

**Отзыв официального оппонента**  
на диссертационную работу  
**Жукова Владимира Владимировича**  
**«Методы синтеза и оценки сложности программ**  
**с некоторыми структурными ограничениями»,**  
**представленную на соискание ученой степени**  
**кандидата физико-математических наук**  
**по специальности 01.01.09 —**  
**«Дискретная математика и математическая кибернетика»**

Задача синтеза дискретных управляющих систем является одной из классических задач математической кибернетики. При решении задачи массового синтеза чаще всего интерес представляет поведение функции Шеннона, которая показывает сложность самой сложной функции, зависящей от  $n$  переменных. Асимптотическое поведение функции Шеннона для сложности реализации булевых функций в классе схем из функциональных элементов (СФЭ) в произвольном конечном полном базисе было впервые установлено О. Б. Лупановым. Впоследствии рядом авторов были установлены асимптотически точные оценки функции Шеннона и для других классов дискретных управляющих систем. В работах В. А. Кузьмина и О. М. Касим-Заде исследовались модели программного типа, в которых программы, реализующие функции алгебры логики и функции  $k$ -значной логики, состояли из вычислительных команд, переадресующих команд и команд останова. Для рассматриваемых моделей программ в данных работах было установлено асимптотическое поведение соответствующих функций Шеннона. В работах С. В. Грибка модель программ была расширена включением в нее команд вызова подпрограмм (процедур). Одним из частных случаев модели программ являются рекурсивные схемы из функциональных элементов (РСФЭ), которые состоят только из вычислительных команд и команд вызова подпрограмм. Для класса РСФЭ была получена асимптотическая оценка функции Шеннона, имеющая линейный порядок роста, в случае, когда глубина вложенности вызовов процедур не была ограничена. В работах С. В. Блинова исследовалась сложность реализации булевых функций в классе РСФЭ с глубиной вложенности, ограниченной числом 2, и были получены верхние и нижние оценки соответствующей функции Шеннона, имеющие порядок роста  $\sqrt{2^n/n}$ .

Диссертационная работа В. В. Жукова посвящена исследованию сложности реализации булевых функций в моделях рекурсивных схем и программ. Следует отметить, что в рассматриваемых ранее моделях программ отсутствует

возможность рекурсивного вызова процедур, т. е. выполнение подпрограммами самих себя непосредственно или через другие подпрограммы. В диссертационной работе В. В. Жукова вводятся и исследуются новые модели рефлексивно-рекурсивных схем из функциональных элементов (РРСФЭ) и программ, в которых рекурсивные вызовы процедур являются допустимыми.

Предметом исследования В. В. Жукова являются вопросы синтеза и сложности реализации функций алгебры логики в моделях рекурсивных схем, рефлексивно-рекурсивных схем и программ, связанные, в первую очередь, с поведением соответствующих функций Шеннона.

Результаты, полученные в диссертационной работе, имеют корректные формулировки и обоснованы строгими доказательствами. Основные результаты опубликованы в 8 работах, из которых 5 содержатся в изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности 01.01.09 — «Дискретная математика и математическая кибернетика». Работа неоднократно апробирована на конференциях и научных семинарах.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, одного приложения и списка литературы, включающего в себя 39 наименований. Общий объем работы составляет 97 страниц.

Во введении приводится актуальность работы, формулируются основные полученные результаты.

Глава 1 содержит основные определения, описание моделей РСФЭ, РРСФЭ и программ, вычисляющих булевы функции. Описывается взаимосвязь между данными моделями, а также классами СФЭ и двоичных решающих диаграмм, доказывается утверждение о моделировании рекурсивных схем программами. Приведен критерий полноты для модели программ.

Глава 2 посвящена исследованию рекурсивных и рефлексивно-рекурсивных схем из функциональных элементов. Описывается получение нижних оценок функции Шеннона мощностным методом для исследуемых классов. Приводятся верхние оценки сложности реализации некоторых булевых функций и систем функций в классах РСФЭ и РРСФЭ. Устанавливается асимптотическое поведение функций Шеннона для классов РСФЭ и РРСФЭ с ограниченной числом  $g$  глубиной рекурсии. Рассматривается случай неограниченной глубины рекурсии для класса РРСФЭ, для которого было установлено, что асимптотика соответствующей функции Шеннона равна константе.

В главе 3 исследуется модель программ, вычисляющих булевы функции. Устанавливаются нижние оценки функций Шеннона для сложности реализации булевых функций одномодульными и многомодульными программами. Описывается асимптотически наилучший метод синтеза программ с ограниченной числом  $r$  глубиной рекурсии для произвольной булевой функции, зависящей от  $n$  переменных. Получена асимптотически точная оценка функции Шеннона для модели программ с глубиной рекурсии  $r$ , имеющая порядок роста  $\sqrt[2^n]{n}$ .

В заключении подводится итог диссертационного исследования и перечисляются полученные результаты.

В приложении А приводятся вспомогательные утверждения, используемые в главах 2 и 3.

Полученные диссидентом результаты в первую очередь имеют теоретическую значимость и вносят вклад в развитие теории синтеза дискретных управляющих систем. В диссертационной работе логичным образом расширяется модель программ за счет снятия ограничения на рекурсивный вызов процедур, имевшего место в предыдущих исследованиях, а также введения произвольного базиса переадресующих команд. Работа В. В. Жукова полностью закрывает ряд вопросов массового синтеза в моделях программного типа, в частности, отвечает на вопрос об асимптотическом поведении функций Шеннона для многомодульных программ как с ограниченной числом  $r$ , так и с неограниченной глубиной рекурсивных вызовов.

Помимо небольшого числа опечаток, таких как неправильное окончание в слове «принимающих» (стр. 75, первая строка) или пропуск предлога «в» в словосочетании «в качестве» (стр. 81, строка № 12) и др., в диссертации имеется, на мой взгляд, ряд недостатков стиля изложения. Это касается, в первую очередь, той распространенной в диссертации манеры подачи материала, при которой сначала приводится доказательство утверждения, а уже потом дается его точная формулировка. Кроме того, при изложении вводимых в диссертации новых и достаточно сложных конструкций типа операции раскрытия рекурсии в модели РРСФЭ следовало бы дать их более подробное и строгое формальное описание на языке помеченных графов типа СФЭ.

Вместе с тем, указанные замечания не снижают значимости диссертационного исследования. Считаю, что диссертация представляет собой законченную научно-исследовательскую работу, исследование вносит вклад в развитие математической кибернетики.

Диссертация удовлетворяет требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М. В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.09 — «Дискретная математика и математическая кибернетика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова. Диссертация и автореферат оформлен согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Жуков Владимир Владимирович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 — «Дискретная математика и математическая кибернетика».

Официальный оппонент, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической кибернетики института вычислительной математики и информационных технологий Казанского федерального университета

