Интенсиометрический и корреляционный прием термоакустического излучения от протяженных объектов и оценки чувствительности каждого из методов

И.Ю. Антонов[1,a], К.В. Дмитриев[1,b], С.А. Юрченко[1,c]

[1] *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.*

E-mail: [a]antonov.ii16@physics.msu.ru, [b]presentatio@mail.ru, [c]sa.jurchenko@physics.msu.ru

Рассмотрен процесс восстановления температуры объекта с помощью интенсиометрической и корреляционной обработки его собственного термоакустического излучения. Использовалась томографическая схема с несколькими фокусированными приемниками. С помощью методов проверки статистических гипотез получены оценки чувствительности для обоих методов.

Ключевые слова: акустическая термотомография, температура объекта, скорость звука, поглощение, фокусирующие схемы.

УДК: 534.8:519.24

PACS: 43.60.-c, 43.60.Rw

Введение

Метод термоакустической томографии предназначен для неинвазивной диагностики мягких биологических тканей, в первую очередь – молочной железы. В его основе лежит определение пространственного распределения температуры среды. Температура позволяет судить об уровне кровотока и метаболизма клеток, являясь важной характеристикой ткани. Ее локальное повышение может на ранних стадиях свидетельствовать о возникновении патологии. Физической основой для определения температуры методом термоакустической томографии является регистрация и последующая обработка шумового акустического поля, которое создается хаотическим движением частиц нагретой среды [1]. С точки зрения обработки излучения, принятого совокупностью приемников, существует два основных подхода. Первый из них – интенсиометрический – предполагает измерение мощности термоакустического поля [2–4]. Сканирование осуществляется либо механически, либо с помощью системы приемников. При втором способе – корреляционном – вычисляются корреляционные функции между всеми зарегистрированными сигналами [5–10]. Это дает несколько более богатые возможности для сканирования и позволяет получить лучшее пространственное разрешение, поскольку вклад в корреляционную функцию дают

источники, лежащие в области пересечения диаграмм чувствительности приемных элементов. Еще более повысить разрешающую способность можно, если применить фокусировку.

1 Метод определения чувствительности термотомографической схемы

Моделируется система, в которой присутствует K приемных преобразователей. Сигналы записываются в полосе частот от $f_{\min}$ до $f_{\max}$ с частотой дискретизации $2f_{\max}$; общее время съема данных равно $\mathcal{T}_0$. В результате этого каждым i-м преобразователем регистрируется $N = 2f_{\max}\mathcal{T}_0$ отсчетов $p_i(t_n)$ в моменты времени t_n.

Пусть гипотеза H_0 состоит в том, что выбранный элемент разрешения имеет ту же температуру T_{bg}, что и окружающая его среда. Альтернатива H_1 предполагает, что его температура T отлична от T_{bg}. Пусть уровень значимости γ, т.е. вероятность отвергнуть гипотезу H_0, когда она верна, равен 0.05. Рассматриваются выборочные коэффициенты корреляции $r_{ij}(\tau_{ij}) = \left\langle p_i(t)p_j^*(t+\tau_{ij})\right\rangle \Big/ \left[\left\langle |p_i(t)|^2\right\rangle\left\langle |p_j(t)|^2\right\rangle\right]$, которые вычисляются для каждой пары приемных преобразователей $(i;j)$. Здесь τ_{ij} – разность времен распространения сигнала от выбранного элемента разрешения до каждого из пары приемных преобразователей, символ $\langle\bullet\rangle$ означает усреднение по множеству реализаций. Если гипотеза H_0 справедлива, то величина $r_{ij}(\tau_{ij})\sqrt{\dfrac{N-2}{1-\{r_{ij}(\tau_{ij})\}^2}}$ имеет распределение Стьюдента [11 (§2.3)], которое при $N \gg 1$ стремится к стандартному нормальному распределению $\mathcal{N}(0,1)$, откуда, с учетом малости коэффициента корреляции, получается $r_{ij}(\tau_{ij})\sqrt{N} \sim \mathcal{N}(0,1)$. Если провести суммирование величин $r_{ij}(\tau_{ij})\sqrt{N}$ по всем F_K парам преобразователей, то результат такой суммы стандартных нормальных случайных величин также является нормальной случайной величиной: $\sum r_{ij}(\tau_{ij})\sqrt{N} \sim \mathcal{N}(0, F_K)$ или, что то же самое, $\sum r_{ij;m}(\tau_{ij})\sqrt{N/F_K} \sim \mathcal{N}(0,1)$. Следует обратить внимание, что число F_K используемых при формировании описанной суммы пар преобразователей может быть меньше общего числа всех возможных таких пар, равного $K(K-1)/2$. Это связано с тем, что, в зависимости от конкретных геометрических параметров приемной системы, для некоторых (или даже многих)

таких пар излучение выбранного элемента разрешения может быть декоррелировано. Тогда их учет может привести к ухудшению чувствительности системы. Если, для оценки, положить все коэффициенты $r_{ij}(\tau_{ij})$ одинаковыми и равными r_{corr}, то $\sum r_{ij}(\tau_{ij})\sqrt{N/F_K} = r_{\text{corr}}\sqrt{NF_K} \sim \mathcal{N}(0,1)$. Гипотеза H_0 отвергается, если

$$|r_{\text{corr}}|\sqrt{NF_K} > z_{1-\gamma/2}, \tag{1}$$

где $z_{1-\gamma/2}$ – квантиль уровня $1-\gamma/2$ стандартного нормального распределения.

Если справедлива гипотеза H_0, значения акустического давления, принимаемого i-м приемным преобразователем, имеют нормальное распределение с дисперсией, равной P_0. Сумма их квадратов по N временным отсчетам и K приемникам равна $NK\left\langle |p_i(t)|^2 \right\rangle$, поэтому величина $NK\left\langle |p_i(t)|^2 \right\rangle / P_0$ имеет распределение χ^2 с NK степенями свободы: $NK\left\langle |p_i(t)|^2 \right\rangle / P_0 \sim \chi^2(NK)$. При большом числе NK это распределение приближается к нормальному: $\chi^2(NK) \to \mathcal{N}(NK,\, 2NK)$. Тогда можно записать $\left|\left\langle |p_i(t)|^2 \right\rangle / P_0 - 1\right|\sqrt{NK/2} \sim \mathcal{N}(0,1)$. Гипотеза H_0 должна быть отвергнута, если

$$\left|\left\langle |p_i(t)|^2 \right\rangle / P_0 - 1\right|\sqrt{NK/2} > z_{1-\gamma/2}. \tag{2}$$

Условия (1) и (2) можно использовать, чтобы определить предельную (т.е. в отсутствие дополнительных помех) чувствительность корреляционного и интенсиометрического методов, соответственно. Она равна минимальному изменению температуры $\Delta T = |T - T_{\text{bg}}|$ в выбранном элементе разрешения, при котором гипотеза H_0 отвергается. Для этого вместо элементов выборочных матриц когерентности $\left\langle p_i(t)\, p_j^*(t+\tau_{ij}) \right\rangle$ и $\left\langle |p_i(t)|^2 \right\rangle$ нужно подставить их оценки, сделанные при наличии нагретого до температуры $T = T_{\text{bg}} + \Delta T$ элемента разрешения. Величина P_0 определяется в условиях справедливости гипотезы H_0, т.е. когда нагрев отсутствует.

2 Результаты численного расчета термотомографических схем с фокусировкой

Моделирование проводилось для двумерного случая. Приемная система состояла из K одинаковых каналов, каждый из которых включал зеркало в виде цилиндрического сектора радиусом $R = 0.1$ м и углом ψ_{mir}, плоский преобразователь размером $d = 5$ мм и дополнительное плоское зеркало. В центре цилиндрического

зеркала располагалась нагретая область радиусом r_s с зависимостью температуры от расстояния r до центра зеркала в виде $T(r) = T_{\text{bg}} + \Delta T \exp\left(-r^2/(2r_s^2)\right)$. Излучение этой области фокусировалось цилиндрическим зеркалом и, после отражения от дополнительного плоского зеркала, попадало на приемный преобразователь. Условия (1) и (2) для заданной чувствительности $\Delta T = 1$ К позволяют оценить необходимое время накопления сигнала $\mathcal{T}_0$ в зависимости от угла ψ_{mir}, размера элемента разрешения и способа обработки данных. Полагалось $f_{\min} = 800$ кГц и $f_{\max} = 1200$ кГц. Коэффициент поглощения внутри элемента разрешения равен $\alpha = 100\,\text{м}^{-1}$.

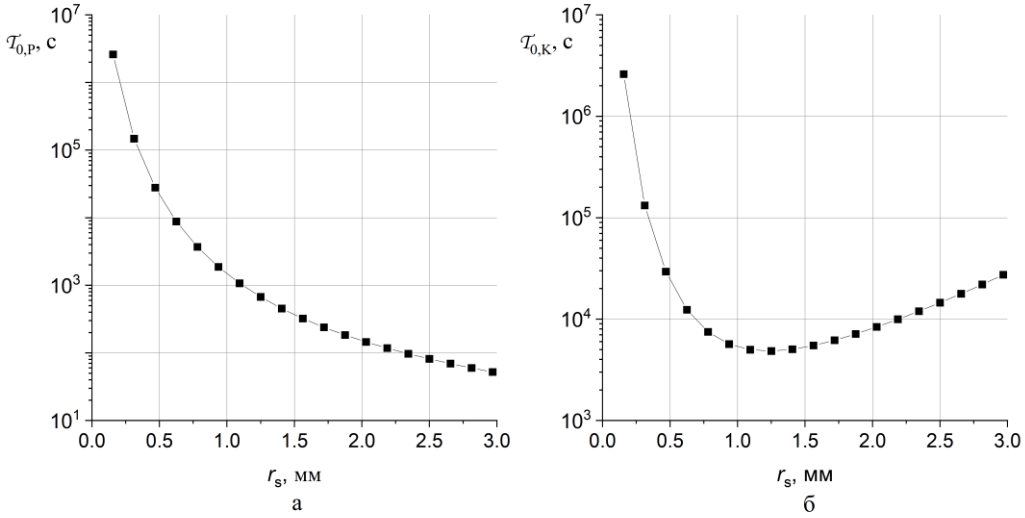

Рис. 1. Зависимость времени накопления от размера источника при интенсиометрическом (а) и корреляционном (б) подходах, $\psi_{\text{mir}} = 20°$.

Для единственной пары приемных каналов ($F_K = 1$) увеличение размера источника r_s при постоянном угле ψ_{mir} приводит к монотонному уменьшению времени накопления $\mathcal{T}_{0,\text{P}}$ при интенсиометрическом подходе (рис. 1, а) и к формированию минимума времени накопления $\mathcal{T}_{0,\text{K}}$ при корреляционном подходе (рис. 1, б). Уменьшение времени накопления при малом r_s связано с увеличением мощности источника. Однако когда его размер превышает фокальную область, начинает сказываться декорреляция излучения, поэтому время накопления при корреляционном подходе растет.

Описанная процедура позволяет определить при корреляционном подходе наилучший размер источника $r_{\text{s,opt}}(\psi_{\text{mir}})$ как функцию угла ψ_{mir}. Полагая при

интенсиометрическом подходе этот размер таким же, можно вычислить зависимости времени накопления от угла ψ_{mir}. Они представлены на рис. 2. Увеличение ψ_{mir} ведет к росту принимаемой от нагретой области мощности акустического излучения, в результате время накопления при интенсиометрическом подходе быстро снижается. При корреляционном подходе оказывается существенной возрастающая роль аберраций, которые приводят к декорреляции излучения. Наилучшие результаты при корреляционном подходе получаются при угле $\psi_{\text{mir,opt}} = 10^{\circ}$. Для этого значения размер источника равен $r_{\text{s,opt}}(\psi_{\text{mir,opt}}) \approx 2$ мм. При использовании полной корреляционной томографической схемы, которая включает $K = 360^{\circ}/\psi_{\text{mir,opt}} = 36$ каналов для обеспечения температурной чувствительности $\Delta T = 1$ К время измерений составляет $\tau_{0,\text{K}} \approx 19$ сек, что вполне приемлемо в медицинским приложениях. Для интенсиометрического подхода время $\tau_{0,\text{P}} \approx 9.4$ сек несколько меньше.

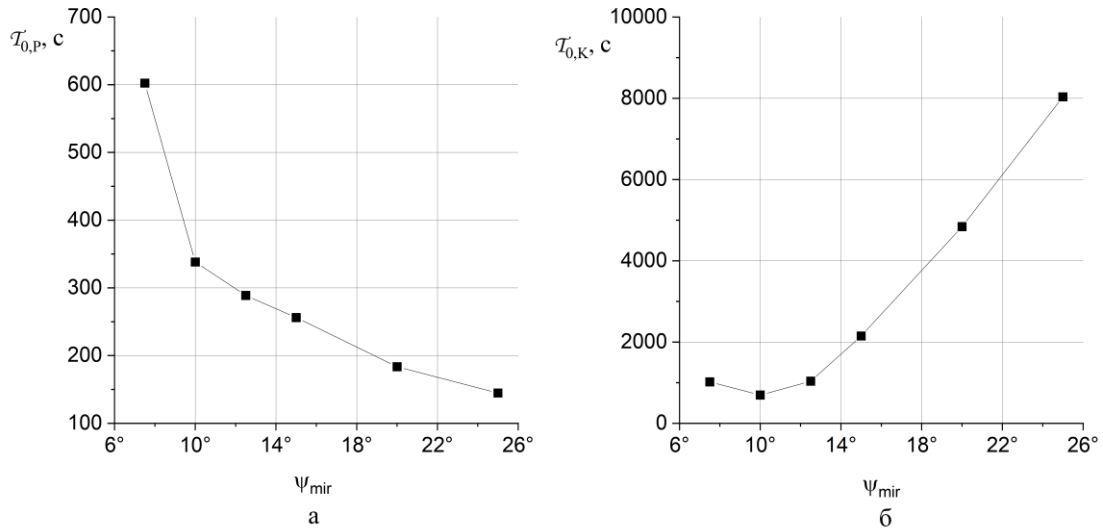

Рис. 2. Зависимость времени накопления от угла ψ_{mir} при интенсиометрическом (а) и корреляционном (б) подходах.

Лучшая чувствительность – важное преимущество интенсиометрического подхода. Однако корреляционный метод помимо мощности принимаемого излучения дает информацию о взаимном временном сдвиге регистрируемых сигналов для каждой пары приемных каналов. Это позволяет оценивать скорость звука в среде и уменьшить число координат, по которым ведется механическое сканирование (временной сдвиг можно рассматривать как еще одну дополнительную координату). Алгоритмы обработки данных и трудности, с которыми приходится при этом сталкиваться, обсуждались в [9, 10]. Одна из возможностей несколько улучшить чувствительность

корреляционного метода состоит в увеличении числа F_K за счет корреляционной обработки всех пар приемных каналов, а не только соседних.

Заключение

В работе теоретически рассмотрен процесс обработки данных в термоакустическом эксперименте с использованием нескольких приемников излучения. Предложено использовать аппарат гипотез для восстановления температуры среды как для интенсиометрического, так и для корреляционного исследования. Вычислены статистические характеристики невозмущенной среды и определено, при каких входных данных можно говорить об изменении ее температуры с наперед заданной вероятностью. Разработана двумерная модель термоакустического эксперимента с фокусировкой на основе процесса отражения сигнала от круглого зеркала. Для различных углов раскрыва зеркал и разных размеров источника получены значения времени накопления, необходимого для заданной температурной разрешающей способности.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Москвы в рамках научного проекта № 21-32-70003.

Список литературы

1. *Barabanenkov Y.N., Passechnick V.I.* // JASA. 1996. **99**, № 1. P. 65.
2. *Мансфельд А.Д. //* Акуст. журн. 2009. **55**, № 4-5. С. 546.
3. *Аносов А.А., Ерофеев А.В., Мансфельд А.Д. //* Акуст. журн. 2019. **65**, № 4. С. 551.
4. *Аносов А.А., Казанский А.С., Мансфельд А. Д. и др. //* Акуст. журн. 2016. **62**, № 2. С. 259.
5. *Буров В.А., Румянцева О.Д.* Обратные волновые задачи акустической томографии. Ч. I: Обратные задачи излучения в акустике. М.: ЛЕНАНД, 2017, 2021. 384 с.
6. *Барабаненков Ю.Н., Пасечник В.И.* // Акуст. журн. 1995. **41**, № 4. С. 563.
7. *Миргородский В.И., Герасимов В.В., Пешин С.В.* // ЖТФ. 1996. **66**, № 5. С. 196.
8. *Аносов А.А., Антонов М.А., Пасечник В.И.* // Акуст. журн. 2000. **46,** № 1. С. 28.
9. *Буров В.А., Румянцева О.Д., Дмитриев К.В. //* Акуст. журн. 2018. **64**, № 5. С. 591.
10. *Буров В.А., Дмитриев К.В., Румянцева О.Д., и др.* // Изв. РАН. Сер. Физ. 2019. **83**, № 1. С. 70.
11. *Ивченко Г.И., Медведев Ю.И.* Введение в математическую статистику. М.: Издательство ЛКИ, 2010. 600 с.