

УДК 532.546:519.688

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЁХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПРИ ЗАКАЧКЕ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА В ВОДОНАСЫЩЕННЫЙ ПЛАСТ

Афанасьев А.А., Мельник О.Э.

*НИИ механики МГУ, ЗАО «Т-Сервисы», Москва*  
afanasjev@yandex.ru, Oleg.Melnik@t-services.ru

### Аннотация

Методами численного моделирования исследуются многофазные фильтрационные течения при подземном захоронении углекислого газа в водонасыщенном пласте. Рассмотрен случай захоронения в неглубоко погруженном проницаемом резервуаре, находящемся при докритических термодинамических условиях для углекислого газа. Показано, что в результате закачки  $\text{CO}_2$  в пласт возможно формирование областей трёхфазной фильтрации воды и углекислого газа в сжиженном и газообразном виде. Исследуется изменение температуры в пласте, связанное с конвективным переносом тепла и фазовыми переходами между жидким и газообразным  $\text{CO}_2$ . Для демонстрации эффективности применяемого метода моделирования расчёты проводятся в случае закачки  $\text{CO}_2$  в резервуар с усложненным геологическим строением.

### NUMERICAL MODELLING OF THREE-PHASE FLOWS IN POROUS MEDIA SUBJECTED TO CARBON DIOXIDE INJECTION IN AN AQUIFER

We conduct numerical modelling of multiphase flows in porous media related to carbon dioxide geological storage in an aquifer. We consider the storage in a shallow reservoir being under subcritical thermodynamic conditions for carbon dioxide. We demonstrate that the  $\text{CO}_2$  injection in the aquifer can result in three-phase flows of water and  $\text{CO}_2$  in liquid and gaseous state. We analyze the temperature variations in the reservoir related to convective heating and phase transitions between liquid and gaseous  $\text{CO}_2$ . For demonstrational purposes, we conduct the simulation of  $\text{CO}_2$  injection in complicated geological settings.

## 1 Введение

Захоронение углекислого газа в недрах Земли является относительно новым способом снижения выбросов парниковых газов в атмосферу. Технология захоронения основывается на закачке углекислого газа в пористые проницаемые породы, в которых  $\text{CO}_2$  из-за влияния различных физических процессов удерживается в течение продолжительного промежутка времени [1, 2]. Положительный эффект от организации крупномасштабных проектов захоронения связан с улучшением экологической обстановки, в частности, со снижением темпа развития глобального потепления на Земле.

Численное моделирование процессов захоронения основывается на конечно-разностном представлении уравнений фильтрации, описывающих многофазные неизотермические течения в пористой среде [3 – 5]. Критические термодинамические условия для  $\text{CO}_2$  (7.28 МПа, 31.19°C) [6] могут приводить к существенному усложнению моделирования, связанному с расчётом течений при околокритических термодинамических условиях и течений в областях изменяющегося фазового состояния смеси [7]. В глубоко расположенных проницаемых резервуарах, погруженных на глубину более 1 км, всегда реализуются закритические условия для  $\text{CO}_2$ , так как пластовое давление превышает критическое давление  $\text{CO}_2$ . В данном случае возможны только однофазные и двухфазные течения воды и закрити-

ческого углекислого газа, которые могут быть рассчитаны в рамках существующих пакетов программ, как например TOUGH2 и ECLIPSE [3, 4, 8].

В проницаемых резервуарах, расположенных на глубине менее 1 км пластовые термобарические условия близки к критической точке  $\text{CO}_2$  и даже могут быть докритическими, если пластовое давление ниже критического давления  $\text{CO}_2$ . В данном случае углекислый газ может расслаиваться на жидкую и газообразную фазу [4, 6, 9], что приводит к развитию трёхфазных течений бинарной смеси  $\text{CO}_2\text{-H}_2\text{O}$  с термодинамическими равновесиями смеси типа жидкость-жидкость-газ. Двумя жидкими фазами являются вода и сжиженный  $\text{CO}_2$ , а газовой фазой –  $\text{CO}_2$  в газообразном виде. Таким образом, в пластах возможна одно-, двух- и трёхфазная фильтрация любой комбинации этих трёх фаз. В настоящее время не существует широко используемых и общепринятых моделей и пакетов программ, позволяющих исследовать данные течений с более чем двумя фазами. В частности, в пакетах TOUGH2 и ECLIPSE не реализована возможность расчёта трёхфазной фильтрации смеси  $\text{CO}_2\text{-H}_2\text{O}$  [3, 4, 8].

В работе [7] нами показано, что для расчёта течений в пористой среде при околокритических термодинамических условиях необходимо использовать независимые переменные давление-энтальпия. Уравнения фильтрации, представленные в данных переменных, не вырождаются, что позволяет избежать существенного уменьшения шага по времени при расчёте течений с переходом через критическую точку. Использование энтальпии в качестве независимой переменной численной модели требует привлечения неклассических итерационных методов определения теплофизических свойств веществ, которые были разработаны нами в [10].

Настоящая работа является развитием исследований [7, 10]. Разработана программа для ЭВМ, позволяющая рассчитывать не только одно- и двух-, но и трёхфазную фильтрацию бинарных смесей в переменных давление-энтальпия-валовый состав. В рамках данной программы проведено численное моделирование закачки  $\text{CO}_2$  при докритических термодинамических условиях в проницаемый водонасыщенный резервуар на глубине около 0.5 км. Исследовано изменение пластовой температуры, связанное с фазовыми переходами между жидким и газообразным  $\text{CO}_2$  в областях трёхфазного состояния и с критическими термодинамическими условиями. Фильтрация рассмотрена в максимально приближенных к реальности условиях, когда проницаемый резервуар имеет сложное строение с неоднородным распределением пористости и проницаемости. Таким образом, тестируется эффективность применяемых в программе алгоритмов при инженерных расчётах фильтрации, связанных с захоронением  $\text{CO}_2$ .

## 2 Математическая модель

### 2.1 Уравнения переноса

Предположим, что различные компоненты бинарной смеси формируют несмешивающиеся друг с другом различные фазы. Первая компонента  $c_1$  может расслаиваться на жидкую и газовую фазы ( $i = 1, 2$ ), а вторая компонента  $c_2$  присутствует в виде отдельной жидкой фазы ( $i = 3$ ). В данном случае система законов сохранения, описывающих фильтрацию бинарной смеси, принимает вид [3 – 5, 11]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( m \sum_{i=1}^2 \rho_i s_i \right) + \text{div} \left( \sum_{i=1}^2 \rho_i \mathbf{w}_i \right) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (m \rho_3 s_3) + \text{div} (\rho_3 \mathbf{w}_3) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( m \sum_{i=1}^3 \rho_i e_i s_i + (1-m) \rho_r e_r \right) + \operatorname{div} \left( \sum_{i=1}^3 \rho_i h_i \mathbf{w}_i - \lambda_m \operatorname{grad} T \right) = 0; \quad (3)$$

$$\lambda_m = m \sum_{i=1}^3 \lambda_i s_i + (1-m) \lambda_r.$$

Здесь  $m$  – пористость,  $s$  – насыщенность – объёмная доля фазы в общем объёме пор,  $\rho$  – плотность,  $e$  – внутренняя энергия,  $h$  – энтальпия,  $\mathbf{w}$  – скорость фильтрации,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $T$  – температура. Индекс  $i = 1, \dots, 3$  обозначает параметры  $i$ -й фазы, а индекс  $r$  – параметры скелета породы.

Уравнения (1) и (2) есть законы сохранения массы первой ( $c_1$ ) и второй ( $c_2$ ) компоненты смеси, а уравнение (3) – закон сохранения энергии. Соотношения (1) – (3) дополняются законом фильтрации Дарси [11, 12]:

$$\mathbf{w}_i = -\mathbf{K} \eta_i \operatorname{grad} P, \quad \eta_i = \frac{f_i}{\mu_i}, \quad i = 1, \dots, 3. \quad (4)$$

Здесь  $\mathbf{K}$  – тензор проницаемости породы,  $f$  – относительная фазовая проницаемость,  $\mu$  – вязкость,  $P$  – давление.

Для насыщенностей фаз выполняется условие

$$\sum_{i=1}^3 s_i = 1. \quad (5)$$

Согласно (1), (2), (5), насыщенность  $s_3$  характеризует объёмную долю компонент смеси. Действительно,  $s_3$  есть объёмная доля компоненты  $c_2$ , формирующей отдельную фазу  $i = 3$ , а  $s_1 + s_2 = 1 - s_3$  – объёмная доля компоненты  $c_1$ , присутствующей в двух фазах  $i = 1, 2$ . Таким образом, при  $s_3 = 0$  в составе смеси содержится только компонента  $c_1$ . При увеличении  $s_3$  доля компоненты  $c_2$  растёт, а доля компоненты  $c_1$  уменьшается. При  $s_3 = 1$  состав смеси включает только компоненту  $c_2$ .

Обозначим  $\delta = 1, \dots, 3$  число фаз смеси при заданных термобарических условиях. Если  $s_i = 0$ , то  $i$ -я фаза бинарной смеси отсутствует в равновесии. Тогда, согласно (5), при  $s_i = 1$  имеем  $\delta = 1$ ; при условии  $0 < s_i < 1$ , выполняющемся только для двух фаз, –  $\delta = 2$ ; при  $0 < s_i < 1$ ,  $i = 1, \dots, 3$  –  $\delta = 3$ .

## 2.2 Уравнения состояния

Предполагается, что фильтрация происходит в условиях локального термодинамического и теплового равновесия, а критические условия могут реализоваться только для компоненты  $c_1$ . Обозначим символом  $h_i$  осреднённую по фазам  $i = 1, 2$  удельную энтальпию компоненты  $c_1$ :

$$h_i = \frac{\sum_{i=1}^2 \rho_i h_i s_i}{\sum_{i=1}^2 \rho_i s_i}.$$

В качестве независимых переменных, характеризующих состояние бинарной смеси, выберем

$$P, h_i, s_3 \quad (6)$$

Для определения по независимым переменным (6) теплофизических параметров бинарной смеси используем следующую процедуру. Сначала, для заданных  $P$  и  $h_i$  с помощью итерационного метода [10] определяем параметры компоненты  $c_1$ , в том числе температуру  $T$ , число фаз компоненты  $\delta$  и их параметры. Затем, для известных  $P$  и  $T$  вычисляем параметры компоненты  $c_2$  (фазы  $i=3$ ) по явным линейным соотношениям вида (7) или более сложным

$$\rho_3(P, T) = \rho_3^0 \left( 1 + \alpha (P - P_3^0) - \beta (T - T_3^0) \right), \quad (7)$$

$$h_3(T) = C_3 T, \quad \mu_3(T) = \mu_3^0 \left( 1 - \gamma (T - T_3^0) \right).$$

Здесь  $\alpha$  – коэффициент сжимаемости фазы  $i=3$  при  $P = P_3^0$ ,  $T = T_3^0$ ,  $\beta$  – коэффициент теплового расширения,  $C_3$  – теплоёмкость при постоянном давлении. Согласно (7), вязкость фазы  $\mu_3$  зависит от температуры.

### 2.3 Относительные фазовые проницаемости (ОФП)

В соответствии с [5], относительные фазовые проницаемости выражаются в виде:

$$f_1 = f_l^{(1)} \left( \frac{s_1}{s_1 + s_2} \right) f_g^{(2)}(s_3), \quad f_2 = f_g^{(1)} \left( \frac{s_1}{s_1 + s_2} \right) f_g^{(2)}(s_3), \quad f_3 = f_l^{(2)}(s_3). \quad (8)$$

Здесь  $f_l^{(k)}(s)$  ( $f_g^{(k)}(s)$ )  $s \in [0, 1]$ ,  $k=1, 2$  есть неубывающие (невозрастающие) функции. Причём  $f_l^{(k)}(0) = 0$ ,  $f_l^{(k)}(1) = 1$ ,  $f_g^{(k)}(0) = 1$ ,  $f_g^{(k)}(1) = 0$ . Функции  $f_l^{(k)}(s)$ ,  $f_g^{(k)}(s)$  зависят как от свойств породы, так и бинарной смеси. В частном случае они имеют вид [13]:

$$f_l^{(k)}(s) = \bar{s}^4, \quad f_g^{(k)}(s) = (1 - \bar{s})^2 (1 - \bar{s}^2), \quad \bar{s} = \frac{s - s_{\min}^{(k)}}{s_{\max}^{(k)} - s_{\min}^{(k)}}, \quad (9)$$

где  $s_{\min}^{(k)}$ ,  $s_{\max}^{(k)}$  – заданные параметры.

## 3 Тестирование алгоритмов расчёта фильтрации

### 3.1 Об алгоритме расчёта

Для расчёта фильтрационного течения используем классическую полностью неявную схему с разностями против потоков [3 – 5]. На каждом шаге по времени решение нелинейной системы конечно-разностных уравнений определяется в рамках метода Ньютона. На каждой итерации метода Ньютона коэффициенты матрицы соответствующей линеаризованной системы уравнений вычисляются методом численного дифференцирования по математическому определению производной функции. Для решения линеаризованной системы используется библиотека параллельных подпрограмм Aztec [14].

Описанный алгоритм расчёта реализован в виде программы на языке Фортран. Для её тестирования использовались задачи фильтрации, допускающие аналитическое решение или численное решение, полученное с помощью существующих пакетов программ. Ниже приводятся результаты тестирования для двух одномерных задач фильтрации. В рамках

первой задачи тестируются расчёты двухфазных течений, в которых присутствуют только фазы  $i = 1, 3$ , а в рамках второй задачи – фазы  $i = 1, 2$ . Результаты расчётов подтвердили корректность разработанной программы.

### 3.2 Задача Баклея-Левретта (Тест 1)

Исследование многофазной фильтрации часто сводится к анализу решений классической задачи Баклея-Левретта [11], в которой рассматривается изотермическое вытеснение в пористой среде одной жидкости другою, несмешивающейся с первой. Предполагается, что обе жидкости несжимаемые. Решение задачи содержит поверхность разрыва – фронт вытеснения. В настоящей работе задача Баклея-Левретта использовалась для тестирования корректности расчёта двухфазных течений с фазами  $i = 1, 3$  ( $s_2 = 0$ ).

Рассматривается одномерное течение в пласте  $x \in [0, L]$  с однородным распределением пористости  $m$  и проницаемости  $K$  (табл.1). Предполагается, что компонента  $c_1$  (фаза  $i = 1$ ) есть вода ( $H_2O$ ), описываемая уравнением состояния [10]. Компонента  $c_2$  есть несжимаемая жидкость. В начальный момент времени  $t = 0$  в пласте  $x \in [0, L]$  имеется однородное распределение давления  $P^+ = 10$  МПа, температуры  $T = 30$  °С и насыщенности  $s_3^+ = 0.9$ . Параметры на границе  $x = L$  поддерживаются равными их начальным значениям в пласте, а при  $t = 0$  на границе  $x = 0$  давление скачком возрастает до  $P^- = 12$  МПа, температура поддерживается постоянной  $T = 30$  °С, а насыщенность равна  $s_3^- = 0.25$ . Таким образом, через границу  $x = 0$  в пласт закачивается двухфазная смесь компонент  $c_1$  и  $c_2$ . Начальные и граничные условия подобраны так, чтобы компонента  $c_1$  находилась в однофазном состоянии жидкой воды, а фаза  $i = 2$  (водяного пара) отсутствовала.

Таблица 1

Параметры тестовых задач

	Тест 1	Тест 2
$L$	1000 м	100 м
$m; K$	0.25; $2.5 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2$	0.1; $10^{-14} \text{ м}^2$
$\rho_r; \lambda_r$	2.5 г/см <sup>3</sup> ; 2 Вт/(м•С)	
$C_r$	$10^6$ кДж/(кг•С);	1 кДж/(кг•С);
$c_1$	H <sub>2</sub> O	
$\rho_3^0; \alpha; \beta$	850 кг/м <sup>3</sup> ; 0 Па <sup>-1</sup> ; 0 С <sup>-1</sup>	
$P_3^0; T_3^0; \lambda_3$	10 МПа; 30°С; 0.1 Вт/(м•С)	
$C_3; \mu_3^0; \gamma$	0.9 кДж/(кг•С); $10^{-4}$ кг/(м•с); 0 С <sup>-1</sup>	

В проведённом тестовом расчёте теплоёмкость породы  $C_r \rightarrow \infty$  была устремлена к бесконечности (табл.1) для обеспечения изотермического характера течения, соответствующего постановке задачи Баклея-Левретта [11]. При рассматриваемых термобарических условиях малая сжимаемость воды не оказывает существенного эффекта на течение, поэтому предположение об изотермическом течении несжимаемых фаз выполняется.

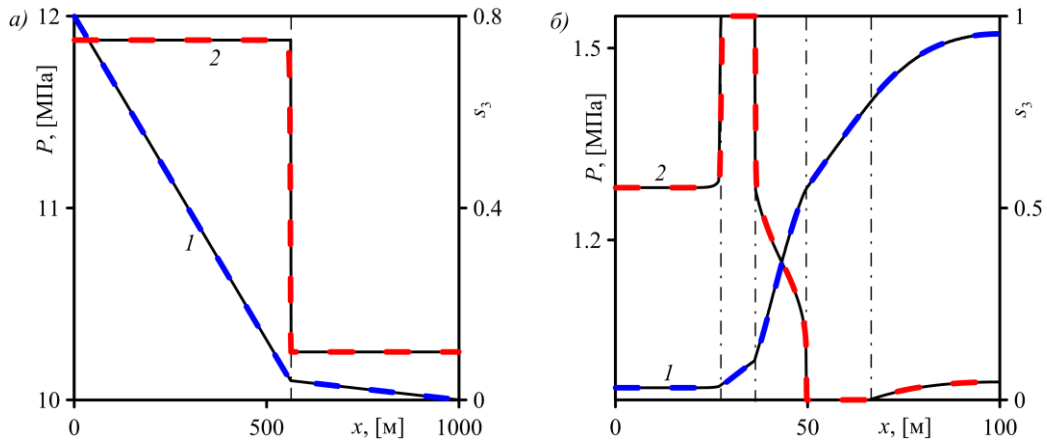


Рис.1. Распределение давления  $P$  (1) и насыщенности  $s_3$  (2) в тестовых задачах. Сплошные кривые – аналитическое решение (10), (11), (а) или результаты расчётов с помощью пакета HYDROTHERM, (б). Штриховые линии – результаты настоящих расчётов. Вертикальные штрихпунктирные прямые – положение фронтов вытеснения, (а), и фазового перехода, (б).

Для выбранных параметров аналитическое решение задачи Баклея-Леверетта содержит разрыв – фронт вытеснения, распространяющийся в положительном направлении оси  $x$ . С обеих сторон от разрыва имеется однородное распределение градиента давления  $\partial P/\partial x$  и насыщенности фаз (рис.1,а). Согласно [11], решение описывается уравнениями

$$P = \begin{cases} P^- + \frac{\partial P}{\partial x}^- x, & x \leq x_* \\ P^+ + \frac{\partial P}{\partial x}^+ (L - x), & x > x_* \end{cases}, \quad s = \begin{cases} s^-, & x \leq x_* \\ s^+, & x > x_* \end{cases}, \quad (10)$$

$$\frac{G^+ - G^-}{2} x_*^2 - G^+ L x_* + \Delta P t = 0, \quad \Delta P = P^+ - P^-; \quad (11)$$

$$G^\pm = -\frac{m}{K} (s_1^+ - s_1^-) \frac{\eta_1^\mp + \eta_3^\mp}{\eta_1^+ \eta_3^- - \eta_1^- \eta_3^+}, \quad \frac{\partial P}{\partial x}^\pm = \frac{G^\pm \Delta P}{(G^+ (L - x_*) + G^- x_*)}.$$

Здесь  $x_*(t)$  – координата фронта вытеснения, относительно которой имеем квадратное уравнение (11).

Согласно рис.1,а, при  $t = 1250$  дней численное решение задачи Баклея-Леверетта хорошо согласуется с аналитическим решением (10).

### 3.3 Задача о распаде произвольного разрыва (Тест 2)

В работе [15] решена задача о распаде произвольного разрыва для неизотермической однокомпонентной фильтрации воды и водяного пара. Исследован случай, в котором с обеих сторон от начального разрыва имеются области двухфазного состояния  $H_2O$ . Показано, что существует диапазон начальных параметров задачи, при которых формируются внутренние однофазные области фильтрации воды и водяного пара, а решение задачи содержит четыре разрыва – фронта фазового перехода. В настоящей работе задача о распаде произ-

вольного разрыва использовалась для тестирования корректности расчёта течений с фазами  $i = 1, 2$  ( $s_3 = 0$ ).

Рассматривается одномерная фильтрация в пласте  $x \in [0, L]$  с однородным распределением пористости  $m$  и проницаемости  $K$  (табл.1). Предполагается, что компонента  $c_1$  (фазы  $i = 1, 2$ ) есть вода или водяной пар ( $H_2O$ ), описываемая уравнением состояния [10]. Насыщенность  $s_3$  фазы  $i = 3$  (компоненты  $c_2$ ) равна нулю – фаза  $i = 3$  отсутствует, поэтому конкретный вид функций (7), описывающих её теплофизические свойства, не влияет на решение задачи. В начальный момент времени  $t = 0$  в области  $x \in [0, L/2]$  ( $x \in (L/2, L]$ ) задано однородное распределение давления  $P^- = 0.969$  МПа и насыщенности  $s_1^- = 0.553$  ( $P^+ = 1.53$  МПа,  $s_1^+ = 0.05$ ), а, согласно предположению о локальном термодинамическом равновесии, температура равна температуре кипения воды. Границы  $x = 0$  и  $x = L$  непроницаемые и теплоизолированные. Таким образом, при  $x = L/2$  имеем произвольный разрыв, который при  $t > 0$  распадается на несколько фронтов фазового перехода.

Данная задача была решена с помощью разработанной программы для расчёта фильтрации бинарной смеси и с помощью пакета HYDROTHERM, позволяющего моделировать только однокомпонентные течения воды и водяного пара в пористой среде [16]. Согласно рис.1,б, при  $t = 20$  дней результаты расчётов хорошо согласуются. Как распределение давления и насыщенности, так и положения разрывов (фронтов фазового перехода [15]) совпадают. Причем проведенные расчёты на различных сетках показали, что численное решение обладает свойством сеточной независимости. Это подтверждает корректность разработанной в настоящей работе программы для ЭВМ.

## 4 Расчёт закачки $CO_2$ в неоднородный пласт

### 4.1 Постановка задачи

Рассмотрим двухмерную задачу о нагнетании углекислого газа в водонасыщенный пласт (табл.2). Предполагаем, что компонента  $c_1$  есть углекислый газ ( $CO_2$ ), теплофизические свойства которого описываются уравнением состояния из [10], а компонента  $c_2$  – вода ( $H_2O$ ), свойства которой задаются соотношениями (7). Пласт имеет конечную протяженность  $(x, y) \in [0, L_x] \times [0, L_y]$ , соответствующую размерам проницаемого резервуара в 10-м тесте Общества инженеров-нефтяников (SPE) [17]. Неоднородное распределение пористости  $m$  и анизотропное распределение проницаемости  $\mathbf{K}$  соответствует 80-му пласту 10-ого теста SPE. Имеются как низкопроницаемые области, так и высокопроницаемый канал, проходящий от границы  $x = 0$  к  $x = L_x$  (рис.2).

В начальный момент времени  $t = 0$  пласт насыщен водой  $s_3 = 1$ . Границы  $y = 0$  и  $y = L_y$  непроницаемые и теплоизолированные. При  $x = 0$  и  $x = L_x$  поддерживаются постоянные давления  $P^- = 7.5$  МПа и  $P^+ = 4.5$  МПа соответственно, а внутри пласта давление имеет линейное распределение между значениями  $P$  на границах:

$$P = P^- + (P^+ - P^-) \frac{x}{L_x}. \quad (12)$$

При  $t = 0$  распределение температуры  $T = 22$  °С в пласте однородное, причём на границах  $x = 0$  и  $x = L_x$  температура  $T^- = 47$  °С и  $T^+ = 22$  °С поддерживается постоянной. При  $x = 0$  насыщенность воды  $s_3^- = 0$  равна нулю. Таким образом, начальные и граничные усло-

вия описывают нагнетание нагретого до температуры 47°C углекислого газа в пласт через границу  $x = 0$ . Повышенное давление на границе  $x = 0$  можно приближенно рассматривать как следствие закачки CO<sub>2</sub> в пласт через скважину, расположенную при  $x = 0$  и работающую при постоянном забойном давлении (7.5 МПа). Параметры на границе  $x = L_x$  можно рассматривать в качестве начальных параметров в проницаемом резервуаре до закачки CO<sub>2</sub>.

Таблица 2

**Параметры двумерной задачи**

$L_x; L_y$	1676.4 м; 457.2 м
$m; K$	80-й пласт из 10-ого теста SPE [17]
$\rho_r; C_r; \lambda_r$	2.5 г/см <sup>3</sup> ; 1 кДж/(кг•С); 2 Вт/(м•С)
$c_1$	CO <sub>2</sub>
$\rho_3^0; \alpha; \beta$	997 кг/м <sup>3</sup> ; 4.55•10 <sup>-10</sup> Па <sup>-1</sup> ; 2.47•10 <sup>-4</sup> С <sup>-1</sup>
$P_3^0; T_3^0; \lambda_3$	6 МПа; 22°C; 0.62 Вт/(м•С)
$C_3; \mu_3^0; \gamma$	4.185 кДж/(кг•С); 9.5•10 <sup>-4</sup> кг/(м•с); 1.98•10 <sup>-6</sup> С <sup>-1</sup>
ОФП	$f_l^{(2)}, f_g^{(2)}: (8), s_{\min}^{(2)} = 0.2, s_{\max}^{(2)} = 0.9;$ $f_l^{(1)}(s) = s, f_g^{(1)}(s) = 1 - s$

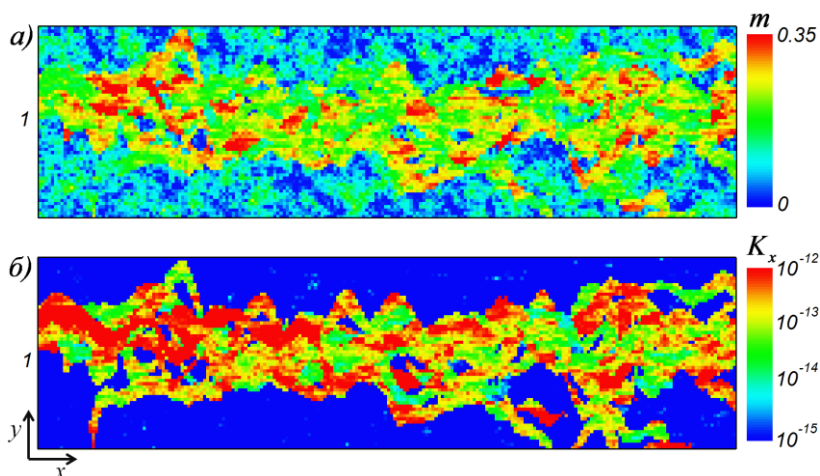


Рис.2. Распределение пористости  $m$  (а) и проницаемости  $K_x$  [М<sup>2</sup>] в направлении оси  $x$  (б) в двумерной задаче. Нагнетание CO<sub>2</sub> осуществляется через границу 1.



Начальные и граничные условия заданы таким образом, чтобы в пласте заведомо появились две различные фазы  $\text{CO}_2$  (рис.3). На границе  $x=0$  термобарические условия соответствуют закритическим параметрам для  $\text{CO}_2$  (точка  $A$ ), а при  $x=L_x$  – газообразному  $\text{CO}_2$  (точка  $B$ ). Таким образом, закритический  $\text{CO}_2$  нагнетается в пласт, находящийся при докритических термодинамических условиях.

В фиксированный момент времени и при возрастании  $x$  осредненным вдоль оси  $y$  распределениям давления и температуры в пласте можно поставить в соответствие траекторию, соединяющую точки  $A$  и  $B$  на фазовой диаграмме  $\text{CO}_2$  (линии  $AD_1B$  и  $AD_2B$  на рис.3). Естественно ожидать, что температура  $\text{CO}_2$  быстро убывает в направлении течения в результате теплообмена с холодными породами, уменьшаясь до начальной температуры в пласте (отрезок  $AD_1$ ). Далее, за область теплообмена с породами имеем практически изотермическое течение бинарной смеси  $\text{CO}_2\text{-H}_2\text{O}$  (отрезок  $D_1B$ ). Так как, согласно закону Дарси (4), в направлении течения давление уменьшается, то на некотором расстоянии от границы  $x=0$  углекислый газ испаряется. На фазовой диаграмме (рис.3) данному эффекту соответствует точка  $E_1$  пересечения траектории  $AB$  с кривой термодинамического равновесия жидкость-пар. Так как начальные условия в пласте соответствуют  $\text{CO}_2$  в газообразном виде ( $B$ ), а термобарические условия после теплообмена с породами –  $\text{CO}_2$  в сжиженном виде ( $D_1$ ), то  $\text{CO}_2$  может достичь начальных условий в пласте только после процесса испарения. Действительно, на фазовой диаграмме траектория, выпущенная из точки  $D_1$  в  $B$ , не может не пересечь кривую термодинамического равновесия.

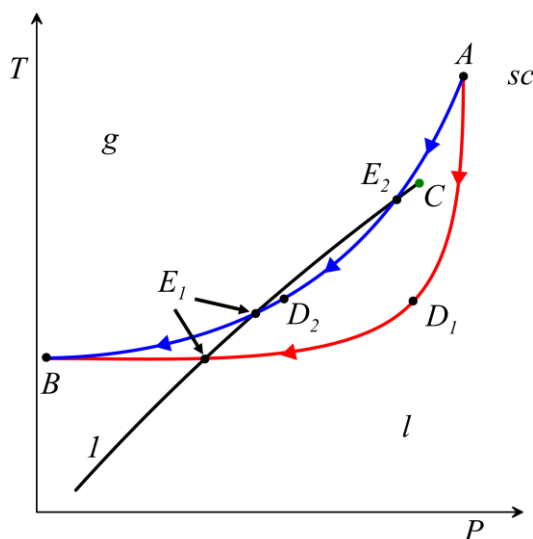


Рис.3. Схематическое изображение решения на фазовой диаграмме  $\text{CO}_2$ . Символами  $l$ ,  $g$  и  $sc$  выделены области жидкого, газообразного и закритического  $\text{CO}_2$ ; 1 – кривая термодинамического равновесия жидкость-пар;  $C$  – критическая точка.

С течением времени, по мере увеличения объема закачанного  $\text{CO}_2$ , пласт постепенно прогревается, а траектория  $AB$  на фазовой диаграмме перемещается в область более высоких значений температуры (линия  $AD_2B$ ). Таким образом, в некоторый момент времени линия  $AB$  пройдет через критическую точку углекислого газа  $C$ , а в течении будет иметь

место переход через критические термодинамические условия (точка  $E_2$ ). Как процессы в окрестности критической точки  $\text{CO}_2$ , так и фазовые переходы между жидким и газообразным  $\text{CO}_2$  могут приводить к изменению пластовой температуры (данные изменения не показаны на схематическом рис.3).

## 4.2 Результаты

На рис.4 и 5 приведены результаты расчёта течения. В соответствии с законом Дарси давление  $P$  убывает в направлении течения от границы  $x=0$  до  $x=L_x$  (рис.4,а). Неоднородность распределения  $P$  связана с гетерогенным строением резервуара. Ширина высокопроницаемого канала (рис.2), расположенного вдоль оси  $x$ , изменяется. В областях сужения канала необходим больший напор, чтобы протолкнуть смесь сквозь пористую среду, поэтому в них градиент давления возрастает, тогда как в областях расширения канала – уменьшается. Распределение  $P$  не имеет сильных разрывов, так как относительно него имеем уравнение параболического типа [11, 15].

На этапе  $I$  развития процесса (рис.4 и 5) имеем задачу вытеснения, аналогичную задаче Баклея-Левретта.  $\text{CO}_2$  втекает в пласт через границу  $x=0$ , вытесняя  $\text{H}_2\text{O}$ . При этом основное течение  $\text{CO}_2$  происходит в высокопроницаемом канале, по которому распространяется фронт вытеснения. Так как закачивается нагретый  $\text{CO}_2$ , то происходит прогрев резервуара вокруг канала. Нагретый  $\text{CO}_2$  обменивается теплом с холодными породами и в охлаждённом виде проникает вглубь пласта, поэтому фронт вытеснения опережает фронт температуры (рис.5, этап  $I$ ). В окрестности границы  $x=0$  имеем прогрев пласта по всей его ширине из-за процесса теплопроводности (3).

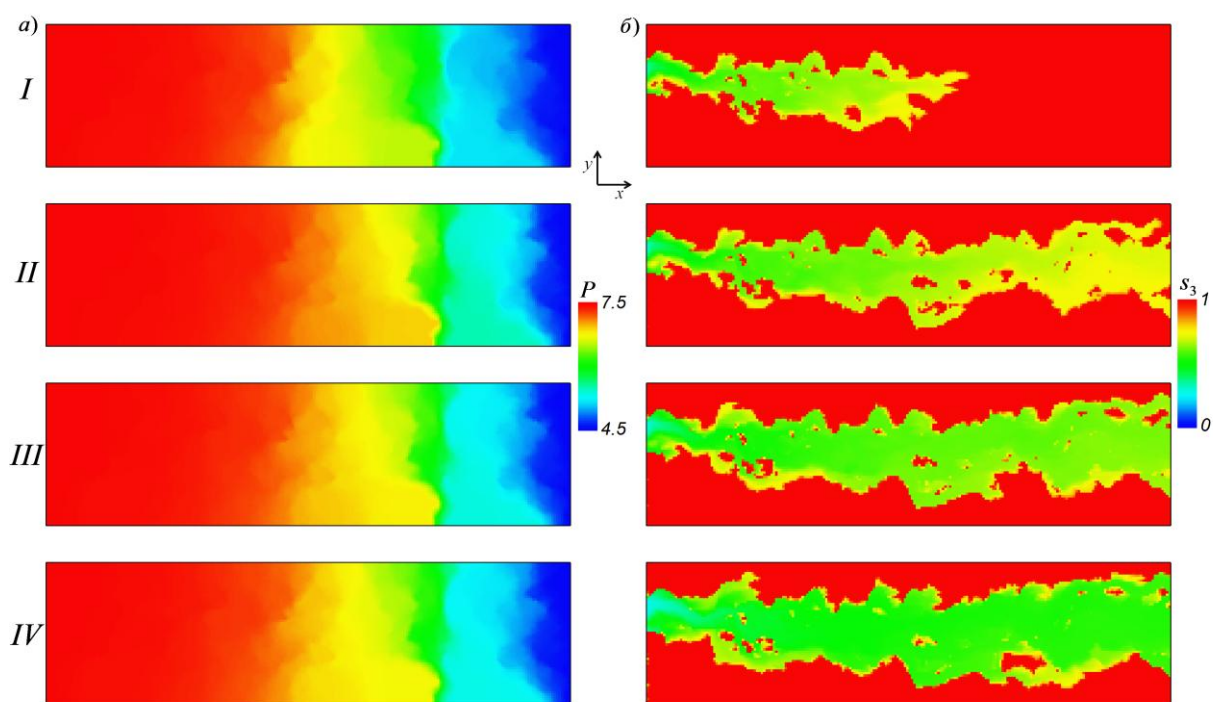


Рис.4. Распределение давления  $P$  [МПа] (а) и насыщенности воды  $s_3$  (б) через 5, 10, 20 и 50 лет после начала нагнетания ( $I$ ,  $II$ ,  $III$  и  $IV$ ).

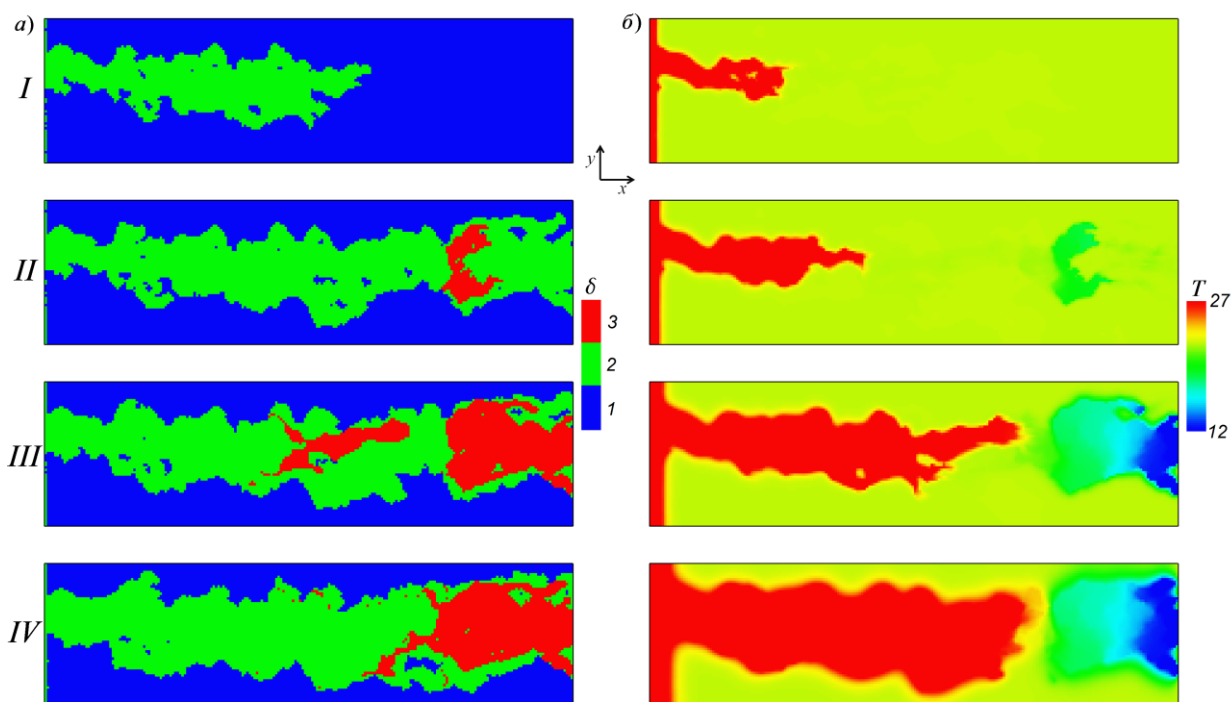


Рис.5. Распределение числа фаз бинарной смеси  $\delta$  (а) и температуры  $T$  [°C] (б) через 5, 10, 20 и 50 лет после начала нагнетания (I, II, III и IV).

На этапе I, по мере того как  $\text{CO}_2$  распространяется ближе к границе  $x = L_x$ , давление на фронте вытеснения постепенно снижается, но ещё не достигает давления термодинамического равновесия между жидким и газообразным  $\text{CO}_2$  при пластовой температуре. Т.е. на фазовой диаграмме (рис.3) точка, соответствующая положению фронта вытеснения в физическом пространстве, ещё находится правее кривой термодинамического равновесия. Следовательно, на этапе I фазовые переходы между жидким и газообразным  $\text{CO}_2$  не происходят, а в пласте существуют только области однофазной фильтрации воды (рис.5,а, этап I, синие области) и двухфазной фильтрации  $\text{H}_2\text{O}$  и сжиженного  $\text{CO}_2$  (зелёные области).

На этапе II точка на траектории  $AD_1B$  (рис.3), соответствующая положению фронта вытеснения, пересекает кривую термодинамического равновесия ( $E_1$ ), а в пласте начинается испарение сжиженного  $\text{CO}_2$ . Данный процесс происходит в протяженной области, а не на фронте фазового перехода, поэтому формируется область трёхфазного течения воды и  $\text{CO}_2$  в сжиженном и газообразном виде (рис.5,а, красные области). В высокопроницаемом канале слева от области трёхфазного состояния имеем двухфазное течение воды и жидкого  $\text{CO}_2$ , а справа – двухфазное течение воды и газообразного  $\text{CO}_2$ .

Так как испарение является эндотермическим процессом, то для его поддержания необходим источник тепла. Фронт температуры, связанный с конвективным прогревом пласта, ещё не достиг области трёхфазного течения, поэтому необходимое для поддержания испарения тепло отбирается у породы. В результате, в области испарения  $\text{CO}_2$  температура падает ниже пластовой температуры, имевшейся до начала закачки  $\text{CO}_2$ .

Из-за конвективного прогрева пласта траектория, соответствующая течению на фазовой диаграмме  $\text{CO}_2$ , смещается в область высоких температур (рис.3, линия  $AD_2B$ ) и пересекает кривую термодинамического равновесия второй раз (точка  $E_2$ ). В физическом пространстве это соответствует появлению второй области трёхфазного течения на этапе III

(рис.4 и 5) перед областью трёхфазного состояния, сформировавшейся на этапе *III*. Так как траектория  $AD_2B$  приходит к точке  $E_2$  со стороны газообразного состояния ( $g$ ), то во второй появившейся области трёхфазного течения происходит конденсация  $CO_2$ . Конденсация является экзотермическим процессом, поэтому в данной области температура не снижается.

В дальнейшем зоны трёхфазной фильтрации расширяются и объединяются на этапе *IV* (рис.4 и 5) в одну область. При этом из-за испарения сжиженного  $CO_2$  конвективный прогрев пласта останавливается. Вдоль высокопроницаемого канала сначала имеем область фильтрации нагретой смеси, плавно переходящую в область фильтрации охлаждённой смеси в зоне трёхфазного течения.

## 5 Заключение

Предложена математическая модель трёхфазной неизотермической фильтрации бинарной смеси. Модель позволяет описать течения в пористой среде, связанные с захоронением углекислого газа в водонасыщенных пластах. В рамках модели могут быть исследованы трёхфазные течения воды и углекислого газа в сжиженном и газообразном виде, которые существующими моделями не описываются.

Разработана программа для ЭВМ, позволяющая рассчитать отмеченные процессы. Проведено тестирование программы на классических одномерных задачах фильтрации и задачах, которые могут быть рассчитаны в рамках существующих пакетов программ.

Для проверки надёжности применяемых алгоритмов расчёта при решении инженерных задач проведено моделирование нагнетания нагретого углекислого газа в неоднородный пласт при докритических термодинамических условиях. Показано, что в результате нагнетания пластовая температура в различных областях течения может как возрастать, так и убывать по сравнению с температурой до начала закачки. Возрастание температуры связано с конвективным прогревом пласта из-за закачки нагретого углекислого газа, а к уменьшению температуры приводит процесс испарения жидкого углекислого газа в области трёхфазного течения. Проведённые расчёты подтвердили надёжную сходимость алгоритмов, в случае моделирования трёхфазной фильтрации при околокритических условиях в пласте с усложнённым геологическим строением.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (контракт № 07.514.11.4157).

## Литература

1. Michael K., Golab A., Shulakova V. et al. Geological storage of  $CO_2$  in saline aquifers—A review of the experience from existing storage operations// Int. J. Greenhouse Gas Control, 2010, 4(4), 659-667.
2. Special report on carbon dioxide capture and storage. Technical report, Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC). Cambridge: Cambridge Univ Press; 2005.
3. TOUGH2 User's Guide, Version 2.1: Report (revised) / Lawrence Berkeley National Laboratory: Pruess K., et al. Berkeley, Calif., U.S., 2011, 214 p. LBNL-43134.
4. Pruess K., Spycher N. ECO2N – a fluid property module for the TOUGH2 code for studies of  $CO_2$  storage in saline aquifers// Energy Conversion and Management, 2007, 48(6), 1761–1767.
5. Афанасьев А.А., Мельник О.Э. О построении конечно-разностной схемы расчёта фильтрации при околокритических термодинамических условиях// Вычислительная механика сплошных сред, 2013, Т.6, №.2. Принята в печать.
6. Алтунин Л.Л. Теплофизические свойства двуокиси углерода. М.: Издательство стандартов, 1975, 546 с.
7. Афанасьев А.А., Мельник О.Э. О математическом моделировании многофазной фильтрации при околокритических условиях// Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. 2013, В печати.
8. <http://www.slb.com/services/software/reseng/eclipse.aspx> (дата обращения: 19.06.2013).

9. Spycher N., Pruess K., Ennis-King J. CO<sub>2</sub>-H<sub>2</sub>O mixtures in geological sequestration of CO<sub>2</sub>. I. Assessment and calculation of mutual solubilities from 12 to 100C and up to 600 bar// *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 2003. 67(16), 3015–3031.
10. Афанасьев А.А., Мельник О.Э. Об одном методе расчёта теплофизических свойств при до- и закритических условиях// *Физ.-хим. кин. в газ. динамике*. 2013, Т. 14, (URL: <http://www.chemphys.edu.ru/media/files/2013-04-04-001.pdf>).
11. Баренблат Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984, 208 с.
12. Дмитриев Н.М., Максимов В.М. Определяющие уравнения двухфазной фильтрации в анизотропных пористых средах// *Изв. РАН. МЖГ*. 1998, №2, С.87-94.
13. Brooks A.N., Corey, A.T., 1964. Hydraulic properties of porous media. In: *Hydrol. Pap. Colorado State University, Fort Collins*.
14. Tuminaro R.S., Heroux M., Hutchinson SA, Shadid JN. Official Aztec User's Guide. Version 2.1. Sandia National Laboratories report SAND99-8801J; 1999.
15. Афанасьев А.А., Бармин А.А. Нестационарные одномерные фильтрационные течения воды и пара с учётом фазовых переходов// *Изв. РАН. МЖГ*. 2007, №4, С.134-143.
16. Guide to the revised ground-water flow and heat transport simulator: HYDROTHERM — Version 3: Report / U.S. Geological Survey: Kipp K.L., Hsieh P.A., Charlton S.R. – U.S. Geological Survey Techniques and Methods, U.S., 2008, 160 p, Report N 6–A25.
17. Christie M.A., Blunt M.J. Tenth SPE Comparative Solution Project: A Comparison of Upscaling Techniques. SPE 66599 Paper, 2001.

Статья поступила в редакцию 17 июля 2013 г.