text{hot}} u_{\text{sound}}$  [132; 134; 135], а внутренняя горячая зона диска демонстрирует автомодельную эволюцию [136].

Котко и Ласота (2012) [62] рассмотрели около 20 вспышек карликовых новых и звёзд типа AM CVn с помощью аналитических аппроксимации численных расчётов в рамках модели тепловой неустойчивости дисков и определили для них вязкий параметр горячих дисков  $\alpha_{\text{hot}}$  по наблюдаемым временам спада кривых блеска. Использованный в их работе метод основан на предполагаемой скорости распространения холодного фронта. Катко и Ласота (2012) [62] также использовали модель тепловой неустойчивости дисков для описания нормальных вспышек карликовых новых для воспроизведения амплитуд и повторяемости вспышек. Оба метода привели к  $\alpha_{\text{hot}} \sim 0,1 - 0,2$ .

Для воспроизведения кривых блеска 4U 1543–47 с помощью модели распространения холодного фронта без облучения мы, аналогично приведённой выше работе, воспользовались аппроксимацией численных расчётов [136]. Темп аккреции в этой модели уменьшается по следующему закону:

$$\dot{M}(t) = \dot{M}_{\text{peak}} (R_{\text{front}}(t)/R_{\text{hot,peak}})^{2,2}, \quad (2.11)$$

где радиус горячей зоны

$$R_{\text{front}}(t) = R_{\text{hot,peak}} - u_{\text{front}} t$$

может быть найден с помощью скорости фронта

$$u_{\text{front}} = k \alpha u_{\text{sound}}, \quad u_{\text{sound}} = \sqrt{\mathfrak{R} T_{\text{crit}} / \mu}, \quad k \approx 1/14. \quad (2.12)$$

В области фронта температура в плоскости симметрии диска  $T_{\text{crit}} = 4,7 \times 10^4$  К [62] при молярной массе  $\mu = 0,6$ . Из-за малости облучения максимальный радиус горячего диска может быть найден исходя из вязкого энерговыделения (2.10) в момент пика:

$$Q_{\text{vis}}(R_{\text{hot,peak}}) = \sigma_{\text{SB}} T_{\text{hot}}^4, \quad T_{\text{hot}} = 10^4 \text{ К}. \quad (2.13)$$

Как показано на Рисунке 2.5, указанный подход применим к 4U 1543–47 (2002) только при  $C_{\text{irr}} \lesssim 1,5 \times 10^{-4}$ . Нижний набор значков на Рисунке 2.5 демонстрирует предельно большое значение  $C_{\text{irr}}$  для 4U 1543–47 (2002), при котором облучение ещё не контролирует эволюцию диска. Эти значения получены из условия  $Q_{\text{irr}}/Q_{\text{vis}}(R_{\text{hot}}) = 1$ , применённого на внешнем радиусе диска в момент пика темпа аккреции. Из-за того, что отношение (2.9) убывает при уменьшении радиуса, роль облучения становится только меньше по мере уменьшения  $R_{\text{hot}}$ .

## 2.4. Результаты моделирования эволюции темпа аккреции вспышки 4U 1543–47 в 2002

### 2.4.1. Умеренное облучение

Вязкая эволюция горячей части диска с размером, контролируемом самооблучением (см. раздел 2.3.2), может дать объяснение форме наблюдаемой кривой  $\dot{M}(t)$ . При характерных значениях  $C_{\text{irr}}$ , показанных на Рисунке 2.5 (верхняя граница между пустой и закрашенной областями), было произведено численное решение уравнения (2.1) с помощью кода FREDDI и получено распределение  $\dot{M}(t)$ . Модельное распределение  $\dot{M}(t)$  подбором значения  $\alpha$  подгонялось к  $\dot{M}(t)$ , полученному в ходе спектрального моделирования (см. раздел 2.2), для набора параметров чёрной дыры (см. результат на Рисунке 2.6). Большие значения  $C_{\text{irr}}$  соответствуют большим размерам горячей зоны (2.8), что, в соответствии с выражениями (2.5) и (2.6), требует больших значения  $\alpha$  при фиксированном наблюдением значения  $t_{\text{exp}}$ .

Пример модели с минимальным  $\chi^2$  показан на Рисунке 2.7. Верхняя панель показывает эволюцию темпа аккреции через внутренний радиус диска для указанных параметров,

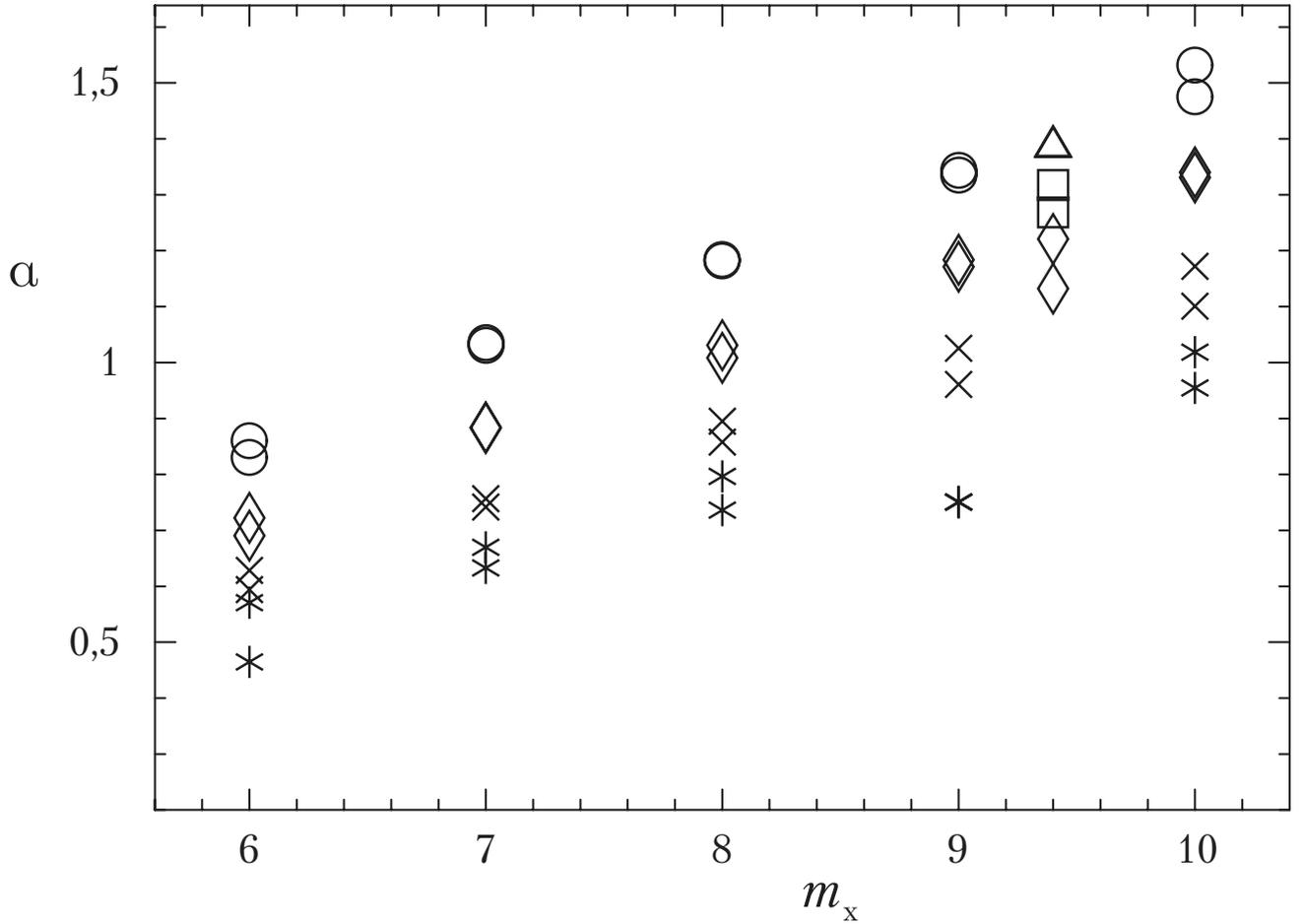


Рис. 2.6. Зависимость параметра  $\alpha$  от массы чёрной дыры в случае, когда облучение центральным рентгеновским излучением контролирует размер горячего диска во время вспышки 4U 1543–47 2002 года. Значения  $\alpha$  получены для больших значений  $C_{\text{irr}}$  из Рисунка 2.5 (обозначены на том рисунке чёрными значками). Каждое значение  $\alpha$  получено методом минимизации  $\chi^2$  для кривой  $\dot{M}(t)$ . Радиус горячей зоны определяется условием  $T_{\text{irr}} = 10^4$  К. Как и ранее, различные значки обозначают различные значения  $a_{\text{Kerr}}$ : 0 (кружки), 0,1 (треугольнички), 0,4 (квадратики), 0,6 (ромбики), 0,9 (крестики) и 0,998 (астериски). Каждой паре  $(m_x, a_{\text{Kerr}})$  соответствует два значения  $\alpha$  для двух моделей XSPEC: либо со спектральной компонентой *simple*, либо с *comptt*.

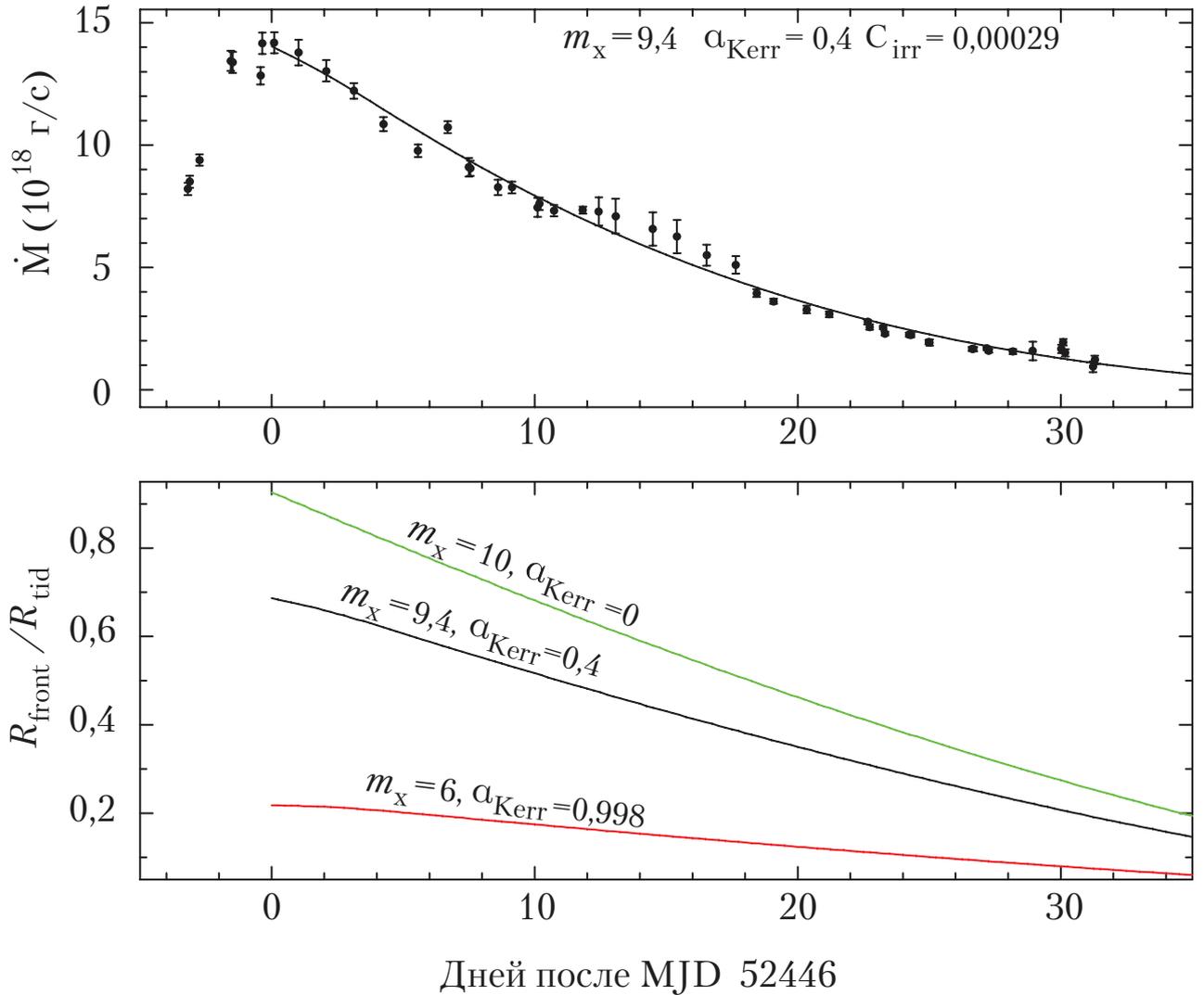


Рис. 2.7. Модель горячей зоны, контролируемой самооблучением. Верхняя панель: теоретическое и наблюдаемое распределения  $\dot{M}(t)$  во вспышке 4U 1543–47 2002 года для набора параметров, указанных на рисунке. Нижняя панель: эволюция радиуса горячей зоны  $R_{\text{hot}}$  в величинах приливного радиуса  $R_{\text{tid}}$ : чёрной кривой показана модель с верхней панели, зелёной и красной — крайние случаи с указанными значениями. Приливный радиус  $R_{\text{tid}}$  зависит от  $m_x$  (см. Рисунок 2.4).

также показаны результаты спектрального моделирования рентгеновских наблюдений с Рисунка 2.1. На нижней панели Рисунка 2.7 показана эволюция размера горячей зоны, контролируемой облучением. На этой панели чёрным показаны значения, соответствующие параметрам, указанным на верхней панели, а зелёным и красным — крайние случаи с указанными параметрами. Значения темпа аккреции и расстояния свои для каждого из этих случаев.

Значения  $\alpha$ , найденные с помощью FREDDI для данного сценария, составляют  $\sim 1,2-1,4$  (см. Рисунок 2.6). Возможно, что FREDDI не полностью учитывает сложные эффекты, связанные с передвижением внешней границы горячего диска  $R_{\text{hot}}$ . Это обстоятельство могло привести к систематическому сдвигу полученных  $\alpha$  к бóльшим значениям. Дополнительно это будет обсуждаться ниже в разделе 2.6.2. Для результатов, представленных на Рисунке 2.6, имеется аппроксимация, аналогичная выражениям (2.5) и (2.6). Зависимости  $\alpha$  от параметров диска точно такая же, однако числовые множители ниже: 0,17 для крамерсовской непрозрачности и 0,15 для аппроксимации OPAL с точностью в 12%.

Если  $1,5 \times 10^{-4} \lesssim C_{\text{irr}} \lesssim 3 \times 10^{-4}$ , то в соответствии с картиной, описанной в разделах 2.3.2 и 2.3.3, на протяжении рассматриваемого отрезка времени должен появиться холодный фронт. В таком случае ожидалось бы сильное изменение эволюции  $\dot{M}(t)$  в момент, когда облучение уже не может поддерживать температуру внешней части горячего диска достаточно высокой [90]. Для этого случая требуется проведение отдельного моделирования. Отметим, что на наблюдаемой кривой  $\dot{M}(t)$  нет значительных переломов на отрезки времени MJD 25446–25474 (также, см. замечание в конце секции 2.2).

#### 2.4.2. Слабое облучение

В случае  $C_{\text{irr}} \lesssim 1,5 \times 10^{-4}$ , спадающая часть вспышки 4U 1543–47 (2002) может быть описана в рамках подхода, используемого при моделировании нормальных вспышек карликовых новых (см. раздел 2.3.3). Для холодного фронта,двигающегося с постоянной скоростью, и радиуса горячей зоны в пике, определяемого из условия  $T_{\text{hot}} = 10^4 \text{ K}$ , нами получены  $\alpha$  для того же набора параметров  $m_x$  и  $a_{\text{Kerr}}$ , что и ранее. Применяя приближение постоянной скорости, описанное ранее в разделе 2.3.3, можно получить  $\alpha$  в следующем виде:

$$\alpha_{\text{hot}} \approx 0,16 \frac{R_{\text{hot}}^{\text{max}}}{R_{\odot}} \left( \frac{t_{\text{exp}}}{10^{\text{d}}} \right)^{-1} \left( \frac{k}{1/14} \right)^{-1} \left( \frac{u_{\text{sound}}}{25 \text{ км с}^{-1}} \right)^{-1}. \quad (2.14)$$

С помощью уравнения (2.13) свяжем  $R_{\text{hot}}^{\text{max}}$  и пиковый темп аккреции и перепишем последнее выражение в виде

$$\alpha_{\text{hot}} \approx 0,07 \left( \frac{m_x \dot{M}_{\text{max}}}{10^{18} \text{ г с}^{-1}} \right)^{1/3} \left( \frac{t_{\text{exp}}}{10^{\text{d}}} \right)^{-1} \left( \frac{T_{\text{hot}}}{10^4 \text{ K}} \right)^{-4/3} \left( \frac{k}{1/14} \right)^{-1} \left( \frac{u_{\text{sound}}}{25 \text{ км с}^{-1}} \right)^{-1}. \quad (2.15)$$

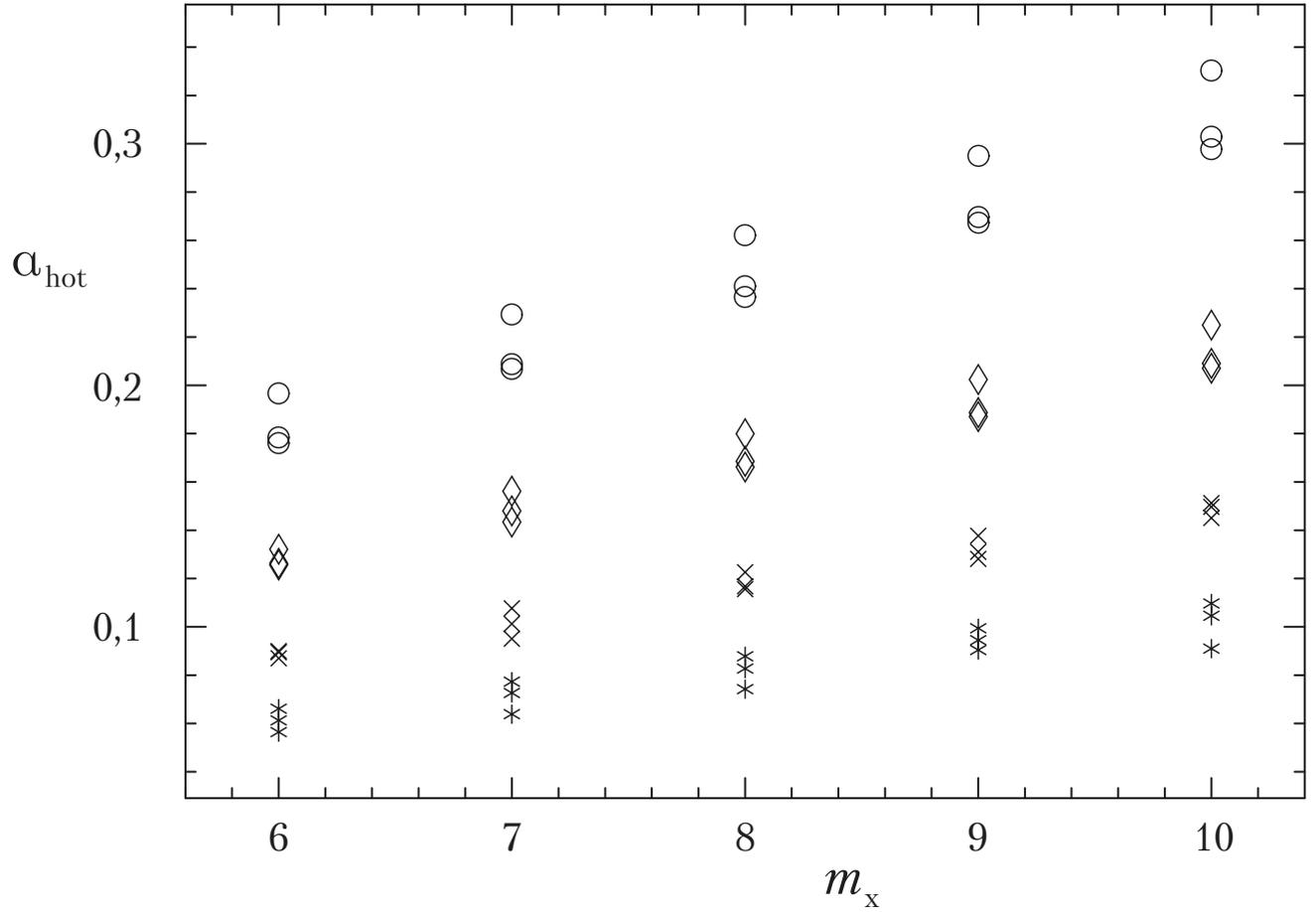


Рис. 2.8. Значения  $\alpha$ , полученные для 4U 1543–47 (2002) в рамках модели холодного фронта [136]. Темп аккреции эволюционирует согласно выражению, приведённому в разделе 2.3.3. Значки обозначают различные  $a_{\text{Kerr}}$ , как и на Рисунке 2.6.

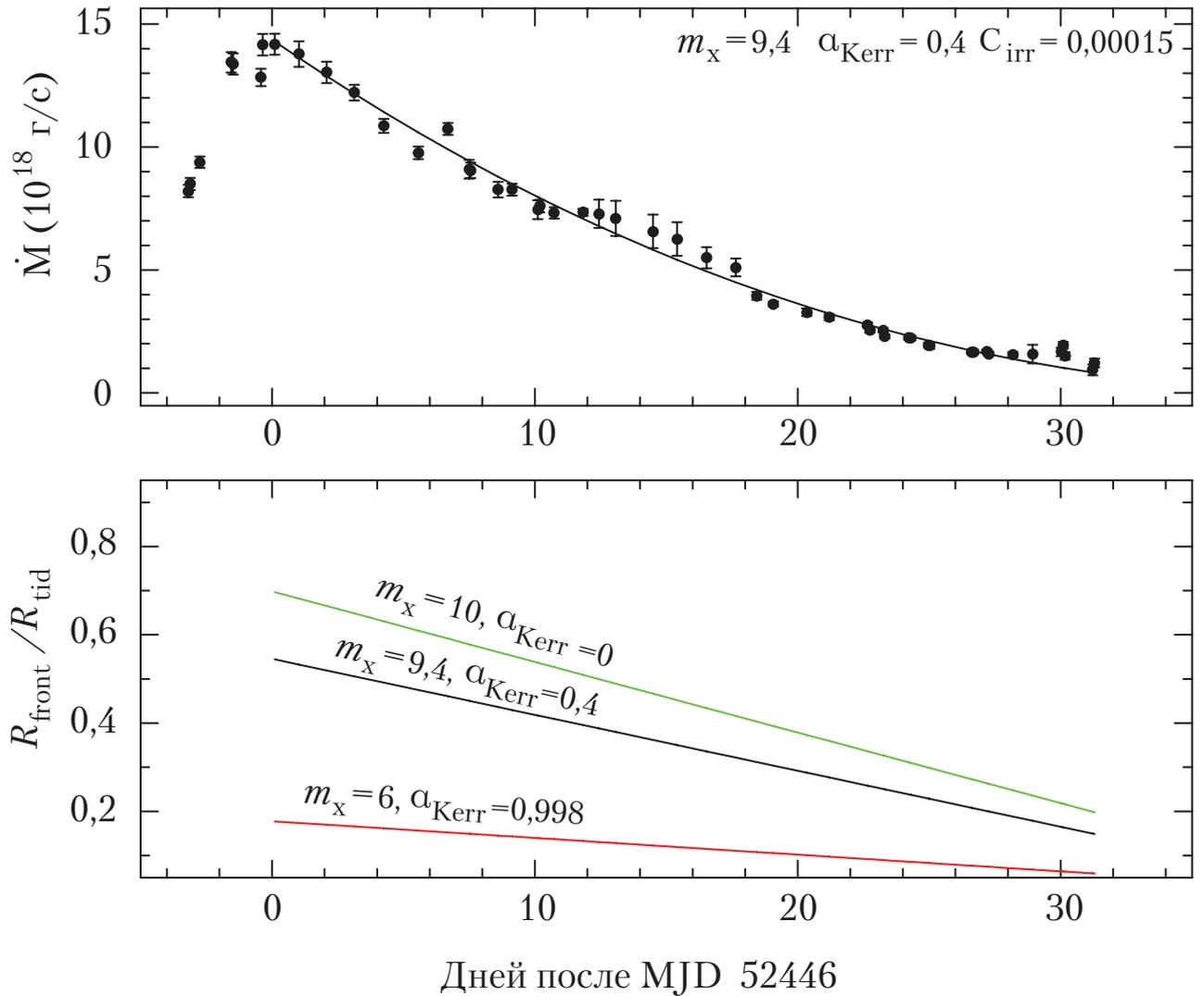


Рис. 2.9. Модель холодного фронта, распространяющегося с постоянной скоростью в отсутствии облучения. Верхняя панель: эволюция  $\dot{M}(t)$  для следующих значений параметров:  $\alpha_{\text{hot}} = 0,23$ ,  $m_x = 9,4$ ,  $\alpha_{\text{Kerr}} = 0,4$ . Нижняя панель: радиус горячей зоны для этих же параметров (показан чёрным) и для указанных параметров (показан красным и зелёным).

В этом выражении числовой множитель зависит от показателя степени  $\dot{M}(R_{\text{hot}})$  в выражении (2.11).

Рисунок 2.9 демонстрирует теоретический темп аккреции и радиус горячей зоны для параметров чёрной дыры  $m_{\text{ч}} = 9,4$  и  $a_{\text{Керр}} = 0,4$  (чёрная линия). Нижняя панель дополнительно демонстрирует изменение размера горячей зоны для других параметров (красная и зелёная линии). Из сравнения Рисунков 2.7 и 2.9 видно, что в необлучённом случае радиус горячей зоны значительно меньше.

## 2.5. Оптическое излучение от диска 4U 1543–47 (2002)

Исследования последнего десятилетия показали, что оптическое излучение в ходе вспышки рентгеновской новой может исходить не только от внешних частей диска, подверженных самооблучению. Определённый вклад может вносить низкочастотная часть нетеплового излучения из окрестностей ЧД. Исследования, посвящённые поиску корреляций между рентгеновским, оптическим, инфракрасным и радио излучением некоторых рентгеновских транзиентов показывают, что джеты могут объяснять по крайней мере часть оптического излучения [138; 139]. Нетепловые электроны в корональной области над центральными частями диска могут давать степенной оптический и инфракрасный спектр (гибридная модель горячего потока [140]). В данной Главе, однако, рассматривается лишь оптическое излучение, исходящее от внешних частей диска.

Рисунки 2.10 и 2.11 демонстрируют сравнение теоретических кривых блеска с данными наблюдений [85]. Если не указано обратное, то теоретический оптический поток рассчитан только по горячей части многоцветного диска с использованием  $\dot{M}(t)$ , полученных из спектрального моделирования. Эффективная температура диска рассчитывалась как  $T_{\text{eff}}^4 = (Q_{\text{irr}} + Q_{\text{vis}})/\sigma_{\text{SB}}$ .

Теоретическая оптическая кривая блеска зависит от фактора самооблучения  $C_{\text{irr}}$ , массы ЧД и её параметра Керра (потому что масса и эффективность аккреции определяют  $\dot{M}$ ), а также от размера горячей зоны. В свою очередь, радиус горячей зоны зависит от  $C_{\text{irr}}$  через (2.8) или от  $\alpha$  через (2.12). Важно отметить, что в случае горячей зоны, контролируемой самооблучением, значение турбулентного параметра  $\alpha$ , полученное в предыдущем разделе, является динамической характеристикой диска и зависит от  $C_{\text{irr}}$ , но напрямую не влияет на наблюдаемый оптический поток.

Мы выбрали оптические полосы  $V$  и  $J$ , так как для них имеются наблюдения прямо перед началом вспышки. Звёздные величины в полосах  $V$  и  $J$  получены переводом спек-

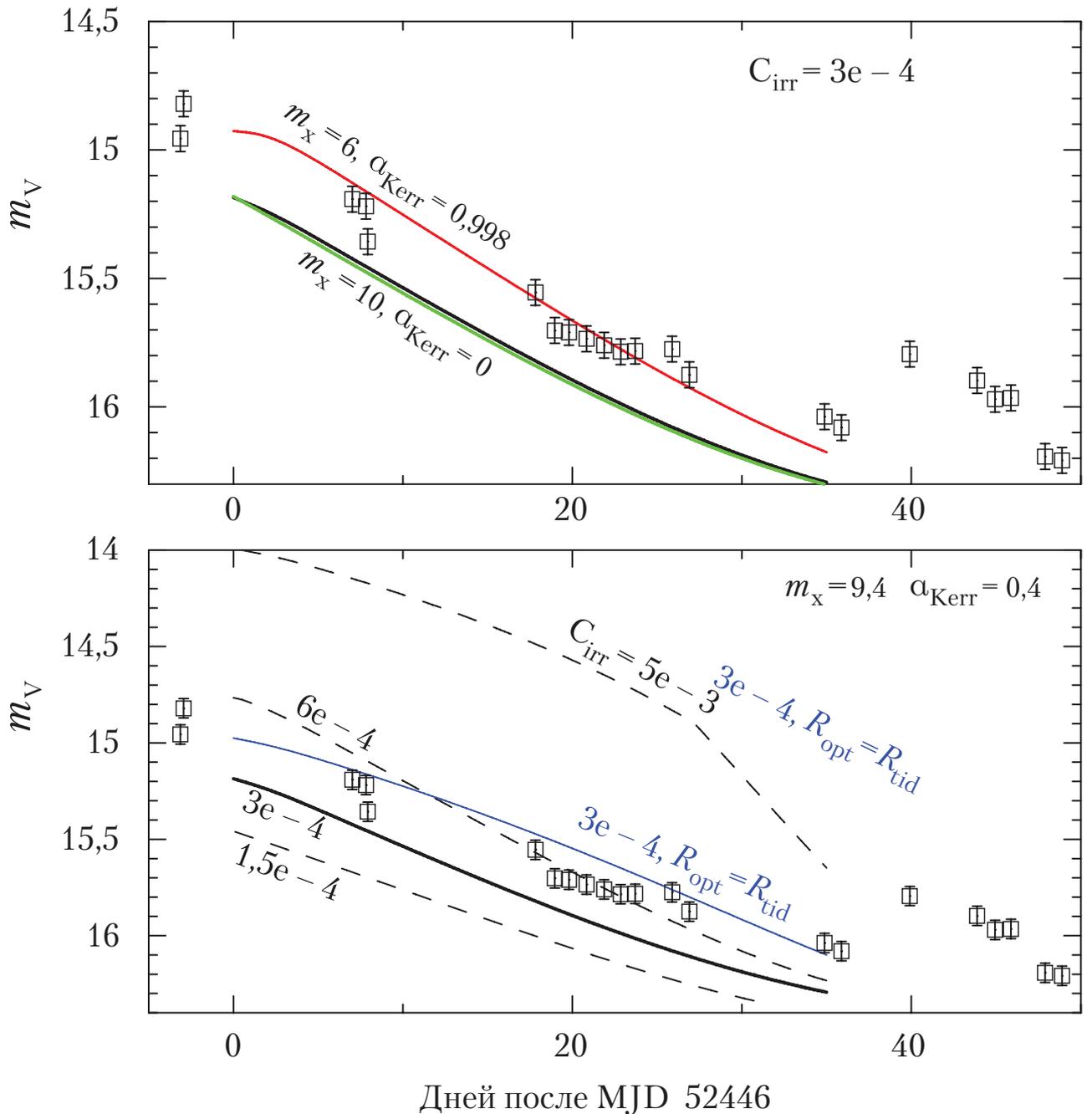


Рис. 2.10. Наблюдаемая и теоретические оптические кривые блеска в оптической полосе V 4U 1543–47 (2002). Теоретический поток рассчитан для горячей зоны с использованием наблюдаемых значений  $\dot{M}(t)$ . В него включён учёт межзвёздного поглощения и добавлен поток, наблюдавшийся до вспышки. Наблюдательные точки взяты из работы Бакстон и Бейлина (2004) [85]. Верхняя панель демонстрирует модель с  $C_{\text{irr}} = 3 \times 10^{-4}$  и крайними значениями параметром ЧД, подписанными у кривых (красная и синяя линии). Полушириной линией (рядом с зелёной кривой на верхней панели) показан случай  $C_{\text{irr}} = 3 \times 10^{-4}$ ,  $m_x = 9,4$  и  $\alpha_{\text{Kerr}} = 0,4$ . На нижней панели представлены теоретические кривые блеска для фиксированных значений ЧД и различных значений  $C_{\text{irr}}$ . Верхняя сплошная синяя кривая обозначает поток от диска с постоянным радиусом равным приливному.

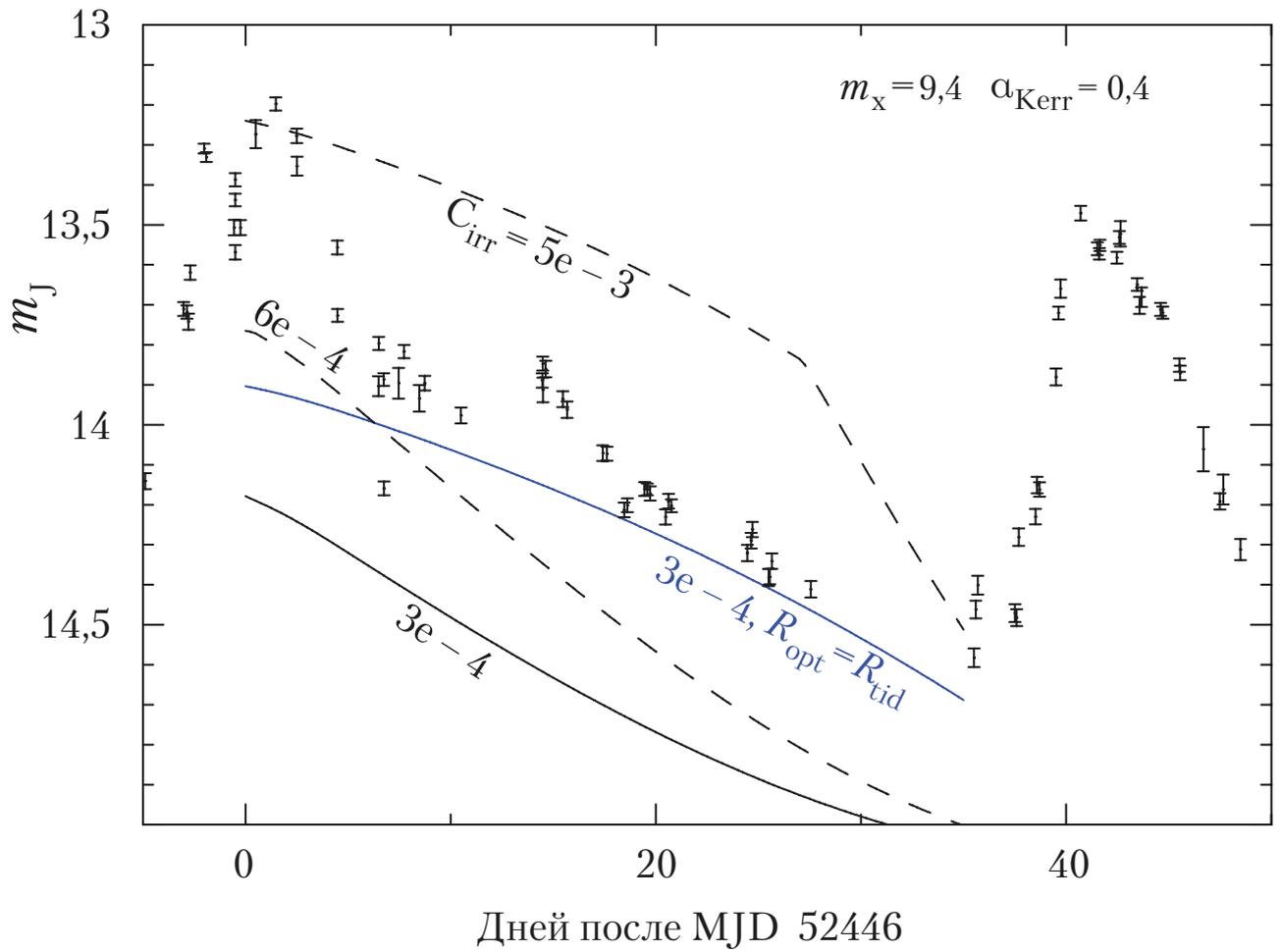


Рис. 2.11. То же, что и для нижней панели Рисунка 2.10, но для оптической полосы  $J$ .

тральной плотности излучения на длинах волн  $\lambda_V = 5500 \text{ \AA}$  и  $\lambda_J = 12600 \text{ \AA}$  с использованием нуль-пунктов  $F_V^0 = 3,750 \times 10^{-9} \text{ эрг с}^{-1} \text{ см}^{-2} \text{ \AA}^{-1}$  и  $F_J^0 = 3,021 \times 10^{-10} \text{ эрг с}^{-1} \text{ см}^{-2} \text{ \AA}^{-1}$  [141]. Величины межзвёздного поглощения  $A_V = 1,6^m$  [110] и  $A_J = 0,282 A_V$  [85] учтены в модельных кривых блеска.

При построении теоретических кривых блеска к полученным оптическим потокам были добавлены значения, которые наблюдались до вспышки:  $16,43^m$  в полосе  $V$  и  $15,13^m$  в полосе  $J$ . Модельные звёздные величины не включают некоторые возможные источники оптического излучения: переработанный оптической звездой или внешних холодным диском рентгеновский поток, оптическое излучение от джета или короны. Однако в одном случае мы всё же показываем, какой был бы поток от диска, если бы во всём диске был бы постоянный темп аккреции вплоть до  $R_{\text{tid}}$ , эти кривые помечены на Рисунках 2.10 и 2.11 надписью « $R_{\text{opt}} = R_{\text{tid}}$ » и имеют синий цвет.

Излучение в полосе  $J$  гораздо более переменное, чем в  $V$ . Бакстон и Бейлин (2004) [85] показали, что оптический и инфракрасный спектр во время всплеска в районе 40 дня после пика может быть объяснён низкочастотной частью степенного спектра джета. Вполне возможно, что переменность в полосе  $J$ , видимая на кривой блеска до этого момента, также связана с излучением той же природы.

Как показывают Рисунки 2.10 и 2.11, параметр облучения  $C_{\text{irr}} \sim 5 \times 10^{-3}$  может быть исключён из рассмотрения, из-за того, что даёт слишком большой оптический поток в обеих рассматриваемых полосах. Если рассматривать только данные в полосе  $V$ , то диапазон значений  $C_{\text{irr}} \approx (3 - 6) \times 10^{-4}$  представляется приемлемым, с учётом возможного оптического излучения от прогретых рентгеновским излучением внешних холодных частей диска. Из наблюдений в полосе  $J$  следует примерно тот же диапазон значений  $C_{\text{irr}}$ , однако стоит иметь в виду большую переменность в этой полосе. Режим слабого облучения  $C_{\text{irr}} \approx 1,5 \times 10^{-4}$ , соответствующий эволюции диска на подобии карликовых новых (см. раздел 2.3.3), выглядит не так убедительно с точки зрения сравнения с оптическими наблюдениями, однако не может быть исключён из-за возможного существования неучтённых нами источников оптического излучения.

## 2.6. Обсуждение полученных результатов

### 2.6.1. Значение $C_{\text{irr}}$

В литературе встречается несколько близких определений  $C_{\text{irr}}$ , отличающихся формой записи центральной светимости диска. Есин и др. (2000) [124] используют полную рентгенов-

скую светимость, полученную из анализа рентгеновских данных, такой  $C_{\text{irr}}$  больше используемого нами в  $L_{\text{tot}}/L_X$  раз; Дюбюс и др. (1999) [47] получают фактор облучения, определяемый через  $\dot{M} c^2$ , так что их  $C_{\text{irr}}$  меньше в количество раз, равное эффективности аккреции  $\eta$ .

В уравнении (2.7) мы записываем  $C_{\text{irr}}$  следуя Дюбюсу и др. (2001) [90] и Сулейманову и др. (2008) [63], помня о том, что  $L_{\text{tot}}$  не зависит ни от полосы наблюдений, ни от наклона двойной системы. Тем не менее,  $C_{\text{irr}}$  зависит от многих неизвестных факторов, таких как геометрия диска, альbedo и эффективность термализации рентгеновского излучения.

Параметр самооблучения может быть записан следующим образом [127]:

$$C_{\text{irr}} = (1 - A_x) \Psi(\theta) \left( \frac{dz}{dr} - \frac{z}{r} \right), \quad (2.16)$$

где  $\Psi(\theta)$  — это угловое распределение центрального потока, а  $z$  — это высота, на которой происходит перехват рентгеновского излучения. Множитель в скобках характеризует наклон облучаемой площадки к падающему рентгеновскому излучению. Множитель  $1 - A_x$  является коэффициентом термализации, определяемом как доля падающего рентгеновского излучения, которая поглотилась и переизлучилась в виде чёрнотельного излучения. Для ньютоновской метрики и плоского диска  $\Psi(\theta) = 2 \cos(\theta) \approx 2z/r$ . Влияние эффектов ОТО изменяет угловое распределение даже для невращающейся ЧД. А для ЧД, вращающейся предельно быстро, угловое распределение становится плоским (см. Рисунок 9 из статьи [127]). В данной работе мы предполагаем, что диск тонкий, а следовательно расстояние от освещаемой поверхности до центра диска равно цилиндрической координате  $r$ .

Рассмотрим случай, в котором рентгеновское излучение напрямую освещает поверхность  $\alpha$ -диска. Для простой модели центрального рентгеновского источника с геометрией тонкого диска вокруг компактного объекта звёздной массы [127]:

$$C_{\text{irr}} \sim 6 \times 10^{-5} \left( \frac{z_0/r}{0,05} \right)^2 \frac{1 - A_x}{0,1}. \quad (2.17)$$

Множитель  $1 - A_x$  зависит от альbedo диска и спектральной эффективности переработки рентгеновского излучения в тепловые фотоны. Также, важна и форма рентгеновского спектра: в основном только относительно жёсткие рентгеновские фотоны ( $> 3$  кэВ) проникают достаточно глубоко под поверхность диска для эффективной термализации. В работе Сулейманова и др. (1999) [142] дано  $1 - A_x \sim 0,05 - 0,1$ . Формула, приведённая выше, не учитывает эффект релятивистской фокусировки фотонов. Этот эффект может увеличить числовой фактор в (2.17) в 3 – 4 раза для быстро вращающейся ЧД с  $a_{\text{Керр}} = 0,9981$  в направлении  $\cos(\theta) = 0,1$  [127].

Формула (2.17) демонстрирует, что в общем случае  $C_{\text{irr}}$  переменна: коэффициент термализации ( $1 - A_x$ ) меняется по мере умягчения рентгеновского спектра, а полутолщина диска

$z_0$  со временем становится меньше. Кроме того, величина  $C_{\text{irr}}$ , определяемая формулой (2.17), по-видимому не достаточна для объяснения оптических наблюдений рентгеновских транзиентов, даже, если учтены релятивистские эффекты [127]. Были предложены различные идеи для объяснения этого несоответствия. Например, облучение через неоднородную корону, даёт более высокое значение  $C_{\text{irr}}$  [127; 143; 144]. Сулейманов и др. (2008) [63] и Мещеряков и др. (2011) [108] показали, что, по крайней мере для некоторых ММРД, эффективная геометрическая толщина диска может быть вдвое больше гидростатической толщины  $\alpha$ -диска. С другой стороны, Дюбюс и др. (1999) [47] показали, что малая величина  $z_0/r$  в холодной зоне может приводить к тому, что она будет находится в тени, создаваемой горячей зоной, и величина  $C_{\text{irr}}$  в холодной зоне будет меньше.

Для воспроизведения формы  $\dot{M}(t)$  во вспышке 2002 года системы 4U 1543–47, в случае переменного  $R_{\text{hot}}$  и для  $m_x = 9,4$ ,  $a_{\text{Керр}} = 0,1 - 0,4$ , фактор облучения  $C_{\text{irr}}$  должен быть  $< 6 \times 10^{-4}$ . Найденные нами характерные значения  $C_{\text{irr}}$  (см. Рисунок 2.5) оказались меньше тех, что обычно даются на основе теории или наблюдений. Так Дюбюс и др. (2001) [90] указывают, что  $C_{\text{irr}} \sim 5 \times 10^{-3}$  является подходящим значением для описания кривых блеска рентгеновских новых. Из анализа оптических, ультрафиолетовых и рентгеновских наблюдений *Swift* вспышки в системе ХТЕ J1817–330 2002 года было найдено [144], что спектр воспроизводится при постоянном значении  $10^{-3}$  от болометрической рентгеновской светимости (диск плюс нетепловой хвост) и указывает на прямое облучение диска вокруг ЧД. Для вспышки 1999–2000 годов системы ХТЕ J1859+226 была приведена оценка параметра  $C_{\text{irr}} \sim 7,4 \times 10^{-3}$  в предположении значения эффективности аккреции  $\eta_{\text{accr}} = 0,1$  [129].

Оценочная формула (2.17) находится в соответствии с полученными нами значениями для вспышки 4U 1543–47 (2002), если принять во внимание релятивистскую фокусировку и тот факт, что  $z_0/R_{\text{hot}}$  в пике составляет около 0,07. В нашем случае нет причин искать то, что бы могло увеличить  $C_{\text{irr}}$ , однако необходимо ответить на вопрос о причине того, что делает  $C_{\text{irr}}$  меньше в этой вспышке, чем в других рентгеновских транзиентах.

Рисунок 2.2 демонстрирует, что диск в пике был близок к эддингтоновскому пределу. В свехэддингтоновских дисках ожидается отток вещества из центральных областей [2]. Возможно, что в 4U 1543–47 (2002) имелся небольшой отток вещества, который мог эффективно ослабить рентгеновское излучение.

Также, возможно, что  $C_{\text{irr}}$  зависит от близости  $R_{\text{hot}}$  к приливному радиусу диска  $R_{\text{tid}}$ . В короткопериодических рентгеновских новых  $R_{\text{hot}}$  уже благодаря вязкому нагреву в пике будет находится на приливном радиусе (2.13), в то время как в 4U 1543–47 (2002)  $R_{\text{hot}} = (0,5 - 0,7) R_{\text{tid}}$  в пике.

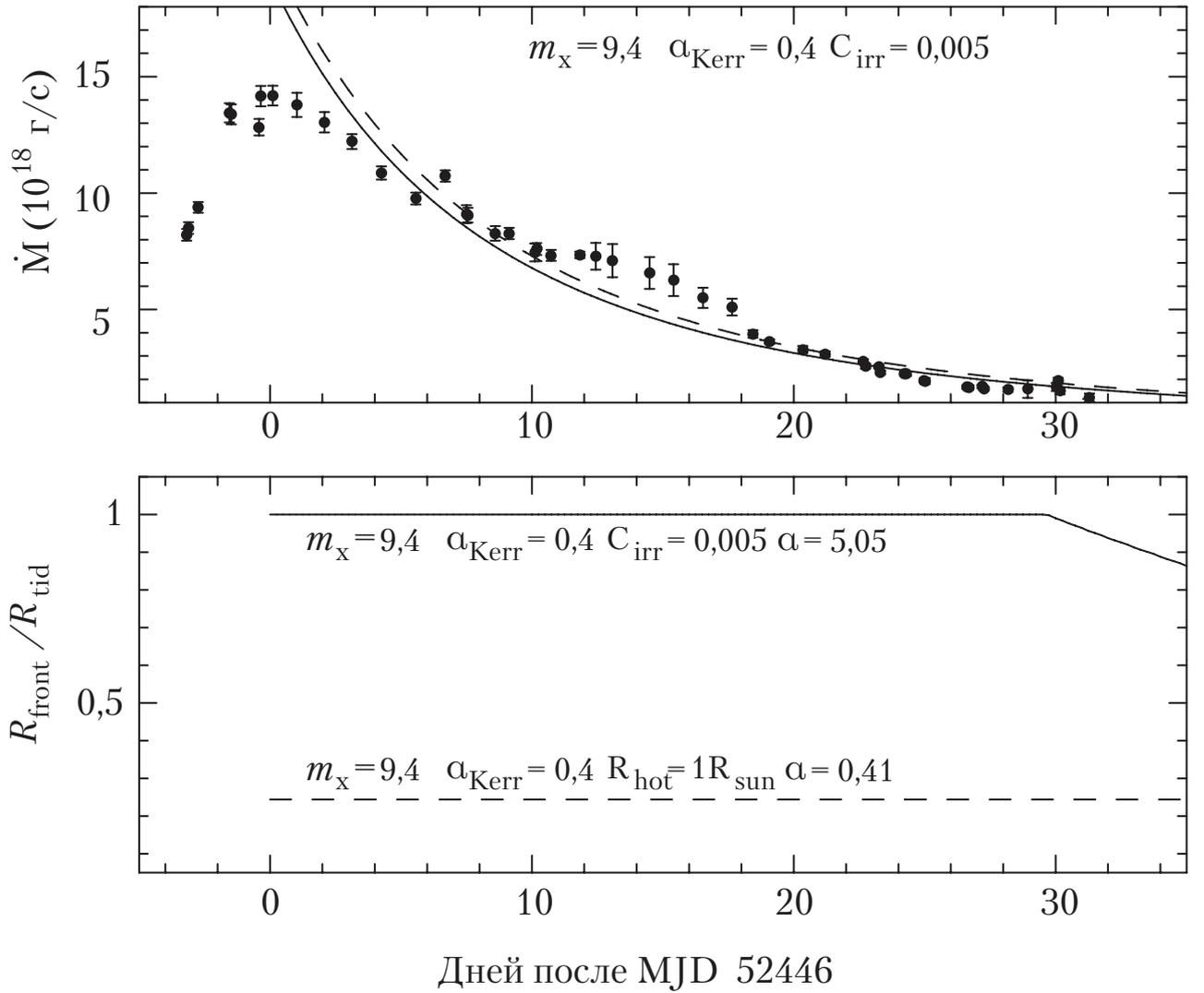


Рис. 2.12. Эволюция сильно облучённого диска  $C_{\text{irr}} = 5 \times 10^{-3}$  (сплошная линия) и диска с зафиксированным радиусом горячей зоны (штриховой пунктир). Верхняя панель: темп аккреции, найденный минимизацией  $\chi^2$ . Нижняя панель: радиус горячей зоны.

### 2.6.2. Модели с горячей зоной, контролируемой облучением

Рисунок 2.12 демонстрирует две модели вспышки 4U 1543–47 (2002) с постоянным радиусом эволюционирующего диска. Этот рисунок показывает, что предположение о постоянном размере аккреционного диска не может объяснить наблюдаемую форму  $\dot{M}(t)$ , независимо от конкретных значений  $R_{\text{hot}}$  и  $\alpha$ .

Стадия горячей зоны с переменным размером, контролируемой облучением, была рассмотрена в Кингом и Риттером (1998) [49]. Уравнение для уменьшающейся массы горячей зоны

$$\dot{M}_{\text{hot}} = -\dot{M}_{\text{in}} + \frac{d}{dt} (\Sigma(R_{\text{hot}}) \pi R_{\text{hot}}^2), \quad (2.18)$$

может быть решено в предположении о квазистационарной эволюции диска. В этом случае

$M_{\text{hot}} \propto \Sigma(R_{\text{hot}})R_{\text{hot}}^2$ . Для  $\alpha$ -диска, принимая во внимание связь (2.20) между  $\Sigma$  и  $F$  и условие (2.8) для определения радиуса горячего диска, можно получить связь между массой горячего диска и центральным темпом аккреции:

$$\dot{M}_{\text{in}} \propto M_{\text{hot}}^{40/53} \quad (2.19)$$

(крамерсовские непрозрачности), которое полностью подтверждается расчётами FREDDI. Из этого соотношения может быть получено, что  $\dot{M} \propto (t_{\text{end}} - t)^{40/13}$ , где  $t_{\text{end}}$  — это момент времени, в который формальное решение даст нулевую массу диска. Заметим, что Кинг и Риттер (1998) [49] назвали эту стадию «линейным спадом», так как в их решение  $\dot{M} \propto (t_{\text{end}} - t)$  было получено не для  $\alpha$ -дисков, а для дисков с постоянной кинематической вязкостью.

С другой стороны, более точные численные расчёты с учётом тепловой неустойчивости и эволюции диска с холодным фронтом, контролируемым излучением, показали [90], что такая простая модель не даёт количественно точной оценки  $\alpha$ . Это может происходить потому, что квазистационарное приближение, данное уравнением (2.18), слишком грубое для получения реального значения скорости границы зоны с высокой вязкостью.

Итого, модель диска с контролируемой облучением горячей зоной, реализованная во FREDDI, может объяснить форму  $\dot{M}(t)$  достаточно точно (как это показано нами на примере вспышки 2002 года системы 4U 1543–47). С другой стороны, текущая версия программы по-видимому завышает значения  $\alpha$ .

### 2.6.3. Определение $\dot{M}$ из наблюдений

Учёт эффектов ОТО является важным для изучения динамики дисков в реальных системах. Значение пикового темпа аккреции при данных рентгеновских наблюдениях сильно зависит от параметра Керра  $a_{\text{Керр}}$ :  $\dot{M}$  изменяется примерно в 25 раз в диапазоне  $a_{\text{Керр}} = 0 - 0,998$ . Эта зависимость связана с различной эффективностью аккреции на вращающуюся чёрную дыру при разных значениях  $a_{\text{Керр}}$ . Кроме того, рентгеновский спектр, формирующийся в окрестностях ЧД, видоизменяется из-за эффекта Доплера, гравитационной фокусировки и гравитационного красного смещения [145].

В данном исследовании используется спектральная модель релятивистского диска *kerrbb*, разработанная Ли и др. (2005) [117]. Они отмечают, что параметр  $\dot{M}$  в *kerrbb* является «эффективным» темпом аккреции, а реальный темп аккреции больше в  $(1 + \eta_{\text{in.t.}})$  раз, где  $\eta_{\text{in.t.}}$  — это отношение между нагревом диска на внутренней границе, связанным с ненулевым моментом сил, к нагреву за счёт падения аккрецирующего вещества. Для невращающейся

ЧД момент магнитных сил на внутреннем краю тонкого диска составляет всего лишь около 2% от втекающего потока момента импульса [146]. В данной работе предполагается  $\eta_{\text{in.t.}} = 0$ .

Если последняя устойчивая орбита на  $0,5 G M_x/c^2$  ближе, чем каноническое значение для невращающейся ЧД  $6 G M_x/c^2$ , то мощность излучения диска вырастает так же, как при формальном изменении  $a_{\text{Керр}}$  с 0 до 0,15 [147]. На Рисунке 2.2 показано, что чем выше параметр Керра чёрной дыры, тем ниже получаемый темп аккреции. Эта неопределённость моделей релятивистских дисков приводит к различным оценкам  $a_{\text{Керр}}$  [148]. По этой причине нами рассматривается широкий набор значений параметра Керра.

Существуют и другие современные модели в XSPEC для описания излучения от релятивистского диска, например *kerrbb2* и *slimbb*, которые, в некоторых аспектах, являются более совершенными. Однако они имеют свои ограничения, которые не позволили их применить в данной работе: модель *kerrbb2* охватывает ограниченный диапазон темпов аккреции и энергий фотонов, а *slimbb* требует задать светимость в качестве входного параметра вместо темпа аккреции.

#### 2.6.4. Зависимость от модельных параметров

Результаты спектрального моделирования Морнингстара и Миллера (2014) [122] показали, что наклонение внутреннего диска в 4U 1543–47 отличается от наклона двойной системы. Установив значение наклона из этой работы  $i = 32^\circ$ , мы получили уменьшение темпов аккреции. Отличие темпов аккреции при разных наклонениях зависит от  $a_{\text{Керр}}$ : оно составляет 86% при  $a_{\text{Керр}} = 0,998$  и 24% при  $a_{\text{Керр}} = 0$  (см. Рисунок 2.13). Из соотношения (2.5) для крамерсовской непрозрачности может быть получено, что при этом значении наклона  $\alpha$  уменьшается в 1,3 раза при  $a_{\text{Керр}} = 0,998$  и в 1,1 раз при  $a_{\text{Керр}} = 0$ .

Спектральное моделирование с цветовым индексом  $f_{\text{col}} = 1$  систематически даёт более высокие темпы аккреции и, следовательно, более высокие оценки  $\alpha$ .

На Рисунке 2.14 приводится сравнение моделей с тремя различными законами для коэффициента непрозрачности. Выбраны следующие параметры диска:  $m_x = 10$ ,  $\alpha = 0,5$ ,  $R_{\text{hot}} = 10^{11}$  см = const. Видно, что разница между моделями невелика по отношению к другим неопределённостям модели.

## 2.7. Выводы

Вспышки рентгеновских новых — это уникальные лаборатории для апробирования моделей нестационарной дисковой аккреции. Изучение вязкой эволюции дисков и определение

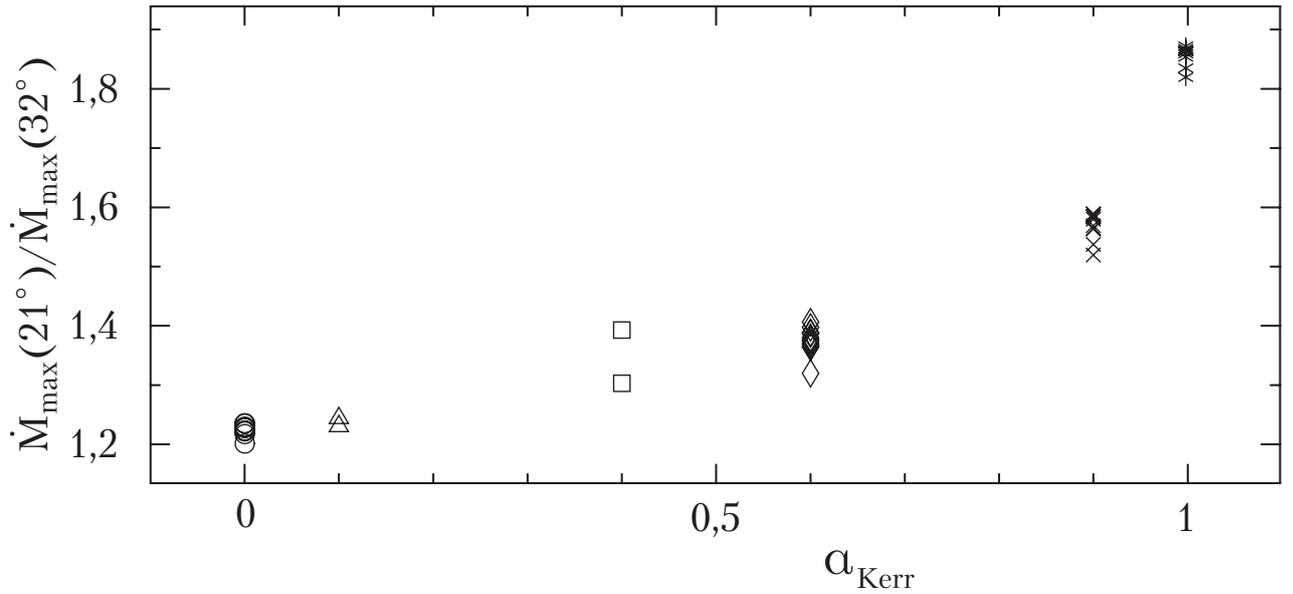


Рис. 2.13. Отношение темпа аккреции в пике вспышки 4U 1543–47 (2002), полученного при  $i = 20,7^\circ$ , к полученному при  $i = 32^\circ$ . Используются те же обозначения, что и на Рисунке 2.2. Зависимость от  $a_{\text{Kerr}}$  объясняется релятивистской фокусировкой рентгеновских фотонов.

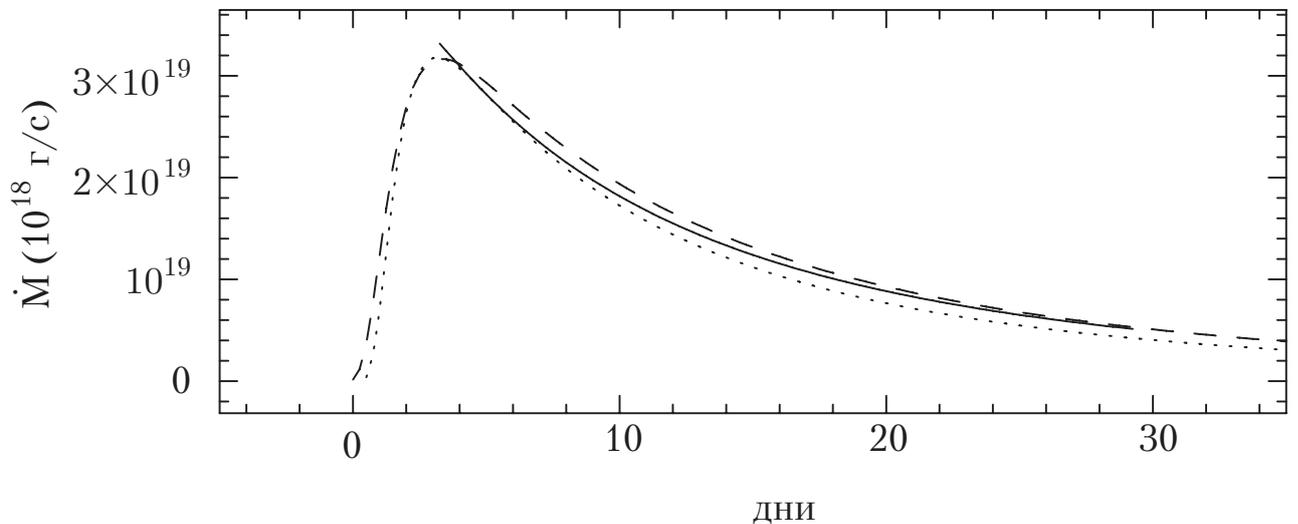


Рис. 2.14. Модели эволюции  $\dot{M}(t)$  для различных законов непрозрачности для диска солнечного химического состава: штриховым пунктиром показан случай крамеровской непрозрачности  $\kappa = 5 \times 10^{24} \rho / T^{7/2} \text{ см}^2 \text{ г}^{-1}$ ; точечным пунктиром показана аналитическая аппроксимация таблиц OPAL  $\kappa = 1,5 \times 10^{20} \rho / T^{5/2} \text{ см}^2 \text{ г}^{-1}$  [64]; сплошной линией показан результат расчёта с помощью кода, описанного в статье Маланчева и Шакуры (2015) [68] (см. Главу 1 настоящей диссертации) с использованием таблиц OPAL [80]. Радиус диска постоянен,  $C_{\text{irr}} = 0$ .

значения параметра  $\alpha$  в этих системах требует как можно более точного учёта эффектов самооблучения диска.

Если наблюдаемая рентгеновская вспышка связана с изменением внутреннего центра аккреции в полностью ионизованном тонком диске с постоянным радиусом, то можно ожидать квазиэкспоненциального поведения ниспадающей части рентгеновской кривой блеска. Для таких вспышек, возможных в короткопериодичных рентгеновских новых, турбулентный параметр  $\alpha$  может быть определён с использованием аналитических соотношений (2.5) и (2.6), а кривая блеска может быть воспроизведена с помощью кода FREDDI. Более медленный спад может происходить в аккреционных вязких потоках с увеличивающимся размером (обычно это не касается тесных двойных систем), или если диск получает дополнительное вещество от звезды-компаньона. Более быстрый спад может быть связан с уменьшением области быстрой вязкой эволюции (области с высоким  $\alpha$ ). Требуется проведение детального моделирования для того, чтобы отличить эти три случая друг от друга, потому что наблюдаемое около экспоненциальное поведение кривых блеска характерно для них всех.

В отличие от модели тепловой неустойчивости диска, применяемой в карликовых и рентгеновских новых, состоит в наличии рентгеновского самооблучения у последних [149]. Типичное значение параметра самооблучения в рентгеновских новых, которое объясняет наблюдаемые оптические потоки — это  $C_{\text{irr}} \sim 5 \times 10^{-3}$  [47; 150].

В данной Главе получена и проанализирована эволюция темпа аккреции  $\dot{M}(t)$  в течении первых 30 дней после пика вспышки 2002 года в системе 4U 1543–47, когда этот рентгеновский источник находился в высоком мягком состоянии. Из исследований свойств вязкого диска для набора параметров ЧД было обнаружено, что если параметр самооблучения составляет  $C_{\text{irr}} \sim 5 \times 10^{-3}$ , то для объяснения наблюдаемой эволюции требуются значения  $\alpha$  много больше единицы. Это происходит от того, что мощное облучение приводит к большому размеру горячей части диска, так что для наблюдаемого короткого времени спада кривой блеска требуется большой вязкий параметр.

Форма кривой  $\dot{M}(t)$  для 4U 1543–47 (2002) не может быть воспроизведена с помощью модели горячего диска с постоянным радиусом и требует применения модели уменьшающейся зоны высокой вязкости.

Если не рассматривать смешанные сценарии эволюции, представляются возможными два варианта: либо размер горячей зоны определяется облучением центральным рентгеновским излучением, либо нет. В случае 4U 1543–47 (2002) они соответствуют  $C_{\text{irr}} \gtrsim 3 \times 10^{-4}$  и  $C_{\text{irr}} \lesssim 1,5 \times 10^{-4}$ . Использование квазистационарной модели горячей зоны, контролируемой облучением, дало значения  $\alpha \sim 1$ . Другой случай соответствует эволюции, аналогичной

карликовой новой. Уравнение (2.14), полученное из численного моделирования карликовых новых, даёт  $\alpha_{\text{hot}} \sim 0,1 - 0,3$ .

Кривые блеска в полосах  $V$  и  $J$  указывают на  $C_{\text{irr}} \sim (3 - 6) \times 10^{-4}$ , так что модель горячей зоны, контролируемой облучением, представляется более предпочтительной. Тем не менее, также не исключено, что рентгеновское облучение может иметь и меньшее влияние для этой и других рентгеновских вспышек.

## 2.А. Приложение

### 2.А.1. Обзор кода FREDDI

Код FREDDI<sup>4</sup> создан для решения дифференциального уравнения (2.1) с двумя граничными условиями на момент вязких сил  $F$ :  $F_{\text{in}} = 0$  и  $(\partial F / \partial h)|_{\text{out}} = \dot{M}_{\text{out}} = 0$ .

Код использует аналитическую связь между поверхностной плотностью  $\Sigma$  и моментом вязких сил  $F$ :

$$\Sigma = \frac{(G M_x)^2 F^{1-m}}{4 \pi (1-m) D h^{3-n}}, \quad (2.20)$$

где  $m$  и  $n$  — это безразмерные константы, равные  $3/10$  и  $5/4$  для крамерсовского закона непрозрачностей и  $1/3$  и  $1$  для  $\kappa \propto \rho/T^{5/2}$  [64],  $D$  — размерный коэффициент диффузии [63; 76]. Коэффициент диффузии  $D$  в (2.20) примерно постоянен для заданных параметров диска, но зависит от безразмерного параметра  $\tau_0$ , характеризующего оптическую толщину диска, однако зависимость эта очень слаба при  $\tau_0 \gg 1$  [127]. Мы используем постоянное значение  $D$ , соответствующие  $\tau_0 = 10^3$ .

FREDDI позволяет изменять радиус горячего диска, так, чтобы эффективная температура  $T_{\text{eff}}$  или температура облучения  $T_{\text{irr}}$  на внешнем крае горячей зоны оставались постоянными. Перемещение  $R_{\text{hot}}$  лишь отслеживает температуру и удовлетворяет граничному условию  $\dot{M}_{\text{out}} = 0$  и не учитывает распределение момента вязких сил в холодном диске.

Для решения уравнения диффузии (2.1) требуется задать начальное распределение  $F(h)$  или  $\Sigma(h)$ , где  $h = \sqrt{G M_x r}$  — это удельный момент импульса. FREDDI предоставляет возможность выбора между одним из следующих начальных условий:

- Степенной закон для поверхностной плотности:  $\Sigma \sim \left( \frac{h-h_{\text{in}}}{h_{\text{out}}-h_{\text{in}}} \right)^{k_\Sigma}$ .
- Степенной закон для момента вязких сил:  $F \sim \left( \frac{h-h_{\text{in}}}{h_{\text{out}}-h_{\text{in}}} \right)^{k_F}$ .

---

<sup>4</sup> FREDDI— Fast Rise Exponential Decay: accretion Disk model Implementation — Реализация модели аккреционного диска для объяснения кривых блеска рентгеновских новых с быстрым ростом и экспоненциальным спадом (FRED). Код доступен в Интернете по адресу <http://xray.sai.msu.ru/~malanchev/freddi/>

- Распределение в форме полуарки синуса для момента вязких сил:  $F \sim \sin\left(\frac{h-h_{\text{in}}}{h_{\text{out}}-h_{\text{in}}}\frac{\pi}{2}\right)$ . Это распределение удовлетворяет обоим граничным условиям для  $F(h)$ .
- Двухпараметрическое распределение Гаусса для момента вязких сил.
- Квазистационарное распределение:  $F \sim f_F\left(\frac{h}{h_{\text{out}}}\right)\frac{1-h_{\text{in}}/h}{1-h_{\text{in}}/h_{\text{out}}}$ , где  $f_F\left(\frac{h}{h_{\text{out}}}\right)$  — это координатная часть автомодельного аналитического решения уравнения диффузии в предположении о постоянном внешнем и нулевом внутреннем радиусах [54].

Все результаты, представленные в разделе 2.3.2, получены с использованием квазистационарного распределения в качестве начального условия.

Рисунок 2.14 демонстрирует сравнение решений уравнения диффузии, полученных с помощью FREDDI для различных аналитических законов непрозрачности, и решение для табличных значений непрозрачности проекта OPAL [80]. FREDDI рассчитывал поведение диска с ранних стадий вспышки (пунктиры на Рисунке 2.14) с использованием крамерсовских непрозрачностей  $\kappa = 5 \times 10^{24} \rho / T^{7/2} \text{ см}^2 \text{ г}^{-1}$  и  $\kappa = 1,5 \times 10^{20} \rho / T^{5/2} \text{ см}^2 \text{ г}^{-1}$  [64]. Было задано начальное степенное распределение момента вязких сил с показателем  $k_F = 6$ . Третье решение (сплошная линия на Рисунке 2.14) получено с помощью кода, разработанного в рамках статьи Маланчева и Шакуры (2015) [68] (см. Главу 1 данной диссертации), использующего таблицы OPAL и квазистационарное начальное распределение. Для всех трёх расчётов использовались одинаковые параметры диска:  $\alpha = 0,5$ ,  $m_x = 10$ ,  $a_{\text{Керр}} = 0$  и постоянный  $R_{\text{hot}} = 10^{11} \text{ см}$ . Рисунок 2.14 демонстрирует, что для данной задачи как крамерсовские непрозрачности, так и аппроксимация из работы [64] описывают таблицы OPAL с примерно одинаковой точностью.

Отметим, что FREDDI использует аналитическую вертикальную структуру и потому работает на порядки быстрее, чем любой код, использующий табличные непрозрачности и численно решающий уравнения вертикальной структуры. Он имеет несколько регулировочных параметров: временной шаг, число пространственных шагов и тип координатной сетки (линейный или логарифмический по  $h$ ). Может быть задан параметр самооблучения  $C_{\text{irr}}$ , расстояние  $d$  и наклонение двойной системы  $i$  для расчёта рентгеновской и оптических кривых блеска. Высокая скорость работы FREDDI и специально разработанный интерфейс делают его очень удобным для задачи подгонки различных параметров рентгеновских транзиентов: параметра Шакуры—Сюняева  $\alpha$ , массы ЧД  $m_x$  и радиуса диска  $R_{\text{hot}}$ . FREDDI написан на языке C++ и обладает удобным пользовательским интерфейсом.

## Конвекция в осесимметричных аккреционных дисках с микроскопическими коэффициентами переноса<sup>1</sup>

### 3.1. Введение

Природа переноса момента импульса в аккреционных дисках является ключевым вопросом теории дисковой аккреции. Стандартная теория аккреции [2; 151; 152] предполагает, что турбулентная вязкость может быть параметризована с помощью безразмерного параметра  $\alpha$ . Эта теория применима для объяснения наблюдаемых больших темпов аккреции в компактных рентгеновских источниках, протопланетных дисках и других астрофизических объектах. С чисто гидродинамической точки зрения, согласно классическому критерию Рэлея, кеплеровский поток является устойчивым к малым возмущениям, поэтому рассматривалось множество других механизмов турбулизации кеплеровских аккреционных дисков. Например, магниторотационная неустойчивость [60; 153], по-видимому, проявляется во многих астрофизических дисках. Недавно, в попытке отыскать чисто гидродинамические механизмы турбулизации сдвиговых потоков, вновь была предпринята попытка решить проблему возникновения турбулентности в тонких кеплеровских дисках из малых возмущений в неидеальной жидкости с микроскопическими коэффициентами переноса (вязкости и теплопроводности) [74; 154; 155]. Из модального анализа было найдено, что, как в простейшем случае приближения Буссинеска, так и в квазиупругом приближении для гидродинамических уравнений, в сдвиговых аккреционных потоках могут возникать неустойчивые осесимметричные моды, которые могут служить семенами для турбулентности даже в отсутствии динамически важного магнитного поля. В дополнение к традиционному модальному анализу малых возмущений, немодальный анализ нестационарных возмущений может быть мощным инструментом для поиска возможных механизмов гидродинамической турбулентности в аккреционных потоках [156].

В модальном анализе возмущений в тонких аккреционных дисках уравнения для малых возмущений динамических переменных (плотности, скорости, давления) записываются как краевая задача на заданном фоне, который должен быть получен из невозмущённых гидродинамических уравнений. В статье Шакуры и Постнова (2015) [155] эта проблема решалась с

<sup>1</sup> Глава опубликована на английском языке в MNRAS под названием «Convection in axially symmetric accretion discs with microscopic transport coefficients» в соавторстве с К. А. Постновым и Н. И. Шакурой [65].

использованием априорно постулируемой политропной структуры. Ранее было предположено [84], что вертикальная структура стационарного аккреционного  $\alpha$ -диска может быть приближённо описана политропным распределением. Однако это совсем не очевидно для случая, в котором микроскопические коэффициенты переноса (вместо эффективной турбулентной) используются в гидродинамических уравнениях. Задачей этой Главы является нахождение вертикальной структуры стационарных сдвиговых аккреционных потоков с микроскопическими коэффициентами переноса — динамической ионной вязкостью  $\eta$  и теплопроводностью  $\kappa$ , которые могут быть характеризованы безразмерным числом Прандтля  $Pr$ . Пачинский (1978) [157] показал, что в некоторых случаях ионная вязкость может приводить к большому темпу аккреции в диске, однако он не рассчитывал вертикальную структуру диска.

В разделе 3.2 найдено решение для оптически тонкого ламинарного диска и показано, что при стандартных микроскопических коэффициентах переноса и данного числа Прандтля, возникает конвективно неустойчивый слой у верхней границы диска, который охватывает диск по всей его толщине, если число Прандтля превосходит некоторое критическое значение ( $4/9$  для кеплеровского диска). Возможность тепловой конвекции в аккреционных дисках была обнаружена ранее при вычислениях в сдвиговом ящике и обсуждалась в контексте переноса момента импульса в работе [158].

В разделе 3.3 рассматривается вертикальная структура диска с ионной вязкостью и радиационном переносом энергии применительно к оптически толстым аккреционным дискам. Там же, для полноты изложения, приводятся результаты вычислений стандартного турбулентного  $\alpha$ -диска. Знание вертикальной структуры таких дисков полезно, например, в случае, когда необходимо рассчитать радиальную структуру, которая обыкновенно записывается с помощью усреднения уравнений аккреционного диска по его толщине. Обнаружено, что оптически толстые диски с энергосвободением, определяемым микроскопической вязкостью и радиационной теплопроводностью, являются конвективно устойчивыми как для случая крамерсовской непрозрачности, так и для непрозрачности, обусловленной томсоновским рассеянием.

### 3.2. Оптически тонкие диски с электронной теплопроводностью

Рассмотрим осесимметричные немагнитные аккреционные диски с микроскопическими коэффициентами переноса — динамической вязкостью  $\eta$  и теплопроводностью  $\kappa$ , которые являются функциями исключительно температуры  $T$ . В этом разделе диск предполагается оптически тонким в вертикальном направлении. Также, как и в стандартной тео-

рии аккреции, радиальная скорость  $u_r$  предполагается много меньше азимутальной скорости  $u_\phi(r)$ , являющейся функцией исключительно радиальной координаты  $r$ . Предполагается, что течение находится в гидростатическом равновесии ( $u_z = 0$ ) и является геометрически тонким, так что динамические уравнения сводятся к единственному уравнению для давления  $P$ :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g_z = -\rho \Omega^2 z. \quad (3.1)$$

Здесь  $\Omega(r)$  — это угловая скорость течения, характеризующая гравитационный потенциал, а  $z$  — это вертикальная координата.

Уравнение состояния идеального газа удобно записать в следующем виде:

$$P = K e^{s/c_V} \rho^\gamma, \quad (3.2)$$

где  $K$  — это некоторая константа,  $s$  — это удельная энтропия на одну частицу,  $c_V = c_P/\gamma = 1/(\gamma - 1)$  — удельная теплоёмкость при постоянном давлении,  $c_P$  — удельная теплоёмкость при постоянном давлении, а  $\gamma = c_P/c_V$  — индекс адиабаты (5/3 для идеального одноатомного газа). Также, будет использоваться следующая запись уравнения состояния:

$$P = \frac{\rho \mathcal{R} T}{\mu}, \quad (3.3)$$

где  $\mu$  — это молекулярный вес, а  $\mathcal{R}$  — универсальная газовая постоянная.

Уравнение энергии может быть записано следующим образом:

$$\frac{\rho \mathcal{R} T}{\mu} \left[ \frac{\partial s}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \cdot s \right] = \frac{dE_{\text{visc}}}{dt dV} - \nabla \cdot Q, \quad (3.4)$$

где  $dE_{\text{visc}}/dt/dV$  — это темп диссипации энергии на единичный объём,  $T$  — температура, а величины в правой части обозначают вязкую генерацию энергии и поток тепловой энергии  $Q$ .

Поток энергии за счёт теплопроводности составляет

$$\nabla \cdot Q = \nabla(-\kappa \nabla T). \quad (3.5)$$

Отметим, что в теплопроводность могут вносить вклад электроны, фотоны и, при низких температурах, нейтральные атомы. Вязкая генерация энергии в нетурбулентном осесимметричном сдвиговом течении с угловой скоростью  $\Omega(r)$  записывается следующим образом

$$\frac{dE_{\text{visc}}}{dt dV} = \eta \left[ r \frac{d\Omega}{dr} \right]^2. \quad (3.6)$$

При рассмотрении вертикальной структуры диска важна только зависимость  $T(z)$ . С учётом этого факта, в осесимметричном случае с малой радиальной скоростью  $(\mathbf{v} \nabla) \cdot s = 0$  уравнение энергии примет вид

$$P \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \kappa(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \eta(T) r^2 \left( \frac{d\Omega}{dr} \right)^2. \quad (3.7)$$

### 3.2.1. Определение распределения температуры из уравнения энергии

В стационарном случае уравнение энергии (3.7) позволяет найти вертикальное распределение температуры  $T(z)$  в течении с заданной угловой скоростью  $\Omega(r)$  и микроскопическими коэффициентами переноса  $\kappa(T)$  и  $\eta(T)$ .

Удобно ввести безразмерные температуру  $\theta$  и вертикальную координату  $x$ :

$$\theta \equiv \frac{T}{T_c}, \quad (3.8)$$

$$x \equiv \frac{z}{z_0}, \quad (3.9)$$

где  $T_c$  — это температура в плоскости симметрии диска, а  $z_0$  — его полутолщина.

Центральная температура  $T_c$  может быть выражена через адиабатическую скорость звука в плоскости симметрии диска:

$$\frac{\mathcal{R}T_c}{\mu} = \frac{v_s^2}{\gamma} = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{v_s}{v_\phi} \right)^2 \Omega^2 r^2, \quad (3.10)$$

где  $v_s/v_\phi$  — это параметр модели. Также, удобно ввести безразмерный параметр  $\xi$ , характеризующий относительную толщину течения:

$$\xi \equiv \left( \frac{v_s}{v_\phi} \right)^{-1} \left( \frac{z_0}{r} \right). \quad (3.11)$$

Предполагается, что динамическая вязкость  $\eta$  и теплопроводность  $\kappa$  являются степенными функциями температуры:

$$\kappa(\theta) = \kappa_c \theta^a, \quad (3.12)$$

$$\eta(\theta) = \eta_c \theta^b, \quad (3.13)$$

где величины в плоскости симметрии диска связаны через число Прандтля:

$$\text{Pr} \equiv \frac{\eta_c \mathcal{R} c_P}{\kappa_c \mu}. \quad (3.14)$$

Ниже будет рассматриваться только физически важный случай  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$ .

С использованием этих обозначений уравнение (3.7) может быть переписано в следующей безразмерной форме:

$$P \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\kappa(\theta) T_c}{z_0^2} \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{a}{\theta} \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + \theta^{b-a} \frac{\text{Pr} \gamma \xi^2}{c_P} \left( \frac{d \log \Omega}{d \log r} \right)^2 \right]. \quad (3.15)$$

Введём безразмерный коэффициент  $B$ :

$$B \equiv \frac{\text{Pr} \xi^2}{c_V} \left( \frac{d \log \Omega}{d \log r} \right)^2. \quad (3.16)$$

Для стационарных течений  $\partial/\partial t = 0$ , следовательно стационарное вертикальное распределение безразмерной температуры  $\theta(x)$  является решением следующего нелинейного дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{a}{\theta} \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + B\theta^{b-a} = 0. \quad (3.17)$$

Благодаря вертикальной симметрии в диске относительно его плоскости  $x = z = 0$ :

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=0} = 0. \quad (3.18)$$

Второе граничное условие может быть получено из определения безразмерной температуры:

$$\theta|_{x=0} = 1. \quad (3.19)$$

Дифференциальное уравнение (3.17) упрощается, если ввести новую переменную  $u(\theta) \equiv (\partial\theta/\partial x)^2$ :

$$\begin{aligned} \frac{du(\theta)}{d\theta} + 2a \frac{u(\theta)}{\theta} + 2B\theta^{b-a} &= 0, \\ u|_{\theta=1} &= 0. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Это линейное обыкновенное дифференциальное уравнение и его решением является

$$u(\theta) = \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 = \frac{2B}{a+b+1} \left( \frac{1 - \theta^{a+b+1}}{\theta^{2a}} \right). \quad (3.21)$$

Извлечение квадратного корня из последнего выражения приводит к другому дифференциальному уравнению, которое становится линейным, если считать  $x$  функцией  $\theta$ :

$$\frac{\partial x(\theta)}{\partial \theta} = -\sqrt{\frac{a+b+1}{2B}} \frac{\theta^a}{\sqrt{1 - \theta^{a+b+1}}}, \quad (3.22)$$

$$x|_{\theta=1} = 0, \quad (3.23)$$

где знак минус в правой части первого выражения демонстрирует, что температура убывает с высотой.

Решением дифференциального уравнения (3.22) с граничным условием (3.23) является

$$\begin{aligned} x(\theta) &= \sqrt{\frac{a+b+1}{2B}} \frac{1}{a+1} \times \\ &\times \left[ {}_2F_1 \left( \frac{1}{2}, \frac{a+1}{a+b+1}; \frac{2a+b+2}{a+b+1}; 1 \right) - \right. \\ &\left. - \theta^{a+1} {}_2F_1 \left( \frac{1}{2}, \frac{a+1}{a+b+1}; \frac{2a+b+2}{a+b+1}; \theta^{a+b+1} \right) \right], \end{aligned} \quad (3.24)$$

где  ${}_2F_1$  — это гипергеометрическая функция Гаусса.

### 3.2.2. Конвективная неустойчивость фонового решения

Уравнение (3.22) приводит к тому, что при  $a > 0$  (теплопроводность растёт с температурой), вертикальный градиент температуры  $\partial\theta/\partial x$  стремится к минус бесконечности при стремлении  $\theta$  к нулю. Это означает, что если поверхностная температура достаточно мала, то верхний слой потока охвачен конвекцией. Чтобы увидеть это, воспользуемся критерием Шварцшильда для возникновения конвекции:

$$\left| \frac{\partial\theta}{\partial x} \right| \geq \left| \left( \frac{\partial\theta}{\partial x} \right)_{\text{ad}} \right|, \quad (3.25)$$

где правая часть выражения — это адиабатический градиент температуры:

$$\left( \frac{\partial\theta}{\partial x} \right)_{\text{ad}} = \frac{z_0}{T_c} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{\text{ad}} = \frac{z_0}{T_c} \frac{\partial P}{\partial z} \frac{T}{P} \left( \frac{d \log T}{d \log P} \right)_{\text{ad}}, \quad (3.26)$$

а  $(d \log T/d \log P)_{\text{ad}} = 1/c_P$  — это адиабатический логарифмический градиент температуры для идеального газа.

Подставляя уравнения (3.10), (3.1) и (3.3) в (3.26) получим:

$$\left( \frac{\partial\theta}{\partial x} \right)_{\text{ad}} = -\frac{\xi^2}{c_V} x. \quad (3.27)$$

С использованием этого выражения критерий (3.25) для градиента температуры может быть использован для нахождения границы  $x_*$  между ламинарным и конвективным слоями:

$$-\frac{\partial\theta}{\partial x} \Big|_{x=x_*} = \frac{\xi^2}{c_V} x_*. \quad (3.28)$$

Положение границы между слоями  $x_*$  и соответствующая температура  $\theta_*$  могут быть найдены численно.

### 3.2.3. Критическое число Прандтля

Для неких параметров критерий Шварцшильда (3.25) выполняется для фонового решения (3.24) при любых  $1 \geq x \geq 0$ . Чтобы убедиться в этом, рассмотрим плоскость симметрии диска и разложим левую часть уравнения (3.28) в ряд Тейлора вокруг точки  $x = 0$ :

$$-\frac{\partial\theta}{\partial x} \Big|_{x=\Delta x} = -\frac{\partial\theta}{\partial x} \Big|_{x=0} - \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} \Big|_{x=0} \Delta x + O(\Delta x^2). \quad (3.29)$$

Здесь положено  $\Delta x \ll 1$ , первое слагаемое в правой части обнуляется за счёт граничного условия (3.18), а второе слагаемое может быть получено из уравнения (3.17) при  $\theta \rightarrow 1$  и равняется  $B \Delta x$ .

Таким образом, близ плоскости симметрии условие конвекции (3.25) может быть записано в виде

$$B \Delta x \geq \frac{\xi^2}{c_V} \Delta x. \quad (3.30)$$

Используя определение  $B$  (3.16) получаем условие для числа Прандтля на появление конвекции по всей толщине диска

$$\text{Pr} \geq \text{Pr}_{\text{crit}} = \left( \frac{d \log \Omega}{d \log r} \right)^{-2}. \quad (3.31)$$

Для кеплеровского потока  $\Omega \sim r^{-3/2}$ , следовательно  $\text{Pr}_{\text{crit}} = 4/9$ .

Для полностью ионизированного газа без магнитного поля  $a = b = 5/2$ , число Прандтля  $\text{Pr} = 0,052$  [159] и конвективный слой достаточно узок (см. Рисунок 3.1). Однако, если в плазме присутствует малое (динамически неважное) магнитное поле, то движение электронов связывается этим полем, что приводит к уменьшению теплопроводности  $\kappa_M$ :

$$\kappa_M = \frac{\kappa}{1 + (\omega_c \tau)^2}, \quad (3.32)$$

где  $\omega_c$  — это циклотронная частота, а  $\tau$  — характерное время соударений. Таким образом, в такой слабо замагниченной плазме число Прандтля (3.14) может увеличить размер конвективного слоя.

В случае нейтрального газа для простейшей молекулярной модели [160]  $a = b = 1/2$  и  $\text{Pr} = 2/3$ , что означает, что такой кеплеровский диск полностью конвективен.

### 3.2.4. Структура конвективного слоя

Мы не будем решать уравнение энергии в конвективном слое и просто предположим, что градиент температуры в нем равен адиабатическому (3.26).

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = -\frac{\xi^2}{c_V} x(\theta) \quad \text{при} \quad x \geq x_*. \quad (3.33)$$

Проинтегрировав это дифференциальное уравнение с граничным условием  $x(\theta_*) = x_*$  получим:

$$x(\theta) = \sqrt{\frac{2c_V}{\xi^2} (\theta_* - \theta) + x_*^2} \quad \text{при} \quad \theta \leq \theta_*, \quad (3.34)$$

$$\theta(x) = \theta_* - \frac{\xi^2}{2c_V} (x^2 - x_*^2) \quad \text{при} \quad x \geq x_*. \quad (3.35)$$

Рисунок 3.1 демонстрирует распределение температуры  $\theta(x)$  для полностью ионизованного тонкого кеплеровского диска с микроскопической ионной вязкостью и электронной теплопроводностью, задаваемыми коэффициентами  $a = b = 5/2$  и числом Прандтля  $\text{Pr} = 0,052$ . Нижний ламинарный слой показан сплошной линией. На высоте  $x_*$  градиент температуры

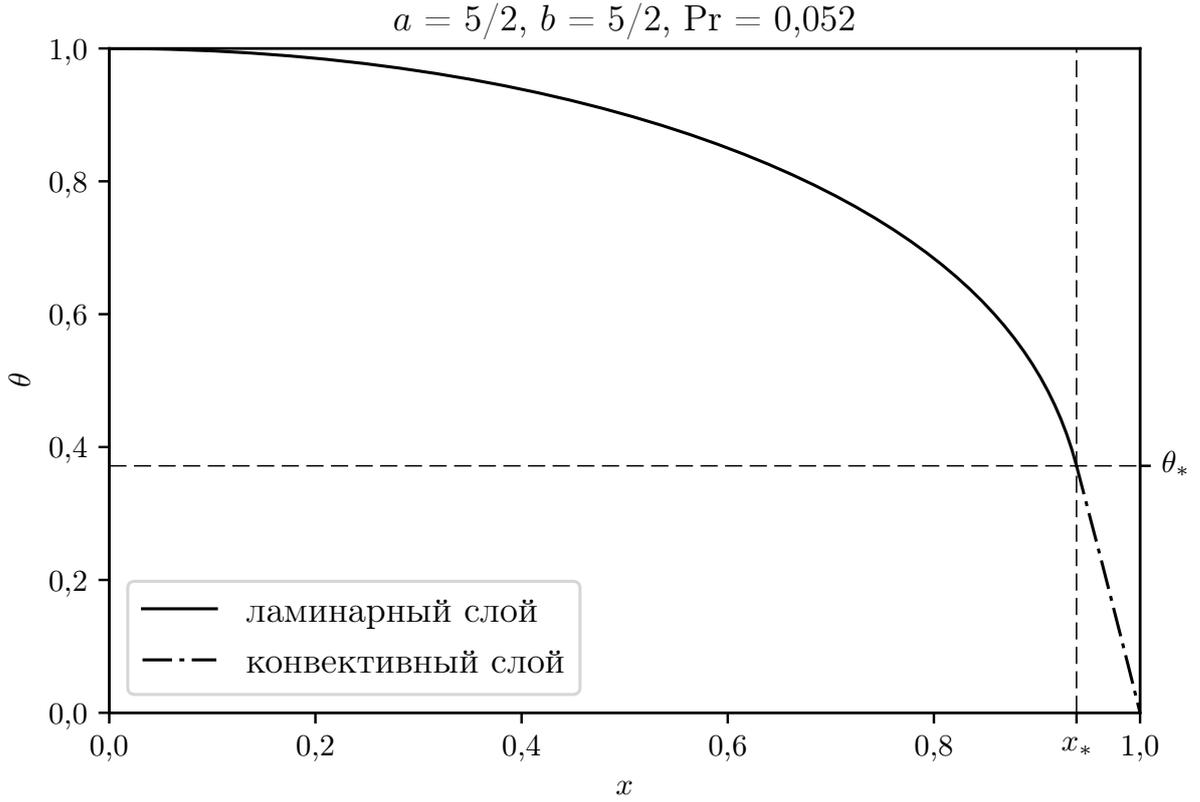


Рис. 3.1. Вертикальное распределение безразмерной температуры  $\theta$  в тонком кеплеровском диске с ионной вязкостью и электронной теплопроводностью ( $a = b = 5/2$ ,  $\text{Pr} = 0,052$ ). Сплошная линия показывает распределение температуры для нижнего ламинарного слоя диска ( $x < x_*$  и  $\theta > \theta_*$ ), которое соответствует  $\theta$  из уравнения (3.24). Штрихпунктир показывает распределение температуры в верхнем конвективном слое, соответствующее  $\theta$  из уравнения (3.24). Граничные значения составляют:  $x_* \approx 0,938$  и  $\theta_* \approx 0,372$ , безразмерный параметр  $\xi \approx 3,055$ .

$d\theta/dx$  становится сверхадиабатическим, а слой, лежащий выше, охвачен конвекцией (штрихпунктир).

### 3.2.5. Толщина аккреционного течения

Предположив, что температура обнуляется на верхней границе диска, найдём верхнюю границу диска:

$$x|_{\theta=0} = z|_{\theta=0}/z_0 = 1. \quad (3.36)$$

Это условие позволяет определить безразмерную толщину диска  $\xi$ . Рассмотрим две модели структуры диска: полностью ламинарный поток и поток с ламинарным и конвективным слоем.

## Ламинарный поток

В этом параграфе предполагается, что даже если градиент температуры превосходит адиабатический, то температурное распределение всё равно следует фоновому решению (3.24). Тогда, из граничного условия (3.36) и выражения (3.24) получим

$$\xi = \sqrt{\frac{a+b+1}{2\frac{\text{Pr}}{c_V} \left(\frac{d \log \Omega}{d \log r}\right)^2} \frac{1}{a+1}} {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{a+1}{a+b+1}; \frac{2a+b+2}{a+b+1}; 1\right). \quad (3.37)$$

Само решение (3.24) примет следующий вид:

$$x(\theta) = 1 - \theta^{a+1} \frac{{}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{a+1}{a+b+1}; \frac{2a+b+2}{a+b+1}; \theta^{a+b+1}\right)}{{}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{a+1}{a+b+1}; \frac{2a+b+2}{a+b+1}; 1\right)}. \quad (3.38)$$

Отметим, что для частного случая  $a = b = 0$  и  $\text{Pr} < \text{Pr}_{\text{crit}}$  критерий возникновения конвекции (3.25) не выполняется ни при каком  $1 \geq x \geq 0$ . В этом случае уравнения (3.37) и (3.38) принимают следующий вид:

$$\xi = \sqrt{\frac{2}{\frac{\text{Pr}}{c_V} \left(\frac{d \log \Omega}{d \log r}\right)^2}}, \quad (3.39)$$

$$x(\theta) = \sqrt{1 - \theta}, \quad (3.40)$$

$$\theta(x) = 1 - x^2. \quad (3.41)$$

## Двусоставное течение

В случае, когда аккреционное течение состоит из двух компонент (то есть, при числе Прандтля ниже критического, см. раздел 3.2.3), конвективный слой лежит над ламинарным и температура обнуляется на поверхности конвективной зоны. Тогда выражение (3.34) и граничное условие (3.36) дают

$$\xi = \sqrt{2c_V \frac{\theta_*}{1 - x_*^2}}, \quad (3.42)$$

где  $x_*$  и  $\theta_*$  могут быть найдены численно из (3.28).

### 3.2.6. Распределение плотности из уравнения гидростатического равновесия

Решение  $T(z)$ , полученное выше, позволяет найти вертикальное распределение плотности  $\rho(z)$  из уравнения гидростатического равновесия (3.1).

Введём безразмерную плотность  $\lambda$ :

$$\lambda \equiv \frac{\rho}{\rho_c}. \quad (3.43)$$

Используя уравнение состояния (3.3) и уравнения (3.8), (3.9), (3.10), и (3.11) уравнение гидростатического равновесия (3.1) может быть переписано в следующем виде:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} \theta = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} - \lambda \xi^2 \gamma x. \quad (3.44)$$

Поделив это уравнение на  $(\partial \theta / \partial x) \theta \lambda$  получим линейное дифференциальное уравнение для функции  $\ln \lambda(\theta)$ :

$$\frac{\partial \ln \lambda}{\partial \theta} = -\frac{1}{\theta} - \xi^2 \gamma \frac{x(\theta)}{\theta} \frac{\partial x(\theta)}{\partial \theta}. \quad (3.45)$$

В случае  $a > 0$  решение этого уравнения для ламинарного слоя (3.24) может быть получено аналитически через гипергеометрические функции  ${}_3F_2$  и гамма-функцию. Для конвективного слоя, при использовании уравнений (3.33), (3.34) и (3.42) может быть получено решение уравнения (3.45):

$$\lambda \sim \theta^{c_V} \quad \text{при } \theta \leq \theta_*, \quad (3.46)$$

что является политропным распределением.

Вертикальное распределение плотности в ламинарном слое в общем случае не является политропным. Однако в случае постоянных коэффициентов переноса ( $a = b = 0$ ) и  $\text{Pr} < \text{Pr}_{\text{crit}}$  когда нет конвективного слоя и оптически тонкий поток полностью ламинарный (см раздел 3.2.5 выше), вертикальная структура аккреционного диска оказывается политропной. В этом случае уравнение (3.45) принимает вид:

$$\frac{\partial \ln \lambda}{\partial \theta} = \frac{1}{\theta} \left( \frac{\xi^2 \gamma}{2} - 1 \right). \quad (3.47)$$

Решением этого уравнения является:

$$\lambda = \theta^{\xi^2 \gamma / 2 - 1} = (1 - x^2)^{\xi^2 \gamma / 2 - 1}. \quad (3.48)$$

Таким образом, действительно, ламинарный диск с постоянной динамической вязкостью и теплопроводностью ( $a = b = 0$ ) имеет политропную вертикальную структуру с индексом политропы  $n$ :

$$n = \frac{\xi^2 \gamma}{2} - 1. \quad (3.49)$$

Если подставить (3.39) в это выражение с учётом (3.31), то получится хорошо известный для политроп критерий конвективной устойчивости  $n > c_V$ , который может быть получен непосредственно из уравнения состояния (3.2).

### 3.3. Радиационная теплопроводность

В этом разделе будет рассмотрен случай радиационной теплопроводности в оптически толстом сдвиговом течении, который относится и к стандартным аккреционным дискам.

### 3.3.1. Уравнения вертикальной структуры

Уравнение радиационного переноса тепла в диффузионном приближении имеет следующий вид:

$$\frac{\partial a_r c T^4}{\partial z} = -3 \kappa(\rho, T) \rho Q, \quad (3.50)$$

где  $a_r$  — это постоянная излучения,  $c$  — скорость света,  $Q$  — радиационный поток и  $\kappa(\rho, T)$  — непрозрачность по Росселанду. Будем предполагать, что коэффициент непрозрачности является степенной функцией плотности и температуры:

$$\kappa(\rho, T) = \kappa_0 \frac{\rho^\varsigma}{T^\psi} = \kappa_c \frac{p^\varsigma}{\theta^{\psi+\varsigma}}, \quad (3.51)$$

где  $p \equiv P/P_c$  — это безразмерное давление. Например, для закона непрозрачности Крамерса  $\varsigma = 1$  и  $\psi = 7/2$ , для непрозрачности вещества с солнечным химическим составом в диапазоне температур  $10^4 - 10^6$  К и плотностей  $10^{-10} - 10^{-6}$  г см $^{-3}$   $\varsigma \approx 1$  и  $\psi \approx 2,5$  [64], а для томсоновского рассеяния  $\varsigma = \psi = 0$ .

Для сравнения приводимых ниже уравнений и результатов со стандартной моделью  $\alpha$ -диска, в этом разделе коэффициент вязкости будет параметризован в форме, несколько отличной от (3.13):

$$\eta = \eta_c \theta^b p^d. \quad (3.52)$$

Для ионной вязкости, рассматриваемой до этого,  $d = 0$ , а для турбулентного  $\alpha$ -диска  $\eta = \alpha P / (-rd\Omega/dr)$ , следовательно  $b = 0$  и  $d = 1$ .

Введём новую безразмерную массовую координату:

$$\sigma(z) \equiv \frac{\int_0^z \rho dz}{\Sigma}, \quad (3.53)$$

где  $\Sigma \equiv \int_0^{z_0} \rho dz$  — это половина поверхностной плотности потока.

Полная система дифференциальных уравнений вертикальной структуры диска может быть записана для массовой координаты  $\sigma$  в форме, аналогичной использованной в работе Кеариса и Шакуры (1998) [84]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial \sigma} &= -\Pi_1 \Pi_2 x, & \Pi_1 &\equiv \frac{\Omega^2 z_0^2 \mu}{\mathcal{R} T_c} = \frac{\xi^2}{\gamma}; \\ \frac{\partial x}{\partial \sigma} &= \Pi_2 \frac{\theta}{p}, & \Pi_2 &\equiv \frac{\Sigma}{z_0 \rho_c}; \\ \frac{\partial q}{\partial \sigma} &= \Pi_3 \theta^{b+1} p^{d-1}, & \Pi_3 &\equiv \eta_c \frac{\Sigma}{Q_0 \rho_c} \left( r \frac{d\Omega}{dr} \right)^2; \\ \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} &= -\Pi_4 q \frac{p^\varsigma}{\theta^{\psi+\varsigma+3}}, & \Pi_4 &\equiv \frac{3}{16} \kappa_c \Sigma \left( \frac{T_{\text{eff}}}{T_c} \right)^4; \end{aligned} \quad (3.54)$$

где  $Q_0 \equiv a_{\text{r}c} T_{\text{eff}}^4/4$  — это поток излучения, уносящейся с поверхности диска,  $T_{\text{eff}}$  — это эффективная температура, предполагаемая равной температуре на поверхности течения,  $q \equiv Q/Q_0$  — это безразмерный поток энергии, а  $\Pi_{1..4}$  — безразмерные величины, независящие от  $\sigma$ . Первое уравнение в (3.54) — это уравнение гидростатического равновесия (3.1), второе уравнение следует из определения массовой координаты (3.53), третье уравнение — это уравнение вязкой генерации энергии (3.6) и четвёртое уравнение — это уравнение радиационной теплопроводности (3.50). Чтобы из системы (3.54) было возможно получить четыре неизвестные функции  $(p, x, q, \theta)$  и четыре безразмерные константы  $\Pi_{1..4}$ , необходимо задать восемь граничных условий.

### 3.3.2. Граничные условия

Шесть граничных условий являются прямыми следствиями определений безразмерных функций. Четыре граничных условия в плоскости симметрии диска ( $\sigma = 0$ ) записываются следующим образом:

$$p_{\sigma=0} = 1, \quad x_{\sigma=0} = 0, \quad q_{\sigma=0} = 0, \quad \theta_{\sigma=0} = 1. \quad (3.55)$$

Ещё два граничных условия для поверхности диска:

$$x_{\sigma=1} = 1, \quad q_{\sigma=1} = 1. \quad (3.56)$$

Оставшиеся два граничных условия для значений безразмерного давления  $p$  и температуры  $\theta$  на поверхности течения могут быть определены из положения фотосферы диска, которое зависит от выбранного закона непрозрачности. Мы рассматриваем два случая: 1) поглощение сильно преобладает над рассеянием и 2) непрозрачность определяется в основном процессами рассеяния.

### Атмосфера, в которой преобладает поглощение

В верхних слоях аккреционного потока выделение энергии можно считать малым, поэтому для определения положения фотосферы можно воспользоваться эддингтоновским приближением:

$$\frac{T}{T_{\text{eff}}} = \left( \frac{1 + \frac{3}{2}\tau}{2} \right)^{1/4}, \quad (3.57)$$

где  $\tau$  — это оптическая толщина, отсчитываемая от наблюдателя к фотосфере.

Полагая, что положение фотосферы  $\sigma = 1$  определяется точкой, в которой  $\tau = 2/3$  и  $T = T_{\text{eff}}$ , получим граничное условие для безразмерной температуры:

$$\theta|_{\sigma=1} = \left( \frac{16 \Pi_4}{3 \tau_0} \right)^{1/4}, \quad (3.58)$$

где  $\tau_0 \equiv \kappa_c \Sigma$  — это безразмерный параметр модели, характеризующий полную оптическую толщину диска.

Поделив уравнение гидростатического равновесия (уравнение (3.1) или первое уравнение из системы (3.54)) на коэффициент непрозрачности и используя соотношение  $d\tau = -\kappa \rho dz$ , можно получить:

$$\frac{1}{\varsigma + 1} \frac{\partial P^{\varsigma+1}}{\partial \tau} = \frac{\Omega^2 z_0 \mathcal{R} T^{\psi+\varsigma}}{\kappa_0 \mu}. \quad (3.59)$$

Близ фотосферы значение координаты  $z(\tau) \approx z_0$  остаётся почти неизменным. Проинтегрировав последнее уравнение от  $\tau = 0$  до  $\tau = 2/3$ , получим граничное условие для безразмерного давления:

$$p|_{\sigma=1} = \left\{ \frac{3(\varsigma + 1)}{16 \cdot 2^{(\psi+\varsigma)/4}} \frac{\Pi_1 \Pi_2}{\Pi_4} \left( \frac{16 \Pi_4}{3 \tau_0} \right)^{(\psi+\varsigma+4)/4} f \left( \frac{2}{3} \right) \right\}^{1/(\varsigma+1)}, \quad (3.60)$$

$$f(\tau) \equiv \int_0^\tau \left( 1 + \frac{3}{2} \tau' \right)^{(\psi+\varsigma)/4} d\tau'.$$

### Атмосфера, в которой преобладает рассеяние

Если непрозрачность определяется томсоновским рассеянием, то термализация фотонов происходит на эффективной оптической глубине  $\hat{\tau}$ , которая определяется следующим образом:

$$d\hat{\tau} = -\sqrt{\kappa_{\text{ff}} \kappa_T} \rho dz, \quad (3.61)$$

где  $\kappa_{\text{ff}} \ll \kappa_T$  — это коэффициент истинного поглощения,  $\kappa_T \simeq \kappa = \kappa_c = \kappa_0$  — это непрозрачность, определяемая томсоновским рассеянием. Термализация излучения происходит на эффективной толщине порядка единицы, следовательно

$$T|_{\hat{\tau} \approx 1} = T_{\text{eff}}. \quad (3.62)$$

Фактическая оптическая толщина  $\tau$  определяется рассеянием:  $d\tau = -\kappa \rho dz$ . В рассматриваемом случае рассеяние преобладает над поглощением:  $\tau_{\hat{\tau}=1} \gg 1$ . Таким образом, граничное условие для безразмерной температуры  $\theta$  записывается в следующем виде:

$$\theta_{\sigma=1} = \left( \frac{8 \Pi_4}{3 \kappa \Sigma} \left( 1 + \frac{3}{2} \tau \right) \right)^{1/4} \simeq \left( \frac{4 \Pi_4 \tau_{\hat{\tau}=1}}{\kappa \Sigma} \right)^{1/4}. \quad (3.63)$$

Соответственно, граничное условие на фотосфере для безразмерного давления:

$$p_{\sigma=1} = \Pi_1 \Pi_2 \frac{\tau_{\hat{\tau}=1}}{\kappa \Sigma}. \quad (3.64)$$

Удобно ввести свободный параметр  $\delta$ , равный отношению половины полной оптической толщи к оптической толще на высоте термализации:

$$\delta \equiv \frac{\varkappa \Sigma}{\tau_{\hat{r}=1}}. \quad (3.65)$$

Этот параметр, по аналогии с  $\tau_0$  для случая преобладания поглощения, используется как безразмерный параметр вертикальной структуры.

### 3.3.3. Решение уравнений вертикальной структуры (3.54)

Система дифференциальных уравнений (3.54) с граничными условиями, рассмотренная в разделе 3.3.2, решалась численно. Соответствующий программный код на языке Python, в котором используется программный модуль SCIPY [161—163], доступен для загрузки на домашней странице авторов<sup>2</sup>.

Для рассмотрения вопроса о конвективной устойчивости использовалась логарифмическая форма критерия устойчивости (3.25) для идеального одноатомного газа:

$$\frac{d \log T}{d \log P} \geq \left( \frac{d \log T}{d \log P} \right)_{\text{ad}} = \frac{1}{c_P} = \frac{2}{5}. \quad (3.66)$$

Было обнаружено, что  $d \log T / d \log P$  достигает максимума в плоскости симметрии диска  $x = \sigma = 0$ . Это максимальное значение может быть найдено из (3.54):

$$\left( \frac{d \log T}{d \log P} \right)_c = \frac{\Pi_3 \Pi_4}{\Pi_1 \Pi_2^2}. \quad (3.67)$$

Для сравнения наших результатов вычислений с результатами Кецариса и Шакуры (1998) [84] была рассчитана вертикальная структура  $\alpha$ -диска ( $b = 0$ ,  $d = 1$  в выражении для динамической вязкости (3.52)). Было обнаружено, что  $\alpha$ -диски конвективно устойчивы для любых значений свободных параметров  $\tau_0$  и  $\delta$ . Рисунок 3.2 демонстрирует вертикальное распределение безразмерных функций  $p, \sigma, q, \theta$  для  $\alpha$ -дисков с крамерсовыми и томсоновскими коэффициентами непрозрачности для двух пар значений свободных параметров  $\tau_0$  и  $\delta$ .

Далее были рассмотрены оптически толстые кеплеровские диски с ионной вязкостью  $b = 5/2$ ,  $d = 0$  (см. Рисунок 3.3). В случае преобладания рассеяния над поглощением (правые панели на Рисунке 3.3) строение диска близко к политропному с индексом  $n \approx 5/2$ . Такой диск устойчив конвективно. Оказалось, что для сильной зависимости вязкости (генерации энергии) от температуры, характеризуемой высоким значением степенного индекса  $b > b_{\text{crit}}$  в выражении (3.52), поток становится конвективно неустойчивым согласно критерию (3.67).

<sup>2</sup> <http://xray.sai.msu.ru/~malanchev/convinstab/>

Было найдено, что при  $d = 0$  и томсоновском рассеянии критическое значение,  $b_{\text{crit}} \approx 7,97$ , а для крамеровской непрозрачности —  $b_{\text{crit}} \approx 18,54$ .

Отметим, что коэффициент непрозрачности в общем виде (3.51) использовался во многих исследованиях конвективной устойчивости дисков. Самое известное из них — это критерий неустойчивости  $2\psi < 3(\zeta - 1)$  [164; 165], который выполняется, если водород частично ионизован [64]. Если коэффициент непрозрачности растёт с температурой (то есть, для отрицательных  $\psi$ ), то также имеет место тепловая неустойчивость [38–40]. Однако в данной Главе рассматривается только случай ионной вязкости и непрозрачности, определяемой рассеянием или поглощением, обсуждавшиеся выше.

### 3.4. Обсуждение полученных результатов

При вычислении вертикальной структуры ламинарного сдвигового течения с вязким нагревом и теплопроводностью в разделе 3.2.1, был обнаружен сверхадиабатический градиент температуры на некоторой высоте над плоскостью диска. Был использован локальный критерий Шварцшильда для появления конвекции (3.25). Однако более общий критерий конвекции требует, чтобы безразмерное число Рэлея  $\text{Ra}$  было много больше единицы. Число Рэлея, сопоставляющие эффекты силы плавучести и диссипативных процессов, может быть определено следующим образом:

$$\text{Ra} = \frac{g_z |\partial T / \partial z| z_0^4}{\nu \mathcal{K} T} \quad (3.68)$$

где  $g_z = \Omega^2 z$  — это вертикальное ускорение свободного падения,  $\nu \equiv \eta / \rho$  — кинематическая вязкость,  $\mathcal{K} = \kappa / (\rho \mathcal{R} c_P / \mu)$  — температуропроводность. Если использовать  $(dT/dz)/T \sim 1/z_0$  и определение  $\xi$  (3.11), то число Рэлея может быть записано через число Рейнольдса  $\text{Re} = v_s z_0 / \nu$  и числа Прандтля  $\text{Pr}$  (3.14) следующим образом:

$$\text{Ra} = \xi^2 \text{Pr} \text{Re}^2. \quad (3.69)$$

Для характерных значений для данной задачи  $\xi > 1$  и  $\text{Pr} \gtrsim 10^{-2}$ ,  $\text{Ra}$  должно иметь очень большое значение для больших чисел Рейнольдса, которые реализуются в ламинарных газовых течениях. Таким образом, появления конвекции в случае ионной вязкости представляется возможным.

В разделе 3.2 было предположено, что в верхнем конвективном слое течения реализуется адиабатическая конвекция (3.33). В действительности, адиабатичность может не соблюдаться вблизи поверхности из-за малого давления, так как градиент температуры может

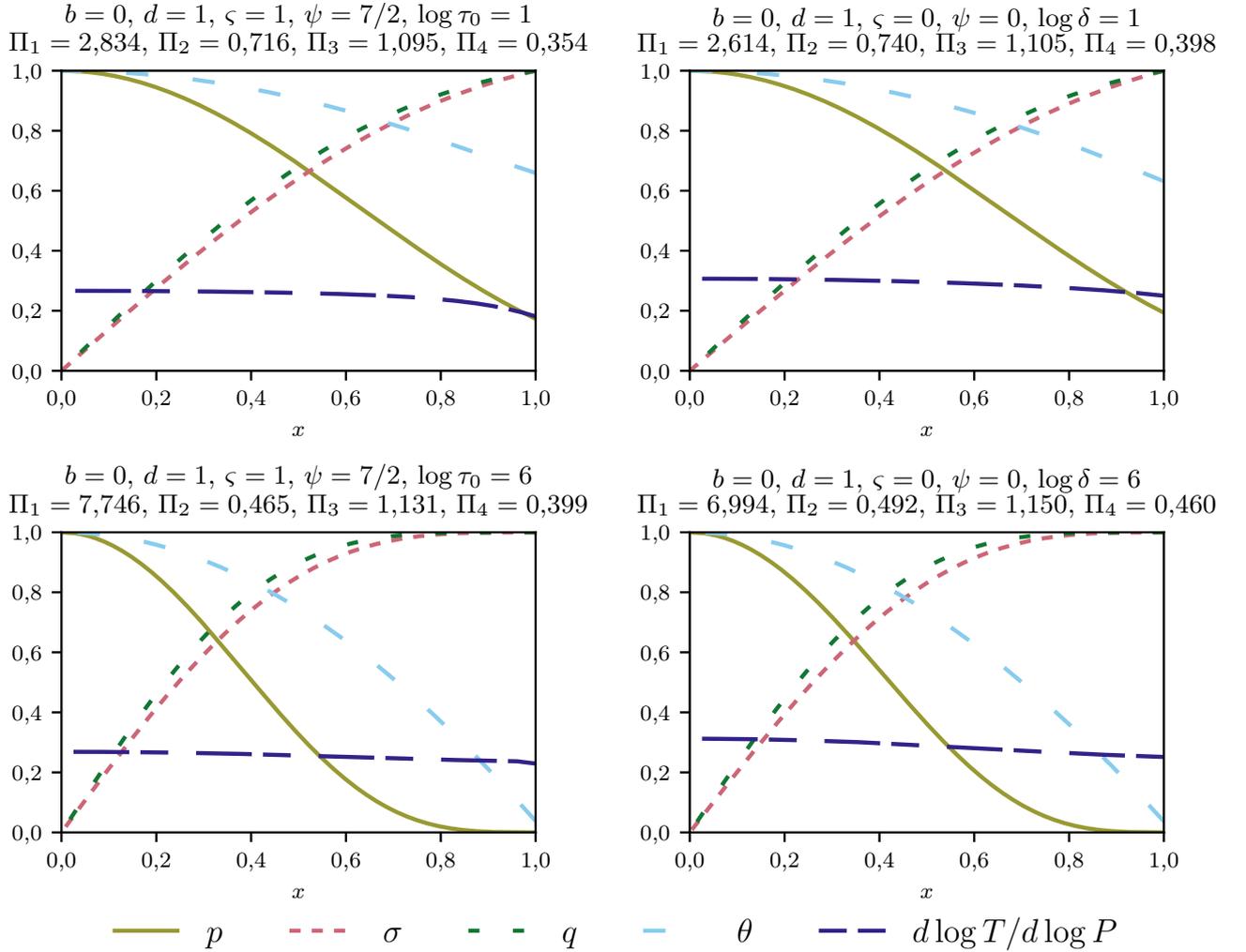


Рис. 3.2. Вертикальное распределение различных безразмерных величин в кеплеровском  $\alpha$ -диске. Показаны четыре безразмерные функции  $p(x), \sigma(x), q(x), \theta(x)$ , а также  $d \log T / d \log P$ . Значение  $d \log T / d \log P$  для всех случаев всегда ниже  $1/c_P = 2/5$ , так что критерий конвективной неустойчивости (3.66) никогда не выполняется. Левые панели демонстрируют случай крамерсовского закона непрозрачности (зона С в стандартной  $\alpha$ -теории) со свободным параметром  $\tau_0 = 10^1$  (верхняя панель) и  $\tau_0 = 10^6$  (нижняя панель). Правые панели демонстрируют случай томсоновского рассеяния (зона В в стандартной  $\alpha$ -теории) со свободным параметром  $\delta = 10^1$  (верхняя панель) и  $\delta = 10^6$  (нижняя панель).

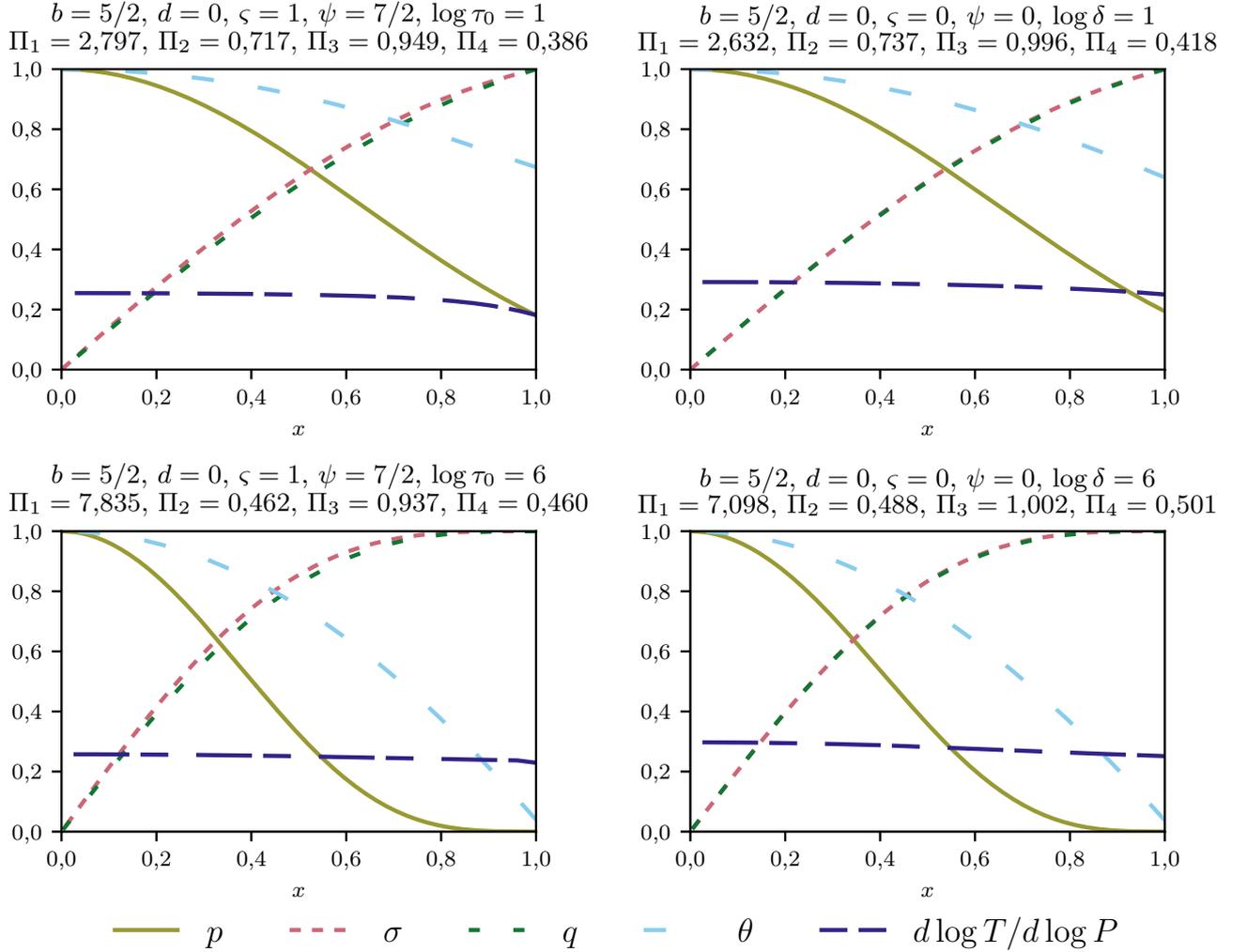


Рис. 3.3. То же, что и на Рисунке 3.2, но для кеплеровского диска с ионной вязкостью  $\eta = \eta_c \theta^{5/2}$ . Правые панели с непрозрачностью, определяемой томсоновским рассеянием, демонстрируют, что поток энергии  $q \approx \sigma$  и  $\Pi_3 \approx 1$ , что соответствует структуре, подобной политропной с индексом  $n \approx 5/2$ :  $\lambda \approx \theta^{5/2}$ .

быть больше адиабатического, что может уменьшить размер конвекционной зоны и толщины диска  $z_0$ . Впрочем, конвективный слой может и полностью исчезнуть, если температура на поверхности течения достаточна велика,  $\sim 0,4$  от центральной температуры (см. Рисунок 3.1).

Во второй части Главы рассмотрена вертикальная структура оптически толстых кеплеровских дисков с ионной вязкостью и радиационным переносом энергии. Не сложно убедиться, что в этом случае радиационный перенос энергии выше электронной теплопроводности. Действительно, поток энергии за счёт электронной теплопроводности составляет  $Q_e = -\kappa dT/dz$ , радиационный поток —  $Q_\gamma = -c/(3\kappa) d(a_r T^4)/dz$ , а их отношении составляет

$$\frac{Q_\gamma}{Q_e} = \frac{4 a_r T^3}{3 \kappa \kappa} \simeq 3 \times 10^4 \left( \frac{\kappa}{\kappa_T} \right)^{-1} \left( \frac{T}{1 \text{ eV}} \right)^{1/2}, \quad (3.70)$$

где использован коэффициент теплопроводности полностью ионизованного газа из книги [159]. Очевидно, что в оптически толстых полностью ионизованных дисках это отношение много больше единицы, и электронной теплопроводностью можно пренебречь.

### 3.5. Выводы и заключение

В данной Главе была получена вертикальная структура стационарных кеплеровских дисков. Предполагается, что единственным источником генерации энергии является ионная вязкость. Были рассмотрены два случая переноса энергии — за счёт электронной теплопроводности в оптически тонких дисках и за счёт радиационной теплопроводности в оптически толстых дисках.

В оптически тонком случае, если микроскопические коэффициенты переноса зависят только от температуры, может быть рассчитано вертикальное распределение температуры из уравнения баланса энергии. В предположении о степенной зависимости этих коэффициентов от температуры (3.12), (3.13), было решено уравнение баланса энергии (3.17) и получен вертикальный градиент температуры (3.21). Если поверхностная температура достаточно мала, то градиент температуры (3.21) в некоторой точке превосходит адиабатический градиент, что приводит к появлению верхнего конвективного слоя. Если число Прандтля превосходит критическое значение,  $Pr \geq Pr_{\text{crit}}$ , то диск становится полностью конвективно неустойчивым. Для кеплеровских дисков  $Pr_{\text{crit}} = 4/9$ . Решение (3.24) позволило рассчитать вертикальное распределение плотности из уравнения гидростатики, которое в общем случае не является политропным. Однако в частном случае постоянных коэффициентов переноса полностью ламинарный диск (при  $Pr < Pr_{\text{crit}}$ ) является политропным.

Для полностью стационарных кеплеровских дисков с радиационным переносом энергии вертикальная структура была получена из системы уравнений (3.54) вместе с восемью граничными условиями (см. раздел 3.3.2). Два граничных условия для температуры на фотосфере найдены для двух законов непрозрачности — непрозрачности, определяемой процессами поглощения (раздел 3.3.2), и преобладания томсоновского рассеяния над поглощением (раздел 3.3.2). Для полноты были рассчитаны вертикальные структуры стандартных  $\alpha$ -дисков, которые были ранее получены Кецарисом и Шакурой (1998) [84]. Эти диски оказались конвективно устойчивыми (см. Рисунок 3.2). Их вертикальная структура в общем случае не может быть описана политропой. Оптически толстые кеплеровские диски с ионной вязкостью и радиационной теплопроводностью оказались конвективно устойчивыми при обоих законах непрозрачности. Оказалось, что диски с томсоновским рассеянием обладают вертикальной структурой близкой к политропной с индексом  $n \approx 5/2$  (см. Рисунок 3.3, правые панели). Из решения уравнений (3.54) определены четыре безразмерных параметра  $\Pi_{1..4}$  вертикальной структуры диска, которые необходимы для построения его радиальной структуры [77].

Появление конвекции в ламинарных кеплеровских дисках может приводить к турбулентности (см., например, статью [158]), которая требуется для эффективного отвода момента импульса. В конвективно устойчивых случаях вертикальная структура ламинарных течений, найденная в рамках этой работы, может быть использована как фоновое решение при дальнейшем анализе эволюции малых гидродинамических возмущений, который будет проведён в дальнейшем.

## Трёхмерное моделирование аккреционного диска в затменной двойной системе V 1239 Her<sup>1</sup>

### 4.1. Введение

V 1239 Her = SDSS J170213.26+322954.1 — это затменная карликовая новая, классифицируемая как катаклизмическая переменная типа SU UMa [166]. Её орбитальный период составляет около 0,1 дня, поэтому эта система попадает в провал распределения орбитальных периодов катаклизмических переменных. Система активно наблюдалась в спокойном состоянии и демонстрировала сильное изменение своих орбитальных кривых блеска [87] (см. Рисунок 4.1). Орбитальные кривые блеска демонстрируют глубокий минимум (орбитальная фаза  $\phi_{\text{orb}} = 0$ ) с глубиной около  $1,5^m$ , соответствующий главному затмению, и вторичный минимум ( $\phi_{\text{orb}} = 0,5$ ) с глубиной около  $0,2^m$ .

Большинство наблюдаемых орбитальных кривых блеска (верхняя и нижняя панели на Рисунке 4.1) имеют предзатменный горб величиной около  $0,2^m$  на  $\phi_{\text{orb}} \simeq -0,2$ . Однако в разные ночи в спокойном состоянии источник демонстрировал различный блеск на плато между главным и вторичным максимумами (на  $\phi_{\text{orb}} = 0,1..0,4$ ). Для объяснения наблюдаемых изменений кривой блеска V 1239 Her Хрузина и др. (2015) [87] предложили феноменологическую многопараметрическую модель системы, состоящей из оптической звезды массой  $0,223 M_{\odot}$  заполнившей свою полость Роша и белого карлика массой  $0,91 M_{\odot}$ , «горячего пятна» и «горячей линии» на краю аккреционного диска вокруг белого карлика. Для объяснения наблюдений использовались различные размеры и температуры горячих пятна и линии для каждой ночи.

В затменных двойных системах с большим наклоном оптические кривые блеска в основном определяются внешними частями сложного газового течения вокруг компактного объекта, которое может быть рассчитано в рамках трёхмерной гидродинамики лишь с одним свободным параметром — темпом истечения вещества через внутреннюю точку Лагранжа двойной системы. Нами выполнено трёхмерное гидродинамическое моделирование с целью

---

<sup>1</sup> Глава опубликована на английском языке в MNRAS под названием «3D modelling of accretion disc in eclipsing binary system V 1239 Her» в соавторстве с В. В. Лукиным, Н. И. Шакурой, К. А. Постновым, В. М. Чечёткиным и В. П. Утробинным [66]. Журнальная версия дополнена разделами, посвящённым деталям численного моделирования и расчёта функции охлаждения газа.

объяснения наблюдаемых кривых блеска V 1239 Her. Газодинамическая модель включает в себя холодный газовый поток, первоначально стартующий из внутренней точки Лагранжа и за несколько орбитальных периодов образующий дископодобную структуру вокруг белого карлика. При расчёте кривой блеска используется функция охлаждения для газа, состоящего из ионизованного водорода. Нами учитывается частичная ионизация водорода, которая вносит важный с гидродинамической точки зрения вклад во внутреннюю энергию газа. Расчёты показали, что кривая блеска V 1239 Her в спокойном состоянии хорошо описывается с помощью указанной модели, в которой единственным параметром является темп истечения газовой струи  $\dot{M}$ . Как и в работах Бисикало и др. (1998) [167; 168], было обнаружено, что предзатменный горб объясняется наличием «горячей линии» в месте встречи струи и аккреционного диска. Также, наши вычисления свидетельствуют об отсутствии «горячего пятна».

Глава имеет следующую структуру. В разделе 4.2 обсуждается газодинамическая модель. В разделе 4.3 представлены результаты трёхмерного моделирования. Раздел 4.4 посвящён сравнению с наблюдениями, а в разделе 4.5 представлены выводы.

## 4.2. Модель

### 4.2.1. Обоснование выбранной модели

Целью данной Главы является создание физической интерпретации оптических кривых блеска затменной катаклизмической переменной V 1239 Her в спокойном состоянии, представленных Хрузиной и др. (2015) [87], с помощью трёхмерного динамического моделирования. Эти кривые блеска получены без фильтра (в белом свете) и показаны на Рисунке 4.1. Модель описывает газовую струю, исходящую из внутренней точки Лагранжа от звезды, заполнившей свою полость Роша. Эта струя формирует стационарный аккреционный диск вокруг более массивного компаньона этой звезды (белого карлика). Модель позволяет производить расчёт крупномасштабных трёхмерных структур в аккреционном потоке, который является определяющим для формы наблюдаемых кривых блеска. Моделирование газового течения использует следующие предположения:

- поведение струи частично ионизованной водородной плазмы определяется уравнениями гидродинамики сжимаемой жидкости;
- не рассматриваются эффекты самогравитации, считается, что магнитное поле отсутствует;

- плазма представляет из себя идеальный невязкий газ, нагреваемый только за счёт перехода гравитационной энергии во внутреннюю энергию газа;
- потери энергии происходят за счёт радиационного охлаждения тонкой столкновительной плазмы (это предположение не до конца приемлемо, но может быть использовано в качестве первого приближения, так как сильно упрощает вычисления за счёт отсутствия уравнения переноса излучения в моделировании).

Кривая блеска рассчитывается с использованием функции радиационного охлаждения на основе трёхмерной структуры течения, проинтегрированной по лучу зрения до оптической толщи  $\tau = 2/3$ .

Наблюдаемые кривые блеска V 1239 Her в спокойном состоянии, представленные в работе Хрузиной и др. (2015) [87], могут быть разделены на три группы. Группа I включает в себя четыре ряда наблюдений (JD 2456457, 2456460, 2456714, 2456718), именуется нами «регулярным режимом», и показана на верхней панели Рисунка 4.1. Главной особенностью кривых блеска группы I является предзатменный горб (то есть перед моментом затмения диска звездой-донором). Группа III (нижняя панель Рисунка 4.1) отличается от группы I общим приростом яркости, который мы объясняем увеличением темпом перетекания вещества в двойной системе. Группа II включает всего одно наблюдение (средняя панель Рисунка 4.1), которое не демонстрирует предзатменный горб, однако имеет общий уровень яркости выше, чем в группе I, на уровне группы III. Обратим внимание, что почти симметричные кривые блеска аналогичные группе II встречаются редко и могут иметь переходный характер (см. обсуждение ниже).

Предзатменный горб, видимый в группах I и III V 1239 Her, может быть связан с присутствием «горячей линии», сформировавшейся в области взаимодействия струи с внешним краем диска. Для проверки этой гипотезы было проведено гидродинамическое моделирование структуры аккреционного диска и области взаимодействия диска и струи при разных темпах перетекания вещества.

#### 4.2.2. Уравнения и обозначения

Математическая модель включает в себя систему гидродинамических уравнений идеального невязкого газа, состоящего из частично ионизованного водорода, с учётом гравитационного потенциала в полости Роша и радиационного охлаждения, записанных в неинерци-

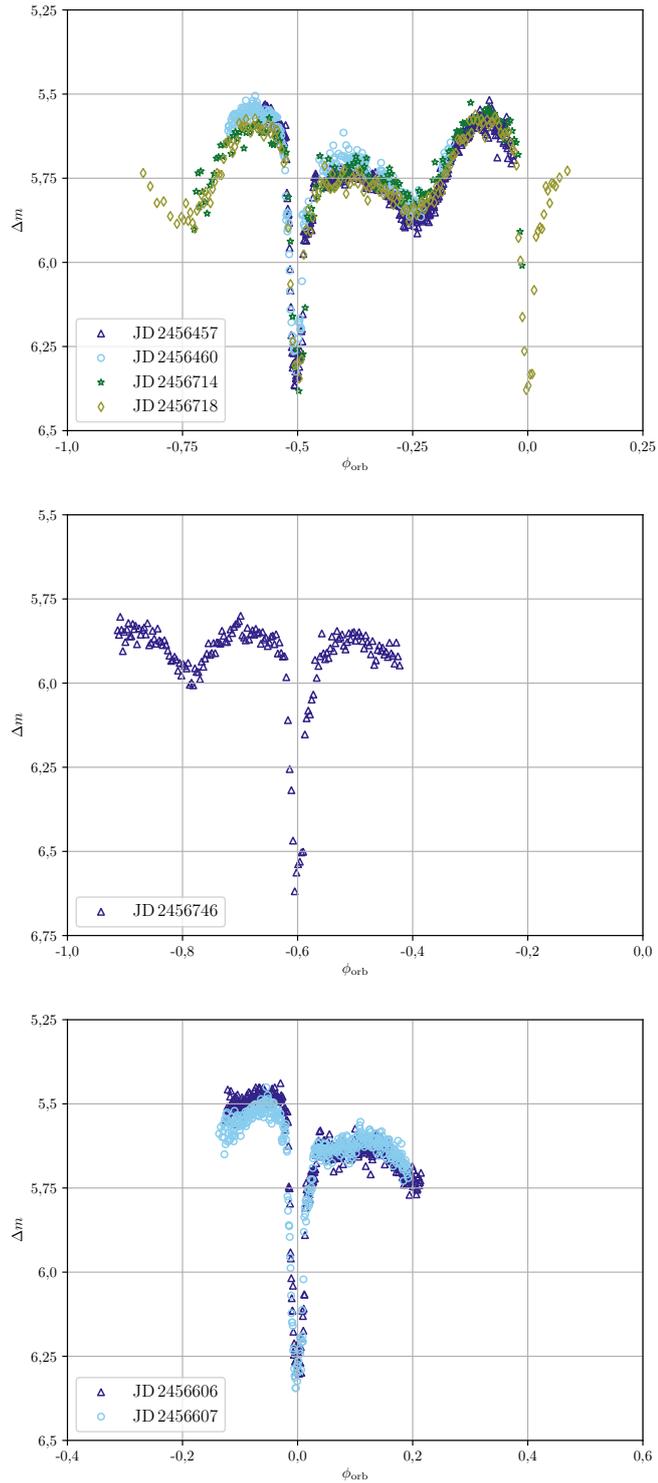


Рис. 4.1. Наблюдаемые кривые блеска V 1239 Her в спокойном состоянии. Показана разность звёздной величины V 1239 Her и звезды сравнения как функция орбитальной фазы. Верхняя панель: группа I кривых блеска (наблюдения JD 2456457, 2456460, 2456714, 2456718); средняя панель: группа II кривых блеска (наблюдения JD 24564746); нижняя панель: группа III кривых блеска (наблюдения JD 24564606, 24564607). Данные из работы [87].

альной системе отсчёта, вращающейся с орбитальным периодом двойной системы:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho \mathbf{v} = 0, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v} + p \hat{I}) = -\rho \nabla \Phi + 2\rho \mathbf{v} \times \boldsymbol{\Omega}, \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v} (e + p)) = -\rho \nabla \Phi \cdot \mathbf{v} - \Lambda(\rho, i, T), \quad (4.3)$$

где  $\rho$  — это плотность,  $\mathbf{v}$  — это вектор скорости,  $p$  — это давление,  $e$  — это полная энергия газа в единичном объёме,  $\boldsymbol{\Omega}$  — это вектор угловой скорости двойной системы,  $\Lambda(\rho, i, T)$  — функция охлаждения газа,

$$\Phi = -\frac{GM_1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1\|} - \frac{GM_2}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2\|} - \frac{1}{2} \|\boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}_c)\|^2, \quad (4.4)$$

$\mathbf{r}$  — это радиус-вектор,  $M_1, M_2$  — это отношение масс компонент,  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$  — это их радиус-векторы,  $\mathbf{r}_c$  — радиус-вектор центра масс двойной системы,  $G$  — гравитационная постоянная. Система гидродинамических уравнений дополняется уравнением состояния частично ионизованного газа [86]:

$$e = \frac{3}{2}p + \rho \frac{Ry}{m_p} i + \frac{\rho \|\mathbf{v}\|^2}{2}, \quad p = \rho k T \frac{1+i}{m_p}, \quad (4.5)$$

$$i = \left[ 1 + p \left( \frac{2\pi\hbar^2}{m_e} \right)^{3/2} (kT)^{-5/2} e^{Ry/kT} \right]^{-1/2}, \quad (4.6)$$

где  $i$  — это степень ионизации,  $T$  — это температуры,  $\varepsilon$  — это удельная внутренняя энергия газа,  $k$  — это постоянная Больцмана,  $Ry$  — это ридберг,  $m_p$  и  $m_e$  — это массы протона и электрона.

#### 4.2.3. Безразмерные параметры системы, начальные и граничные условия

Система гидродинамических уравнений была переписана в безразмерной форме с использованием характерных масштабов для V 1239 Her, а именно:

- длина измеряется в единицах расстояния между компонентами,  $L = 0,945 R_\odot$ , где  $R_\odot$  — это радиус Солнца;
- массы звёзд записываются в единицах полной массы двойной системы,  $M_0 = M_d + M_a$ , где  $M_d = 0,223 M_\odot$  и  $M_a = 0,91 M_\odot$  — это массы донора и аккретора,  $M_\odot$  — это масса Солнца;
- температура измеряется в единицах  $T_0 = 3500$  К;
- плотность — в единицах  $\rho_0 = 1,6 \cdot 10^{-8} \text{ г см}^{-3}$ .

Масштабы для других величин сконструированы из базовых единиц стандартным образом. Времена измеряются в единицах орбитального периода двойной системы  $t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L^3}{GM_0}}$ . Масштаб угловой скорости в  $\Omega_0 = 1/t_0$ , соответственно угловая скорость двойной системы  $\Omega = 2\pi$ . Масштаб функции охлаждения  $\Lambda_0 = \rho_0 L^2 / t_0^3 = 107,5 \text{ эрг см}^{-3} \text{ с}^{-1}$ .

Начало неинерциальной системы отчёта связано с центром звезды-донора, ось  $Ox$  проходит через центры компонент. Расчётная область является шаром с радиусом  $r_o = 0,64485$ , из которого вырезан концентрический шар с радиусом  $r_i = 0,01$ , соответствующий аккретору. Внутренняя точка Лагранжа  $L_1$  лежит на пересечении оси  $Ox$  с внешней границей расчётной области.

Начальное условие описывает покоящуюся в инерциальной системе отчёта плазму. Плотность этой плазмы  $\rho = 10^{-5}$ , температура  $T = 10^{-4}$ . Эти фоновые значения, с одной стороны, позволяют производить вычисления, в предположении о сплошной среде, а с другой стороны позволяют моделировать истечение струи в вакууме.

Граничные условия заданы как свободное истечение через внешнюю границу расчётной области и не отражающееся течение через внутреннюю границу, которое позволяет плазме свободно падать на искусственную поверхность аккретора. Внутреннее граничное условие в окрестностях внутренней точки Лагранжа описывает истечение газа со звезды-донора плотностью  $\rho = 1$ , температурой  $T = 1$  и с малой величиной  $x$ -компонентой скорости равной скорости звука. Область истечения газа задана кругом с радиусом  $r_{\text{jet}} = 0,01$  на внешней границе расчётной области. Эти параметры дают стандартный темп истечения  $\dot{M}_s \approx 4,9 \cdot 10^{16} \text{ г с}^{-1} \approx 7 \cdot 10^{-10} M_{\odot}^{-1}$ .

#### 4.2.4. Вычисление кривых блеска

Полный поток энергии  $F$ , приходящий от системы, вычисляется по структуре, наблюдаемой вдоль луча зрения наблюдателя:

$$F = \int_S I(x, y) \frac{dS}{d^2}, \quad (4.7)$$

где  $I(x, y)$  — это интенсивность в плоскости перпендикулярной лучу зрения (картинной плоскости),  $x$  и  $y$  — это координаты на этой плоскости,  $d$  — это расстояние до источника. Интенсивность вычисляется усреднением функции охлаждения  $\Lambda$  по гидродинамическому шагу по

времени на оптической толщине  $2/3$ :

$$I(x, y) = \frac{\bar{\Lambda}(x, y, z^*)}{4\pi},$$

$$z^* : \tau(x, y, z^*) = \int_0^{z^*} \alpha_{Pl}(x, y, z') dz' = \frac{2}{3},$$
(4.8)

где  $z$  — это координата вдоль луча зрения,  $\tau$  — это оптическая толща между наблюдателем и элементом объёма,  $\alpha_{Pl}$  — это усреднённый по Планку коэффициент поглощения. Для получения наблюдаемого потока от звезды-донора используется его постоянная поверхностная температура.

Коэффициент поглощения  $\alpha_{Pl}$  записывается следующим образом

$$\alpha_{Pl}(\rho, T) = \frac{\int_0^\infty \alpha_\nu(\rho, T, \nu) B_\nu(T, \nu) d\nu}{\int_0^\infty B_\nu(T, \nu) d\nu},$$
(4.9)

где  $\alpha_\nu$  — это спектральный коэффициент поглощения, а  $B_\nu$  — это функция Планка. Так как время радиационного охлаждения в наших расчётах много меньше гидродинамического времени, мы предполагаем локальное термодинамическое равновесие и интегральный закон Кирхгофа:

$$\int_0^\infty \alpha_\nu(\rho, t, \nu) B_\nu(T, \nu) d\nu = \int_0^\infty \frac{\Lambda_\nu}{4\pi} d\nu = \frac{\Lambda}{4\pi},$$
(4.10)

где  $\Lambda_\nu$  — это спектральная функция охлаждения, отличающееся от спектрального коэффициента излучения в  $4\pi$  раз.

Подставив последнюю формулу в уравнение (4.9) и используя интеграл функции Планка  $\int_0^\infty B_\nu(T, \nu) d\nu = \sigma_{SB} T^4 / \pi$ , получим соотношение между коэффициентом поглощения и функцией охлаждения:

$$\alpha_{Pl}(\rho, T) = \frac{\Lambda(\rho, T)}{4\sigma_{SB} T^4},$$
(4.11)

где  $\sigma_{SB}$  — это постоянная Стефана—Больцмана.

### 4.3. Результаты

В данном разделе рассматриваются результаты трёхмерного моделирования аккреционного течения в двойной системе V 1239 Нег. На Рисунке 4.2 показано сечение потока в орбитальной плоскости через 17 орбитальных периодов после начала истечения вещества через точку Лагранжа  $L_1$ . На верхней панели серым показано распределение плотности. Хорошо видно повышение плотности в области взаимодействия струи и диска. Также, можно заметить спиральные рукава плотности, тянущиеся от края диска к аккретору. Аналогичные

спиральные структуры были получены и в ходе других численных симуляций аккреционных дисков (см., например, Джу и др.(2016) [169]) и могут быть причиной дополнительно разогрева диска и отвода момента импульса в нём.

На средней панели показана степень ионизации (оттенками серого) и проекция скоростей случайно выбранных частиц на орбитальную плоскость. В центральной части течений частицы двигаются почти по кеплеровским траекториям. Разница между скоростями частиц и кеплеровской скоростью обуславливается градиентом температуры и небольшой численной вязкостью, заложенной в используемый метод HLLC (Harten—Lax —van Leer—contact) [170]. Кроме того отметим, что выброшенные частицы покидают расчётную область через область, окружающую вторую точку Лагранжа (справа), лишь около 50% вещества, поступившего в расчётную область через  $L_1$ , достигает её внутренней границы (белый круг посередине).

Нижняя панель Рисунка 4.2 демонстрирует функцию охлаждения  $\Lambda$ . Видно, что максимальное энерговыделение происходит в центральных областях диска вблизи аккретора. В то же время, достаточно много энергии выделяется и в области взаимодействия струи и края диска. В этой области растёт и плотность, и температура, из-за удара струи о край диска. Плотность струи гораздо больше, чем у края диска, поэтому движение струи определяет структуру течения, а вещество диска проходит через ударную волну через почти полный оборот после первой встречи со струей. Вещество диска уплотняется при прохождении через ударную волну и формирует зону излучения, которую называют «горячей линией» [171]. Ударная волна представлена на Рисунке 4.3. В области ударной волны газ преимущественно ионизован и достаточно сильно излучает. Нижняя панель Рисунка 4.2 также отражает оптическую толщину, измеряемую поперёк плоскости двойной системы, так как планковская оптическая толщина пропорциональна функции охлаждения (см. уравнение (4.11)). Типичное значение планковской оптической толщины составляет около 7, что указывает на необходимость проведения расчётов по радиационному переносу энергии (однако, росселандова оптическая толщина гораздо ниже). Тем не менее, в случае наблюдения диска с ребра, к которому относятся и V 1239 Her, при расчёте наблюдаемого потока важны только внешние оптически тонкие слои.

Отметим, что газ является достаточно горячим и полностью ионизованным вблизи аккретора, в области взаимодействия струи с диском и в разряженной оболочке диска. Использование модели частично ионизованного газа привело к формированию более плотной, а значит и более яркой и менее скрытой от наблюдателя «горячей линии». Последнее означает, что оптическая толщина вдоль луча зрения во внешних частях диска должна быть гораздо меньше, чем та, что могла бы быть получена из распределения плотности газа в вычислениях

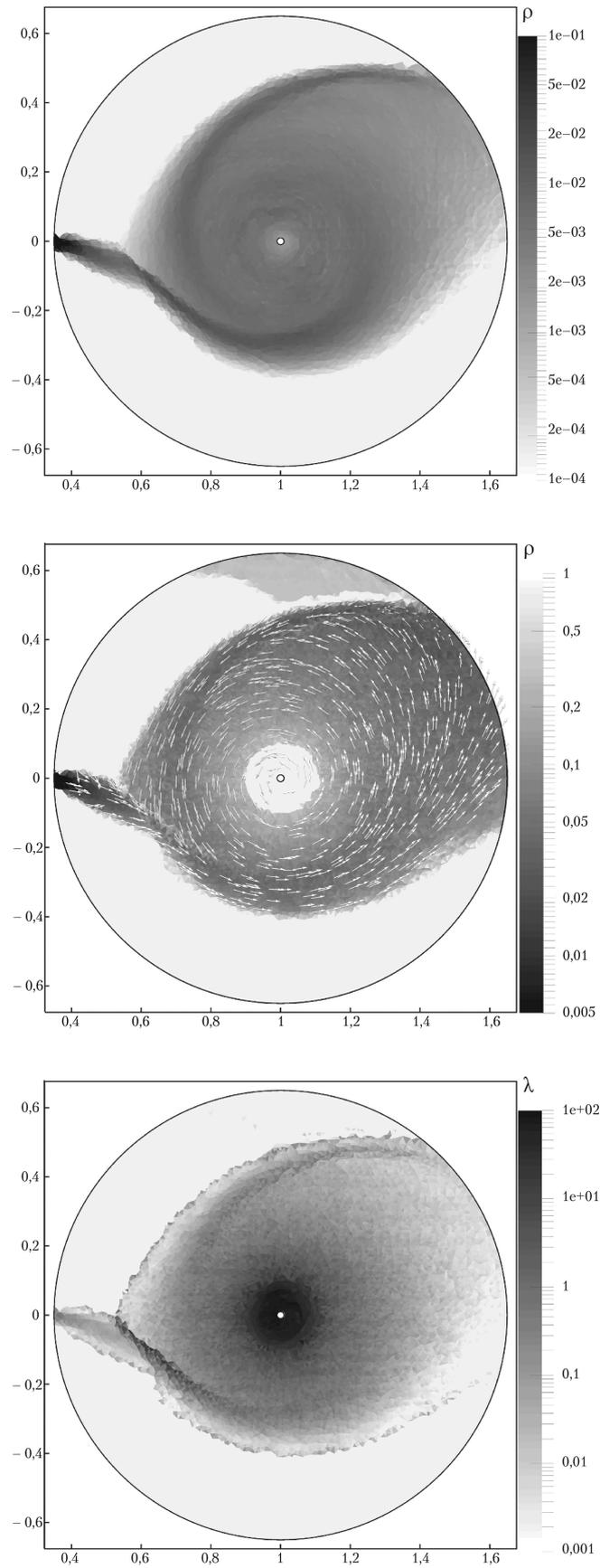


Рис. 4.2. Распределение различных величин аккреционного потока V 1239 Her в орбитальной плоскости при темпе истечения  $\dot{M}_s$ . Верхняя панель: плотность газа. Средняя панель: степень ионизации (оттенками серого) и поле скоростей (стрелками). Нижняя панель: функция охлаждения  $\Lambda$ .

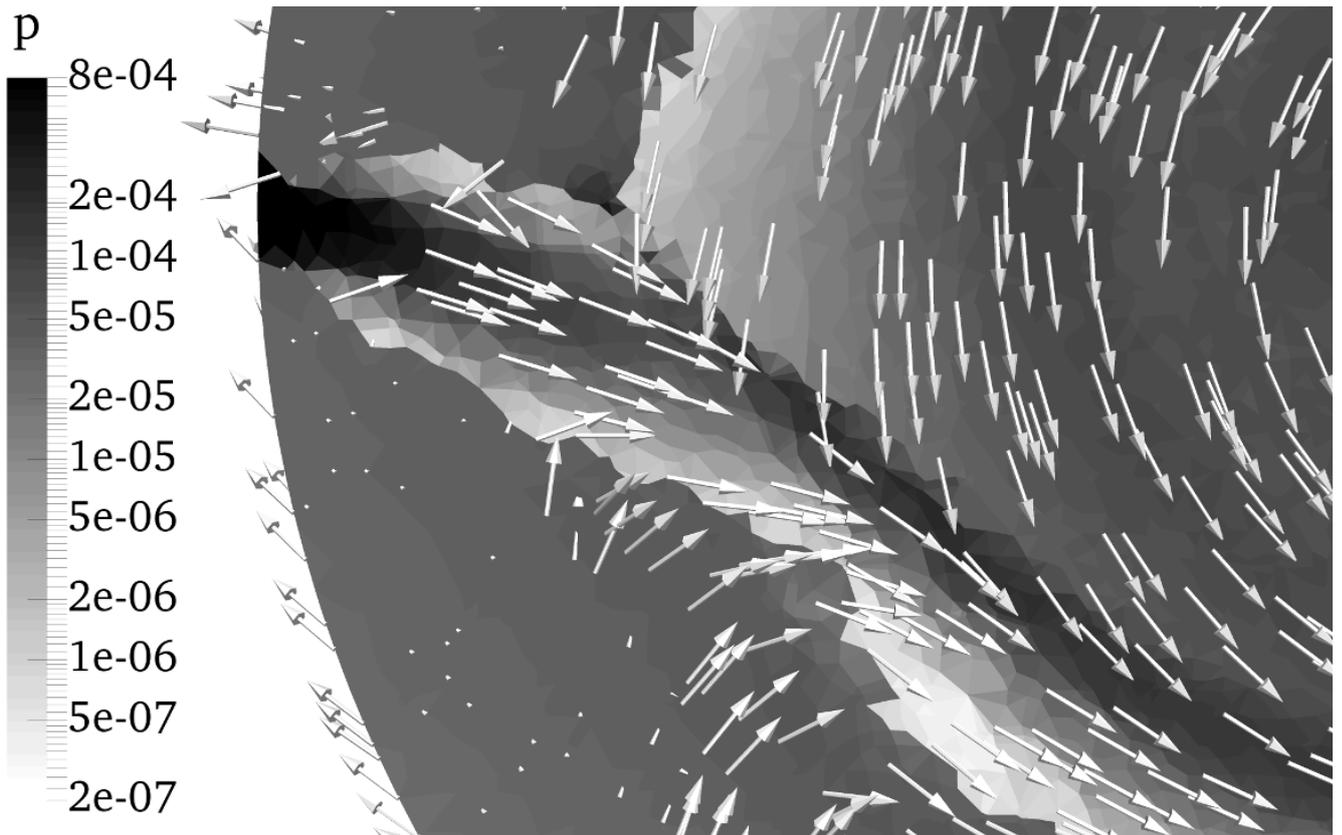


Рис. 4.3. Ударная волна в области взаимодействия струи и диска. Оттенками серого показана плотность, поле скоростей показано стрелками, длины которых пропорциональны модулю скорости. Виден разрыв в потоке массы, указывающий на наличие ударной волны.

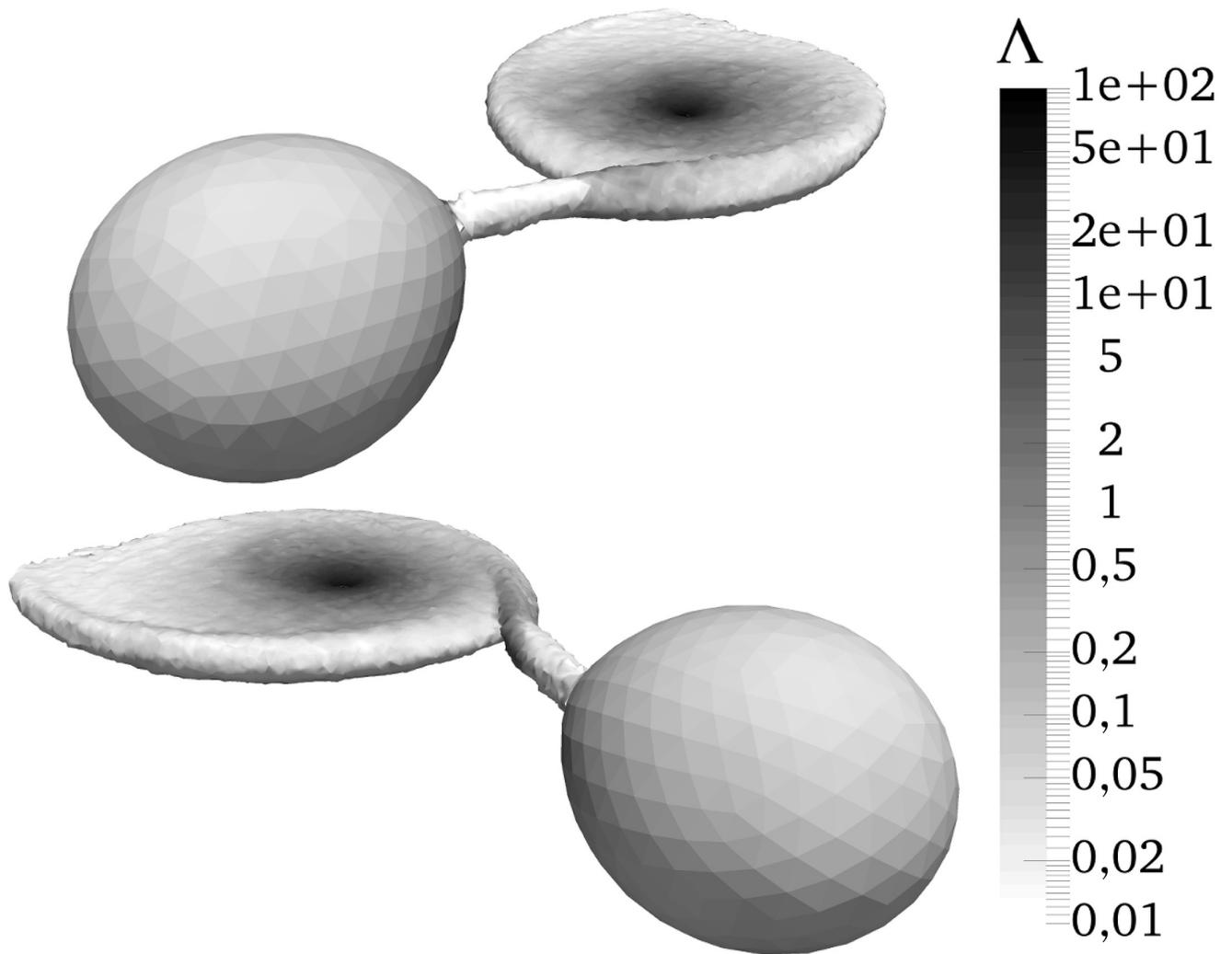


Рис. 4.4. Трёхмерное изображение системы до (сверху) и после (снизу) затмения. Показана поверхность постоянного давления  $\rho = 0,001$ . Оттенками серого показана функция охлаждения  $\Lambda$  в единицах  $\Lambda_0$ .

Бисикало и др. (2000) [171].

Дисковая структура потока, показанная на Рисунке 4.4, сформировалась достаточно быстро, в течении 2–3 орбитальных периодов после начала истечения вещества через окрестность точки  $L_1$ . В то же время, образование деталей структуры течения, которые влияют на выделение энергии и, как следствие, на форму кривой блеска, требует большего времени, порядка дюжины орбитальных периодов после начала формирования диска и около 4–5 орбитальных периодов после изменения темпа истечения.

#### 4.4. Сравнение с наблюдениями

Результаты гидродинамического моделирования использовались для получения кривых блеска двойной системы V 1239 Her и для получения распределения яркости источника в картинной плоскости в зависимости от фазы. На Рисунке 4.5 показаны распределения яркости при орбитальных фазах  $\phi_{orb} = -0,5, -0,375, -0,25, -0,125, 0, 0,125, 0,25, 0,375, 0,5$  и наклоне двойной системы  $i = 85^\circ$ .

Для расчёта кривых блеска для различных групп наблюдений, которые обсуждались выше, производились вычисления с разными темпами истечения через окрестность точки  $L_1$ . В рамках нашей модели увеличение яркости системы связано с увеличением темпа истечения и, как следствие, с увеличением плотности как центральной части диска, так и области «горячей линии». Расчёты показали, что яркость системы достаточно быстро меняется после изменения темпа истечения. Поэтому, для описания групп кривых блеска I, II и III темп истечения изменялся следующим образом:

1. с момента времени  $t = 0$  по 18 темп истечения с донора задавался постоянным и равным  $\dot{M}_s$ ;
2. с  $t = 18$  по 25 темп истечения увеличивался в 1,5 раза по закону, изображённому на Рисунке 4.6;
3. после  $t = 25$  темп истечения был снижен до исходного значения  $\dot{M}_s$ .

Рисунок 4.7 показывает теоретическую кривую блеска, полученную при интегрировании функции охлаждения в соответствии с уравнением (4.8) по картинной плоскости в течении 18-го орбитального периода для группы I (начальный темп истечения), в течении 23-го для группы III (увеличенный темп истечения) и в течении 19-го орбитального периода для группы II (переходный режим).

Вычисления показали, что общий уровень яркости системы определяется видимостью области интенсивного выделения энергии — горячей и плотной зоны вокруг аккретора, а детальная структура кривой блеска определяется углом под которым видна «горячая линия». Более детально:

1. наличие и форма предзатменного горба определяется наблюдаемой площадью «горячей линии»;
2. формирования предзатменного горба начинается на орбитальной фазе  $\phi_{orb} = -0,4$ , а рост яркости происходит по мере увеличения видимой площади «горячей линии»;

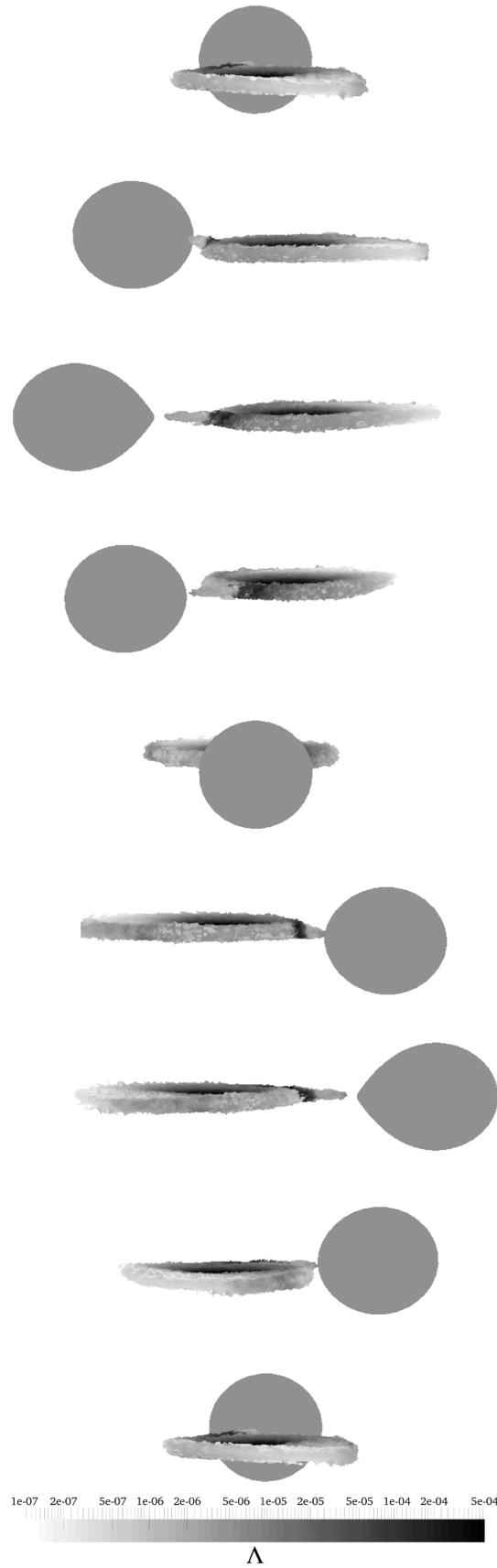


Рис. 4.5. Вид системы с наклоном  $85^\circ$  для наблюдателя на орбитальных фазах  $\phi_{\text{orb}} = -0,5, -0,375, -0,25, -0,125, 0, 0,125, 0,25, 0,375, 0,5$ . Темп аккреции равен  $\dot{M}_s$ .

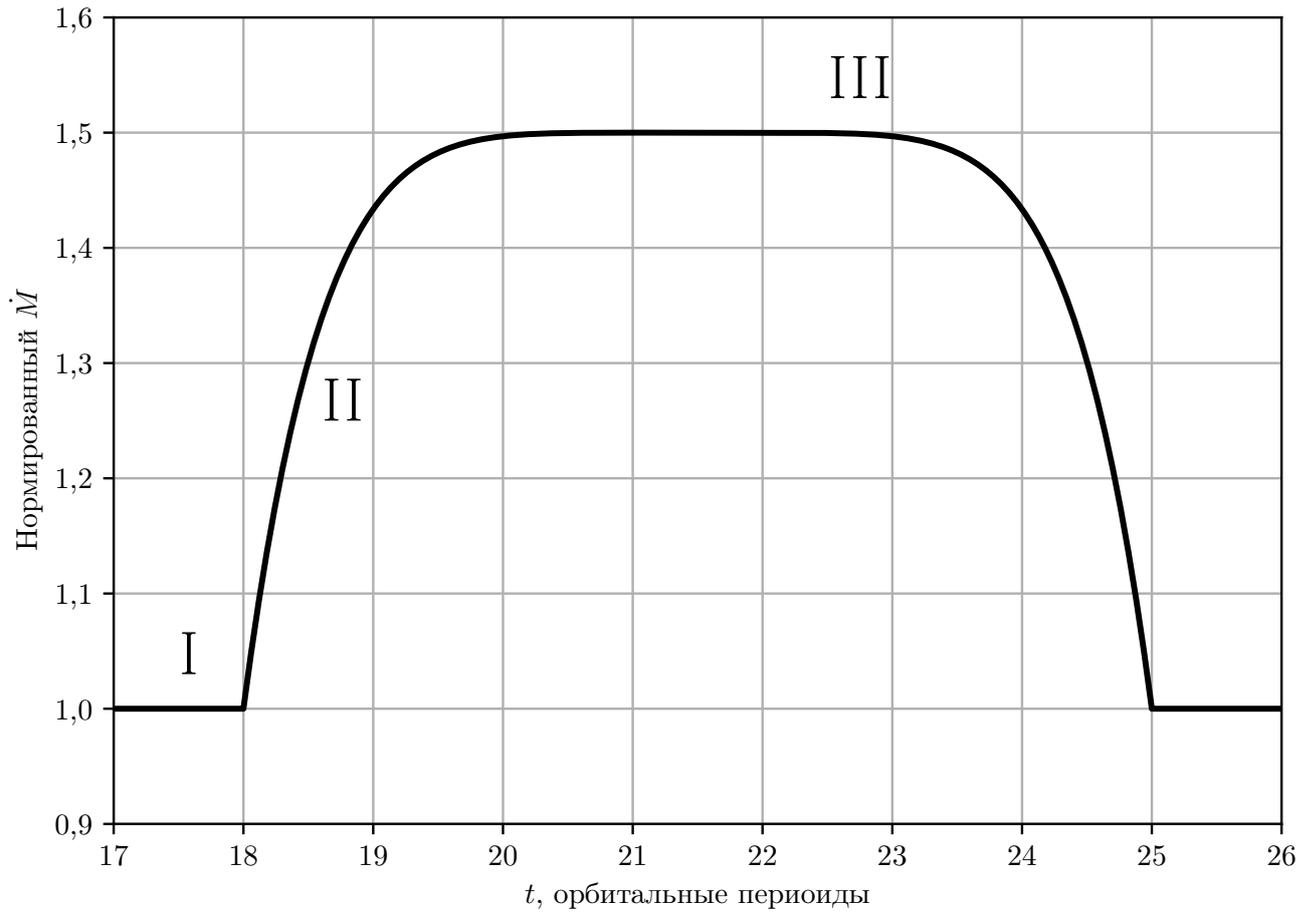


Рис. 4.6. Задаваемое изменение темпа истечения с 17 по 26 орбитальный период в единицах  $\dot{M}_S$ .

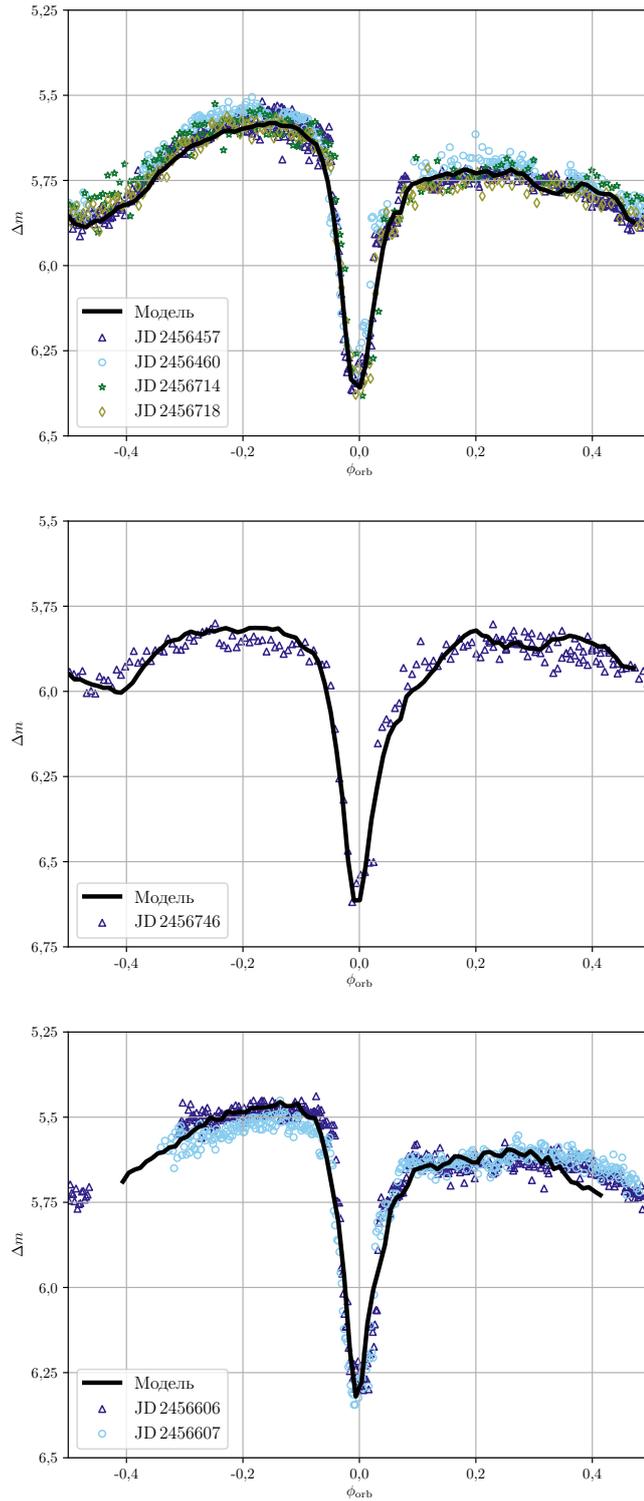


Рис. 4.7. Расчётная (чёрная линия) и наблюдаемая (значки, см. Рисунок 4.1) кривые блеска V1239 Her в группах I, II и III (верхняя, средняя и нижняя панели соответственно). Темп истечения в группах I и III, соответствующих стационарной структуре диске, отличается в 1,5 раза. Промежуточная во времени кривая блеска (группа II, средняя панель) соответствует переходному состоянию.

3. наличие небольшой «полки» на фазе  $\phi_{orb} \approx 0,075$  объясняется тем, что центральная часть диска уже вышла из затмения звездой-донором, а «горячая линия» ещё скрыта от наблюдателя;
4. на более поздних фазах «горячая линия» скрывается за оптически толстым (вдоль луча зрения наблюдателя) диском, что объясняет уменьшение яркости на фазах  $\phi_{orb} = 0,3..0,35$ ;
5. между фазами  $0,35$  и  $-0,4$  «горячая линия» и часть звезды закрыты диском и наблюдается вторичным минимум блеска на фазе  $\phi_{orb} = 0$ .

Результаты расчёта хорошо согласуются с наблюдениями и в случае переходного режима (кривые блеска группы II), который представлен всего одной наблюдаемой кривой. Соответствие численной модели и наблюдений может указывать на то, что соответствующая кривая блеска наблюдалась во время линейного роста темпа истечения вещества со звезды-донора. Продолжительность роста темпа аккреции составила примерно  $0,5 - 1$  орбитальный период, из-за чего до главного затмения ( $\phi_{orb} = 0$ ) центральные области диска «не почувствовали» увеличения темпа истечения, так что предзатменный горб не изменился по сравнению с регулярным режимом группы I. После затмения аккреционный диск и (в основном) «горячая линия» уже претерпели изменения, и наблюдаемый поток поднялся до уровня предзатменного, что привело к симметричной форме кривой блеска.

Отклонение модельной кривой блеска от наблюдений группы III объясняется тем, что в расчётах, по всей видимости, диск не успел полностью выйти на стационарный режим через 4 орбитальных оборота после увеличения темпа истечения. В частности, это относится к заметной переменности кривой блеска на фазах  $\phi_{orb} = 0,2 - 0,4$  и спаду яркости после фазы  $\phi_{orb} = 0,4$ . Наблюдения же, по-видимому, соответствуют стационарному потоку с увеличенным темпом аккреции. В целом, можно отметить хорошее согласование модели с наблюдениями.

По всей видимости, скорость истечения газа в окрестностях внутренней точки Лагранжа  $L_1$  переменна и может незначительно изменяться в течении орбитального периода, что соответствует значительному разбросу яркости на наблюдаемых кривых блеска групп I и III. В редких случаях, он может изменяться более значительно, что приводит к изменению структуры аккреционного течения и формированию нового стационарного режима. Наличие предзатменного горба указывает на стационарный режим течения, в то время как его отсутствие или малость может служить свидетельством переходного состояния течения. Вариация темпа

истечения может быть связана с физическими процессами в звезде-доноре, например, из-за освещения её поверхности жёстким излучением, исходящим от центральной части диска.

## 4.5. Выводы

В данной Главе представлено трёхмерное газодинамическое моделирование течения газа вокруг компактной звезды в тесной двойной системе со звездой-донором, заполнившей свою полость Роша. Изначально, холодный газовый поток выходит из внутренней точки Лагранжа, а затем, за несколько орбитальных периодов, образуется дискообразная структура вокруг компактного объекта. Модель учитывает радиационное охлаждение газа и частичную ионизацию водорода. Модель была применена для моделирования катаклизмической переменной V 1239 Her, являющейся звездой типа SU UMa, попадающий в провал периодов катаклизмических переменных. Мы показали, что модель хорошо описывает кривые блеска V 1239 Her в спокойном состоянии, наблюдаемое изменение формы которых объясняется изменением темпа истечения вещества из звезды-компаньона. Приведено описание формирования заметных деталей кривых блеска (предзатменного горба и поведения после затмения) и показано, что половина втекающего вещества через внутреннюю точку Лагранжа покидает систему.

## Заключение

В данной работе было проведено исследование различных нестационарных процессов, происходящих в астрофизических аккреционных дисках. Основное внимание было уделено трём классам задач: решению задачи вязкой эволюции аккреционного диска, построению его вертикальной структуры и созданию физической модели для трёхмерного газодинамического расчёта аккреционного течения.

Для решения нелинейного дифференциального уравнения вязкой эволюции аккреционного диска была разработана неявная численная схема, гарантирующая устойчивость решения. Эта схема была реализована в рамках двух программных кодов: FREDDI, который использует полуаналитическую вертикальную структуру диска, и кода, который численно решает уравнения вертикальной структуры с учётом самооблучения, конвекции и с использованием табличных значений коэффициента непрозрачности. Программа FREDDI работает значительно быстрее и может использоваться для подгонки параметров вспышек рентгеновских новых с быстрым ростом светимости и экспоненциальным её спадом. Такое применение FREDDI описано в главе 2 на примере вспышки источника 4U 1543–47 2002 года. Также, FREDDI может использоваться для моделирования оптических кривых блеска и даже для построения непрерывных спектров аккреционных дисков. Код FREDDI доступен всем желающим в Интернете и может быть использован исследователями как для моделирования новых и архивных вспышек рентгеновских новых, так и для теоретического изучения дисковой аккреции.

В главе 1 описана новая модель вертикальной конвекции во внешних частях аккреционного диска. Модель является адаптацией модели конвекции с длиной перемешивания, широко используемой для описания внутреннего строения звёзд [79]. В отличие от предыдущих работ в этой области [40; 45], настоящая работа предлагает учитывать разницу в турбулентной генерации энергии внутри конвективной ячейки и вне её. Данная модель была применена при моделировании рентгеновской новой A 0620–00 1975 года. Разработанная модель в дальнейшем может быть использована для построения более точных численных моделей аккреционных дисков в карликовых и рентгеновских двойных, протопланетных дисках и дисков в активных ядрах галактик.

Была построена структура ламинарных аккреционных течений, в которых выделение энергии происходит за счёт микроскопической вязкости. Найденная структура была исследована на предмет конвективной устойчивости, выявлены критерии конвективной неустойчивости таких течений. Полученные решения в дальнейшем могут быть использованы в качестве

фонового решения при исследовании устойчивости аккреционного потока относительно малых возмущений.

Разработана физическая модель для проведения численного трёхмерного газодинамического моделирования аккреционного течения в тесной двойной системе. На основе этой модели В. В. Лукиным был разработан и реализован численный метод расчёта течения аккреционной струи в катаклизмической переменной и воссозданы наблюдаемые кривые блеска источника V 1239 Нег. Данный метод расчёта планируется использовать для моделирования других источников и описания различных наблюдаемых проявлений катаклизмических переменных.

### **Благодарности**

Я искренне благодарю своего научного руководителя Николая Ивановича Шакуру за те знания, которые он вложил в меня, и за проявленное терпение при совместной работе. Также, я благодарю всех своих соавторов, совместная работа с которыми принесла мне огромную пользу, и без которых моя работа не нашла бы своё применение, в особенности Галину Владимировну Липунову и Константина Александровича Постнова. Своей маме Ольге Александровне я выражаю благодарность за помощь с подготовкой рисунков для данной работы. Я благодарю свою жену Анастасию Алексеевну за неоценимую поддержку, оказанную мне при работе над диссертацией. Я признателен своим друзьям Матвею Викторовичу Корнилову, Сергею Михайловичу Лисакову и Марии Викторовне Пружинской за то, что помогли пройти этот путь.

Написание глав поддержано грантом Российского Научного Фонда №14-12-00146. Часть вычислений производилась с использованием оборудования, приобретённого за счёт средств Программы развития Московского университета.

## Список литературы

1. *Шакура Н. И.* Дискковая модель аккреции газа релятивистской звездой в тесной двойной системе. // *Астрономический Журнал*. — 1972. — Окт. — Т. 49. — С. 921. — (Цит. на с. 4, 7, 13, 21, 26).
2. *Shakura N. I., Sunyaev R. A.* Black holes in binary systems. Observational appearance. // *A&A*. — 1973. — Т. 24. — С. 337–355. — (Цит. на с. 4, 7, 11, 13, 21, 26, 31, 56, 73, 81).
3. *Kant I.* Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels. — Fischer, 1755. — (Цит. на с. 5).
4. *Кант И.* Собрание сочинений в восьми томах. Том первый / под ред. А. В. Гулыга. — Москва : «ЧОРО», 1994. — ISBN 5-8497-0001-3. — (Цит. на с. 5).
5. *Laplace P. S.* Exposition Du Système Du Monde. — Cercle-Social, 1795. — URL: <https://books.google.ru/books?id=NHFe6GIs5oYC>. — (Цит. на с. 6).
6. *Laplace P. S.* Изложение системы мира / под ред. В. М. Васильев, А. А. Михайлов. — Наука, 1982. — (Классики науки). — (Цит. на с. 6).
7. *Kuiper G. P.* On the Interpretation of  $\beta$  Lyrae and Other Close Binaries. // *ApJ*. — 1941. — Янв. — Т. 93. — С. 133. — DOI: [10.1086/144252](https://doi.org/10.1086/144252). — (Цит. на с. 6).
8. *Prendergast K. H.* The Motion of Gas Streams in Close Binary Systems. // *ApJ*. — 1960. — Июль. — Т. 132. — С. 162. — DOI: [10.1086/146909](https://doi.org/10.1086/146909). — (Цит. на с. 6).
9. *Joy A. H.* Observations of RW Tauri at Minimum Light // *PASP*. — 1942. — Февр. — Т. 54. — С. 35–37. — DOI: [10.1086/125393](https://doi.org/10.1086/125393). — (Цит. на с. 6).
10. *Struve O.* The Spectrum of SX Cassiopeiae. // *ApJ*. — 1944. — Янв. — Т. 99. — С. 89. — DOI: [10.1086/144594](https://doi.org/10.1086/144594). — (Цит. на с. 6).
11. *Struve O.* Stellar evolution, an exploration from the observatory. — 1950. — (Цит. на с. 6).
12. *Горбачуккий В. Г.* Дiskoобразные оболочки в тесных двойных системах и их влияние на спектры звёзд // *Астрономический Журнал*. — 1964. — Июль. — Т. 41. — С. 849. — (Цит. на с. 6).
13. *Salpeter E. E.* Accretion of Interstellar Matter by Massive Objects. // *ApJ*. — 1964. — Авг. — Т. 140. — С. 796–800. — DOI: [10.1086/147973](https://doi.org/10.1086/147973). — (Цит. на с. 6).
14. *Lynden-Bell D.* Galactic Nuclei as Collapsed Old Quasars // *Nature*. — 1969. — Авг. — Т. 223. — С. 690–694. — DOI: [10.1038/223690a0](https://doi.org/10.1038/223690a0). — (Цит. на с. 6).

15. *Pringle J. E., Rees M. J.* Accretion Disc Models for Compact X-Ray Sources // A&A. — 1972. — Окт. — Т. 21. — С. 1. — (Цит. на с. 6).
16. *Schwarzschild K.* On the Gravitational Field of a Mass Point According to Einstein's Theory // Abh. Konigl. Preuss. Akad. Wissenschaften Jahre 1906,92, Berlin,1907. — 1916. — Т. 1916. — (Цит. на с. 7).
17. *Schwarzschild K.* On the gravitational field of a mass point according to Einstein's theory // ArXiv Physics e-prints. — 1999. — Май. — eprint: [physics/9905030](https://arxiv.org/abs/physics/9905030). — (Цит. на с. 7).
18. *Kerr R. P.* Gravitational Field of a Spinning Mass as an Example of Algebraically Special Metrics // Physical Review Letters. — 1963. — Сент. — Т. 11. — С. 237–238. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.11.237](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.11.237). — (Цит. на с. 7).
19. *Novikov I. D., Thorne K. S.* Astrophysics of black holes. // Black Holes (Les Astres Occlus) / под ред. С. Dewitt, В. S. Dewitt. — 1973. — С. 343–450. — (Цит. на с. 7).
20. *Page D. N., Thorne K. S.* Disk-Accretion onto a Black Hole. Time-Averaged Structure of Accretion Disk // ApJ. — 1974. — Июль. — Т. 191. — С. 499–506. — DOI: [10.1086/152990](https://doi.org/10.1086/152990). — (Цит. на с. 7).
21. *Lightman A. P., Eardley D. M.* Black Holes in Binary Systems: Instability of Disk Accretion // ApJ. — 1974. — Янв. — Т. 187. — С. L1. — DOI: [10.1086/181377](https://doi.org/10.1086/181377). — (Цит. на с. 7, 9).
22. *Lightman A. P.* Time-dependent accretion disks around compact objects. I - Theory and basic equations. II - Numerical models and instability of inner region // ApJ. — 1974. — Дек. — Т. 194. — С. 419–427. — DOI: [10.1086/153259](https://doi.org/10.1086/153259). — (Цит. на с. 8).
23. *Lightman A. P.* Time-dependent accretion disks around compact objects. II. Numerical models and instability of inner region. // ApJ. — 1974. — Дек. — Т. 194. — С. 429–437. — (Цит. на с. 8).
24. *Сюняев Р. А., Шакура Н. И.* Тепловая неустойчивость дисковой аккреции на чёрную дыру // Письма в Астрономический Журнал. — 1975. — Авг. — Т. 1. — С. 6–11. — (Цит. на с. 8).
25. *Shibazaki N., Hōshi R.* Structure and Stability of Accretion-Disk around a Black-Hole // Progress of Theoretical Physics. — 1975. — Сент. — Т. 54. — С. 706–718. — DOI: [10.1143/PTP.54.706](https://doi.org/10.1143/PTP.54.706). — (Цит. на с. 8).

26. *Shakura N. I., Sunyaev R. A.* A theory of the instability of disk accretion on to black holes and the variability of binary X-ray sources, galactic nuclei and quasars // MNRAS. — 1976. — Июнь. — Т. 175. — С. 613–632. — DOI: [10.1093/mnras/175.3.613](https://doi.org/10.1093/mnras/175.3.613). — (Цит. на с. 8).
27. *Бисноватый-Коган Г. С., Блинников С. И.* Горячая корона вокруг диска, аккрецирующего на чёрную дыру, и модель источника Лебедь X-1 // Письма в Астрономический журнал. — 1976. — Окт. — Т. 2. — С. 489–493. — (Цит. на с. 8, 21).
28. *Bisnovatyi-Kogan G. S., Blinnikov S. I.* Disk accretion onto a black hole at subcritical luminosity // A&A. — 1977. — Июль. — Т. 59. — С. 111–125. — (Цит. на с. 8, 21).
29. *Бисноватый-Коган Г. С., Блинников С. И.* О природе флуктуаций блеска в рентгеновском источнике Лебедь X-1 и ядрах активных галактик // Письма в Астрономический журнал. — 1978. — Дек. — Т. 4. — С. 540–543. — (Цит. на с. 8).
30. *Shakura N. I., Sunyaev R. A., Zilitinkevich S. S.* On the turbulent energy transport in accretion discs // A&A. — 1978. — Янв. — Т. 62. — С. 179–187. — (Цит. на с. 8).
31. *Hirose S., Krolik J. H., Blaes O.* Radiation-Dominated Disks are Thermally Stable // ApJ. — 2009. — Янв. — Т. 691. — С. 16–31. — DOI: [10.1088/0004-637X/691/1/16](https://doi.org/10.1088/0004-637X/691/1/16). — arXiv: [0809.1708](https://arxiv.org/abs/0809.1708). — (Цит. на с. 8).
32. *Jiang Y.-F., Stone J. M., Davis S. W.* On the Thermal Stability of Radiation-dominated Accretion Disks // ApJ. — 2013. — Ноябрь. — Т. 778. — С. 65. — DOI: [10.1088/0004-637X/778/1/65](https://doi.org/10.1088/0004-637X/778/1/65). — arXiv: [1309.5646](https://arxiv.org/abs/1309.5646) [astro-ph.HE]. — (Цит. на с. 8).
33. Global simulations of axisymmetric radiative black hole accretion discs in general relativity with a mean-field magnetic dynamo / A. Sadowski [и др.] // MNRAS. — 2015. — Февр. — Т. 447. — С. 49–71. — DOI: [10.1093/mnras/stu2387](https://doi.org/10.1093/mnras/stu2387). — arXiv: [1407.4421](https://arxiv.org/abs/1407.4421) [astro-ph.HE]. — (Цит. на с. 9).
34. *Hind J. R.* On a new Variable Star // MNRAS. — 1856. — Янв. — Т. 16. — С. 56–56. — DOI: [10.1093/mnras/16.3.56](https://doi.org/10.1093/mnras/16.3.56). — (Цит. на с. 9).
35. *Kraft R. P.* Binary Stars among Cataclysmic Variables. I. U Geminorum Stars (dwarf Novae). // ApJ. — 1962. — Март. — Т. 135. — С. 408. — DOI: [10.1086/147280](https://doi.org/10.1086/147280). — (Цит. на с. 9).
36. *Krzeminski W.* The Eclipsing Binary U Geminorum. // ApJ. — 1965. — Окт. — Т. 142. — С. 1051. — DOI: [10.1086/148375](https://doi.org/10.1086/148375). — (Цит. на с. 9).

37. *Osaki Y.* An accretion model for the outbursts of U Geminorum stars // PASJ. — 1974. — Т. 26. — С. 429—436. — (Цит. на с. 9).
38. *Hoshi R.* Accretion Model for Outbursts of Dwarf Nova // Progress of Theoretical Physics. — 1979. — Май. — Т. 61. — С. 1307—1319. — DOI: [10.1143/PTP.61.1307](https://doi.org/10.1143/PTP.61.1307). — (Цит. на с. 9, 34, 61, 95).
39. *Meyer F., Meyer-Hofmeister E.* On the Elusive Cause of Cataclysmic Variable Outbursts // A&A. — 1981. — Т. 104. — С. L10. — (Цит. на с. 9, 34, 61, 95).
40. *Smak J.* Accretion in cataclysmic binaries. I - Modified alpha-disks with convection // Acta Astron. — 1982. — Т. 32. — С. 199—211. — (Цит. на с. 9, 21, 34, 95, 117).
41. *Smak J.* Accretion in Cataclysmic Binaries - Part Two - Observational Data // Acta Astron. — 1982. — Т. 32. — С. 213. — (Цит. на с. 9).
42. *Smak J.* Accretion in cataclysmic binaries. III - Helium binaries // Acta Astron. — 1983. — Т. 33. — С. 333—337. — (Цит. на с. 9).
43. *Smak J.* Accretion in cataclysmic binaries. IV - Accretion disks in dwarf novae // Acta Astron. — 1984. — Т. 34. — С. 161—189. — (Цит. на с. 9, 61).
44. *Papaloizou J., Pringle J. E.* Tidal torques on accretion discs in close binary systems // MNRAS. — 1977. — Ноябрь. — Т. 181. — С. 441—454. — DOI: [10.1093/mnras/181.3.441](https://doi.org/10.1093/mnras/181.3.441). — (Цит. на с. 10).
45. Accretion disc outbursts: a new version of an old model / J.-M. Hameury [и др.] // MNRAS. — 1998. — Август. — Т. 298. — С. 1048—1060. — (Цит. на с. 10, 21, 26, 117).
46. *Ichikawa S., Osaki Y.* Time evolution of the accretion disk radius in a dwarf nova // PASJ. — 1992. — Февр. — Т. 44. — С. 15—26. — (Цит. на с. 11).
47. X-ray irradiation in low-mass binary systems / G. Dubus [и др.] // MNRAS. — 1999. — Февр. — Т. 303. — С. 139—147. — (Цит. на с. 11, 72, 73, 78).
48. *Lynden-Bell D., Pringle J. E.* The evolution of viscous discs and the origin of the nebular variables. // MNRAS. — 1974. — Сент. — Т. 168. — С. 603—637. — DOI: [10.1093/mnras/168.3.603](https://doi.org/10.1093/mnras/168.3.603). — (Цит. на с. 11).
49. *King A. R., Ritter H.* The light curves of soft X-ray transients // MNRAS. — 1998. — Январ. — Т. 293. — С. L42—L48. — DOI: [10.1046/j.1365-8711.1998.01295.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.1998.01295.x). — (Цит. на с. 11, 27, 56, 74, 75).

50. *Lipunova G. V.* Evolution of Finite Viscous Disks with Time-independent Viscosity // *ApJ*. — 2015. — Май. — Т. 804. — С. 87. — DOI: [10.1088/0004-637X/804/2/87](https://doi.org/10.1088/0004-637X/804/2/87). — arXiv: [1503.09093](https://arxiv.org/abs/1503.09093) [[astro-ph.HE](#)]. — (Цит. на с. 11, 26, 56).
51. *Tanaka T.* Exact time-dependent solutions for the thin accretion disc equation: boundary conditions at finite radius // *MNRAS*. — 2011. — Янв. — Т. 410. — С. 1007–1017. — DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.17496.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.17496.x). — arXiv: [1007.4474](https://arxiv.org/abs/1007.4474) [[astro-ph.HE](#)]. — (Цит. на с. 12).
52. *Любарский Ю. Э., Шакура Н. И.* Нелинейные автомодельные задачи нестационарной дисковой аккреции // *Письма в Астрономический журнал*. — 1987. — Окт. — Т. 13. — С. 917–928. — (Цит. на с. 12).
53. *Filipov L. G.* Self-similar problems of the time-dependant discs accretion and the nature of the temporary X-ray sources // *Advances in Space Research*. — 1984. — Т. 3. — С. 305–313. — DOI: [10.1016/0273-1177\(84\)90107-8](https://doi.org/10.1016/0273-1177(84)90107-8). — (Цит. на с. 12).
54. *Lipunova G. V., Shakura N. I.* New solution to viscous evolution of accretion disks in binary systems // *A&A*. — 2000. — Апр. — Т. 356. — С. 363–372. — eprint: [astro-ph/0103274](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0103274). — (Цит. на с. 12, 23, 26, 27, 54, 56, 60, 80).
55. *Rayleigh L.* On the Dynamics of Revolving Fluids // *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. — 1917. — Т. 93, № 648. — С. 148–154. — ISSN 0950-1207. — DOI: [10.1098/rspa.1917.0010](https://doi.org/10.1098/rspa.1917.0010). — eprint: <http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/93/648/148.full.pdf>. — URL: <http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/93/648/148>. — (Цит. на с. 12).
56. *Раздобурдин Д. Н., Журавлёв В. В.* Транзиентная динамика возмущений в астрофизических дисках // *Усп. физ. наук*. — 2015. — Т. 185, № 11. — С. 1129–1161. — DOI: [10.3367/UFNr.0185.201511a.1129](https://doi.org/10.3367/UFNr.0185.201511a.1129). — URL: <http://ufn.ru/ru/articles/2015/11/a/>. — (Цит. на с. 12).
57. *Lominadze D. G., Chagelishvili G. D., Chanishvili R. G.* The Evolution of Nonaxisymmetric Shear Perturbations in Accretion Disks // *Soviet Astronomy Letters*. — 1988. — Сент. — Т. 14. — С. 364. — (Цит. на с. 13).
58. *Велихов Е. П.* Устойчивость течения идеально проводящей жидкости между вращающимися цилиндрами в магнитном поле // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. — 1959. — Т. 36, № 5. — С. 1398–1404. — (Цит. на с. 13).

59. *Chandrasekhar S.* The Stability of Non-Dissipative Couette Flow in Hydromagnetics // Proceedings of the National Academy of Science. — 1960. — Февр. — Т. 46. — С. 253—257. — DOI: [10.1073/pnas.46.2.253](https://doi.org/10.1073/pnas.46.2.253). — (Цит. на с. 13).
60. *Balbus S. A., Hawley J. F.* A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I - Linear analysis. II - Nonlinear evolution // *ApJ*. — 1991. — Июль. — Т. 376. — С. 214—233. — DOI: [10.1086/170270](https://doi.org/10.1086/170270). — (Цит. на с. 13, 81).
61. *Курбатов Е. П., Бусикало Д. В., Кайгородов П. В.* О возможном механизме возникновения турбулентности в аккреционных дисках немагнитных двойных звёзд // *Усп. физ. наук*. — 2014. — Т. 184, № 8. — С. 851—863. — DOI: [10.3367/UfNr.0184.201408c.0851](https://doi.org/10.3367/UfNr.0184.201408c.0851). — URL: <http://ufn.ru/ru/articles/2014/8/c/>. — (Цит. на с. 13).
62. *Kotko I., Lasota J.-P.* The viscosity parameter  $\alpha$  and the properties of accretion disc outbursts in close binaries // *A&A*. — 2012. — Сент. — Т. 545. — A115. — DOI: [10.1051/0004-6361/201219618](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201219618). — arXiv: [1209.0017](https://arxiv.org/abs/1209.0017) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/1209.0017)]. — (Цит. на с. 13, 49, 61, 62).
63. *Suleimanov V. F., Lipunova G. V., Shakura N. I.* Modeling of non-stationary accretion disks in X-ray novae A 0620-00 and GRS 1124-68 during outburst // *A&A*. — 2008. — Ноябрь. — Т. 491. — С. 267—277. — DOI: [10.1051/0004-6361:200810155](https://doi.org/10.1051/0004-6361:200810155). — arXiv: [0805.1001](https://arxiv.org/abs/0805.1001). — (Цит. на с. 13, 27, 29, 32, 36, 49, 57, 72, 73, 79).
64. *Bell K. R., Lin D. N. C.* Using FU Orionis outbursts to constrain self-regulated protostellar disk models // *ApJ*. — 1994. — Июнь. — Т. 427. — С. 987—1004. — DOI: [10.1086/174206](https://doi.org/10.1086/174206). — eprint: [astro-ph/9312015](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9312015). — (Цит. на с. 15, 22, 57, 77, 79, 80, 91, 95).
65. *Malanchev K. L., Postnov K. A., Shakura N. I.* Convection in axially symmetric accretion discs with microscopic transport coefficients // **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**. — 2017. — Янв. — Т. 464. — С. 410—417. — DOI: [10.1093/mnras/stw2348](https://doi.org/10.1093/mnras/stw2348). — arXiv: [1609.03799](https://arxiv.org/abs/1609.03799) [[astro-ph.HE](https://arxiv.org/abs/1609.03799)]. — (Цит. на с. 17, 56, 81).
66. 3D modelling of accretion disc in eclipsing binary system V1239 Her / V. V. Lukin [и др.] // **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**. — 2017. — Май. — Т. 467. — С. 2934—2942. — DOI: [10.1093/mnras/stx309](https://doi.org/10.1093/mnras/stx309). — arXiv: [1702.00587](https://arxiv.org/abs/1702.00587) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/1702.00587)]. — (Цит. на с. 17, 100).
67. *Lipunova G. V., Malanchev K. L.* Determination of the turbulent parameter in the accretion disks: effects of self-irradiation in 4U 1543-47 during the 2002 outburst // **Monthly Notices**

- of the **Royal Astronomical Society**. — 2017. — DOI: [10.1093/mnras/stx768](https://doi.org/10.1093/mnras/stx768). — eprint: [1610.01399](https://arxiv.org/abs/1610.01399) (astro-ph.HE). — (Цит. на с. 17, 47, 50–52).
68. *Маланчев К. Л., Шакура Н. И.* Вертикальная конвекция в турбулизованном аккреционном диске и кривые блеска вспышки рентгеновской Новой А0620–00 1975 года // **Письма в Астрономический журнал**. — 2015. — Т. 41, № 12. — С. 859–871. — DOI: [10.7868/S0320010815120086](https://doi.org/10.7868/S0320010815120086). — arXiv: [1511.02356](https://arxiv.org/abs/1511.02356) [astro-ph.HE]. — (Цит. на с. 17, 26, 77, 80).
69. *Malanchev K.* Vertical convection in turbulent accretion disk and light curves of X-ray Nova A0620-00 // **Journal of Physics: Conference Series**. Т. 675. — 02.2016. — С. 032020. — (Journal of Physics: Conference Series). — DOI: [10.1088/1742-6596/675/3/032020](https://doi.org/10.1088/1742-6596/675/3/032020). — (Цит. на с. 17, 26).
70. Аккреционные процессы в астрофизике / Н. И. Шакура [и др.]. — Физматлит Москва, 2016. — С. 416. — ISBN 978-5-9221-1633-6. — (Цит. на с. 17).
71. The curtain remains open: NGC 2617 continues in a high state / V. L. Oknyansky [и др.] // MNRAS. — 2017. — Янв. — DOI: [10.1093/mnras/stx149](https://doi.org/10.1093/mnras/stx149). — arXiv: [1701.05042](https://arxiv.org/abs/1701.05042) [astro-ph.HE]. — (Цит. на с. 17).
72. *Malanchev K. L., Meshcheryakov A. V., Shakura N. I.* Modeling of Light Curves of X-ray Novae // Fifty years of Cosmic Era: Real and Virtual Studies of the Sky. Conference of Young Scientists of CIS Countries / под ред. А. М. Mickaelian, О. У. Malkov, N. N. Samus. — 05.2012. — С. 114–119. — (Цит. на с. 17).
73. *Маланчев К. Л., Липунова Г. В.* Модель эволюции аккреционного диска в широкой рентгеновской двойной 4U 1543–47 во время вспышки 2002 года // 13-я Конференция молодых учёных «Фундаментальные и прикладные космические исследования»: Сборник трудов. — ИКИ РАН Москва, 2016. — С. 44–53. — (Механика, управление и информатика). — (Цит. на с. 17).
74. *Malanchev K. L., Postnov K. A., Shakura N. I.* A Viscous-convective Instability in Laminar Keplerian Thin Discs // Proceedings of the meeting Radiation mechanisms of astrophysical objects: classics today. — Edit Print Erevan, 2016. — С. 331–337. — arXiv: [1603.04878](https://arxiv.org/abs/1603.04878). — (Цит. на с. 17, 81).
75. New outburst of NGC 2617 / V. L. Oknyansky [и др.] // The Astronomer's Telegram. — 2016. — Май. — Т. 9050. — (Цит. на с. 17).

76. *Lyubarskij Y. E., Shakura N. I.* Nonlinear self-similar problems of nonstationary disk accretion // Soviet Astronomy Letters. — 1987. — Окт. — Т. 13. — С. 386. — (Цит. на с. [21](#), [26](#), [53](#), [79](#)).
77. *Suleimanov V. F., Lipunova G. V., Shakura N. I.* The thickness of accretion  $\alpha$ -disks: Theory and observations // Astronomy Reports. — 2007. — Июль. — Т. 51. — С. 549–562. — DOI: [10.1134/S1063772907070049](#). — (Цит. на с. [21](#), [22](#), [99](#)).
78. *Mescheryakov A. V., Shakura N. I., Suleimanov V. F.* Vertical structure of the outer accretion disk in persistent low-mass X-ray binaries // Astronomy Letters. — 2011. — Май. — Т. 37. — С. 311–331. — DOI: [10.1134/S1063773711050045](#). — arXiv: [1108.4222 \[astro-ph.HE\]](#). — (Цит. на с. [21](#), [32](#)).
79. Cox and Giuli's Principles of Stellar Structure / A. Weiss [и др.]. — 2004. — (Цит. на с. [21](#), [25](#), [41](#), [43](#), [45](#), [46](#), [117](#)).
80. *Iglesias C. A., Rogers F. J.* Updated Opal Opacities // ApJ. — 1996. — Июнь. — Т. 464. — С. 943. — DOI: [10.1086/177381](#). — (Цит. на с. [21](#), [30](#), [77](#), [80](#)).
81. Low-Temperature Opacities / J. W. Ferguson [и др.] // ApJ. — 2005. — Апр. — Т. 623. — С. 585–596. — DOI: [10.1086/428642](#). — eprint: [astro-ph/0502045](#). — (Цит. на с. [21](#), [30](#)).
82. *Akima H.* Algorithm 761: scattered-data surface fitting that has the accuracy of a cubic polynomial // ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS). — 1996. — Т. 22, № 3. — С. 362–371. — (Цит. на с. [21](#)).
83. *Lipunova G. V., Shakura N. I.* // Izvestia Akademii Nauk, Seria Fizicheskaya. — 2003. — Март. — Т. 67. — С. 322–327. — (Цит. на с. [22](#), [27](#), [35](#)).
84. *Ketsaris N. A., Shakura N. I.* On the Calculation of the Vertical Structure of Accretion Discs // Astronomical and Astrophysical Transactions. — 1998. — Т. 15. — С. 193. — DOI: [10.1080/10556799808201769](#). — (Цит. на с. [22](#), [24](#), [26](#), [56](#), [82](#), [91](#), [94](#), [99](#)).
85. *Buxton M. M., Bailyn C. D.* The 2002 Outburst of the Black Hole X-Ray Binary 4U 1543-47: Optical and Infrared Light Curves // ApJ. — 2004. — Нояб. — Т. 615. — С. 880–886. — DOI: [10.1086/424503](#). — eprint: [astro-ph/0408156](#). — (Цит. на с. [23](#), [49](#), [50](#), [68](#), [69](#), [71](#)).
86. *Landau L. D., Lifshitz E. M.* Statistical physics. Pt.1, Pt.2. — 1980. — (Цит. на с. [25](#), [41](#), [104](#)).

87. The dwarf nova V1239 herculis in quiescence / Т. S. Khruzina [и др.] // *Astronomy Reports*. — 2015. — Апр. — Т. 59. — С. 288—312. — DOI: [10.1134/S1063772915040034](https://doi.org/10.1134/S1063772915040034). — (Цит. на с. [25](#), [100—103](#)).
88. *Cherepashchuk A. M.* X-ray Nova Binary Systems // *Space Sci. Rev.* — 2000. — Авг. — Т. 93. — С. 473—580. — (Цит. на с. [26](#), [34](#), [35](#)).
89. *Postnov K. A., Yungelson L. R.* The Evolution of Compact Binary Star Systems // *Living Reviews in Relativity*. — 2014. — Май. — Т. 17. — С. 3. — DOI: [10.12942/lrr-2014-3](https://doi.org/10.12942/lrr-2014-3). — arXiv: [1403.4754](https://arxiv.org/abs/1403.4754) [[astro-ph.HE](#)]. — (Цит. на с. [26](#)).
90. *Dubus G., Hameury J.-M., Lasota J.-P.* The disc instability model for X-ray transients: Evidence for truncation and irradiation // *A&A*. — 2001. — Июль. — Т. 373. — С. 251—271. — DOI: [10.1051/0004-6361:20010632](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20010632). — eprint: [astro-ph/0102237](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0102237). — (Цит. на с. [26](#), [56—58](#), [65](#), [72](#), [73](#), [75](#)).
91. Long-term quasi-periodicity of 4U 1636-536 resulting from accretion disc instability / М. Wisniewicz [и др.] // *ArXiv e-prints*. — 2015. — Июль. — arXiv: [1507.00349](https://arxiv.org/abs/1507.00349) [[astro-ph.HE](#)]. — (Цит. на с. [26](#)).
92. *Ertan Ü., Alpar M. A.* On the outbursts of black hole soft X-ray transients // *A&A*. — 2002. — Окт. — Т. 393. — С. 205—214. — DOI: [10.1051/0004-6361:20020998](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20020998). — eprint: [astro-ph/0207214](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0207214). — (Цит. на с. [27](#), [56](#)).
93. *Cannizzo J. K.* On the Role of Irradiation and Evaporation in Strongly Irradiated Accretion Disks in the Black Hole X-Ray Binaries: Toward an Understanding of FREDs and Secondary Maxima // *ApJ*. — 2000. — Май. — Т. 534. — С. L35—L38. — DOI: [10.1086/312650](https://doi.org/10.1086/312650). — eprint: [astro-ph/0004165](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0004165). — (Цит. на с. [27](#)).
94. *Ichikawa S., Osaki Y.* Tidal torques on accretion disks in close binary systems // *PASJ*. — 1994. — Дек. — Т. 46. — С. 621—628. — (Цит. на с. [28](#)).
95. *Kato S., Fukue J., Mineshige S.* Black-Hole Accretion Disks — Towards a New Paradigm —. — 03.2008. — (Цит. на с. [28](#)).
96. *Eggleton P. P.* Approximations to the radii of Roche lobes // *ApJ*. — 1983. — Май. — Т. 268. — С. 368. — DOI: [10.1086/160960](https://doi.org/10.1086/160960). — (Цит. на с. [29](#), [57](#)).
97. *Paczynski B.* A model of accretion disks in close binaries // *ApJ*. — 1977. — Сент. — Т. 216. — С. 822—826. — (Цит. на с. [29](#), [38](#), [57](#)).

98. The Chemical Composition of the Sun / M. Asplund [и др.] // ARA&A. — 2009. — Сент. — Т. 47. — С. 481–522. — DOI: [10.1146/annurev.astro.46.060407.145222](https://doi.org/10.1146/annurev.astro.46.060407.145222). — arXiv: [0909.0948](https://arxiv.org/abs/0909.0948) [astro-ph.SR]. — (Цит. на с. 30).
99. *Jimenez-Garate M. A., Raymond J. C., Liedahl D. A.* The Structure and X-Ray Recombination Emission of a Centrally Illuminated Accretion Disk Atmosphere and Corona // ApJ. — 2002. — Дек. — Т. 581. — С. 1297–1327. — DOI: [10.1086/344364](https://doi.org/10.1086/344364). — eprint: [astro-ph/0208488](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0208488). — (Цит. на с. 32).
100. *Balucinska-Church M., McCammon D.* Photoelectric absorption cross sections with variable abundances // ApJ. — 1992. — Дек. — Т. 400. — С. 699. — DOI: [10.1086/172032](https://doi.org/10.1086/172032). — (Цит. на с. 33).
101. *Chen W., Shrader C. R., Livio M.* The Properties of X-Ray and Optical Light Curves of X-Ray Novae // ApJ. — 1997. — Дек. — Т. 491. — С. 312–338. — eprint: [astro-ph/9707138](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9707138). — (Цит. на с. 34, 35).
102. *Cannizzo J. K., Shafter A. W., Wheeler J. C.* On the outburst recurrence time for the accretion disk limit cycle mechanism in dwarf novae // ApJ. — 1988. — Окт. — Т. 333. — С. 227–235. — DOI: [10.1086/166739](https://doi.org/10.1086/166739). — (Цит. на с. 34).
103. *Lloyd C., Noble R., Penston M. V.* The light curve of V616 Mon = A0620-00. // MNRAS. — 1977. — Июнь. — Т. 179. — С. 675–681. — (Цит. на с. 35).
104. All-Sky Monitor observations of the decay of A0620-00 /Nova Monocerotis 1975/ / L. J. Kaluzienski [и др.] // ApJ. — 1977. — Февр. — Т. 212. — С. 203–210. — (Цит. на с. 37).
105. The Spin of the Black Hole in the Soft X-ray Transient A0620-00 / L. Gou [и др.] // ApJ. — 2010. — Авг. — Т. 718. — С. L122–L126. — DOI: [10.1088/2041-8205/718/2/L122](https://doi.org/10.1088/2041-8205/718/2/L122). — arXiv: [1002.2211](https://arxiv.org/abs/1002.2211) [astro-ph.HE]. — (Цит. на с. 35).
106. *Gelino D. M., Harrison T. E., Orosz J. A.* A Multiwavelength, Multiepoch Study of the Soft X-Ray Transient Prototype, V616 Monocerotis (A0620-00) // AJ. — 2001. — Нояб. — Т. 122. — С. 2668–2678. — DOI: [10.1086/323714](https://doi.org/10.1086/323714). — eprint: [astro-ph/0108094](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0108094). — (Цит. на с. 35).
107. The Inclination of the Soft X-Ray Transient A0620-00 and the Mass of its Black Hole / A. G. Cantrell [и др.] // ApJ. — 2010. — Февр. — Т. 710. — С. 1127–1141. — DOI: [10.1088/0004-637X/710/2/1127](https://doi.org/10.1088/0004-637X/710/2/1127). — arXiv: [1001.0261](https://arxiv.org/abs/1001.0261) [astro-ph.HE]. — (Цит. на с. 35).

108. *Mescheryakov A. V., Revnivtsev M. G., Filippova E. V.* Parameters of irradiated accretion disks from optical and X-ray observations of GS 1826-238 // *Astronomy Letters*. — 2011. — Дек. — Т. 37. — С. 826—844. — DOI: [10.1134/S1063773711120073](https://doi.org/10.1134/S1063773711120073). — (Цит. на с. 37, 73).
109. *Orosz J. A.* Inventory of black hole binaries // *A Massive Star Odyssey: From Main Sequence to Supernova*. Т. 212 / под ред. K. van der Hucht, A. Herrero, C. Esteban. — 2003. — С. 365. — (IAU Symposium). — eprint: [astro-ph/0209041](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0209041). — (Цит. на с. 47, 50, 53).
110. *Orbital Parameters for the Soft X-Ray Transient 4U 1543-47: Evidence for a Black Hole* / J. A. Orosz [и др.] // *ApJ*. — 1998. — Май. — Т. 499. — С. 375—384. — DOI: [10.1086/305620](https://doi.org/10.1086/305620). — eprint: [astro-ph/9712018](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9712018). — (Цит. на с. 47, 71).
111. *Revised parameters for the black hole binary 4U 1543-47* / J. A. Orosz [и др.] // *Bulletin of the American Astronomical Society*. — 2002. — Дек. — Т. 34. — С. 1124—+. — (Цит. на с. 47).
112. *Smak J.* Outbursts of dwarf novae // *PASP*. — 1984. — Янв. — Т. 96. — С. 5—18. — (Цит. на с. 47, 54).
113. *Lasota J.-P.* The disc instability model of dwarf novae and low-mass X-ray binary transients // *New Astronomy Review*. — 2001. — Июнь. — Т. 45. — С. 449—508. — (Цит. на с. 47, 48).
114. *King A. R., Pringle J. E., Livio M.* Accretion disc viscosity: how big is alpha? // *MNRAS*. — 2007. — Апр. — Т. 376. — С. 1740—1746. — DOI: [10.1111/j.1365-2966.2007.11556.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2007.11556.x). — (Цит. на с. 48).
115. *Spectral and Timing Evolution of the Black Hole X-Ray Nova 4U 1543-47 during Its 2002 Outburst* / S. Q. Park [и др.] // *ApJ*. — 2004. — Июль. — Т. 610. — С. 378—389. — DOI: [10.1086/421511](https://doi.org/10.1086/421511). — eprint: [astro-ph/0308363](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0308363). — (Цит. на с. 50).
116. *Arnaud K. A.* XSPEC: The First Ten Years // *Astronomical Data Analysis Software and Systems V*. Т. 101 / под ред. G. H. Jacoby & J. Barnes. — 1996. — С. 17—20. — (Astronomical Society of the Pacific Conference Series). — (Цит. на с. 50).
117. *Multitemperature Blackbody Spectrum of a Thin Accretion Disk around a Kerr Black Hole: Model Computations and Comparison with Observations* / L.-X. Li [и др.] // *ApJS*. — 2005. — Апр. — Т. 157. — С. 335—370. — DOI: [10.1086/428089](https://doi.org/10.1086/428089). — (Цит. на с. 50, 52, 75).

118. A Simple Comptonization Model / J. F. Steiner [и др.] // PASP. — 2009. — Ноябрь. — Т. 121. — С. 1279–1290. — DOI: [10.1086/648535](https://doi.org/10.1086/648535). — arXiv: [0810.1758](https://arxiv.org/abs/0810.1758). — (Цит. на с. 50, 52).
119. *Titarchuk L.* Generalized Comptonization models and application to the recent high-energy observations // ApJ. — 1994. — Октябрь. — Т. 434. — С. 570–586. — DOI: [10.1086/174760](https://doi.org/10.1086/174760). — (Цит. на с. 50, 52).
120. *Laor A.* Line profiles from a disk around a rotating black hole // ApJ. — 1991. — Июль. — Т. 376. — С. 90–94. — DOI: [10.1086/170257](https://doi.org/10.1086/170257). — (Цит. на с. 52).
121. *Ebisawa K.* Spectral Study of Black Hole Candidates Observed with Ginga : дис. ... канд. наук / Ebisawa K. — Institute of Space, Astronautical Science/Japan Aerospace Exploration Agency, 1991. — (Цит. на с. 52).
122. *Morningstar W. R., Miller J. M.* The Spin of the Black Hole 4U 1543-47 // ApJ. — 2014. — Октябрь. — Т. 793. — С. L33. — DOI: [10.1088/2041-8205/793/2/L33](https://doi.org/10.1088/2041-8205/793/2/L33). — arXiv: [1408.7028](https://arxiv.org/abs/1408.7028) [astro-ph.HE]. — (Цит. на с. 50, 76).
123. *Shahbaz T., Charles P. A., King A. R.* Soft X-ray transient light curves as standard candles: exponential versus linear decays // MNRAS. — 1998. — Декабрь. — Т. 301. — С. 382–388. — DOI: [10.1046/j.1365-8711.1998.01991.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.1998.01991.x). — eprint: [astro-ph/9807174](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9807174). — (Цит. на с. 56).
124. Optical Light Curves of the Black Hole Binaries GRS 1124-68 and A0620-00 in Outburst: The Importance of Irradiation / A. A. Esin [и др.] // ApJ. — 2000. — Апрель. — Т. 532. — С. 1069–1077. — DOI: [10.1086/308615](https://doi.org/10.1086/308615). — (Цит. на с. 56, 71).
125. *Meyer F., Meyer-Hofmeister E.* HZ Her/Her X-1 - an alternative model for the 35d cycle? // A&A. — 1984. — Ноябрь. — Т. 140. — С. L35–L38. — (Цит. на с. 56, 58).
126. *Meyer F., Meyer-Hofmeister E.* Mass-flow oscillations in irradiated disks around neutron stars // A&A. — 1990. — Ноябрь. — Т. 239. — С. 214–220. — (Цит. на с. 56).
127. *Suleimanov V. F., Lipunova G. V., Shakura N. I.* The thickness of accretion  $\alpha$ -disks: Theory and observations // Astronomy Reports. — 2007. — Июль. — Т. 51. — С. 549–562. — DOI: [10.1134/S1063772907070049](https://doi.org/10.1134/S1063772907070049). — (Цит. на с. 57, 58, 72, 73, 79).
128. *Tuchman Y., Mineshige S., Wheeler J. C.* Structure and evolution of irradiated accretion disks. I - Static thermal equilibrium structure. II - Dynamical evolution of a thermally unstable torus // ApJ. — 1990. — Август. — Т. 359. — С. 164–185. — DOI: [10.1086/169045](https://doi.org/10.1086/169045). — (Цит. на с. 58).

129. The evolving accretion disc in the black hole X-ray transient XTE J1859+226 / R. I. Hynes [и др.] // MNRAS. — 2002. — Март. — Т. 331. — С. 169–179. — DOI: [10.1046/j.1365-8711.2002.05175.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.2002.05175.x). — eprint: [astro-ph/0111333](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0111333). — (Цит. на с. 58, 73).
130. *Lyutyi V. M., Sunyaev R. A.* Nature of the optical variability in the x-ray binaries Cygnus X-2 and Scorpius X-1 // Soviet Ast. — 1976. — Июнь. — Т. 20. — С. 290. — (Цит. на с. 58).
131. *Cunningham C.* Returning radiation in accretion disks around black holes. // ApJ. — 1976. — Сент. — Т. 208. — С. 534–549. — DOI: [10.1086/154636](https://doi.org/10.1086/154636). — (Цит. на с. 58).
132. *Meyer F.* Transition waves in accretion disks // A&A. — 1984. — Февр. — Т. 131. — С. 303–308. — (Цит. на с. 61).
133. *Lin D. N. C., Faulkner J., Papaloizou J.* On the evolution of accretion disc flow in cataclysmic variables. III - Outburst properties of constant and uniform-alpha model discs // MNRAS. — 1985. — Янв. — Т. 212. — С. 105–149. — DOI: [10.1093/mnras/212.1.105](https://doi.org/10.1093/mnras/212.1.105). — (Цит. на с. 61).
134. *Cannizzo J. K.* On the decay of outbursts in dwarf novae and X-ray novae // ApJ. — 1994. — Ноябрь. — Т. 435. — С. 389–397. — DOI: [10.1086/174821](https://doi.org/10.1086/174821). — (Цит. на с. 61).
135. *Vishniac E. T., Wheeler J. C.* The Speed of Cooling Fronts and the Functional Form of the Dimensionless Viscosity in Accretion Disks // ApJ. — 1996. — Ноябрь. — Т. 471. — С. 921. — DOI: [10.1086/178019](https://doi.org/10.1086/178019). — eprint: [astro-ph/9603159](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9603159). — (Цит. на с. 61).
136. *Menou K., Hameury J.-M., Stehle R.* Structure and properties of transition fronts in accretion discs // MNRAS. — 1999. — Май. — Т. 305. — С. 79–89. — DOI: [10.1046/j.1365-8711.1999.02396.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.1999.02396.x). — eprint: [astro-ph/9811188](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9811188). — (Цит. на с. 61, 66).
137. *Smak J.* Unsolved problems of dwarf nova outbursts // New A Rev. — 2000. — Апр. — Т. 44. — С. 171–175. — DOI: [10.1016/S1387-6473\(00\)00033-6](https://doi.org/10.1016/S1387-6473(00)00033-6). — (Цит. на с. 61).
138. Global optical/infrared-X-ray correlations in X-ray binaries: quantifying disc and jet contributions / D. M. Russell [и др.] // MNRAS. — 2006. — Сент. — Т. 371. — С. 1334–1350. — DOI: [10.1111/j.1365-2966.2006.10756.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2006.10756.x). — eprint: [astro-ph/0606721](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0606721). — (Цит. на с. 68).
139. A Multiwavelength Study of Cygnus X-1: The First Mid-infrared Spectroscopic Detection of Compact Jets / F. Rahoui [и др.] // ApJ. — 2011. — Июль. — Т. 736. — С. 63. — DOI: [10.1088/0004-637X/736/1/63](https://doi.org/10.1088/0004-637X/736/1/63). — arXiv: [1105.0336](https://arxiv.org/abs/1105.0336) [[astro-ph.HE](https://arxiv.org/abs/astro-ph.HE)]. — (Цит. на с. 68).

140. *Poutanen J., Veledina A.* Modelling Spectral and Timing Properties of Accreting Black Holes: The Hybrid Hot Flow Paradigm // *Space Sci. Rev.* — 2014. — Сент. — Т. 183. — С. 61–85. — DOI: [10.1007/s11214-013-0033-3](https://doi.org/10.1007/s11214-013-0033-3). — arXiv: [1312.2761](https://arxiv.org/abs/1312.2761) [astro-ph.HE]. — (Цит. на с. 68).
141. *Cox A.* Allen's Astrophysical Quantities. — Springer New York, 2015. — ISBN 9781461211860. — URL: <https://books.google.ru/books?id=TjDtCAAQBAJ>. — (Цит. на с. 71).
142. *Suleimanov V., Meyer F., Meyer-Hofmeister E.* Efficiency of soft X-ray radiation reprocessing in supersoft X-ray sources // *A&A.* — 1999. — Окт. — Т. 350. — С. 63–72. — (Цит. на с. 72).
143. *Suleimanov V., Meyer F., Meyer-Hofmeister E.* High efficiency of soft X-ray radiation reprocessing in supersoft X-ray sources due to multiple scattering // *A&A.* — 2003. — Апр. — Т. 401. — С. 1009–1015. — DOI: [10.1051/0004-6361:20030159](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20030159). — (Цит. на с. 73).
144. *Gierliński M., Done C., Page K.* Reprocessing of X-rays in the outer accretion disc of the black hole binary XTE J1817-330 // *MNRAS.* — 2009. — Янв. — Т. 392. — С. 1106–1114. — DOI: [10.1111/j.1365-2966.2008.14166.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2008.14166.x). — arXiv: [0808.4064](https://arxiv.org/abs/0808.4064). — (Цит. на с. 73).
145. *Cunningham C. T.* The effects of redshifts and focusing on the spectrum of an accretion disk around a Kerr black hole // *ApJ.* — 1975. — Дек. — Т. 202. — С. 788–802. — (Цит. на с. 75).
146. Three-Dimensional Simulations of Magnetized Thin Accretion Disks around Black Holes: Stress in the Plunging Region / R. Shafee [и др.] // *ApJ.* — 2008. — Ноябрь. — Т. 687. — С. L25. — DOI: [10.1086/593148](https://doi.org/10.1086/593148). — arXiv: [0808.2860](https://arxiv.org/abs/0808.2860). — (Цит. на с. 76).
147. *Reynolds C. S., Fabian A. C.* Broad Iron- $K\alpha$  Emission Lines as a Diagnostic of Black Hole Spin // *ApJ.* — 2008. — Март. — Т. 675. — С. 1048–1056. — DOI: [10.1086/527344](https://doi.org/10.1086/527344). — arXiv: [0711.4158](https://arxiv.org/abs/0711.4158). — (Цит. на с. 76).
148. Stellar-Mass Black Hole Spin Constraints from Disk Reflection and Continuum Modeling / J. M. Miller [и др.] // *ApJ.* — 2009. — Май. — Т. 697. — С. 900–912. — DOI: [10.1088/0004-637X/697/1/900](https://doi.org/10.1088/0004-637X/697/1/900). — arXiv: [0902.2840](https://arxiv.org/abs/0902.2840) [astro-ph.HE]. — (Цит. на с. 76).

149. *van Paradijs J., Verbunt F.* A comparison of soft x-ray transients and dwarf novae // American Institute of Physics Conference Series. Т. 115 / под ред. S. E. Woosley. — 05.1984. — С. 49—62. — (American Institute of Physics Conference Series). — DOI: [10.1063/1.34556](https://doi.org/10.1063/1.34556). — (Цит. на с. 78).
150. *Lasota J.-P., Dubus G., Kruk K.* Stability of helium accretion discs in ultracompact binaries // A&A. — 2008. — Август. — Т. 486. — С. 523—528. — DOI: [10.1051/0004-6361:200809658](https://doi.org/10.1051/0004-6361:200809658). — arXiv: [0802.3848](https://arxiv.org/abs/0802.3848). — (Цит. на с. 78).
151. *Shakura N. I.* Disk Model of Gas Accretion on a Relativistic Star in a Close Binary System. // Soviet Ast. — 1973. — Апрель. — Т. 16. — С. 756. — (Цит. на с. 81).
152. *Pringle J. E.* Accretion discs in astrophysics // ARA&A. — 1981. — Т. 19. — С. 137—162. — DOI: [10.1146/annurev.aa.19.090181.001033](https://doi.org/10.1146/annurev.aa.19.090181.001033). — (Цит. на с. 81).
153. *Balbus S. A., Hawley J. F.* Instability, turbulence, and enhanced transport in accretion disks // Reviews of Modern Physics. — 1998. — Январь. — Т. 70. — С. 1—53. — DOI: [10.1103/RevModPhys.70.1](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.70.1). — (Цит. на с. 81).
154. *Shakura N., Postnov K.* A viscous instability in axially symmetric laminar shear flows // MNRAS. — 2015. — Апрель. — Т. 448. — С. 3707—3717. — DOI: [10.1093/mnras/stv262](https://doi.org/10.1093/mnras/stv262). — arXiv: [1502.01888](https://arxiv.org/abs/1502.01888) [[astro-ph.HE](https://arxiv.org/abs/1502.01888)]. — (Цит. на с. 81).
155. *Shakura N., Postnov K.* A viscous-convective instability in laminar Keplerian thin discs - II. Anelastic approximation // MNRAS. — 2015. — Август. — Т. 451. — С. 3995—4004. — DOI: [10.1093/mnras/stv1246](https://doi.org/10.1093/mnras/stv1246). — arXiv: [1506.00526](https://arxiv.org/abs/1506.00526) [[astro-ph.HE](https://arxiv.org/abs/1506.00526)]. — (Цит. на с. 81).
156. *Razdoburdin D. N., Zhuravlev V. V.* Transient dynamics of perturbations in astrophysical disks // Physics Uspekhi. — 2015. — Ноябрь. — Т. 58. — С. 1031—1058. — DOI: [10.3367/UFNe.0185.201511a.1129](https://doi.org/10.3367/UFNe.0185.201511a.1129). — arXiv: [1512.08897](https://arxiv.org/abs/1512.08897) [[astro-ph.HE](https://arxiv.org/abs/1512.08897)]. — (Цит. на с. 81).
157. *Paczynski B.* Ion viscosity in hot accretion disks // Acta Astron. — 1978. — Т. 28. — С. 253—274. — (Цит. на с. 82).
158. *Lesur G., Ogilvie G. I.* On the angular momentum transport due to vertical convection in accretion discs // MNRAS. — 2010. — Май. — Т. 404. — С. L64—L68. — DOI: [10.1111/j.1745-3933.2010.00836.x](https://doi.org/10.1111/j.1745-3933.2010.00836.x). — arXiv: [1002.4621](https://arxiv.org/abs/1002.4621) [[astro-ph.EP](https://arxiv.org/abs/1002.4621)]. — (Цит. на с. 82, 99).
159. *Spitzer L.* Physics of Fully Ionized Gases. — 1962. — (Цит. на с. 87, 98).
160. Molecular theory of gases and liquids. Т. 26 / J. O. Hirschfelder [и др.]. — Wiley New York, 1954. — (Цит. на с. 87).

161. SciPy: Open source scientific tools for Python / E. Jones, T. Oliphant, P. Peterson [и др.]. — 2001—. — URL: <http://www.scipy.org/> ; [Online; accessed 2016-06-22]. — (Цит. на с. 94).
162. Algorithm 778: L-BFGS-B: Fortran subroutines for large-scale bound-constrained optimization / C. Zhu [и др.] // ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS). — 1997. — Т. 23, № 4. — С. 550–560. — (Цит. на с. 94).
163. *Dierckx P.* Curve and surface fitting with splines. — Oxford University Press, 1995. — (Цит. на с. 94).
164. *Taylor R. J.* Vertical energy transport in optically thick steady accretion discs // MNRAS. — 1980. — Апр. — Т. 191. — С. 135–150. — DOI: [10.1093/mnras/191.1.135](https://doi.org/10.1093/mnras/191.1.135). — (Цит. на с. 95).
165. *Lin D. N. C., Papaloizou J.* On the structure and evolution of the primordial solar nebula // MNRAS. — 1980. — Апр. — Т. 191. — С. 37–48. — DOI: [10.1093/mnras/191.1.37](https://doi.org/10.1093/mnras/191.1.37). — (Цит. на с. 95).
166. *Boyd D., Oksanen A., Henden A.* Measurement of the orbital and superhump periods of the eclipsing cataclysmic variable SDSS J170213.26+322954.1 // Journal of the British Astronomical Association. — 2006. — Авг. — Т. 116. — С. 187. — eprint: [astro-ph/0601712](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0601712). — (Цит. на с. 100).
167. Evidence for the absence of a stream-disk shock interaction in semi-detached binary systems: Comparison of mathematical modeling results and observations / D. V. Bisikalo [и др.] // Astronomy Reports. — 1998. — Янв. — Т. 42. — С. 33–45. — eprint: [astro-ph/9802134](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9802134). — (Цит. на с. 101).
168. Three-dimensional numerical simulation of gaseous flow structure in semidetached binaries / D. V. Bisikalo [и др.] // MNRAS. — 1998. — Окт. — Т. 300. — С. 39–48. — DOI: [10.1046/j.1365-8711.1998.01815.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.1998.01815.x). — eprint: [astro-ph/9805261](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9805261). — (Цит. на с. 101).
169. *Ju W., Stone J. M., Zhu Z.* Global MHD Simulations of Accretion Disks in Cataclysmic Variables. I. The Importance of Spiral Shocks // ApJ. — 2016. — Июнь. — Т. 823. — С. 81. — DOI: [10.3847/0004-637X/823/2/81](https://doi.org/10.3847/0004-637X/823/2/81). — arXiv: [1604.00715](https://arxiv.org/abs/1604.00715) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/astro-ph.SR)]. — (Цит. на с. 107).
170. *Toro E. F., Spruce M., Speares W.* Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver // Shock Waves. — 1994. — Т. 4, № 1. — С. 25–34. — ISSN 1432-2153. — DOI: [10.1007/BF01414629](https://doi.org/10.1007/BF01414629). — URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01414629>. — (Цит. на с. 107).

171. Synthetic Doppler maps of gaseous flows in semidetached binaries based on the results of 3D gas dynamical simulations / D. V. Bisikalo [и др.] // ArXiv Astrophysics e-prints. — 2000. — Нояб. — eprint: [astro-ph/0011402](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0011402). — (Цит. на с. 107, 110).

## Список иллюстративного материала

I	Схематическое изображение S-кривой . . . . .	10
1.1	Схематическое изображение аккреционного диска с атмосферой . . . . .	30
1.2	Кривая блеска A 0620–00 (1975) в полосе <i>B</i> для массы чёрной дыры $M_x = 6,6 M_\odot$ . . . . .	35
1.3	Кривая блеска A 0620–00 (1975) в полосе <i>B</i> для массы чёрной дыры $M_x = 12 M_\odot$ . . . . .	36
1.4	Рентгеновская кривая блеска A 0620–00 (1975) в полосе 3–6 кэВ для массы чёрной дыры $M_x = 6,6 M_\odot$ . . . . .	37
1.5	Рентгеновская кривая блеска A 0620–00 (1975) в полосе 3–6 кэВ для массы чёрной дыры $M_x = 12 M_\odot$ . . . . .	38
1.6	Вертикальное распределение логарифмических градиентов температуры в конвективном диске . . . . .	40
2.1	Эволюция модельных спектральных параметров для 4U 1543–47 (2002) . . . . .	48
2.2	Пиковый темп аккреции во время вспышки 4U 1543–47 (2002) . . . . .	51
2.3	Схематическое изображение распределения момента вязких сил в диске . . . . .	55
2.4	Зависимость радиуса горячей зоны диска в 4U 1543–47 (2002) от массы чёрной дыры . . . . .	59
2.5	Зависимость предельных значений $C_{\text{итг}}$ , определяющих тип эволюции горячего диска в 4U 1543–47 (2002), от параметра Керра . . . . .	60
2.6	Зависимость параметра $\alpha$ от массы чёрной дыры в случае контроля размера диска центральным рентгеновским излучением для 4U 1543–47 (2002) . . . . .	63
2.7	Результат моделирования зоны, контролируемой самооблучением, для 4U 1543–47 (2002) . . . . .	64
2.8	Значения $\alpha$ , полученные для 4U 1543–47 (2002) в рамках модели холодного фронта . . . . .	66
2.9	Результат использования модели холодного фронта для 4U 1543–47 (2002) . . . . .	67
2.10	Оптические кривые блеска 4U 1543–47 (2002) в полосе <i>V</i> . . . . .	69
2.11	Оптические кривые блеска 4U 1543–47 (2002) в полосе <i>J</i> . . . . .	70
2.12	Результат моделирования диска с постоянным радиусом для 4U 1543–47 (2002) . . . . .	74
2.13	Отношение темпа аккреции в пике вспышки 4U 1543–47 (2002), полученного при $i = 20,7^\circ$ , к полученному при $i = 32^\circ$ . . . . .	77
2.14	Модели эволюции $\dot{M}(t)$ для различных законов непрозрачности . . . . .	77

3.1	Вертикальное распределение безразмерной температуры $\theta$ в тонком кеплеровском диске с ионной вязкостью и электронной теплопроводностью . . . . .	88
3.2	Вертикальное распределение различных безразмерных величин в кеплеровском $\alpha$ -диске . . . . .	96
3.3	Вертикальное распределение различных безразмерных величин в кеплеровском диске с ионной вязкостью . . . . .	97
4.1	Наблюдаемые кривые блеска V 1239 Her в спокойном состоянии . . . . .	103
4.2	Распределение различных величин аккреционного потока V 1239 Her в орбитальной плоскости . . . . .	108
4.3	Ударная волна в области взаимодействия струи и диска в V 1239 Her . . . . .	109
4.4	Трёхмерное изображение V 1239 Her до и после затмения . . . . .	110
4.5	Вид V 1239 Her для наблюдателя на различных орбитальных фазах . . . . .	112
4.6	Задаваемое изменение темпа истечения в V 1239 Her . . . . .	113
4.7	Сравнение расчётных и наблюдаемых кривых блеска V 1239 Her . . . . .	114

**Список таблиц**

1.1	Параметры модели для А 0620–00 (1975) . . . . .	39
2.1	Сводка спектральных параметров моделирования 4U 1543–47 (2002) . . . . .	52