

Зубюк Андрей Владимирович

**МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ
ОБЪЕКТОВ СО СЛУЧАЙНО ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ФОРМОЙ ПО
ИХ ИЗОБРАЖЕНИЯМ**

Специальность 05.13.18 — «Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ»

Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата
физико-математических наук

Работа выполнена на кафедре математического моделирования и информатики физического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова

Научный руководитель доктор физико-математических наук, профессор
Пытьев Юрий Петрович

Официальные оппоненты: **Визильтер Юрий Валентинович**
доктор физико-математических наук,
ФГУП «Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем»,
начальник подразделения

Каркищенко Александр Николаевич
доктор физико-математических наук, профессор,
ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»,
профессор

Ведущая организация Федеральный исследовательский центр
«Информатика и управление» Российской
академии наук

Защита состоится «16» июня 2017 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета Д 501.002.09 при Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова по адресу: 119991, г. Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 4, НИВЦ МГУ, большой конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке МГУ имени М. В. Ломоносова (Ломоносовский проспект, д. 27) и на сайте http://istina.msu.ru/media/dissertations/dissertation/a59/bac/38234880/Zubyuk-tekst_dissertatsii.pdf

Автореферат разослан « ____ » _____ 2017 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета

Суворов В. В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность и степень научной разработанности проблемы

В связи с появлением компьютерной техники и её бурным развитием в последние десятилетия всё большее внимание уделяется автоматизации различных видов человеческой деятельности, обусловленных интеллектуальными возможностями человека, а также его способностью анализировать зрительные образы. Примером такой деятельности является получение информации о пространственных характеристиках сцен по изображениям и видеосигналам, в частности: идентификация объектов по их изображениям, определение размеров и других геометрических параметров изображённых объектов, поиск известного объекта на предъявленном изображении, анализ изменений сцены по серии её изображений, зарегистрированных в разные моменты времени при неизвестных условиях освещения.

Первые работы в этой области относятся к середине – второй половине прошлого столетия. Так, например, в работах [Hough 1959; Hough 1962]¹ предложен метод обнаружения на предъявленном бинарном изображении (изображении, яркость которого может принимать только 2 значения, соответствующие «чёрному» и «белому» цветам) белых прямых линий, в основу которого легло преобразование, названное впоследствии преобразованием Хафа. В работах [Matheron 1975; Serra 1982]² представлены методы математической морфологии Матерона-Серра, изначально разработанные для анализа структуры минералов по бинарным изображениям их тонких срезов. Начиная с последней четверти прошлого века данная область получает бурное развитие, и в настоящее время представлена целым рядом направлений как в России: морфологический анализ изображений, непрерывная морфология бинарных изображений, знаковые представления в задачах анализа изображений и др., так и по всему миру — в дополнение к математической морфологии Матерона-Серра и методам, основанным на преобразовании Хафа, отметим методы контурной морфологии на базе Фурье-дескрипторов, представления в межмасштабном пространстве кривизны (Curvature Scale Space, CSS) и др. [Пытьев 1975; Пытьев, Животников 2001; Пытьев 2013; Местецкий 2009; Гончаров 2009; Каркищенко, Гончаров 2010; Zahn, Roskies 1972; Mokhtarian, Bober 2013]³. При этом исследования

¹Hough P. V. C. Machine Analysis Of Bubble Chamber Pictures // Proc. 2nd International Conference on High-Energy Accelerators and Instrumentation. 1959. С. 554—558; Hough P. V. C. Method and Means for Recognizing Complex Patterns: Patent. 18 дек. 1962.

²Matheron G. Random Sets and Integral Geometry. New York, John Wiley & Sons, 1975; Serra J. Image Analysis and Mathematical Morphology. London: Academic Press Inc. Ltd., 1982.

³Пытьев Ю. П. Морфологические понятия в задачах анализа изображений // Докл. АН СССР. 1975. Т. 224, № 6. С. 1283—1286; Пытьев Ю. П., Животников Г. С. Теоретико-вероятностные и теоретико-возможностные модели распознавания. Сравнительный анализ // Интеллектуальные системы. 2001. Т. 6, 1–4. С. 63—90; Пытьев Ю. П. Косые проекторы и относительные формы в морфологии изображений // ЖВМиМФ. 2013. Т. 53, № 12. С. 154—176; Местецкий Л. М. Непрерывная морфология бинарных изображений: фигуры, скелеты, цирку-

последних лет позволили охарактеризовать единую математическую природу различных морфологических методов и подытожить результаты исследований в области морфологии изображений в виде хорошо оформленного «курса лекций и практических занятий» [Визильтер, Желтов 2008; Визильтер 2009; Визильтер, Желтов, др. 2010]⁴.

Среди всех подобных методов выделим методы морфологического анализа изображений, развиваемые с 70-ых годов XX века под руководством профессора Московского университета Ю. П. Пытьева и положенные в основу настоящей диссертации. В основе математических методов морфологии Пытьева, изначально предназначенных для анализа полутонных изображений, лежит идея инвариантности относительно изменения априори неизвестных условий регистрации. Ключевым математическим понятием в морфологии Пытьева является понятие *формы заданного изображения* сцены как множества всех её изображений, представляющих геометрические характеристики сцены и составляющих её объектов не более детально, чем заданное. Форма изображения сцены несёт всю информацию о геометрических характеристиках сцены и составляющих её объектов, доступную по этому изображению.

На сегодняшний день морфология Пытьева является одним из наиболее эффективных инструментов решения задач анализа сцен по изображениям, зарегистрированным при радикально различающихся условиях освещения и параметрах регистрирующей аппаратуры (камеры), например, задачи выделения новых объектов на городской улице на основе сравнения двух её изображений, полученных при яркой солнечной погоде и в пасмурный день, задачи узнавания объекта по изображениям, полученным в разных спектральных диапазонах и др. С другой стороны, при решении прикладных задач анализа изображений зачастую приходится иметь дело с объектами, геометрические формы которых могут изменяться в известных пределах, сохраняя при этом характерные особенности, свойственные формам именно этих объектов. К таким задачам относятся задача идентификации личности по изображению лица (трудность данной задачи обусловлена как возможными вариациями условий освещения, так и вариациями причёски, мимики и т. д.), задача идентификации личности по изоб-

ляры. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009; Гончаров А. В. Исследование свойств знакового представления изображений в задачах распознавания образов // Известия ЮФУ. Технические науки. Тематический выпуск «Актуальные проблемы математического моделирования». 2009. № 8. С. 97; Каркищенко А. Н., Гончаров А. В. Исследование устойчивости знакового представления изображений // Автоматика и телемеханика. 2010. № 9. С. 57—69; Zahn C. T., Roskies R. Z. Fourier descriptors for plane closed curves // IEEE Transactions on Computers. 1972. Т. 100, № 3. С. 269—281; Mokhtarian F., Bober M. Curvature scale space representation: theory, applications, and MPEG-7 standardization. Springer Science & Business Media, 2013.

⁴Визильтер Ю. В., Желтов С. Ю. Проективные морфологии и их применение в структурном анализе цифровых изображений // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2008. № 6. С. 113—128; Визильтер Ю. В. Теория и методы морфологического анализа изображений: дис. ... док. физ.-мат. наук : 05.13.17 / Визильтер Юрий Валентинович. ФГУП «ГосНИИАС», 2009; Визильтер Ю. В., Желтов С. Ю., др. Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения. Курс лекций и практических занятий. М.: Физматкнига, 2010.

ражению ладони (геометрическая форма которой определяется, среди прочего, неизвестным заранее относительным положением пальцев) и т. п.

В связи с тем, что методы морфологии Пытьева, изначально не ориентированные на решение задач анализа изображений объектов с изменяющейся формой, не позволяют строить вычислительно эффективные алгоритмы их решения, представляет интерес развитие методов, совмещающих инвариантность относительно изменения заведомо неизвестных условий освещения и параметров регистрирующей аппаратуры с возможностью анализа изображений объектов, геометрические формы которых подвержены изменениям. В диссертации данная проблема рассмотрена на примере важной прикладной задачи идентификации объектов по их изображениям.

Цель работы

Целью диссертации является разработка математических методов, позволяющих анализировать изображения в терминах, инвариантных относительно изменения условий освещения и параметров регистрирующей аппаратуры (что характерно для морфологии Пытьева), и позволяющих решать задачи идентификации объектов с изменяющейся геометрической формой по их изображениям. Под объектом со случайно изменяющейся геометрической формой (или просто — случайно изменяющейся формой) в диссертации понимается подвижный эластичный физический объект, геометрическая форма которого может изменяться в известных пределах, сохраняя при этом характерные особенности, свойственные форме именно этого объекта, либо объект, выбранный наугад из класса объектов, геометрические формы которых имеют общие характерные особенности. Предполагается, что процедура регистрации изображений подобного объекта такова, что его геометрическая форма, запечатлённая на каждом конкретном изображении, является результатом случайного выбора из множества всех его форм.

Задачи работы

Задачами диссертации являются:

- 1) Разработка для вероятностной и возможностной моделей методов математического моделирования форм изображений объектов со случайно изменяющейся геометрической формой, зарегистрированных при неизвестных и изменяющихся условиях освещения и параметрах регистрирующей аппаратуры.
- 2) Постановка и решение математических задач идентификации объектов со случайно изменяющейся формой по их изображениям как задач минимизации вероятности и возможности ошибки.
- 3) Разработка методов обучения идентификации объектов, т. е. построения оптимальных правил идентификации по обучающей выборке изображений объектов со случайно изменяющейся формой.

- 4) Разработка алгоритмов и комплекса программ для решения задач идентификации объектов по их изображениям. Сравнительный анализ методов идентификации, разработанных в рамках вероятностной и возможностной моделей случайной формы изображения.

Научная новизна работы

Научная новизна диссертации состоит в том, что впервые:

- 1) Разработаны методы математического моделирования случайных форм изображений, позволившие расширить область применимости морфологии Пытьева на задачи анализа изображений объектов со случайно изменяющейся геометрической формой.
- 2) Определено понятие сравнительной близости форм изображений, на основе которого введена функция конкурентного сходства форм изображений и разработан метод определения её числовых значений.
- 3) На основе анализа понятия сравнительной близости форм изображений получены оценки вероятности ошибки определения формы изображения методом ближайшего соседа при искажении изображения случайным аддитивным шумом. Это позволило предложить методы сведения математических задач идентификации объектов со случайно изменяющейся формой по их изображениям к упрощённым конечномерным задачам оптимизации, разработать численные методы и алгоритмы поиска приближённых решений исходных задач идентификации и их программные реализации.
- 4) Разработан программный модуль для построения компьютерных моделей стохастических экспериментов с изменяющимися вероятностными моделями по заданным (и неизменным) возможностным моделям этих экспериментов (ранее вопросы стохастического моделирования возможности были детально исследованы в [Пытьев, Животников 2001], где был предложен метод стохастического моделирования независимых в возможностном смысле одинаково распределённых нечётких величин, не подразумевающий, однако, изменения вероятностной модели).

Теоретическая и практическая значимость работы

Результаты, полученные в диссертации, могут быть применены при построении систем анализа сцен и формы объектов по их изображениям, таких как системы видеонаблюдения и контроля доступа, антитеррористические и биометрические системы, системы интерпретации микроскопических изображений, медицинской диагностики, анализа природных ресурсов Земли из космоса и т. д.

Методология и методы исследования

Теоретическая часть диссертационной работы выполнена с использованием теории меры и интеграла, теории вероятностей и математической статисти-

ки, теории возможностей, математических методов морфологического анализа изображений. Вычислительные эксперименты реализованы с помощью комплекса программ, разработанного с использованием языков программирования C++, Python, пакета программ Scilab, технологий Qt и NVIDIA CUDA.

Основные результаты, выносимые на защиту

- 1) Разработаны методы математического моделирования случайных форм изображений и реализованы для вероятностной и возможностной моделей.
- 2) Предложены методы сведения задач минимизации ошибок идентификации объектов со случайно изменяющейся формой по их изображениям к упрощенным конечномерным задачам оптимизации. Разработаны численные методы и алгоритмы поиска приближенных решений задач минимизации ошибок идентификации, в том числе с использованием обучающей выборки изображений. Получены оценки, характеризующие отклонение приближенных решений от истинных в зависимости от размера изображений в пикселях, а также величины допустимых вариаций условий освещения и параметров регистрирующей аппаратуры.
- 3) Разработаны алгоритмы поиска объектов со случайно изменяющейся формой на предъявленном изображении, допускающие программную реализацию с использованием параллельных вычислений на графических процессорах.
- 4) Разработан комплекс программ для идентификации и обучения идентификации объектов со случайно изменяющейся формой по их изображениям, поиска на предъявленном изображении объектов со случайно изменяющейся формой с использованием параллельных вычислений на графических процессорах, компьютерного моделирования вероятностной случайности возможностными методами.

Личный вклад автора

Все результаты диссертации получены автором лично. Математические постановки задач и анализ полученных результатов осуществлены совместно с Ю. П. Пытьевым.

Степень достоверности и апробация работы

Достоверность теоретических результатов, полученных в диссертационной работе, обоснована приведёнными доказательствами лемм и теорем, корректностью проведённых математических преобразований. Достоверность прикладных результатов подтверждена устойчивой работой разработанных алгоритмов и комплекса программ анализа формы изображений в проведённых вычислительных экспериментах и согласием полученных результатов с предсказаниями теории.

Основные результаты диссертации были представлены: на конференции

«Современные информационные технологии и ИТ-образование-I», 2005 г., на конференции «Математические методы распознавания образов-12», 2005 г., на конференции «Интеллектуальные системы и компьютерные науки-IX», 2006 г., на конференции «Математические методы распознавания образов-13», 2007 г., на конференции «Математические методы распознавания образов-15», 2011 г., на Московском морфологическом семинаре под рук. проф. Ю. П. Пытьева 22 сентября 2011 г., 01 ноября 2012 г. и 17 декабря 2015 г., на семинаре «Математические методы в естественных науках» под рук. проф. А. Н. Боголюбова 22 мая 2013 г., на семинаре «Обратные задачи математической физики» под рук. проф. А. Б. Бакушинского, проф. А. В. Тихонравова, проф. А. Г. Яголы 11 сентября 2013 г. и 11 марта 2015 г., на научно-методологическом семинаре НИВЦ МГУ под рук. проф. А. В. Тихонравова 3 ноября 2017 г.

Публикации

По теме диссертации опубликовано 11 работ, из которых 6 статей в рецензируемых печатных научных журналах и 5 статей в сборниках трудов конференций. В журналах из списка ВАК РФ опубликовано 5 статей.

Структура и объём работы

Диссертация написана на 138 страницах, состоит из титульного листа, оглавления, введения, четырёх глав, заключения, списка обозначений и сокращений, списка литературы (67 наименований) и приложения, содержит 23 рисунка.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

ВВЕДЕНИЕ

Во введении сформулированы цель, актуальность, задачи, основные результаты, научная новизна, практическая значимость диссертационного исследования, приведён список опубликованных по теме работ.

ГЛАВА 1. Математические методы морфологического анализа изображений и моделирования случайности и нечёткости (обзор литературы)

В первой главе приведён обзор литературы по математическим методам морфологического анализа изображений Пытьева и методам математического моделирования случайности и нечёткости.

Морфологический анализ изображений *Поле зрения* \mathcal{X} будем называть конечное множество точек координатной плоскости $\mathcal{X} = \{x_1, \dots, x_n\}$. Точки x_1, \dots, x_n называются *пикселями* и, как правило, располагаются в узлах прямоугольной сетки. *Полутоновым изображением* или просто *изображением* бу-

дем называть любую функцию $f(\cdot) : \mathcal{X} \rightarrow (-\infty, \infty)$, значения $f(x)$ которой будем интерпретировать как яркости пикселей $x \in \mathcal{X}$. Множество всех изображений с естественными линейными операциями и скалярным произведением $(f, g) = \sum_{i=1}^n f(x_i)g(x_i)$, $f(\cdot), g(\cdot) : \mathcal{X} \rightarrow (-\infty, \infty)$ есть n -мерное евклидово пространство изображений \mathcal{R}_n .

Определение 1. *Формой изображения* $f \in \mathcal{R}_n$ называется множество изображений $V_f = \{F(f(\cdot)) \mid F(\cdot) : (-\infty, \infty) \rightarrow (-\infty, \infty)\}$.

Математическое моделирование случайности и нечёткости Пусть $\mathcal{L} = ([0, 1], \leq, +, \bullet)$ — отрезок $[0, 1]$ с естественной упорядоченностью действительных чисел « \leq » и двумя алгебраическими операциями « $+$ » и « \bullet »: $a + b = \max\{a, b\}$, $a \bullet b = \min\{a, b\}$. Рассмотрим стохастический эксперимент, моделью которого является вероятностное пространство $(\Omega, \mathcal{A}, \text{Pr})$. Пусть Φ — множество всех монотонно неубывающих функций $\varphi(\cdot) : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, $\mathcal{P}(\Omega)$ — алгебра всех подмножеств Ω .

Определение 2. *Возможностью* [Пытьев 2000; Пытьев 2007]⁵ называется всякая функция $P : \mathcal{P}(\Omega) \rightarrow \mathcal{L}$, удовлетворяющая условиям $P(\emptyset) = 0$, $P(\Omega) = 1$. Тройка $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P)$ называется *пространством с возможностью*, а эксперимент, моделью которого оно является, называется *нечётким* (как нечёткий может рассматриваться также и стохастический эксперимент).

Определение 3. *Возможность* P называется *согласованной* с вероятностью Pr (на \mathcal{A}), если существует такая функция $\varphi(\cdot) \in \Phi$, что $P(A) = \varphi(\text{Pr}(A))$, $A \in \mathcal{A}$.

Определение 4. *Возможность* P называется *максимально согласованной* с вероятностью Pr (на \mathcal{A}), если она согласована с Pr (на \mathcal{A}), и для любой возможности P' , согласованной с Pr (на \mathcal{A}), найдётся такая функция $\varphi'(\cdot) \in \Phi$, что $P'(A) = \varphi'(P(A))$, $A \in \mathcal{A}$.

ГЛАВА 2. Математические модели случайной формы изображения

Во второй главе рассмотрены новые методы моделирования форм изображений, позволяющие учесть случайные изменения геометрической формы объектов сцены. Предложенные методы реализованы для вероятностной и возможностной моделей.

Геометрическая форма объекта и форма его изображения Изменение геометрической формы объекта приводит к изменению его изображения и, следовательно, формы его изображения, определённой согласно определению 1. Обозначим \mathbf{V} семейство форм изображений, соответствующих всевозможным

⁵Пытьев Ю. П. Возможность. Элементы теории и применения. М.: «Эдиториал УРСС», 2000; Пытьев Ю. П. Возможность как альтернатива вероятности. Математические и эмпирические основы, применение. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.

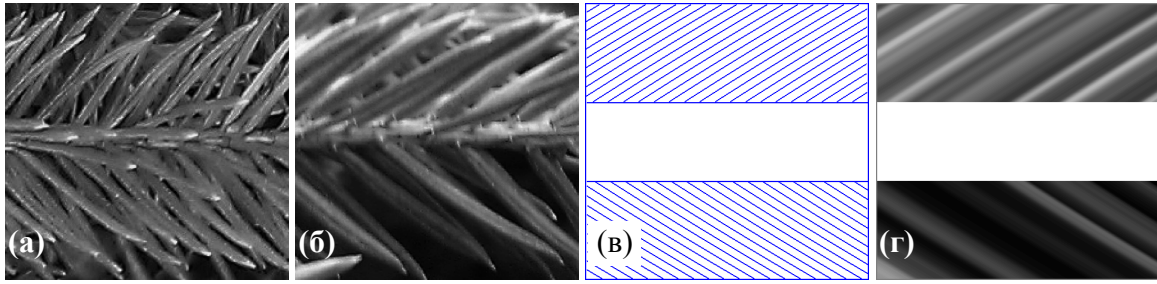


Рисунок 1 — (а, б) Примеры изображений еловых веток; (в) схематичное представление формы изображения «эталонной» еловой ветки — множества всех изображений с произвольными яркостями пикселей в центральной части изображения (её границы отмечены горизонтальными линиями) и полосами постоянной яркости, имеющими одинаковые кривизну и наклон в верхней и нижней частях (их границы отмечены наклонными линиями); (г) представитель формы изображения «эталонной» еловой ветки.

геометрическим формам объекта. В качестве примера могут быть рассмотрены изображения еловых веток, см. рис. 1. Определим форму изображения $V_{a_{\text{cur}}, a_{\text{inc}}} \subset \mathcal{R}_n$ «эталонной» еловой ветки (ветки с одинаковыми по форме иголками) как множество всех изображений с произвольными яркостями пикселей в центральной части изображения и полосами постоянной яркости, имеющими одинаковые кривизну a_{cur} и наклон a_{inc} (соответствующие кривизне и наклону иголок ветки) в верхней и нижней частях, см. рис. 1(в), 1(г). Тогда \mathbf{V} можно определить как множество всех форм, близких к $V_{a_{\text{cur}}, a_{\text{inc}}}$ при некоторых $a_{\text{cur}} \in A_{\text{cur}}$, $a_{\text{inc}} \in A_{\text{inc}}$, где A_{cur} и A_{inc} — множества, в пределах которых лежат значения параметров a_{cur} и a_{inc} . Вопросы определения близости на множестве форм изображений рассмотрены в главе 3.

Вероятностная модель случайной формы изображения

Определение 5. *Вероятностной моделью случайной формы изображения назовём вероятностное пространство $(\mathbf{V}, \mathcal{A}, \text{Pr})$, где \mathcal{A} — σ -алгебра подмножеств семейства \mathbf{V} , и Pr — вероятность, определённая на \mathcal{A} .*

Особенностью вероятностного пространства $(\mathbf{V}, \mathcal{A}, \text{Pr})$ является то, что всякое элементарное событие в нём есть форма изображения, т. е. подмножество пространства изображений \mathcal{R}_n .

Определение 6. *Случайной формой изображения, моделью которой является $(\mathbf{V}, \mathcal{A}, \text{Pr})$, назовём канонический случайный элемент \mathcal{V} вероятностного пространства $(\mathbf{V}, \mathcal{A}, \text{Pr})$, принимающий значения в \mathbf{V} , распределение вероятностей которого есть Pr .*

Идентификация Рассмотрим задачу идентификации объектов со случайной геометрической формой по их изображениям, искажённым случайным аддитивным шумом. Пусть заданы N вероятностных моделей случайных форм

изображений объектов $O_1, \dots, O_N: (\mathbf{V}, \mathcal{A}, \text{Pr}_1), \dots, (\mathbf{V}, \mathcal{A}, \text{Pr}_N)$. Модель $(\mathbf{V}, \mathcal{A}, \text{Pr}_i)$ соответствует объекту $O_i, i = 1, \dots, N$. Например, если решается задача определения породы ели по изображению её ветки, эти вероятностные модели должны соответствовать изображениям еловых веток N разных пород.

Пусть предъявленное изображение g является реализацией случайного элемента ξ :

$$\xi = \lambda(\mathcal{V}) + \nu, \quad (1)$$

где

- λ — неизвестная функция из множества Λ , моделирующая неизвестные условия регистрации изображения g ; семейство Λ определяет все возможные условия регистрации, причём $\forall V \in \mathbf{V}$ и $\forall \lambda' \in \Lambda \quad \lambda'(V) \in V$;
- \mathcal{V} — случайная форма изображения с распределением Pr_{i_*} ;
- ν — случайное изображение, моделирующее шум; далее будем считать ν абсолютно непрерывным относительно меры u , определенной на σ -алгебре \mathcal{C} подмножеств \mathcal{R}_n , с плотностью распределения $\text{pr}_{(\nu)}(\cdot) : \mathcal{R}_n \rightarrow [0, \infty)$.

Требуется по изображению g определить неизвестный номер i_* .

Введём обозначения $\Theta = \{1, \dots, N\} \times \Lambda$, $\Theta_i = \{i\} \times \Lambda, i = 1, \dots, N$. Пусть $\theta = (i, \lambda) \in \Theta$ — пара, состоящая из номера $i \in \{1, \dots, N\}$ и функции $\lambda \in \Lambda$. Задача определения неизвестного номера i_* по предъявленному изображению g является N -альтернативной статистической задачей проверки гипотез, в которой на основе реализации g случайного элемента ξ требуется сделать вывод о значении параметра $\theta \in \Theta$ его распределения $\text{pr}_{\xi}(f | \theta) = \int \text{pr}_{(\nu)}(f - \lambda(V)) d\text{Pr}_i(V), f \in \mathcal{R}_n$. Гипотезами в такой задаче являются множества $\Theta_i, i = 1, \dots, N$.

В связи с тем, что априори ни о номере i_* , ни об условиях регистрации изображения g ничего не известно, используем минимаксную постановку статистической задачи проверки гипотез, согласно которой требуется минимизировать максимальную вероятность ошибки:

$$\alpha(\pi) = \max_{i=1, \dots, N} \sup_{\lambda \in \Lambda} \left(1 - \int_{\mathcal{R}_n} \pi_i(f) \text{pr}_{\xi}(f | (i, \lambda)) du(f) \right) \sim \min_{\pi \in \mathcal{P}} \quad (2)$$

где \mathcal{P} — множество всех определённых на \mathcal{R}_n рандомизированных критериев в N -альтернативной статистической задаче проверки гипотез, т. е. \mathcal{P} — множество всех векторнозначных функций $\pi(\cdot) = (\pi_1(\cdot), \dots, \pi_N(\cdot)), \pi_i(\cdot) : \mathcal{R}_n \rightarrow [0, 1], \sum_{i=1}^N \pi_i(f) = 1, f \in \mathcal{R}_n$. При использовании критерия $\pi \in \mathcal{P}$ и предъявлении изображения $g \in \mathcal{R}_n$ решение принимается в пользу номера i , определяемого в дополнительном стохастическом эксперименте, в котором множество элементарных событий есть $\{1, \dots, N\}$, и $\pi_j(g)$ — вероятность реализации события $\{j\}, j = 1, \dots, N$.

Возможностная модель случайной формы изображения Далее в диссертации даны определения *нечёткой формы изображения* и её возможностной модели, аналогичные определениям 5, 6 (согласно принятой в теории возможностей терминологии для обозначения неопределённости вместо термина «случайность» используется термин «нечёткость»), рассмотрена схема регистрации изображений, аналогичная (1), и поставлена задача идентификации объектов по их изображениям, состоящая в минимизации *возможности* ошибки.

ГЛАВА 3. Численные методы решения задач идентификации объектов по их изображениям и моделирования вероятностной случайности возможностными методами

В третьей главе рассмотрены численные методы решения задач идентификации объектов со случайными геометрическими формами в вероятностной и возможностной постановках. В автореферате остановимся на задаче идентификации в вероятностной постановке — задаче (2), которую в общем случае не удаётся решить аналитически. В диссертации вводятся понятия *сравнительной близости форм изображений, каркаса семейства форм изображений*, предлагается основанный на них способ разбиения семейства форм \mathbf{V} и согласованного с ним разбиения пространства изображений \mathcal{R}_n . Данные разбиения используются для сведения (2) к конечномерной задаче линейного программирования или задаче, решение которой может быть получено методами квазиградиентного спуска. Численные методы решения задачи идентификации в возможностной постановке и их обоснования аналогичны.

Сравнительная близость форм изображений и каркас семейства форм изображений Пусть V, V_1, V_2 — линейные подпространства \mathcal{R}_n , ортогональные проекторы на которые обозначим Π, Π_1, Π_2 соответственно.

Определение 7. Для $h \geq 0$ форму V назовём *h -близкой к V_1 в сравнении с V_2* , если для всякого $f \in V$ $\|f - \Pi_2 f\|^2 - \|f - \Pi_1 f\|^2 \geq h \|f\|^2$.

Если форма V h -близка к V_1 в сравнении с V_2 при $h > 0$, то всякое изображение из V , кроме нулевого, ближе к V_1 , чем к V_2 . В этом случае максимальное значение h , при котором V h -близка к V_1 в сравнении с V_2 можно считать числовой мерой близости V к V_1 в сравнении с V_2 . Так как в определении 7 $\|f - \Pi_2 f\|^2 \leq \|f\|^2$, то величина h не может быть больше 1.

Пусть всякая форма из семейства форм \mathbf{V} является линейным подпространством \mathcal{R}_n . Пусть $\widehat{\mathbf{V}}$ и $\overline{\mathbf{V}}$ — конечные или пустые подмножества семейства \mathbf{V} , элементы которых обозначим $V_i, i = 1, \dots, \bar{M}$, причём $V_i \in \widehat{\mathbf{V}}$ при $i = 1, \dots, M$, и $V_i \in \overline{\mathbf{V}}$ при $i = M + 1, \dots, \bar{M}$. Выбрав $h \in [0, 1]$, определим подмножества $\mathbf{V}_k \subset \mathbf{V}, k = 0, \dots, M$, следующим образом:

— \mathbf{V}_0 — множество всех форм $V \in \mathbf{V}$, каждая из которых h -близка к некоторой форме $V' \in \overline{\mathbf{V}}$ в сравнении с любой формой $V'' \in \widehat{\mathbf{V}}$,

— \mathbf{V}_k — множество всех форм $V \in \mathbf{V} \setminus \mathbf{V}_0$, h -близких к V_k в сравнении с любой другой формой $V' \in \widehat{\mathbf{V}}$, $k = 1, \dots, M$.

Определение 8. Пару $(\widehat{\mathbf{V}}, \overline{\mathbf{V}})$ назовём h -каркасом семейства \mathbf{V} , если подмножества \mathbf{V}_k , $k = 0, \dots, M$, образуют разбиение \mathbf{V} .

Упрощённая постановка задачи идентификации и её решение Пусть \mathbf{V} имеет h -каркас $(\widehat{\mathbf{V}} = \{V_1, \dots, V_M\}, \overline{\mathbf{V}} = \{V_{M+1}, \dots, V_{\bar{M}}\})$. Пусть

$$\mathcal{L}_k = \left\{ f \in \mathcal{R}_n : \|\Pi_{V_k} f\| > \max_{\substack{j=1, \dots, \bar{M} \\ j \neq k}} \|\Pi_{V_j} f\| \right\}, \quad k = 1, \dots, \bar{M},$$

$$\mathcal{L}_0 = \mathcal{R}_n \setminus \bigcup_{k=1}^M \mathcal{L}_k, \quad \overline{\mathcal{L}} = \mathcal{R}_n \setminus \bigcup_{k=1}^{\bar{M}} \mathcal{L}_k,$$

где Π_V — проектор на форму $V \in \widehat{\mathbf{V}} \cup \overline{\mathbf{V}}$. Множества $\mathcal{L}_0, \dots, \mathcal{L}_M$ образуют разбиение \mathcal{R}_n . Обозначим $\mathcal{P}' \subset \mathcal{P}$ множество всех рандомизированных критериев $\pi' \in \mathcal{P}$, удовлетворяющих условиям $\forall k = 0, \dots, M, \forall f_1, f_2 \in \mathcal{L}_k \quad \pi'(f_1) = \pi'(f_2)$, т. е. сохраняющих значения на множествах $\mathcal{L}_0, \dots, \mathcal{L}_M$. Рассмотрим задачу

$$\alpha(\pi) = \max_{i=1, \dots, N} \sup_{\lambda \in \Lambda} \left(1 - \int_{\mathcal{R}_n} \pi_i(f) \text{pr}_\xi(f | \theta) du(f) \right) \sim \min_{\pi \in \mathcal{P}'}, \quad (3)$$

отличающуюся от (2) лишь тем, что минимизация максимальной вероятности ошибки $\alpha(\pi)$ в (3) производится выбором $\pi \in \mathcal{P}'$ вместо $\pi \in \mathcal{P}$. Так как $\mathcal{P}' \subset \mathcal{P}$, то, очевидно, $\min_{\pi \in \mathcal{P}'} \alpha(\pi) \geq \min_{\pi \in \mathcal{P}} \alpha(\pi)$. Величина $\min_{\pi \in \mathcal{P}'} \alpha(\pi) - \min_{\pi \in \mathcal{P}} \alpha(\pi)$ в общем случае зависит от способа разбиения \mathcal{R}_n на $\mathcal{L}_0, \dots, \mathcal{L}_M$, т. е., в конечном счёте, от выбора каркаса семейства \mathbf{V} . Преимущество задачи (3) перед (2) заключается в том, что решение (3) может быть найдено численно.

Действительно, обозначим $\widehat{\mathcal{P}}$ множество всех определённых на $\{0, \dots, M\}$ рандомизированных критериев в N -альтернативной задаче проверки статистических гипотез, т. е. множество всех векторнозначных функций $\widehat{\pi}(\cdot) = (\widehat{\pi}_1(\cdot), \dots, \widehat{\pi}_N(\cdot))$, $\widehat{\pi}_i(\cdot) : \{0, \dots, M\} \rightarrow [0, 1]$, $\sum_{i=1}^N \widehat{\pi}_i(k) = 1$, $k \in \{0, \dots, M\}$, и рассмотрим минимаксную задачу

$$\widehat{\alpha}(\widehat{\pi}) = \max_{i=1, \dots, N} \left(1 - \sum_{k=0}^M \widehat{\pi}_i(k) \text{Pr}_i(\mathbf{V}_k) \right) \sim \min_{\widehat{\pi} \in \widehat{\mathcal{P}}}. \quad (4)$$

Связь задач (3) и (4) определена следующей теоремой.

Теорема 1. Пусть множества изображений $\mathcal{L}_0, \dots, \mathcal{L}_M$ и $\overline{\mathcal{L}}$ u -измеримы, причём $u(\overline{\mathcal{L}}) = 0$. Пусть шум ν в (1) таков, что $\mathbf{E}(\nu, e) = 0$ и $\mathbf{E}(\nu, e)^2 = \sigma^2$ для всякого нормированного $e \in \mathcal{R}_n$, $\mathbf{E}(\nu, e_1)(\nu, e_2) = 0$ для любых двух ортогональных

$e_1, e_2 \in \mathcal{R}_n$, где \mathbf{E} — символ математического ожидания. Пусть множество Λ таково, что $\underline{b} \leq \sqrt{1/n} \|\lambda(V)\| \leq \bar{b}$ для любых $\lambda \in \Lambda$, $V \in \mathbf{V}$. Пусть $\hat{\pi}^*$ — решение задачи (4), и критерий $\pi' \in \mathcal{P}'$ определён как

$$\begin{aligned} \pi'(f) &= \hat{\pi}^* \left(\hat{k}(f) \right), \text{ где } \hat{k}(f) = \\ &= \begin{cases} \arg \max_{k=1, \dots, \bar{M}} \|\Pi_{V_k} f\|, & \arg \max_{k=1, \dots, \bar{M}} \|\Pi_{V_k} f\| \leq M, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad f \in \mathcal{R}_n. \end{aligned} \quad (5)$$

Тогда

$$\alpha(\pi') - \min_{\pi \in \mathcal{P}'} \alpha(\pi) \leq \sigma^2 \sum_{i=1}^{\bar{M}} \dim V_i / \left(n \bar{b}^2 \left(\left(4 + h \underline{b}^2 / \bar{b}^2 \right)^{1/2} - 2 \right)^2 \right). \quad (6)$$

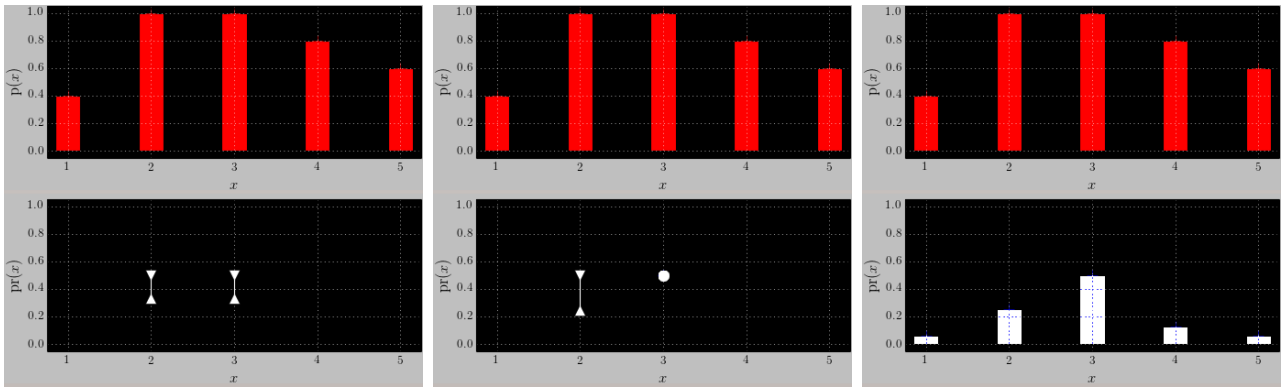
Задача (4), в свою очередь, сводится известным способом к конечномерной задаче линейного программирования либо к задаче поиска наименее благоприятного априорного распределения, которая может быть решена методами квази-градиентного спуска. Также в диссертации предложены и обоснованы численные методы решения задачи (2) с использованием обучающей выборки изображений путём формальной замены в (4) вероятностей событий на их частоты.

ГЛАВА 4. Программный комплекс для решения задач идентификации и выделения объектов на изображениях и компьютерного моделирования случайности возможностными методами

В четвёртой главе рассмотрены особенности программной реализации численных методов, предложенных в главе 3, а также результаты, полученные с использованием разработанного программного комплекса. Программный комплекс состоит из нескольких программных модулей.

Программный модуль для компьютерного моделирования вероятностной случайности возможностными методами позволяет строить вероятность \Pr , с которой максимально согласована заданная возможность P (см. определение 4), как вероятность, распределение которой отвечает известным линейным ограничениям [Пытьев 2007]. Модуль реализован с использованием среды Scilab, технологии Qt и языка python и позволяет строить \Pr с участием пользователя посредством специализированного графического интерфейса, см. рис. 2, автоматически, а также реализовывать стохастический эксперимент с заданной вероятностной моделью (Ω, \mathcal{A}, P) .

Идентификация объектов со случайными геометрическими формами Предложенные в третьей главе численные методы приближённого построения оптимальных критериев (правил идентификации) в задаче идентификации объектов со случайными геометрическими формами по их изображениям реализо-



(а) Пользователю предложены диапазоны значений вероятностей наиболее возможных элементарных событий — вертикальные отрезки, ограниченные треугольными маркерами.

(б) Пользователь выбрал значение из предложенного диапазона — кружок в нижней части окна. На основе сделанного выбора корректируются диапазоны значений ещё не заданных вероятностей.

(в) Построение вероятности P_r завершено. Нижняя гистограмма — распределение P_r .

Рисунок 2 — Отдельные этапы работы с графическим интерфейсом пользователя для построения вероятности P_r , с которой максимально согласована возможность P . Верхние гистограммы — заданное пользователем распределение возможности P .

ваны в среде Scilab. Полученный программный модуль для построения оптимальных вероятностных (см. задачу (3)) и возможностных правил идентификации протестирован на реальных данных в задаче идентификации породы ели по изображению её ветки. Для этого было зарегистрировано по 100 изображений веток *голубой* и *европейской* елей, см. рис. 1 на стр. 10. В проведённых тестах при объёме обучающей выборки $L > 50$ оба критерия (и вероятностный, и возможностный) продемонстрировали частоту ошибок, не превышающую 0.08 (8%), что можно признать вполне удовлетворительным с учётом того, что в ряде случаев изображения веток голубой и европейской елей практически не отличаются.

Кроме того, программный модуль для построения оптимальных вероятностных и возможностных правил идентификации протестирован с использованием модельных данных, сгенерированных с помощью программного модуля для компьютерного моделирования вероятностной случайности возможностными методами, рассмотренного выше. Результаты тестирования представлены на рис. 3, 4 и позволяют сделать следующие выводы: качество идентификации при использовании возможностного критерия более устойчиво к изменениям модели идентификации, чем при использовании вероятностного (заметное ухудшение качества идентификации с использованием вероятностного критерия при изменении модели идентификации является проявлением «эффекта переобучения»: критерий, близкий к оптимальному в рамках одной модели идентифика-

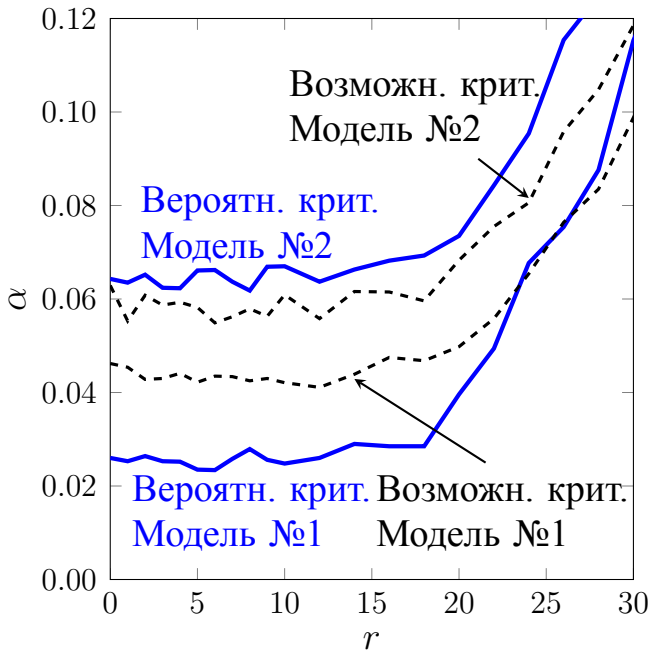


Рисунок 3 — Зависимость максимальной частоты ошибок идентификации α от отношения r корня из дисперсии аддитивного шума, искажающего тестовые изображения, к разности максимальной и минимальной яркости неискажённого изображения, полученная в вычислительном эксперименте. Для тестирования использовались данные, полученные в рамках *двух вероятностных моделей*: модели №1 и модели №2. Для идентификации использовались *два критерия*: вероятностный (близкий к оптимальному в рамках модели №1) и возможностный (близкий к оптимальному в рамках возможностной модели, согласованной с моделями №1 и №2). Качество идентификации при использовании возможностного критерия более устойчиво к изменениям модели идентификации, чем при использовании вероятностного.

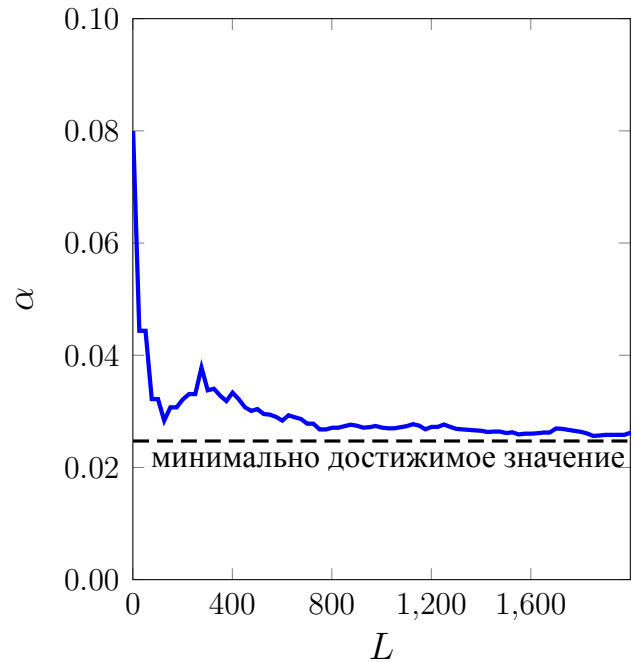


Рисунок 4 — Сплошная линия — полученная в вычислительном эксперименте зависимость от L максимальной вероятности ошибки идентификации α для вероятностного критерия, построенного по обучающей выборке изображений объёма L , пунктир — её минимально достижимое значение. Построенный по обучающей выборке вероятностный критерий приблизился по качеству к оптимальному лишь при $L \approx 10^3$. В том же эксперименте оптимальный возможностный критерий был построен по обучающей выборке безошибочно при всех $L > 10^2$.

ции, зачастую оказывается весьма далёким от оптимального для любой другой модели), скорость обучения идентификации с использованием возможных методов может быть значительно выше, чем скорость обучения идентификации с использованием вероятностных методов.

Программный модуль для построения алгоритмов поиска известного объекта со случайной формой на предъявленном изображении Разработанные в предыдущих главах методы анализа изображений со случайной формой могут быть использованы не только для решения задачи идентификации, но и для поиска известного объекта на предъявленном изображении. Однако решение этой задачи гораздо более затратно в вычислительном плане, чем решение задачи идентификации. В связи с этим в диссертации предложена эффективная программная реализация основных необходимых для осуществления поиска вычислений, использующая графические процессоры (GPU).

Пусть H — прямоугольное подмножество поля зрения \mathcal{X} . Задача поиска заданного объекта на предъявленном изображении g сводится к поиску такого сдвигового преобразования τ_* , что фрагмент g_{τ_*} изображения g , попавший в область поля зрения $\tau_* \circ H$, полученную из H сдвигом τ_* , имеет случайную или нечёткую форму, модель которой есть $(\mathbf{V}, \mathcal{A}, \text{Pr})$ или $(\mathbf{V}, \mathcal{A}, \text{P})$ соответственно. В связи с этим для поиска преобразования τ_* следует найти проекции $\Pi_V g_\tau$ для всех $V \in \mathbf{V}$ и всех сдвиговых преобразований τ , см. теорему 1 на стр. 13, где Π_V — ортогональный проектор на форму $V \in \mathbf{V}$.

В диссертации предложена схема ускорения подсчёта величин $\Pi_V g_\tau$ за счёт параллельных вычислений на GPU с поддержкой технологии CUDA.

В предложенной схеме используются двумерные блоки потоков и трёхмерный грид блоков. Каждый поток отвечает за вычисление одной из проекций $\Pi_V g_\tau$ на основе данных, загружаемых в быструю разделяемую память: фрагмента изображения g , включающего g_τ , и областей постоянной яркости, соответствующих форме V . Схема распределения данных по потокам одного блока приведена на рис. 5. В ходе проведённого эксперимента вычисления на GPU «NVIDIA GeForce GTX 480» дали ускорение в 25.64 раза по сравнению с вычислениями на одном ядре процессора «Intel Core i7-980X» с тактовой частотой 3.33 ГГц.

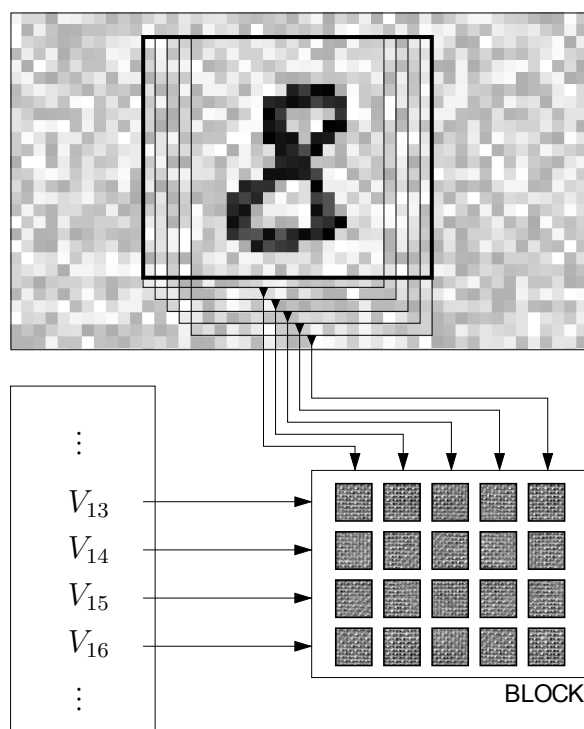


Рисунок 5 — Схема распределения данных по потокам графического процессора.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанные для вероятностной и возможностной моделей методы математического моделирования случайных форм изображений позволили расширить область применимости морфологии Пытьева на задачи анализа изображений объектов со случайно изменяющейся геометрической формой, а введённое понятие сравнительной близости форм изображений позволило свести задачи минимизации ошибок идентификации таких объектов по их изображениям к упрощённым конечномерным задачам оптимизации, разработать численные методы и алгоритмы их приближённого решения и получить оценки, характеризующие отклонение приближённых решений от истинных.

Предложенные методы и алгоритмы идентификации и поиска объектов со случайно изменяющейся формой на изображениях реализованы в виде комплекса программ, оптимизированного для работы на высокопроизводительных графических процессорах (GPU). Разработанный программный комплекс протестирован как на модельных кусочно-постоянных изображениях, показав результаты, согласующиеся с предсказаниями теории, так и на реальных изображениях — в задаче идентификации породы ели по фотографии её ветки. В проведённом с использованием разработанного программного комплекса сравнительном анализе вероятностных и возможных методов идентификации последние продемонстрировали большую устойчивость качества идентификации к малым изменениям модели случайной формы, а обучение идентификации в возможностном варианте потребовало меньше обучающих примеров.

Введённое в диссертации понятие сравнительной близости форм изображений и полученные оценки для вероятности ошибки определения формы изображения могут быть использованы при теоретическом анализе качества морфологических методов анализа изображений, искажённых случайным аддитивным шумом. Разработанные в диссертации методы и программный комплекс для идентификации и поиска объектов на изображениях могут быть применены при построении систем анализа сцен и формы объектов по их изображениям, таких как системы видеонаблюдения и контроля доступа, антитеррористические и биометрические системы, системы интерпретации микроскопических изображений, медицинской диагностики, анализа природных ресурсов Земли из космоса и т. д.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в журналах из списка ВАК РФ:

1. *Зубюк А. В., Федотов А. Б.* Алгоритм идентификации объектов по изображениям, основанный на разделении гиперплоскостью и нечувствительный к изменению условий освещения и ракурса // Вестник Московского Ун-та. Серия 3: Физика. Астрономия. — 2015. — № 6. — С. 49—54.

2. *Зубюк А. В.* Вычисления на графических процессорах в задачах анализа сцен по их изображениям методами случайной морфологии // Математическое моделирование. — 2013. — Т. 25, № 7. — С. 48—58.
3. *Зубюк А. В.* Классификация изображений в нечёткой морфологии: алгоритм эмпирического построения решающего правила // Вестник Московского Ун-та. Серия 3: Физика. Астрономия. — 2013. — № 1. — С. 8—13.
4. *Зубюк А. В.* Критерий отношения правдоподобия в случайной морфологии // Интеллектуальные системы. — 2012. — Т. 16, 1—4. — С. 103—126.
5. *Зубюк А. В.* Теоретико-возможностная модель в задачах морфологического анализа изображений // Вестник Московского Ун-та. Серия 3: Физика. Астрономия. — 2012. — № 6. — С. 47—54.

Публикации в других журналах и сборниках:

6. *Зубюк А. В.* Случайная морфология: алгоритмы обучения и классификации // Математические методы распознавания образов, 15-я Всероссийская конференция: Сб. докл. — М.: МАКС Пресс, 2011. — С. 436—439.
7. *Зубюк А. В.* Эмпирическое построение решающих правил в стохастической морфологии // Фундаментальная и прикладная математика. — 2009. — Т. 15, вып. 6. — С. 43—50.
8. *Зубюк А. В.* Алгоритмы идентификации изображений в случайной и нечёткой морфологии // Математические методы распознавания образов, 13-я Всероссийская конференция: Сб. докл. — М.: МАКС Пресс, 2007. — С. 30—32.
9. *Пытьев Ю. П., Зубюк А. В.* Случайная и нечёткая морфология (эмпирическое восстановление модели, идентификация) // Интеллектуальные системы и компьютерные науки: материалы IX Международной конференции. Т. 1. Ч. 2. — М.: Изд-во мех.-мат. ф-та МГУ, 2006. — С. 222—225.
10. *Зубюк А. В.* Эмпирическое восстановление возможности // Математические методы распознавания образов, 12-я Всероссийская конференция: Сб. докл. — М.: МАКС Пресс, 2005. — С. 112—115.
11. *Зубюк А. В., Шишаков В. В.* и др. Морфологические методы оценивания параметров геологических структур // Современные информационные технологии и ИТ-образование: Сб. докл. научно-практической конференции. — М.: МАКС Пресс, 2005. — С. 533—539.