

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Белов Илья Николаевич

**Рождение дважды тяжелых адронов за пределами
ведущего порядка по константе сильной связи и
внутренней скорости кварка**

Специальность 1.3.15 — физика атомных ядер и элементарных частиц,
физика высоких энергий

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2022

Работа выполнена на кафедре физики атомного ядра и квантовой теории столкновений Физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: **Бережной Александр Викторович**,
доктор физико-математических наук, профессор РАН

Официальные оппоненты: **Галкин Владимир Олегович**,
доктор физико-математических наук,
Институт образовательной информатики Федерального
исследовательского центра “Информатика и управление”
Российской академии наук, главный научный сотрудник

Иванов Михаил Алексеевич,
доктор физико-математических наук, профессор,
Международная межправительственная организация
“Объединенный институт ядерных исследований”,
лаборатория теоретической физики имени
Н.Н. Боголюбова, главный научный сотрудник

Липатов Артем Владимирович,
кандидат физико-математических наук,
Научно-исследовательский институт ядерной физики
имени Д.В. Скобельцына МГУ имени М.В. Ломоносова,
старший научный сотрудник

Защита диссертации состоится 16 сентября 2022 г. в 15:00 на заседании диссертационного совета МГУ.013.2 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, г. Москва, Ленинские горы 1, строение 5 (19-й корпус НИИЯФ МГУ), аудитория 2-15.

С диссертацией можно ознакомиться в Отделе диссертаций научной библиотеки МГУ им. М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д.27) и на сайте ИАС “Истина” по ссылке <https://istina.msu.ru/dissertations/458768465/>.

Автореферат разослан «___» _____ 2022 г.

Телефон для справок: +7 (916) 871-77-50.

Электронная почта совета для справок: galan_lidiya@mail.ru

Ученый секретарь
диссертационного совета МГУ.013.2
к-т физ.-мат. наук



Галанина Лидия Ивановна

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. Тематика исследований диссертации связана с двумя из достижений, обогативших физику тяжелых кварков в течение последних пяти лет. Во-первых, с открытием коллаборацией LHCb дважды очарованного бариона Ξ_{cc}^{++} в конечном состоянии $\Lambda_c^+ K^- \pi^+ \pi^+$ [13], которое уже дополнено регистрацией распада $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \pi^+$ [14]. Во-вторых, с открытием коллаборацией CMS возбужденных $2S$ состояний B_c мезонов в адронном распаде $B_c(2S) \rightarrow B_c \pi^+ \pi^-$ [15], которое вскоре было подтверждено и коллаборацией LHCb [16]. Интерес к подобным дважды тяжелым системам вспыхнул с новой силой, а поиск дважды тяжелых барионов стал одним из приоритетных направлений в программе эксперимента LHCb.

Фактически, наблюдение $B_c(2S)$ состояний в экспериментах на ЛHC открывает новый этап в исследовании кваркониев. B_c мезон по-прежнему является наименее изученным из кваркониев главным образом из-за сильного подавления в механизме рождения и как следствие малости выходов в эксперименте. Наблюдение его $2S$ состояний означает, что набор статистики, необходимой для изучения спектра масс B_c , уже сегодня представляет посильную задачу. Запланированное увеличение светимости ЛHC на порядок позволит приблизиться к измерению и остальных возбужденных состояний B_c . В первую очередь можно надеяться на открытие P -волновых состояний. Недостаточность накопленного знания о B_c мезоне проявляется и в том, что в настоящее время практически отсутствуют теоретические предсказания для адронного рождения B_c за пределами ведущего порядка по α_s и по v (скорости кварка в мезоне). Задача инклюзивного рождения B_c в реакции $gg \rightarrow B_c + X$ в однопетлевом приближении по α_s остается нерешенной. Целесообразно было бы учесть поправки из-за внутреннего движения кварков в адронном рождении $2S$ -волновых и $1S$ -волновых состояний — такой учет может существенно влиять, например, на отношение выходов $B_c(2S)/B_c$. Важно отметить работу [17], в которой указано на то, что выход B_c мезонов недооценивается теорией в несколько раз. Возможно, причиной этого являются петлевые КХД поправки, возможно, недоучет движения кварков внутри мезона.

Изучение дважды тяжелых барионов, существование которых было предсказано задолго до открытия, вступает в фазу экспериментального наблюдения. Ожидается, что планируемое переоснащение установки LHCb для работы в условиях большей светимости позволит не только более подробно изучить свойства Ξ_{cc}^{++} , но и обнаружить возбужденные состояния этого бариона, характерные для кварк-дикварковой структуры спектра. Кроме того, еще до перехода на большую светимость возможно наблюдение других дважды очарованных барионов, в частности Ω_{cc} — изоспинового партнера Ξ_{cc} . С успехами в измерении рождения B_c мезона тесно связаны и надежды на наблюдение Ξ_{bc} бариона, имеющего схожий механизм рождения [18]. Область дважды тяжелых барионов в ближайшее

время может ознаменоваться новыми открытиями, поэтому должны быть подготовлены и новые, более точные, теоретические оценки параметров рождения и распада [19, 20].

Несмотря на фундаментальное различие между мезонами и барионами, при описании дважды тяжелых барионов и $c\bar{b}$ ($\bar{c}b$) кваркониев пользуются схожими методами. В первую очередь сходство этих систем проявляется в рождении, которое подразумевает одновременное образование двух тяжелых кварк-антикварковых пар с последующим слиянием двух кварков в дикварк в случае дважды тяжелого бариона или кварка и антикварка в мезон в случае $c\bar{b}$ ($\bar{c}b$) кваркония.¹ В рамках одних и тех же моделей описываются распады и времена жизни обсуждаемых систем. До некоторой степени спектроскопия дважды тяжелых барионов и $c\bar{b}$ ($\bar{c}b$) кваркониев также сходна, так как возбуждения дважды тяжелых дикварков внутри барионов могут быть описаны в тех же потенциальных моделях, что и возбуждения кваркониев [21–23]. Хотя, конечно, спектроскопия дважды тяжелых барионов сложнее, так как содержит и возбуждения легкого кварка. Также краеугольным остается вопрос учета размера дважды тяжелого дикварка. В работе [24] в модели кварк-глюонных струн показано, что конечный размер дважды тяжелого дикварка дает положительную поправку к массам барионов, вычисленным в приближении локального дикварка. Так как размеры основного и возбужденного состояний дикварка существенно отличаются, то эффект конечного размера дикварков может быть выявлен при экспериментальном изучении возбужденных состояний дважды тяжелых барионов.

Отдельная часть диссертации посвящена задачам парного рождения кваркониев за рамками ведущего приближения по константе сильного взаимодействия и внутренней скорости кварка. По своим свойствам сечения рождения в прямом рождении в e^+e^- аннигиляции, фоторождении, адронном рождении существенно различаются, и каждый из механизмов заслуживает детального изучения. Пара кваркониев может быть также рождена в распадах Z -бозона, бозона Хиггса. На данный момент практический интерес скорее представляет адронное рождение (рождение пары кваркониев на LHC), в том числе потому что в нем учет однопетлевых вкладов позволяет тестировать модель DPS.² Физической мотивацией к исследованию именно e^+e^- рождения служит планирование новых масштабных проектов e^+e^- ускорителей, ILC и FCC. А как показывает опыт LHC, подготовка к

¹Здесь следует подчеркнуть, что механизм рождения обсуждаемых систем невозможно описать в модели двойного партонного рассеяния, в которой кварк-антикварковые пары рождаются независимо в двух разных партон-партонных взаимодействиях. Это обстоятельство отличает процессы рождения дважды тяжелых барионов и B_c мезона от других процессов с множественным рождением тяжелых кварков, например, ассоциированного рождения J/ψ мезона и c кварка.

²Наиболее интересным кажется процесс $gg \rightarrow J/\psi \Upsilon$, поскольку из-за отбора по квантовым числам он может идти только в порядке $\mathcal{O}(\alpha_s^6)$, и, как следствие, сильно подавлен. Пока этот процесс не измерялся, но отсутствие такого подавления в эксперименте будет индикатором новых механизмов образования тяжелых кваркониев. См. обсуждение и первое вычисление в порядке $\mathcal{O}(\alpha_s^6)$ в статьях [25, 26].

эксперименту по физике высоких энергий должна начинаться за много лет до того, как заработает установка.

Понимая, что даже такие выдающиеся установки как CMS, ATLAS, LHCb и BELLE-II, возможно, не смогут решить проблемы физики высоких энергий, физическое сообщество занялось планированием e^+e^- коллайдера FCC, нацеленного на прецизионное исследование физики в e^+e^- столкновениях с энергией в диапазоне $90 \div 400$ ГэВ [27]. При этом FCC может на несколько порядков повысить точность измерений в Стандартной модели и в физике Хиггса в частности. Одной из сильных сторон электрослабой программы исследований на FCC-ее будет являться высокая светимость, накопленная в Z -полусе. Как подчеркивается в отчете о проектировании [28], планируется получить около $5 \cdot 10^{12}$ распадов Z бозонов, рождаемых при $\sqrt{s} \approx 91$ ГэВ. Огромная статистика для всех b - и c -адронов сделает FCC-ее естественным преемником B -фабрик в исследовании B -, D -мезонов, чармониев и боттомониев.

Внимание к процессам рождения пары кваркониев в e^+e^- аннигиляции во многом обязано их детальному изучению на B -фабриках. В экспериментах BaBar и Belle при энергии столкновения 10.6 ГэВ были измерены несколько процессов рождения пары чармониев, самым известным из которых стал процесс $e^+e^- \rightarrow J/\psi \eta_c$ [29, 30]. Сечения рождения, вычисленные в пионерских работах [31, 32], в несколько раз недооценивали измеренные сечения, из чего был сделан вывод о том, что пертурбативная КХД в ведущем приближении не в состоянии описать эксклюзивное рождение пары кваркониев. Исходя из этого, была проведена большая теоретическая работа по развитию техники вычисления сечений в парном рождении. Известны по крайней мере два стандартных метода, дающие приемлемые теоретические предсказания. Первый — это приближение светового конуса (коллинеарная факторизация), который основывается на разложении по степеням $1/Q$, где Q^2 характеризует передачу жесткого импульса [33]. Приближение светового конуса успешно описывает формфакторы легких адронов и эксклюзивные распады B -мезонов. Второй метод — это нерелятивистская КХД (НРКХД), специально созданная для описания рождения и распадов кваркониев [34]. Подход НРКХД факторизации явно учитывает нерелятивистскую природу кваркония и позволяет выразить амплитуду реакции в виде бесконечной суммы произведений короткодействующих коэффициентов, вычисляемых по теории возмущений, и НРКХД матричных элементов вакуум-кварконий, важность которых организована по степеням v — типичной скорости тяжелого кварка внутри кваркония.

В результате матричный элемент рождения двух связанных $c\bar{c}$ -состояний факторизу-

ется на жесткий и мягкий матричные элементы следующим образом:

$$\mathcal{M}[J/\psi + \eta_c] = \sum_{L,J} \mathcal{A}(e^+ e^- \rightarrow c\bar{c} \left[{}^{2s'+1}L'_{J'} \right]^{[1,8]} + c\bar{c} \left[{}^{2s+1}L_J \right]^{[1,8]}) \times \\ \times \langle \mathcal{O}_{J/\psi} \left[{}^{2s'+1}L'_{J'} \right]^{[1,8]} \rangle^{1/2} \langle \mathcal{O}_{\eta_c} \left[{}^{2s+1}L_J \right]^{[1,8]} \rangle^{1/2},$$

где $\mathcal{A}$ — матричный элемент рождения двух пар $c\bar{c}$, вычисляемый по теории возмущений; $\langle \mathcal{O}_{J/\psi} \rangle$, $\langle \mathcal{O}_{\eta_c} \rangle$ — вакуумные средние 4-х фермионных операторов, построенных в НРКХД; они являются непертурбативными параметрами и имеют смысл амплитуды перехода рожденной $c\bar{c}$ пары в наблюдаемый мезон; обозначения $[1, 8]$ означают синглетное и октетное цветовые состояния во взаимодействии с излучаемыми глюонами. Ввести матричные элементы $\langle \mathcal{O} \rangle$ явно можно только для синглетного вклада, который определяется волновой функцией мезона. Для октетного вклада необходимо учитывать динамику мягких глюонов, что выходит за рамки потенциальных моделей. Тем не менее непертурбативные параметры $\langle \mathcal{O} \rangle$ могут быть извлечены из сравнения с экспериментом. Такое сравнение проведено в ряде работ по изучению поляризации J/ψ [35, 36], также по данным из экспериментов на ЛНС оно проведено для η_c, χ_c состояний [37, 38] и для семейства боттомониев [39, 40].

Одним из открытий в исследовании $e^+ e^- \rightarrow J/\psi \eta_c$ и родственных ему процессов стало наличие больших и положительных КХД поправок в сечения, что в конечном итоге и позволило согласовать теоретические предсказания с измерениями. Пертурбативные поправки вычислены только в подходе НРКХД факторизации, в то время как из-за некоторых теоретических трудностей, присущих процессам с подавлением по спиральности, до сих пор никому не удалось успешно разработать вычисление КХД поправок к таким процессам в подходе светового конуса. Кроме того, в случае кваркониев амплитуды распределения, параметризующие адронизацию кварков в мезон в формализме светового конуса, в принципе известны намного хуже, чем волновые функции. Как следствие, НРКХД кажется наиболее подходящим, а также систематически улучшаемым методом в рождении и распадах кваркониев. Следует также уточнить, что практически все накопленные предсказания по рождению пары чармониев в $e^+ e^-$ аннигиляции представлены для энергий столкновения на B -фабриках, то есть вблизи 10.6 ГэВ, но для больших энергий столкновения, скорее всего, их недостаточно.

Цели и задачи диссертационной работы. Целью работы является развитие и применение теоретического аппарата по вычислению процессов рождения за пределами ведущего приближения по константе сильного взаимодействия и по внутренней скорости кварка. Вычисления в следующих порядках по α_s, v применяются для теоретических предсказаний сечений рождения и выходов возбужденных состояний дважды тяжелых адронов в идущих экспериментах на ЛНС; сечений рождения пары тяжелых кваркониев на планируемых $e^+ e^-$ коллайдерах ILC, FCC; оценок на брэнчинги распада бозона Хиггса

на пару кваркониев. В исследовании поставлены следующие задачи:

- Оценка выходов и перспектив наблюдения $B_c(D)$ в экспериментах ATLAS, CMS, LHCb; выяснение роли октетного механизма в адронном рождении.
- Оценка выходов и перспектив наблюдения $\Xi_{cc}(S, P)$, $\Xi_{bb}(S, P)$ и их изоспиновых партнеров в эксперименте LHCb.
- Подготовка софта для однопетлевых вычислений в процессах множественного рождения тяжелых кварков.
- Оценка коррекции сечений рождения пары кваркониев в e^+e^- аннигиляции за счет $\mathcal{O}(\alpha_s)$ поправок; выяснение вклада аннигиляции в Z -бозон.
- Оценка брэнчингов распада бозона Хиггса на пару кваркониев в следующем за ведущим приближении по α_s и по v .

Научная новизна. Оценки сечений адронного рождения D -волновых состояний B_c в доминантной моде глюон-глюонного взаимодействия проведены впервые. Оценки сечений адронного рождения дважды тяжелых барионов с возбужденным S - и P -волновым дикварком являются новым результатом. Вычисление сечений процесса $e^+e^- \rightarrow J/\psi \eta_c$ в однопетлевом приближении по α_s выполнено и другими теоретическими группами, но чтобы корректным образом описывать сечения при энергиях порядка M_Z и выше, необходимо учитывать полную однобозонную аннигиляцию в фотон, и в Z -бозон, на что до недавнего времени не обращалось внимание. Сечения процесса $e^+e^- \rightarrow J/\psi J/\psi$ были известны только в ведущем порядке по α_s . Полный анализ e^+e^- рождения пар $J/\psi \eta_c$, $J/\psi J/\psi$ на однопетлевом уровне точности представлен впервые. Рождение пары чармоний-боттомоний в e^+e^- аннигиляции также изучено впервые. Теоретически мода распада бозона Хиггса в два кваркония изучалась ранее, но учет релятивистских и однопетлевых поправок не проводился.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования являются процессы рождения адронов с двумя тяжелыми кварками, происходящие при столкновениях заряженных частиц и при распаде бозона Хиггса. Эти процессы могут регистрироваться в детекторах на действующих и планируемых ускорителях. Предметом исследования выступают наблюдаемые величины: сечения рождения и ширины распада.

Методы исследования. Исследования представляют теоретические вычисления в Стандартной модели. Применяемые методы являются приложениями квантовой теории поля для физики высоких энергий: пертурбативная КХД, эффективная теория рождения дважды тяжелых связанных состояний (НРКХД), Релятивистская кварковая модель.

Адронное и электрон-позитронное рождение описывается в НРКХД факторизации, которая включает нерелятивистскую теорию Шредингера для связанного $Q\bar{Q}$ -состояния и обычную релятивистскую теорию поля для кварков и глюонов с добавлением локальных взаимодействий, которые последовательно учитывают поправки по степеням v — скорости тяжелого кварка в кварконии. В рождении кваркониев в распадах Хиггса волновая функция связанного состояния вычисляется в Релятивистской кварковой модели. Техника вычисления однопетлевых КХД поправок основана на размерной регуляризации и перенормировке в схемах “On shell” и $\overline{\text{MS}}$. В вычислениях используется ряд специализированных программных пакетов в системах компьютерной алгебры FORM и Mathematica. В численном Монте-карло интегрировании по фазовому пространству используется алгоритм RAMBO [41].

Теоретическая и практическая значимость. Тематика работы напрямую относится к исследованиям LHCb и CMS. Результаты по рождению $B_c(D)$, $\Xi_{cc}(S, P)$ можно считать указаниями к поиску. Результаты по рождению $\Xi_{bb}(S, P)$, наоборот, ставят под сомнение возможность регистрации таких состояний на LHC. Наблюдение распадов бозона Хиггса на пары $J/\psi J/\psi$, $\Upsilon\Upsilon$ возможно на LHC, пока для них установлены верхние пределы. Изучение распада $H \rightarrow B_c^{(*)} B_c^{(*)}$ несет методическую ценность. Анализ рождения пары кваркониев в e^+e^- аннигиляции при энергиях $\sim M_Z$ получит практическое применение в случае реализации проектов ILC и/или FCC. Теоретическую значимость имеют развитие техники полуавтоматических вычислений в NLO приближении, методика наивного учета октетных вкладов в рождение кваркониев, определение волновых функций в Релятивистской кварковой модели. Поэтому работа будет полезна другим группам, работающим в пертурбативной КХД, а также группам, занимающимся физикой кваркониев, дважды тяжелых барионов и экзотических состояний с несколькими тяжелыми кварками.

Положения, выносимые на защиту.

1. Выход основного, синглетного, вклада в рождении D -волновых состояний B_c мезона в экспериментах на LHC составляет около $0.4 \div 1.1$ % от выхода всех рождаемых B_c мезонов. Значительное превышение относительного выхода в эксперименте будет означать существенный вклад в рождение октетных по цвету состояний.
2. Относительные выходы дважды очарованных барионов с возбужденными S - и P -волновыми состояниями дикварка в эксперименте LHCb составляют $45 \div 50$ % и $3 \div 4$ % соответственно. Наблюдение P -волновых состояний $\Xi_{cc}(P)$ и $\Omega_{cc}(P)$ выглядит довольно затруднительным, тогда как $\Xi_{cc}(2S, 3S)$ определенно могут быть получены в Run III. Перспектива регистрации на LHC даже основного состояния Ξ_{bb} остается под вопросом.

3. Однопетлевой вклад по константе α_s в эксклюзивное рождение пары чармониев в e^+e^- аннигиляции в механизме одноглюонного обмена дает большую и положительную поправку к сечениям. Вклад петлевой поправки растет с ростом энергии столкновения и не может быть скомпенсирован простым выбором шкалы перенормировки, поскольку NLO-амплитуда содержит члены $\sim \ln^2 s$. В диапазоне энергий от порога рождения до $2M_Z$ K -факторы изменяются от 2 до 5.
4. Рождение пары чармоний-боттомоний в процессах $e^+e^- \xrightarrow{\gamma, Z} J/\psi \eta_b$ и $e^+e^- \xrightarrow{\gamma, Z} \Upsilon \eta_c$ идет через два канала: электрослабый канал и КХД канал, в котором ведущий вклад содержит петли. Сечения КХД и электрослабых вкладов имеют различную асимптотику по степеням s . КХД и электрослабые вклады различным образом влияют на полный выход $J/\psi \eta_b$ и $\Upsilon \eta_c$ при энергиях вблизи порога рождения, тогда как при энергиях $\sim M_Z$ электрослабый вклад явно доминирует.
5. Прямой распад бозона Хиггса на пару кваркониев $J/\psi J/\psi$, $\Upsilon \Upsilon$, $J/\psi \Upsilon$ в доминантной моде Hqq идет через два механизма: механизм одноглюонного обмена и чисто электрослабый механизм с излучением $\gamma^* \rightarrow V$. Однопетлевой вклад по константе α_s дает значительную отрицательную поправку в ширины распада: полные K -факторы с учетом интерференции двух механизмов изменяются от 0.2 до 0.8.

Достоверность и обоснованность результатов. Достоверность диссертации обеспечивается надежностью методов, перечисленных выше. Все методы признаны в сообществе физики высоких энергий и успешно применяются исследователями в различных теоретических группах. Обоснованность результатов подтверждается наличием публикаций, прошедших процедуру рецензирования.

Апробация работы. Апробация диссертации прошла 4 апреля 2022 года на семинаре Отдела экспериментальной физики высоких энергий НИИЯФ МГУ. Основные результаты диссертации были доложены на следующих конференциях: Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных “Ломоносов” (Москва – 2018 г); International Conference on Particle Physics and Astrophysics — ICPPA (Москва - 2018, 2020 гг.); International Workshop “High Energy Physics and Quantum Field Theory” — QFTHEP (Сочи - 2019 г); Сессия-конференция Секции ядерной физики Отделения физических наук РАН (Новосибирск - 2020 г); XXXIII International Workshop on High Energy Physics “Hard Problems of Hadron Physics: Non-Perturbative QCD & Related Quests” (Протвино - 2021 г); Light Cone 2021: Physics of Hadrons on the Light Front (Сейл - 2021 г).

Личный вклад автора. Результаты, выносимые на защиту, получены при определяющем участии автора. Вся работа по подготовке программ, организации вычислений, представлению и анализу результатов была выполнена лично автором. Исключение со-

ставляют оценки релятивистских поправок в распады Хиггса на пару кварконию — эта часть вычислений проведена совместно с А.П. Мартыненко и Ф.А. Мартыненко.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, двух приложений и библиографии. Общий объем диссертации составляет 117 страниц, из них 102 страницы текста, включающего 52 рисунка и 18 таблиц. Библиография содержит 231 наименование на 15 страницах.

Содержание диссертации

В **Первой главе** рассмотрено одиночное рождение в условиях идущих экспериментов на LHC. Первая глава написана по материалам публикаций [1–5]. Она объединяет два раздела: Раздел 1.1, посвященный возбужденным состояниям B_c мезона, и Раздел 1.2, посвященный дважды тяжелым барионам с возбужденным состоянием дикварка.

В **Параграфе 1.1.1** кратко приводятся основные свойства B_c мезона [42–46], и особое внимание уделяется механизму рождения B_c мезона и его возбуждений, который хорошо изучен теоретически в работах [47–53]. Подробно обсуждаются экспериментальные результаты по наблюдению $2S$ состояния B_c мезона в спектре $B_c \pi^+ \pi^-$ коллаборациями CMS [15, 54], ATLAS [55] и LHCb [16]. Результаты сравниваются с ранее существовавшими предсказаниями работы [56]. Также в этом параграфе подробно обсуждаются перспективы наблюдения P -волновых состояний B_c мезона.

В обсуждении экспериментальных результатов подчеркивается, что эффективность регистрации $\pi^+ \pi^-$ пары опубликована только в измерении CMS, и поэтому в принципе сравнение относительных выходов между различными экспериментами не вполне корректно. Кроме того, результат, полученный в ATLAS, отличается от остальных. Измерено только одно значение массы, в то время, как CMS и LHCb отчетливо различают два пика. Значение ATLAS очень близко к значениям сдвинутого уровня $B_c(2^3S_1)$, полученными CMS и LHCb. Появление одного состояния из двух можно объяснить меньшей эффективностью регистрации, недостаточной для разрешения более узких резонансов. Также не исключено, что в ATLAS была измерена суперпозиция пиков $B_c(2^3S_1)$ и $B_c(2^1S_0)$. Масса векторного состояния B_c^* по-прежнему остается неизвестной.

Оценены сдвиг и уширение пика при регистрации векторного $2S$ состояния, вызванные потерей мягкого фотона в переходе $B_c^* \rightarrow B_c \gamma$. Показано, что в изучении $B_c(2S)$ особое значение имеет соотношение между выходами 2^3S_1 и 2^1S_0 состояний B_c мезона — оно является важным источником информации о механизме рождения. В частности, интересно сравнить отношение выходов $N(2^3S_1)/N(2^1S_0)$ в экспериментах LHCb и CMS. Пока можно сказать, что с учетом ошибок измерений опубликованные значения не противоречат друг другу. Если же будет зафиксирована зависимость от кинематики эксперимента,

то это потребует интерпретации, выходящей за рамки известной модели рождения. Еще одним интересным объектом в изучении распада $B_c(2S) \rightarrow B_c \pi^+ \pi^-$ является $\pi^+ \pi^-$ распределение — его анализ может дать новую информацию о природе $f_0(500)$ -мезона и о нарушении киральной симметрии.

В радиационных переходах B_c^* и $B_c(P)$ в основное состояние оценена максимальная поперечная энергия фотона ω_T^{max} в лабораторной системе в зависимости от p_T распадающегося состояния. Для P -волновых состояний в отличие от B_c^* поперечная энергия фотона может быть довольно большой, даже если начальное состояние $B_c(P)$ -мезона будет иметь малый импульс. Поэтому радиационные распады P -возбуждений намного легче регистрировать. В каскадных переходах в основное состояние оценены уширение и сдвиг пиков $1P$, $2P$ -состояний, вызванные потерей мягкого фотона.³

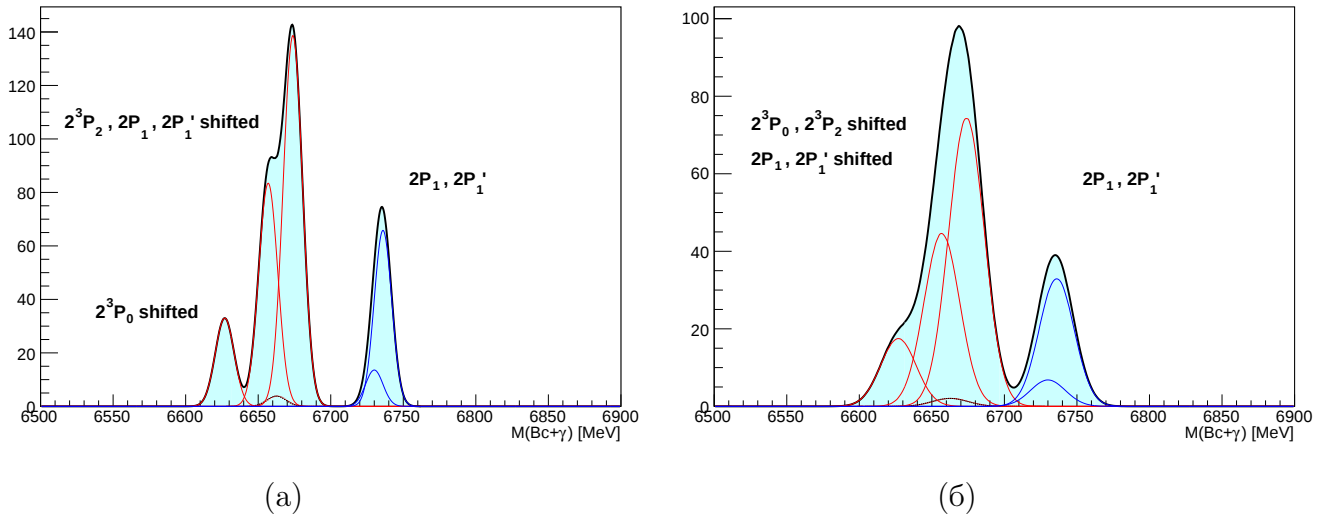


Рис. 1: Возможный спектр масс для распада $B_c(2P) \rightarrow B_c + \gamma^{\text{hard}} [+ \gamma^{\text{soft}}]$. Синими линиями отмечены несдвинутые пики, красными — сдвинутые пики с потерянным фотоном, а черная огибающая представляет собой сумму состояний. Пики изображены с уширением исходных распределений функцией Гаусса с дисперсией 6 МэВ (а) и 12 МэВ (б).

Смоделированы возможные распределения по инвариантной массе для основного состояния B_c мезона и “жесткого” фотона в каскадных распадах $1P$ - и $2P$ -волновых состояний. Пики изображены в соответствии с грубой моделью разрешения детектора: уширением исходных распределений функцией Гаусса с заданной дисперсией (см. Рис. 1). Такое моделирование не отражает настоящих характеристик детектора, но позволяет понять какую форму будут иметь пики при их обнаружении в эксперименте [57].

Предлагается изучение P -волновых состояний в их радиационных распадах на лептонную пару. В отличие от мягкого фотона, лептон-антилептонная пара с легкостью может

³Здесь и далее по тексту используется радиальное квантовое число в обозначении терма.

быть обнаружена в современных детекторах. Приведены факторы конверсии, вычисленные различными теоретическими группами. Излучение электронной пары ведет к подавлению брэнчинга на фактор $\sim 10^{-2}$, а в случае $\mu\mu$ канала — на фактор $\sim 10^{-3}$. Однако даже при таком подавлении брэнчинги распадов значительны.

В Параграфе 1.1.2 исследовано рождение D -волнового B_c мезона в экспериментах на ЛНС. $B_c(2S)$ возбужденные состояния наблюдаются на ЛНС в спектре $B_c\pi^+\pi^-$, и этот результат служит мотивацией к оценке возможностей поиска $B_c(D)$ возбуждений в том же спектре. Несмотря на то, что для D -волновых состояний доминантной считается электромагнитная мода распада [21,43,44,58], в работе [59] показано, что порядка 20% таких состояний распадаются в $1S$ состояние, излучая два π мезона, также как и $2S$ возбуждения. При достаточно большой статистике можно было бы различить два пика в спектре масс $B_c\pi^+\pi^-$: один пик вблизи 7000 ГэВ, образованный 1^1D_2 состоянием, и другой пик вблизи 6930 ГэВ, сформированный 1^1D_1 , 1^1D_2 и 1^1D_3 состояниями, распадающимися в $B_c^*\pi^+\pi^-$ с дальнейшим радиационным распадом $B_c^* \xrightarrow{\gamma} B_c$. Кроме того, D -волновые B_c возбуждения могли бы быть найдены в каскадных радиационных переходах $B_c(1D) \xrightarrow{\gamma} B_c(1P) \xrightarrow{\gamma} B_c(1S)$.

Рождение B_c мезона в pp столкновениях описано как пертурбативное рождение двух пар тяжелых кварков и непертурбативное формирование связанного $c\bar{b}$ состояния, описываемого нерелятивистской волновой функцией. Рассмотрен доминантный при энергиях ЛНС канал глюон-глюонного слияния: $gg \rightarrow c\bar{c}b\bar{b}$. Несколько диаграмм ведущего порядка изображены на Рис. 2. В случае орбитальных возбуждений относительная скорость двух кварков, составляющих связанное состояние, выступает в роли малого параметра матричного элемента. Ковариантный формализм для описания рождения D -волновых кваркониев предложен в работах [60,61].

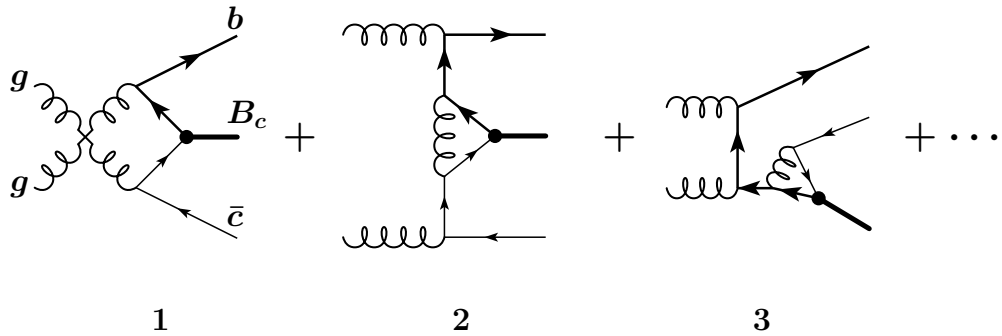


Рис. 2: Диаграммы ведущего порядка для процесса $gg \rightarrow B_c + X$.

Квадрированные матричные элементы просуммированы по j_z , состояния внутри спин триплета $S = 1$ вычисляются вместе (просуммированы по J):

$$\mathbb{P} = \sum_{j_z j'_z} A^{j_z} A^{*j'_z} \quad \mathbb{V} = \sum_J \sum_{J'} A^{Jj_z} A^{*J'j'_z}. \quad (1)$$

Амплитуды quadriрованы и просуммированы с сохранением только спинового значения $S = 0$ или $S = 1$ — навряд ли в экспериментах на ЛHC D -волновые состояния B_c будут изучаться более детально.

Теоретически более строгое рассмотрение процесса рождения в НРКХД [34] предполагает, что конечный мезон представляет собой не $\bar{b}c$ пару, а суперпозицию Фоковских состояний:

$$|B_c(1^1D_2)\rangle = O(1)|\bar{b}c(1^1D_2, \mathbf{1})\rangle + O(v)|\bar{b}c(1^1P_1, \mathbf{8})g\rangle + O(v^2)|\bar{b}c(1^1S_0, \mathbf{8} \text{ or } \mathbf{1})gg\rangle + \dots \quad (2)$$

$$|B_c(1^3D_j)\rangle = O(1)|\bar{b}c(3^3D_j, \mathbf{1})\rangle + O(v)|\bar{b}c(3^3P_j, \mathbf{8})g\rangle + O(v^2)|\bar{b}c(3^3S_1, \mathbf{8} \text{ or } \mathbf{1})gg\rangle + \dots \quad (3)$$

где $\mathbf{1}$ и $\mathbf{8}$ обозначают синглетные и октетные по цвету состояния пары кварков. В рамках НРКХД вклады в глюонное рождение от второго и третьего членов в (2) и (3) имеют один и тот же порядок по α_s и v , что и вклад от первого члена (порядок $\mathcal{O}(\alpha_s^4 v^4)$), а потому также должны быть учтены. В указанном выше Фоковском разложении имеются и другие состояния порядка $O(v^2)$, но их рождение будет подавляться степенью v .

Локальные четырехфермионные НРКХД операторы $\mathcal{O}_1^{B_c(1^1D_2)}(1^1D_2)$ и $\mathcal{O}_1^{B_c(1^3D_j)}(3^3D_j)$, относящиеся к первым слагаемым в разложениях (2) и (3) связаны с волновой функцией кваркония $R_D''(0)$. Вклады в сечения от P -волновых октетных по цвету состояний $|\bar{b}c(1^1P_1, \mathbf{8})g\rangle$ и $|\bar{b}c(3^3P_j, \mathbf{8})g\rangle$ моделируются с использованием кода для вычисления синглетных P -волновых B_c состояний. Синглетная по цвету волновая функция заменена октетной, а квадрат производной волновой функции в нуле $|R_P'(0)|^2$ умножен на коэффициент K_{P8} порядка $O(v_{\text{eff}}^2)$, где v_{eff}^2 — это эффективный квадрат скорости кварков в B_c мезоне. Аналогичным образом моделируются вклады от S -волновых октетных по цвету состояний $|\bar{b}c(1^1S_0, \mathbf{8})gg\rangle$ и $|\bar{b}c(3^3S_1, \mathbf{8})gg\rangle$ и вклады от S -волновых синглетных по цвету состояний $|\bar{b}c(1^1S_0, \mathbf{1})gg\rangle$ и $|\bar{b}c(3^3S_1, \mathbf{1})gg\rangle$. Подчеркивается, что для глюонного рождения $b\bar{b}c\bar{c}$ замена синглетной по цвету волновой функции на октетную не может быть сведена к простому масштабированию матричного элемента — такая замена существенным образом меняет относительные вклады различных диаграмм в полную амплитуду.

Из Рис. 3 и 4 можно видеть, что дополнительные НРКХД вклады $|\bar{b}c(P, \mathbf{8})g\rangle$, $|\bar{b}c(S, \mathbf{8})gg\rangle$ и $|\bar{b}c(S, \mathbf{1})gg\rangle$, полученные наивным масштабированием по скорости, могут значительным образом влиять на рождение. В то время, как форма p_T -распределений примерно одинакова, зависимость от энергии для октетных по цвету и синглетных по цвету состояний существенно отличается: октетные вклады убывают с энергией быстрее, чем синглетные. Кроме того, вид зависимости от энергии в основном определяется цветовым состоянием $\bar{b}c$ -пары и практически не зависит от ее орбитального момента.

Для получения протон-протонных сечений глюонные сечения свернуты с партонными функциями распределения CT14 [62]. Для уменьшения неопределенностей, связанных с выбором шкалы и КХД поправками на Рис. 5 и 6 представлены только относитель-

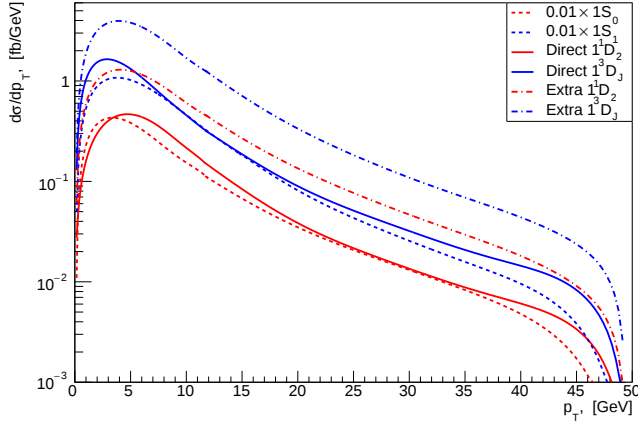


Рис. 3: $\sigma(gg \rightarrow B_c + X)$ зависимость от поперечного импульса при $\sqrt{s_{gg}} = 100$ ГэВ. Сплошные линии: прямые D -волновые состояния; пунктирные линии: S -волновые состояния, умноженные на 0.01; штрихпунктирные линии: дополнительные D -волновые состоян.

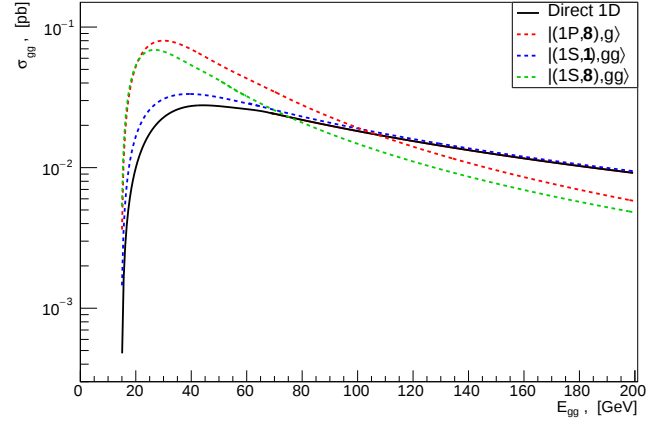


Рис. 4: $\sigma(gg \rightarrow B_c + X)$ зависимость от глюон-глюонной энергии. Черная линия: прямое рождение D -волн; красная линия: $|(1P, 8)g\rangle$ вклад; синяя и зеленая линии: $|(1S, 1)gg\rangle$ и $|(1S, 8)gg\rangle$ вклады соответственно.

ные выходы $1D$ состояний по отношению к $1S$ состояниям. Вычисления проведены для фронтальной и центральной кинематических областей. Фронтальная область примерно соответствует условиям LHCb, тогда как центральная область примерно соответствует условиям экспериментов CMS и ATLAS.

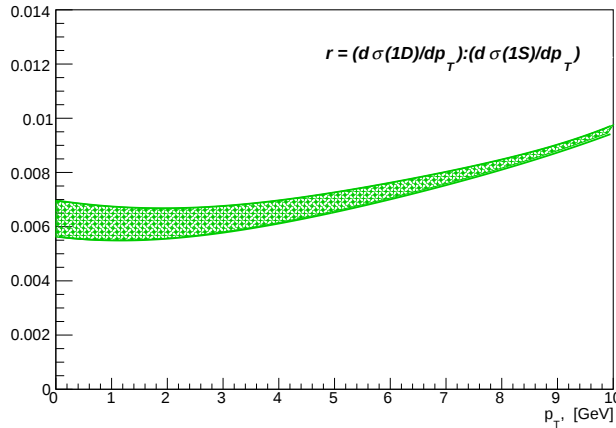


Рис. 5: Зависимость r от p_T при различных шкалах для фронтальной кинематики: $2 < \eta < 4.5$, $p_T < 10$ ГэВ.

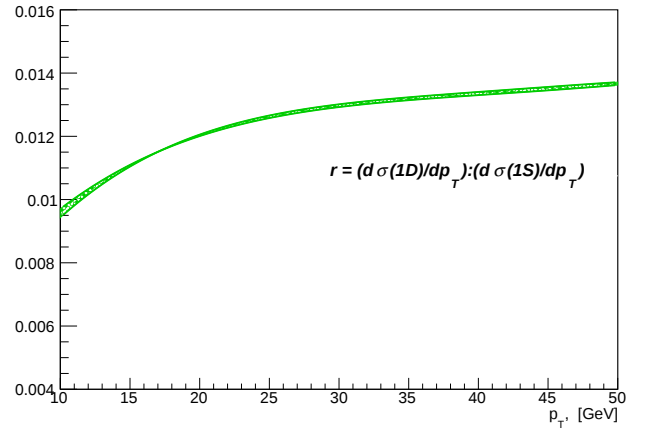


Рис. 6: Зависимость r от p_T при различных шкалах для центральной кинематики: $|\eta| < 2.5$, $10 \text{ ГэВ} < p_T < 50 \text{ ГэВ}$.

Учет вкладов $|\bar{b}c(P, 8)g\rangle$, $|\bar{b}c(S, 8)gg\rangle$ и $|\bar{b}c(S, 1)gg\rangle$ состояний, полученных наивным масштабированием по параметру скорости, увеличивает относительный выход D -волновых мезонов на порядок по величине. Это обстоятельство подтверждает самосогласованность

вычислений: три дополнительных вклада, каждый из которых порядка вклада от прямого рождения цветового синглета, значительно увеличивают полное сечение. По результатам численных оценок делается вывод, что значительное превышение относительного выхода в эксперименте над значением $0.4 \div 1.1\%$ будет означать существенный вклад в рождение октетных по цвету состояний. Представленные оценки не противоречат аналогичным оценкам во фрагментационном подходе для рождения в e^+e^- аннигиляции [63].

В Параграфе 1.2.1 обсуждаются два подхода к описанию свойств дважды тяжелых барионов: подход, основанный на кварк-дикварковой модели [64–66] и подход, основанный на потенциальной модели взаимодействия трех кварков [67–69]. Уточняется, что спектрокопия дважды тяжелых барионов может быть исследована как в рамках потенциальных моделей трех тел, так и в кварк-дикварковом подходе. Однако единственная более-менее согласованная модель рождения дважды тяжелых барионов основана на предположении того, что изначально рожденный дважды тяжелый дикварк преобразуется в дважды тяжелый барион. Дважды тяжелые барионы открыты в 2017 году в эксперименте LHCb [13,14], и есть основания надеяться, что этот экспериментальный успех будет дополнен новыми измерениями.

В Параграфе 1.2.2 в кварк-дикварковой модели получены теоретические оценки относительных выходов дважды очарованных и дважды прелестных барионов с S - и P -волновыми состояниями дикварка в эксперименте LHCb. В общепринятой модели рождения на первом этапе вычислений дважды тяжелый дикварк в антитриплетном цветовом состоянии рождается пертурбативно в жестком взаимодействии; на втором этапе дважды тяжелый дикварк переходит в барион в мягком процессе адронизации. Техника вычисления жесткой части матричных элементов аналогична технике вычисления в рождении B_c мезона: в доминантном канале глюон-глюонного слияния вычисляются 36 диаграмм порядка $\mathcal{O}(\alpha_s^4)$ для процесса $gg \rightarrow q\bar{q}q\bar{q}$, затем матричные элементы отбираются по спину и дифференцируются.

Обсуждается, что процесс адронизации можно рассматривать во фрагментационном подходе по аналогии с адронизацией одного тяжелого кварка в тяжелый адрон. В этом подходе потери энергии дикварка описываются функцией фрагментации, которая не зависит от процесса. Форма функции фрагментации для тяжелых мезонов может быть получена из экспериментальных данных по e^+e^- аннигиляции, но для дважды тяжелого дикварка, напротив, она неизвестна. Однако есть основания полагать, что эта функция довольно острая даже для ss -дикварка из-за его относительно большой массы.

В работе предполагается, что дикварк адронизуется с единичной вероятностью, подхватывая один из легких кварков u , d или s в той же пропорции $1 : 1 : 0.26$, что и b кварк [70]. Поперечный импульс легкого кварка с эффективной массой m порядка $\frac{m}{M} p_T$, где M и p_T — это масса и поперечный импульс конечного бариона. Для кинематических

условий LHCb такой кварк всегда существует в море кварков. Тем не менее, наиболее грубое модельное предположение не учитывает вероятность диссоциации дикварка (дикварк имеет цветовой заряд и сильно взаимодействует со своим окружением).

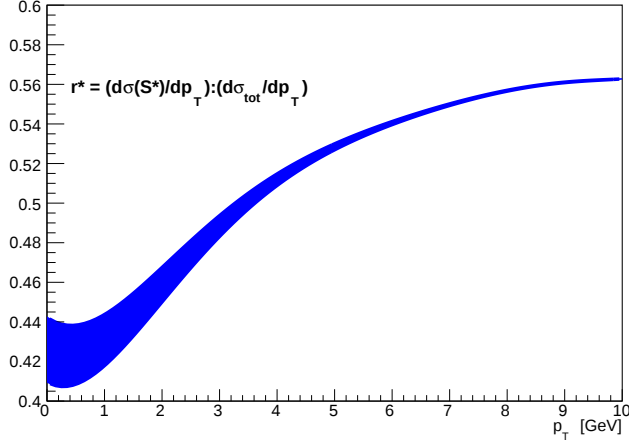


Рис. 7: Зависимость r^* от p_T для дважды очарованного дикварка при разных шкалах при энергии $\sqrt{s} = 13$ ТэВ.

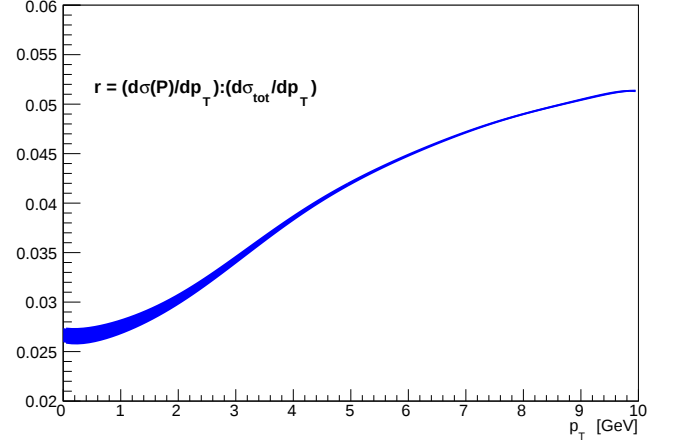


Рис. 8: Зависимость r от p_T для дважды очарованного дикварка при разных шкалах при энергии $\sqrt{s} = 13$ ТэВ.

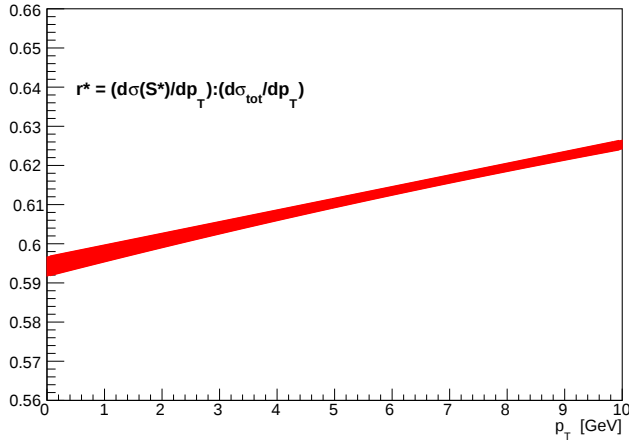


Рис. 9: Зависимость r^* от p_T для дважды прелестного дикварка при разных шкалах при энергии $\sqrt{s} = 13$ ТэВ.

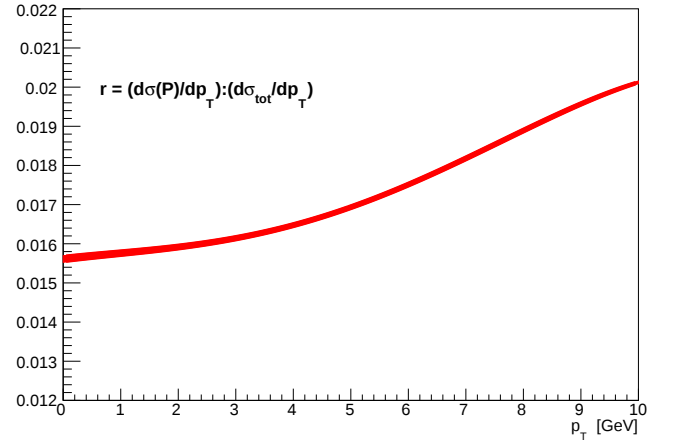


Рис. 10: Зависимость r от p_T для дважды прелестного дикварка при разных шкалах при энергии $\sqrt{s} = 13$ ТэВ.

Для получения протон-протонных сечений выполнена свертка с партонными функциями распределения группы CTEQ (CT14 PDF set [62]). Распределения по p_T для относительных выходов Ξ_{cc} , Ξ_{bb} , содержащих S - и P -волновой дикварк, представлены на Рис. 7 — 10, где под относительным выходом подразумевается отношение сечений. Из них видно, что неопределенности, обусловленные выбором шкалы, для относительных величин фактически уходят, достигая лишь нескольких процентов при малых p_T . Относительный

вклад возбужденных состояний медленно растет с увеличением поперечного импульса. Однако это не означает, что возбужденные состояния следует искать при больших p_T — в работе показано, что абсолютные выходы больше при малых p_T .

В Параграфе 1.2.3 обсуждаются переходы в семействе дважды очарованных барионов Ξ_{cc}, Ω_{cc} . Возбужденные состояния, расположенные ниже порога распада на $\Lambda_c D$, распадаются в основное состояние. Предполагается, что, если кинематически возможно, адронная мода доминирует: предсказания для ширин электромагнитных переходов по крайней мере на два порядка меньше, чем для адронных. В кварк-дикварковой модели переходы между различными состояниями дважды тяжелых барионов классифицируются на переходы, обусловленные изменением состояния легкого кварка, и переходы, обусловленные изменением дикварка.

Отдельно обсуждаются предсказания для распадов дважды очарованных барионов с P -волновым состоянием тяжелого дикварка. Ожидается, что такие состояния будут метастабильными, потому что их ширины распада подавлены как Λ_{QCD}^2/m_c^2 , поскольку переход в основное состояние сопровождается одновременным изменением и спина, и углового момента дикварка [71–73]. Аналогично моделированию спектра масс в распаде $B_c(P)$ (см. Рис. 1), моделируется возможная форма пиков в распределении по массе для кандидатов в первое P -волновое возбуждение дикварка в дважды очарованном барионе.

По результатам для относительных выходов в рождении оценено число возбужденных Ξ_{cc}, Ω_{cc} барионов, которое можно ожидать в эксперименте. LHCb наблюдает основное состояние Ξ_{cc}^{++} , полное число которых — это сумма из нескольких составляющих:

$$N_{tot} = N_{direct} + \frac{1}{3}N(\Xi_{cc}^{++}(2S, 3S) \rightarrow \Xi_{cc}^{++}\pi^0) + \frac{2}{3}N(\Xi_{cc}^{+}(2S, 3S) \rightarrow \Xi_{cc}^{++}\pi^{-}) + \frac{1}{4}N(\Omega_{cc}^{+}(2S, 3S) \rightarrow \Xi_{cc}^{++}K^{-}), \quad (4)$$

где коэффициенты определяются изоспиновым счетом и тем соображением, что около половины возбужденных состояний $\Omega_{cc}^{+}(2S, 3S)$ могут лежать ниже порога $\Xi_{cc}^{++}K^{-}$. Тогда из $N_{tot} \approx 300$ регистрируемых Ξ_{cc}^{++} примерно $\frac{2/3}{2.26} \times 300 \approx 100$ барионов являются результатом распада $\Xi_{cc}^{+}(2S, 3S)$, примерно $\frac{1/3}{2.26} \times 300 \approx 50$ барионов являются результатом распада $\Xi_{cc}^{++}(2S, 3S)$ и порядка $\frac{0.26/4}{2.26} \times 300 \approx 10$ барионов являются результатом распада $\Omega_{cc}^{+}(2S, 3S)$.

Во Второй главе рассмотрено парное рождение в условиях планируемых экспериментов ILC и FCC, парное рождение в распадах бозона Хиггса. Вторая глава написана по материалам публикаций [6–8]. Она объединяет три раздела: Раздел 2.1, в котором приводится обзор программных пакетов для работы в пертурбативной технике вычислений, Раздел 2.2, посвященный вычислению однопетлевых поправок в сечения рождения пары кваркониев в e^+e^- аннигиляции, и Раздел 2.3, посвященный вычислению релятивистских и однопетлевых поправок в ширины распадов бозона Хиггса на пару кваркониев.

В Разделе 2.1 обсуждаются современные программы для вычислений в приложениях квантовой теории поля для физики высоких энергий. Это программы, автоматизирующие вычисление фейнмановских диаграмм и вычисление петлевых поправок. Сделан акцент на эффективности применения именно полуавтоматических программ (в которых пользователь самостоятельно пишет скрипты, видит основной ход вычислений и контролирует промежуточные результаты) и программ, выполняющих конкретную функцию, по сравнению с полностью автоматическими многоцелевыми программами. Подробно перечисляются особенности, преимущества и недостатки ряда программ для построения моделей взаимодействия (фейнмановских правил), генерации амплитуд, обработки алгебраических выражений, редукции фейнмановских интегралов к мастер-интегралам, обработки мастер-интегралов. Особое внимание уделяется пакетам, которые освоил автор, и с применением которых получены результаты Главы 2.

В Параграфе 2.2.1 вычислены сечения эксклюзивного рождения пар $J/\psi \eta_c$, $J/\psi J/\psi$ в однобозонной e^+e^- аннигиляции с учетом обмена фотоном, Z -бозоном и $\gamma - Z$ интерференцией. Рождение пары чармониев изучено в однопетлевом приближении по константе сильной связи. Рождение описывается в модели цветовых синглетов в НРКХД факторизации в диапазоне энергий от пороговой до $2M_Z$.

Вычисление матричного элемента $J/\psi \eta_c$ начинается с матричного элемента рождения четырех тяжелых кварков $e^+e^- \rightarrow c(p_c)\bar{c}(p_{\bar{c}})c(q_c)\bar{c}(q_{\bar{c}})$, где тяжелые кварки и антикварки находятся на своих массовых поверхностях: $p_c^2 = p_{\bar{c}}^2 = q_c^2 = q_{\bar{c}}^2 = m_c^2$. Поскольку скорость v полагается равной нулю до проецирования на связанные состояния, то импульс P векторного чармония и импульс Q псевдоскалярного чармония связаны с импульсами тяжелых кварков как показано ниже:

$$J/\psi \left\{ \begin{array}{l} p_c = P/2 \\ p_{\bar{c}} = P/2 \end{array} \right. \quad \eta_c \left\{ \begin{array}{l} q_c = Q/2 \\ q_{\bar{c}} = Q/2. \end{array} \right. \quad (5)$$

Для построения связанных состояний произведения спиноров $v(p_{\bar{c}})\bar{u}(p_c)$ и $v(q_{\bar{c}})\bar{u}(q_c)$ заменяются на соответствующие ковариантные проекторы для синглетных по цвету спин-синглетного и спин-триплетного состояний, согласно:

$$\Pi_{J/\psi}(P, m) = \frac{\not{P} - m}{2\sqrt{m}} \not{\varepsilon} \otimes \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{3}}, \quad \Pi_{\eta_c}(Q, m) = \frac{\not{Q} - m}{2\sqrt{m}} \gamma^5 \otimes \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{3}}, \quad (6)$$

где $m = 2m_c$, ε — это поляризация J/ψ мезона, удовлетворяющая следующим ограничениям: $\varepsilon \cdot \varepsilon^* = -1$, $\varepsilon \cdot P = 0$. Операторы (6) замыкают фермионные линии в следы, как показано на Рис. 11.

Излучение реального глюона не вносит вклада в однопетлевые поправки в рассматриваемых процессах, поскольку в применяемом приближении обе пары тяжелых кварков находятся в синглетных по цвету состояниях. Поэтому однопетлевые КХД-поправки

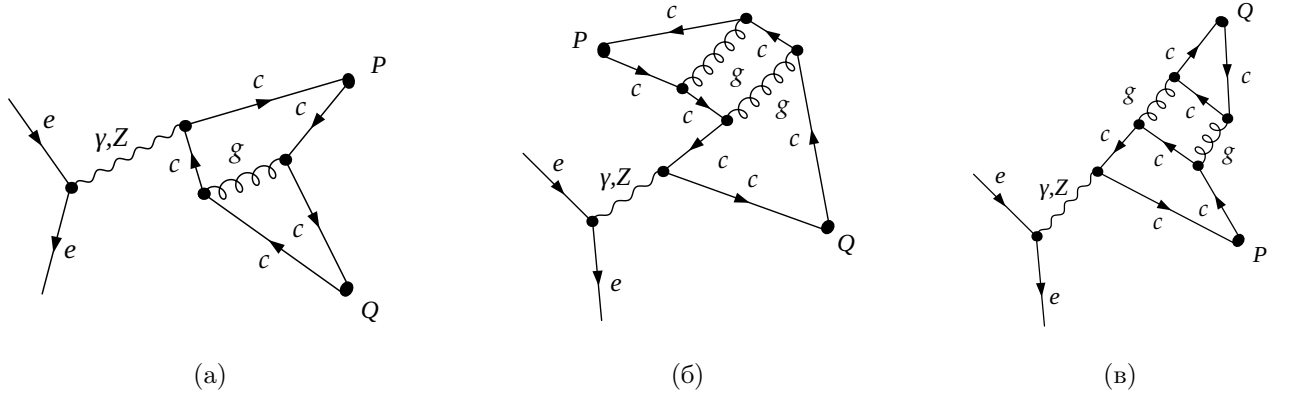


Рис. 11: Примеры диаграмм для процесса $e^+e^- \rightarrow J/\psi \eta_c$ с одним или двумя следами: (a) — диаграмма ведущего порядка; (б) и (в) — диаграммы следующего за ведущим порядка.

включают только интерференцию между амплитудой в ведущем порядке и однопетлевой амплитудой:

$$|\mathcal{A}|^2 = |\mathcal{A}_{LO}|^2 + 2\text{Re}(\mathcal{A}_{LO}\mathcal{A}_{NLO}^*). \quad (7)$$

Однопетлевая амплитуда $\tilde{\mathcal{A}}^{NLO}$ вычислена с использованием физических спиноров и масс, так же как и физических значений константы связи. Выделенные сингулярности далее сокращаются с сингулярными частями $\mathcal{A}^{CT}$ так, что $\mathcal{A}^{NLO} = \tilde{\mathcal{A}}^{NLO} + \mathcal{A}^{CT}$ остается конечной для перенормированной амплитуды. Контрчлены получены из диаграмм ведущего порядка согласно

$$\mathcal{A}^{LO} + \mathcal{A}^{CT} = Z_2^2 \mathcal{A}^{LO} \bigg|_{\substack{m \rightarrow Z_m m \\ g_s \rightarrow Z_g g_s}}. \quad (8)$$

Для перенормировки масс и спиноров используется так называемая “On shell” схема, и для перенормировки константы связи применена $\overline{MS}$ схема. В вычислениях используется схема общепринятой размерной регуляризации (CDR) с D -мерными Дираковскими матрицами и импульсами (как петлевым, так и внешними).

Вычисления организованы полностью в аналитическом виде. Для полуавтоматических расчетов применяется цепочка из следующего набора программных пакетов: **FeynArts** [74] $\rightarrow$ **FeynCalc** [75] (**FeynCalcFormLink** [76], **TIDL**) $\rightarrow$ **Apart** [77] $\rightarrow$ **FIRE** [78] $\rightarrow$ **x** [79]. В тексте подробно обсуждаются функция и техника применения каждого из пакетов, относительные вклады диаграмм различных типов в полную амплитуду.

Приведены численные и аналитические результаты для сечений рождения, построены зависимости сечений в приближении ведущего и следующего за ведущим порядков от энергии столкновения $\sqrt{s} = 2m \div 2M_Z$. Полученные сечения для рождения $J/\psi \eta_c$ при низких энергиях воспроизводят результаты ранних работ [80–83]. В частности, при энергии Belle получены значения $\sigma_{J/\psi \eta_c}(10.6 \text{ ГэВ}) \approx (8 \div 17) \text{ фб}$ для шкал $\mu = (5.3 \div 21.2) \text{ ГэВ}$. Эта проверка существенным образом подтверждает корректность результатов.

Известно, что вычисление эксклюзивного рождения кваркониев в однопетлевом приближении сталкивается с проблемой при высоких энергиях, которая связана с наличием членов с двойными логарифмами. В работе подтверждаются выводы предыдущих исследований [84, 85] в отношении процесса $e^+e^- \xrightarrow{\gamma} J/\psi \eta_c$: двойные логарифмы наблюдаются в разложении при $\sqrt{s} \gg m$ согласно асимптотике

$$\frac{\mathcal{A}^{NLO}}{\mathcal{A}^{LO}} \sim \alpha_s (c_3 \ln^2 s + c_2 \ln s + c_1 \ln \mu + c_0) . \quad (9)$$

Впервые продемонстрировано аналогичное поведение для обоих процессов $e^+e^- \xrightarrow{Z} J/\psi \eta_c$ и $e^+e^- \xrightarrow{Z} J/\psi J/\psi$.

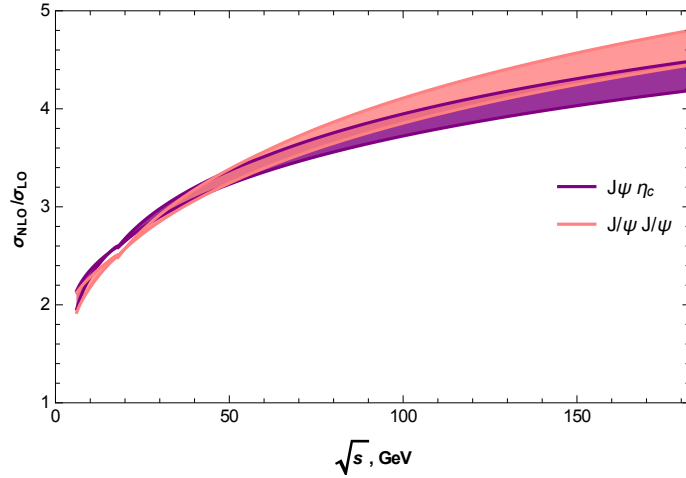


Рис. 12: Отношение σ_{NLO}/σ_{LO} для процессов $e^+e^- \rightarrow J/\psi \eta_c$ (фиолетовый цвет) и $e^+e^- \rightarrow J/\psi J/\psi$ (розовый цвет) как ф-ия энергии столкн. при разных значениях шкалы: $\sqrt{s} < \mu < 2\sqrt{s}$.

Сечения спадают с ростом энергии: вклад ведущего приближения асимптотически спадает как $\mathcal{O}(1/s^4)$, однопетлевой вклад спадает как $\mathcal{O}(\ln^2 s/s^4)$. Рис. 12 демонстрирует рост отношения σ_{NLO}/σ_{LO} с энергией. По всей видимости, специфическое поведение петлевых поправок не может быть скомпенсировано выбором шкалы, что объясняется в [84, 85]. В результате, при энергиях около $2M_Z$ учет петлевого вклада приводит к пятикратному увеличению сечений.

В Параграфе 2.2.2 рассмотрено эксклюзивное рождение пары чармоний-боттомоний в однобозонной e^+e^- аннигиляции. Рождение изучается в обозначенном выше подходе: модель цветовых синглетов, НРКХД факторизация.

Оба случая рождения $J/\psi \eta_b$ и $\Upsilon \eta_c$ являются специфическими, поскольку диаграммы древесного уровня с одноглюонным обменом не могут вносить вклад в рождение $c\bar{c}$ и $b\bar{b}$ пар в синглетных по цвету состояниях, и потому в низшем порядке КХД вклад в эти процессы содержит петли. Этот однопетлевой вклад имеет порядок $\mathcal{O}(\alpha^2 \alpha_s^4)$, и он изучен совместно с чисто электромагнитным рождением $J/\psi \eta_b$ и $\Upsilon \eta_c$, которое имеет порядок

$\mathcal{O}(\alpha^4)$ (см. Рис. 13). Однопетлевые КХД диаграммы не вносят вклад в рождение пары $J/\psi \Upsilon$ в однобозонной e^+e^- аннигиляции. Кроме того, в ведущем порядке такой процесс идет только через электрослабый распад виртуального Z -бозона. В контексте изучения петлевых поправок рождение $J/\psi \Upsilon$ не представляет самостоятельного интереса, однако оно включено для сравнения с рождением $J/\psi \eta_b$ и $\Upsilon \eta_c$.

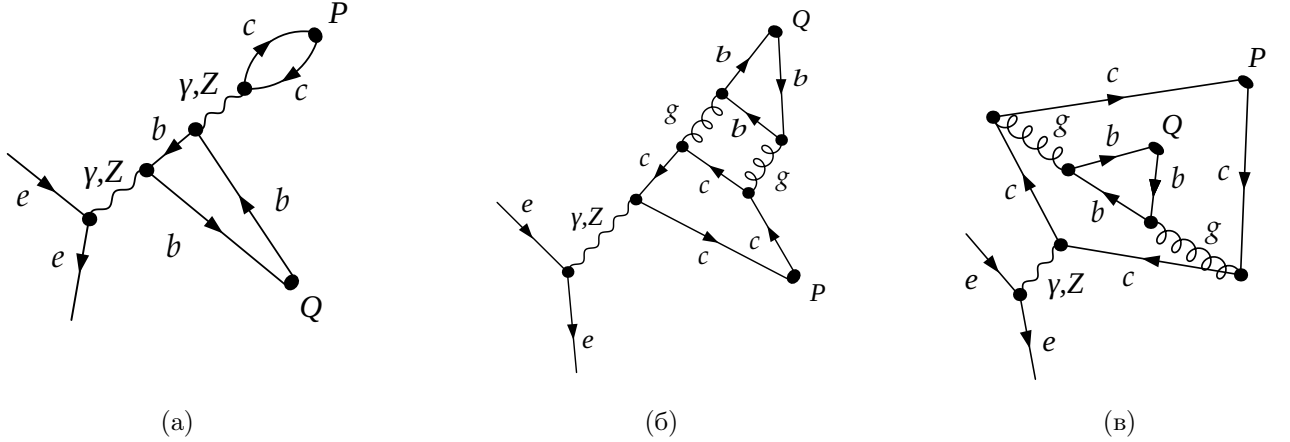


Рис. 13: Примеры диаграмм, дающих вклад в процесс $e^+e^- \rightarrow J/\psi \eta_b$: древесная электрослабая диаграмма (а); диаграммы с КХД петлей (б) и (в).

Древесные амплитуды вычисляются с использованием пакетов **FeynArts** [74] и **FeynCalc** [75]. Работа с однопетлевыми диаграммами требует более сложного набора вычислительных инструментов: **FeynArts** $\rightarrow$ **FeynCalc(TIDL)** $\rightarrow$ **Apart** [77] $\rightarrow$ **FIRE** [78] $\rightarrow$ **X** [79]. Техника вычислений содержит ряд упрощений, поскольку отсутствует необходимость перенормировки. Каждая из КХД диаграмм содержит расходящуюся часть порядка $\mathcal{O}(1/\varepsilon)$; как и ожидается, эти члены сокращаются между собой после суммирования по набору КХД амплитуд. Относительная простота и небольшое количество диаграмм позволяют привести амплитуды всех процессов прямо в тексте.

Показано, что электрослабые и КХД амплитуды для рождения $V\bar{P}$ -пары имеют разное асимптотическое поведение:

$$\left. \frac{\mathcal{A}_{QCD}}{\mathcal{A}_{EW}} \right|_{s \rightarrow \infty} \sim \frac{\ln s}{s}. \quad (10)$$

И, как следствие, полное сечение $\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{EW} + \sigma_{\text{int}} + \sigma_{QCD}$ асимптотически спадает с ростом энергии как

$$\sigma_{\text{tot}} \sim \frac{1}{s^2} \left(1 + \mathcal{O}\left(\frac{\ln s}{s}\right) \right), \quad (11)$$

где главный вклад происходит из древесного электрослабого сечения. Отмечено, что (11) спадает с энергией медленнее, чем КХД сечение в ведущем порядке для рождения пары $J/\psi \eta_c$ (которое убывает как $1/s^4$), потому что последний процесс подавлен по киральности (см. обсуждение в [31]).

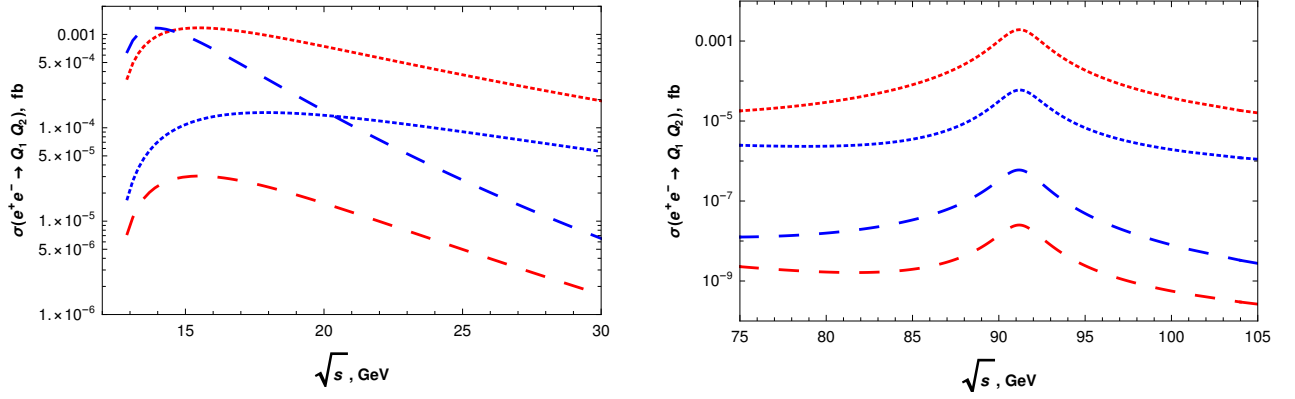


Рис. 14: Электрослабые и КХД вклады в сечения при низких энергиях (левый график) и вблизи полюса Z (правый график): однопетлевой КХД вклад в $\sigma(J/\psi \eta_b)$ (красная пунктирная кривая); электрослаб. вклад в $\sigma(J/\psi \eta_b)$ (красная точечная кривая); однопетлевой КХД вклад в $\sigma(\Upsilon \eta_c)$ (синяя пунктирная кривая); электрослаб. вклад в $\sigma(\Upsilon \eta_c)$ (синяя точечная кривая).

Приведены предсказания для сечений рождения в диапазоне энергий столкновения от порога рождения до $\sqrt{s} = 2M_Z$. Рис. 14 показывает, что электрослабый и КХД подпроцессы различным образом дают вклад в полный выход $J/\psi \eta_b$ и $\Upsilon \eta_c$. В случае рождения $J/\psi \eta_b$ электрослабый вклад доминирует при всех энергиях. Напротив, в случае рождения $\Upsilon \eta_c$ электрослабый вклад доминирует только при высоких энергиях, в то время как при энергиях ниже 20 ГэВ основной вклад дает КХД механизм. Интерференция между электрослабым и КХД вкладами имеет положительный знак и значительна при всех рассматриваемых энергиях.

В Параграфе 2.3.1 проводятся оценки рождения пары B_c мезонов в распадах бозона Хиггса. В доминантной моде $Hq\bar{q}$ вычислены ширины распадов $H \rightarrow B_c B_c$ и $H \rightarrow B_c^* B_c^*$ с учетом релятивистских и однопетлевых поправок. Основной результат, выносимый на защиту Диссертации, заключается в вычислении петлевых поправок. Тем не менее, для более полного представления о предсказаниях за пределами ведущего приближения они сравниваются с релятивистскими поправками по материалам [8].

Подход к вычислению указанных распадов бозона Хиггса основывается на методах Релятивистской кварковой модели (RQM) и пертурбативной КХД. Этот подход предлагает учет релятивистских эффектов порядка $\mathcal{O}(v^2)$ через конструирование релятивистских амплитуд рождения пары мезонов и описание самих связанных состояний с использованием соответствующего потенциала взаимодействия кварков [86,87], а также учет однопетлевых поправок порядка $\mathcal{O}(\alpha_s)$ в размерной регуляризации и схемах перенормировки “On shell” и $\overline{\text{MS}}$ [88]. Ввиду технической сложности устранения расходимостей в NLO приближении по α_s релятивистские и КХД поправки представлены независимо.

На древесном уровне распад идет через механизм одноглюонного обмена. При учете релятивистских эффектов импульсы b, c -кварков (антикварков) выражаются через относительные и полные импульсы согласно

$$p_1 = \eta_1 P + p, \quad p_2 = \eta_2 P - p, \quad (p \cdot P) = 0, \quad \eta_i = \frac{M_{B_c}^2 \pm m_1^2 \mp m_2^2}{2(M_{B_c})^2}, \quad (12)$$

$$q_1 = \rho_1 Q + q, \quad q_2 = \rho_2 Q - q, \quad (q \cdot Q) = 0, \quad \rho_i = \frac{M_{B_c}^2 \pm m_1^2 \mp m_2^2}{2(M_{B_c})^2}, \quad (13)$$

где M_{B_c} — это масса псевдоскалярного или векторного B_c мезона; $m_{1,2}$ — это массы c и b кварков; $P(Q)$ — это полные импульсы мезонов B_c^+ и B_c^- ; относительные импульсы $p = L_P(0, \mathbf{p})$ и $q = L_P(0, \mathbf{q})$ получены Лоренц-преобразованием из систем $(0, \mathbf{p})$ и $(0, \mathbf{q})$ в системы, движущиеся с импульсами P и Q , соответственно. Тяжелые кварки c, b и антикварки $\bar{c}, \bar{b}$ в промежуточном состоянии находятся вне массовой поверхности:

$$p_i^2 = \eta_i^2 P^2 - \mathbf{p}^2 = \eta_i^2 M_{B_c}^2 - \mathbf{p}^2 \neq m_i^2, \quad p_1^2 - m_1^2 = p_2^2 - m_2^2. \quad (14)$$

Амплитуда рождения представляет собой свертку амплитуды пертурбативного рождения свободных кварков и антикварков и квазипотенциальных волновых функций B_c мезонов, движущихся с импульсами P и Q . Переход свободной пары кварк-антикварк в мезон описывается волновыми функциями специального вида, которые представляют собой произведения волновых функций в системе покоя $\Psi_{B_c}^0(\mathbf{p})$ на спиновые проекционные операторы, которые верны во всех порядках по $|\mathbf{p}|/m$. С использованием разложений для знаменателей пропагаторов в амплитуде удерживаются поправки до второго порядка включительно по малым параметрам $|\mathbf{p}|/m_{1,2}, |\mathbf{q}|/m_{1,2}, |\mathbf{p}|/M_H, |\mathbf{q}|/M_H$.

Другой источник релятивистских поправок относится к волновым функциям псевдоскалярного и векторного B_c мезонов. Для учета релятивистских поправок в волновую функцию мезона динамика тяжелых кварков в системе центра масс описывается в рамках КХД обобщения стандартного Гамильтониана Брейта [89, 90].

Однопетлевые КХД поправки представлены в жесткие части амплитуд. Они вычислены в приближении отсутствия внутреннего движения кварков (импульсы тяжелых кварков, формирующих связанные состояния, изначально лежат на массовых поверхностях) и с выбором масс $M_{B_c} = m_b + m_c$. Аналогично рождению пары синглетных по цвету кварконию в e^+e^- аннигиляции $\mathcal{O}(\alpha_s)$ поправка полностью содержится в интерференции древесного и однопетлевого матричных элементов:

$$|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}_{LO}|^2 + 2\text{Re}(\mathcal{M}_{LO}\mathcal{M}_{NLO}^*). \quad (15)$$

В тексте обсуждаются особенности в технике вычисления в случае рождения (распада на) пары B_c мезонов по сравнению с рождением (распадом на) пары кварконию одного скрытого аромата.

В работе даны предсказания для ширин распадов в зависимости от выбора шкалы. Показано, что два типа поправок действуют в противоположных направлениях, существенно изменяя значения наблюдаемых величин. Релятивистские поправки занижают значения ширин в $2 \div 4$ раза (главным образом ввиду уменьшения величины волновой функции до 30%), а КХД поправки увеличивают ширины в $1.3 \div 2.3$ раза.

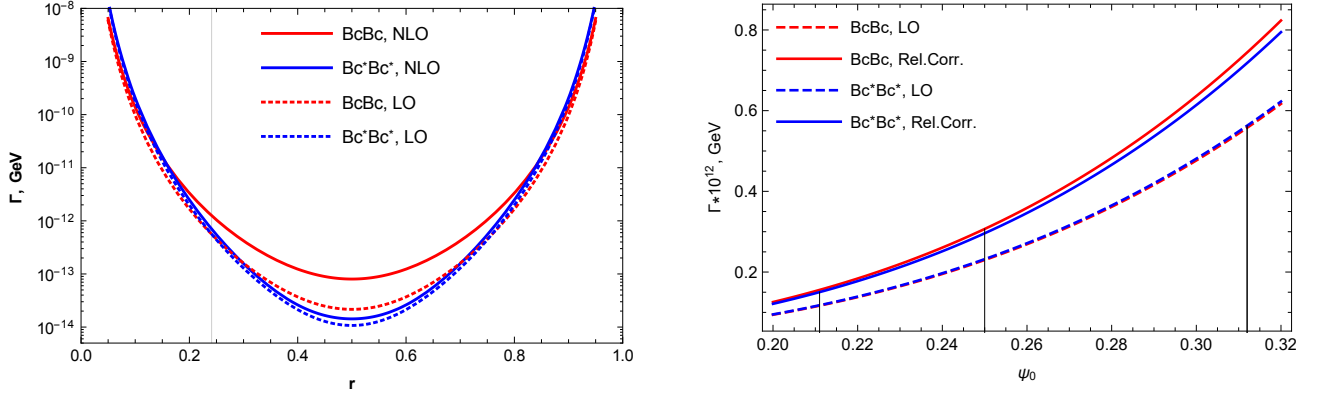


Рис. 15: Левый график: зависимость от $r = m_c/(m_c + m_b)$ для ширин распада, оцененных в приближениях ведущего и следующего за ведущим порядков по α_s (вертикальная линия соответствует $r = 1.55/6.43$). Правый график: зависимость ширин распада Γ_{LO} от значения волновой функции $\psi_0 = \Psi_{B_c}^0(0)$ с учетом релятивистских поправок и в нерелятивистском пределе (в последнем случае волновые функции для B_c и B_c^* совпадают).

Ширины распада на пару кваркониев содержат четвертую степень $\Psi_{B_c}^0$, и потому предсказания достаточно чувствительны к ее изменению. Кроме того, предсказания очень чувствительны к выбору отношения масс кварков $r = m_c/(m_c + m_b)$: при изменении этого параметра Γ_{NLO} может меняться на несколько порядков. Указанные зависимости изображены на Рис. 15.

Параграф 2.3.2 развивает исследование эксклюзивного распада бозона Хиггса на пару кваркониев. В этом параграфе рассмотрена распадная мода в пары $J/\psi J/\psi$, $\Upsilon \Upsilon$, $J/\psi \Upsilon$.⁴ В прямом распаде бозона Хиггса в NLO приближении по α_s проведено сравнение двух механизмов распада: кварк-глюонного (КХД механизм, см. Рис. 17) и кварк-фотонного (электрослабый механизм с излучением $\gamma^* \rightarrow V$, см. Рис. 18). Подчеркивается, что, несмотря на различие в порядке по константам α_s, α , необходимо учитывать оба типа диаграмм, так как вклад электрослабых диаграмм в силу кинематики процесса входит в полную амплитуду с дополнительным фактором $1/r^2 = M_H^2/m_{Q_Q}^2$.

В тексте обсуждаются отличия в процедуре перенормировки при устранении расхо-

⁴Распад $H \rightarrow PP$ в пару псевдоскалярных кваркониев также разрешен правилами отбора, но остается за рамками этой работы. Регистрация η_b, η_c состояний в эксперименте представляет собой намного более сложную задачу, и приоритет в поиске распадов такого типа намного ниже.

димостей в матричных элементах двух механизмов $\mathcal{M}_{EW}$ и $\mathcal{M}_{QCD}$, а также специфика учета диаграмм типа (е) на Рис. 18. Вычисленные K -факторы (отношение Γ_{NLO}/Γ_{LO}) имеют разную зависимость от шкал μ и μ_R :

$$K_{QCD} = 1 + \alpha_s(\mu) (-c_1 + c_2 \ln(\mu_R)), \quad (16)$$

$$K_{EW} = 1 - c_0 \alpha_s(\mu), \quad (17)$$

где коэффициенты $c_0 > 0$, $c_1 > 0$, $c_2 > 0$. K_{QCD} зависит от шкалы перенормировки, тогда как K_{EW} — не зависит. Учет петлевой поправки в КХД вклад стабилизирует его поведение с изменением шкалы. В численных оценках используется выбор шкал $\mu = \mu_R$.

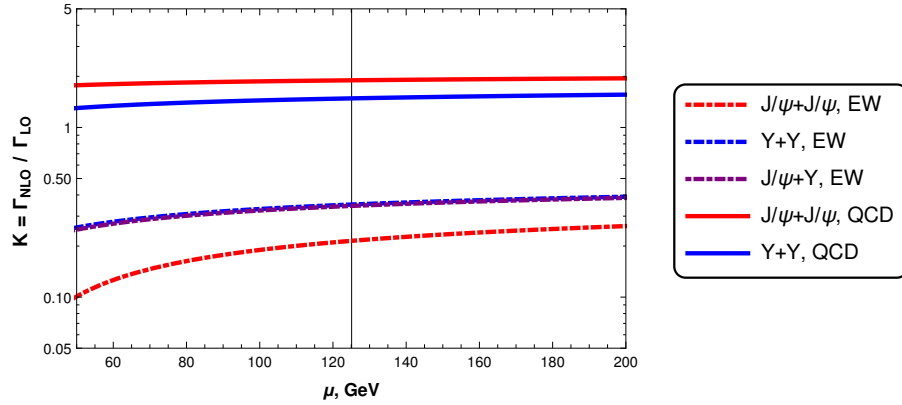


Рис. 16: Зависимость от шкалы для K -факторов в ширинах распада бозона Хиггса на пару векторных кваркониев: электрослабый механизм (пунктирные линии) и КХД механизм (сплошные линии).

Однопетлевая поправка в КХД вклад значительная и положительная. Однопетлевая поправка в электрослабый вклад значительная и отрицательная. Как показано на Рис. 16, при выборе шкалы $\mu = 50 \div 200$ ГэВ $K_{QCD} \approx 1.3 \div 2$ и $K_{EW} \approx 0.1 \div 0.4$. Приблизительно такие же значения для K_{EW} получены в работе [91], где рассмотрен распад $H \rightarrow J/\psi \gamma, \Upsilon \gamma$ и вычислена $\mathcal{O}(\alpha_s)$ поправка в электрослабый механизм. Суммарная NLO поправка отрицательная. Основной вклад в нее дает слагаемое $2\text{Re}(\mathcal{M}_{LO}^{EW} \mathcal{M}_{NLO}^{EW*})$.

Даны предсказания для ширин прямых распадов на пары векторных кваркониев $J/\psi J/\psi, \Upsilon \Upsilon, J/\psi \Upsilon$ в однопетлевом приближении по α_s . Соответствующие им брэнчинги имеют порядок 10^{-10} . Отмечается, что бозон Хиггса распадается на пару векторных кваркониев и в непрямом процессе: распад $H \rightarrow \gamma^* \gamma^*$ через петлю, и последующий переход $\gamma^* \rightarrow V_{1,2}$. Вклад непрямого процесса может быть большим, его оценка будет предметом дальнейших исследований.

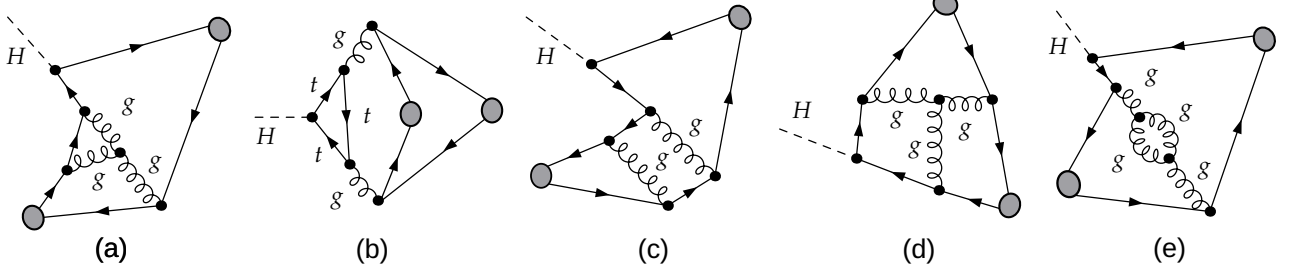


Рис. 17: Пять типовых диаграмм для КХД механизма в следующем за ведущим порядке по α_s . Полный набор включает 80 ненулевых диаграмм.

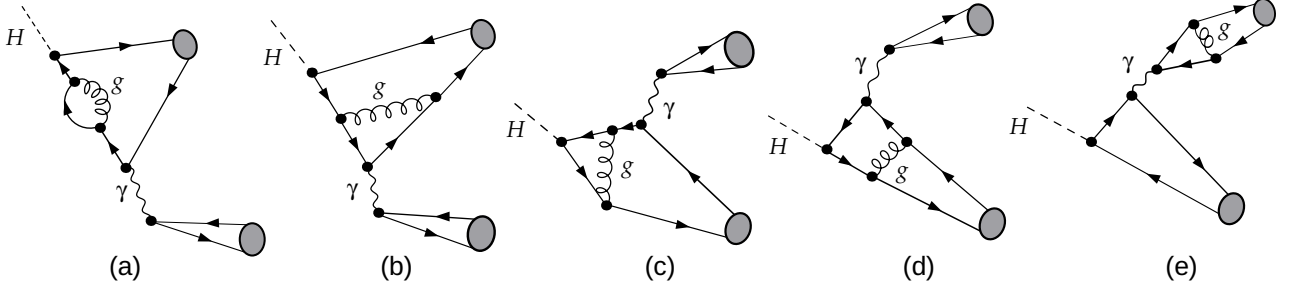


Рис. 18: Пять типовых диаграмм для электрослабого механизма в следующем за ведущим порядке по α_s . Полный набор включает 20 ненулевых диаграмм.

Основные результаты

Диссертация посвящена вычислению сечений одиночного и парного рождения дважды тяжелых состояний (кварконии, $c\bar{b}$ -мезон, барионы), а также ширин распадов на пару дважды тяжелых состояний. Даны теоретические предсказания в следующем за ведущим порядках по константе сильной связи α_s и внутренней скорости кварка v . Кратко, основные результаты заключаются в следующем:

1. Проведены оценки сечений рождения D -волновых состояний B_c мезона в экспериментах CMS и LHCb. Процесс рождения D -волновых состояний сильно подавлен. Принимая во внимание только основной синглетный вклад, выход $B_c(D)$ состояний в адронном рождении оценен как $0.6 \div 1.8 \%$ от выхода в прямом рождении $1S$ состояний, что приблизительно соответствует $0.4 \div 1.1 \%$ от выхода всех рождаемых B_c мезонов. Учет вкладов $|\bar{b}c(P, \mathbf{8})g\rangle$, $|\bar{b}c(S, \mathbf{8})gg\rangle$ и $|\bar{b}c(S, \mathbf{1})gg\rangle$ состояний, полученных наивным масштабированием по параметру скорости, увеличивает относительный выход D -волновых мезонов на порядок по величине. Поэтому значительное превышение относительного выхода в эксперименте над значением $0.4 \div 1.1\%$ будет означать существенный вклад в рождение октетных по цвету состояний.

2. В кварк-дикварковой модели получены оценки относительных выходов дважды очарованных и дважды прелестных барионов с S - и P -волновыми состояниями дикварка в эксперименте LHCb. Согласно оценкам, перспектива регистрации даже основного состояния Ξ_{bb} на LHC остается под вопросом. Наблюдение узких метастабильных P -волновых состояний Ξ_{cc} в распадной моде $\Xi_{cc}\pi$ представляет непростую задачу из-за малых выходов таких состояний, которые составляют около 3%. Напротив, возбужденные S -волновые состояния Ξ_{cc} определенно должны быть получены в распадной моде $\Xi_{cc}\pi$, их выходы составляют около 50%. Можно полагать, что Run III с увеличенной светимостью предоставит отличную возможность для наблюдения $2S$, $3S$ состояний Ξ_{cc}^+ и Ω_{cc}^+ барионов.
3. Вычислены сечения эксклюзивного рождения пар $J/\psi \eta_c$, $J/\psi J/\psi$, $J/\psi \eta_b$, $\Upsilon \eta_c$, $J/\psi \Upsilon$ в однобозонной e^+e^- аннигиляции с учетом обмена фотоном, Z -бозоном и $\gamma - Z$ интерференцией. Рождение описывается в модели цветовых синглетов в НРКХД факторизации в диапазоне энергий от пороговой до $2M_Z$. Рождение пары чармониев изучено в однопетлевом приближении по α_s . $\mathcal{O}(\alpha_s)$ поправки в механизм одноглюонного обмена (КХД механизм) приводят к значительному, вплоть до пятикратного, увеличению сечений при всех рассмотренных энергиях. Получено, что $\sigma_{NLO}/\sigma_{LO} \approx 3.5$ в полюсе Z для обоих процессов рождения $J/\psi \eta_c$ и $J/\psi J/\psi$. Подтверждено растущее по величине поведение петлевых поправок с ростом энергии, которое не может быть скомпенсировано простым выбором шкалы перенормировки, поскольку NLO-амплитуда содержит члены $\sim \ln^2 s$. Для эксклюзивного рождения пар чармоний-ботомоний $J/\psi \eta_b$ и $\Upsilon \eta_c$ однопетлевой КХД вклад является ведущим и сравним по величине с вкладом чисто электрослабого рождения (порядки $\mathcal{O}(\alpha^2\alpha_s^4)$ и $\mathcal{O}(\alpha^4)$). Установлено, что КХД и электрослабые вклады различным образом влияют на полный выход $J/\psi \eta_b$ и $\Upsilon \eta_c$ при энергиях вблизи порога рождения, тогда как при энергиях $\sim M_Z$ рождение полностью идет через электрослабый канал.
4. Изучено рождение пары B_c мезонов и пары векторных кваркониев в распадах бозона Хиггса. Согласно предсказаниям, брэнчинги таких распадов имеют порядок 10^{-10} . В доминантной моде $H \rightarrow q\bar{q}$ прямого распада вычислены ширины распада на пару $B_c^{(*)} B_c^{(*)}$ с учетом релятивистских и однопетлевых поправок, а также ширины распада на пары $J/\psi J/\psi$, $\Upsilon \Upsilon$, $J/\psi \Upsilon$ с учетом только однопетлевых поправок. Релятивистские поправки порядка $\mathcal{O}(v^2)$ рассмотрены независимо: в жесткой части амплитуд учтено относительное движение кварков в мезоне, в мягкой части амплитуд волновые функции связанных состояний вычислены в RQM. На древесном уровне распад в пару B_c идет только через механизм одноглюонного обмена. Показано, что для этого механизма два типа поправок противоположным образом изменяют

значения наблюдаемых величин. $\mathcal{O}(\alpha_s)$ поправки в жесткую часть амплитуд увеличивают ширины в $1.3 \div 2.3$ раза. $\mathcal{O}(v^2)$ поправки занижают значения ширин в $2 \div 4$ раза главным образом ввиду уменьшения величины волновой функции. Прямой распад в пару векторных кваркониев идет через механизм одноглюонного обмена и через механизм с излучением $\gamma^* \rightarrow V$ (чисто электрослабый). Для электрослабого механизма $\mathcal{O}(\alpha_s)$ поправка в жесткую часть амплитуд большая и отрицательная: в приближении следующего за ведущим порядка по α_s ширины ниже в $0.1 \div 0.4$ раза.

Публикации автора по теме диссертации в журналах, индексируемых в SCOPUS и Web of Science

Исследования опубликованы в 8 печатных работах в рецензируемых журналах (пп. 1 – 8 списка, импакт-фактор указан по данным WoS) и в 4 печатных работах в конференционных журналах (пп. 9 – 12 списка).

- [1] A. V. Berezhnoy, I. N. Belov and A. K. Likhoded. Production of doubly charmed baryons with the excited heavy diquark at LHC. *Int. J. Mod. Phys. A*, **34**(06n07):1950038, 2019 — **IF 1.49**.
- [2] A. V. Berezhnoy, I. N. Belov, A. K. Likhoded and A. V. Luchinsky. Bc excitations at LHC experiments. *Mod. Phys. Lett. A*, **34**(40):1950331, 2019 — **IF 1.39**.
- [3] А. В. Бережной, И. Н. Белов и А. К. Лиходед. Рождение возбужденных состояний дважды тяжелых барионов на Большом адронном коллайдере. *Ядерная физика*, **83**(6), 2020.
A. V. Berezhnoy, I. N. Belov and A. K. Likhoded. Production of excited states of doubly heavy baryons at the Large Hadron Collider. *Phys. Atom. Nucl.*, **83**(6):892–898, 2020 — **IF 0.33**.
- [4] А.В. Бережной, И.Н. Белов и А.К. Лиходед. D-волновые и другие возбуждения Bc-мезонов на LHC. *Ядерная физика*, **83**(6), 2020.
A. V. Berezhnoy, I. N. Belov and A. K. Likhoded. D-wave and other excitations of Bc mesons at the LHC. *Phys. Atom. Nucl.*, **83**(6):969–974, 2020 — **IF 0.33**.
- [5] A. V. Berezhnoy, I. N. Belov and A. K. Likhoded. Production of D-wave states of bc quarkonium at the LHC. *Phys. Rev. D*, **103**(11):114001, 2021 — **IF 4.83**.
- [6] A. V. Berezhnoy, I. N. Belov, S. V. Poslavsky and A. K. Likhoded. One-loop corrections to the processes $e^+e^- \rightarrow \gamma, Z \rightarrow J/\psi \eta_c$ and $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow J/\psi J/\psi$. *Phys. Rev. D*, **104**(3):034029, 2021 — **IF 4.83**.
- [7] I. N. Belov, A. V. Berezhnoy and E. A. Leshchenko. Associated charmonium-bottomonium production in a single boson e^+e^- annihilation. *Symmetry*, **13**:1262, 2021 — **IF 2.71**.

- [8] I. N. Belov, A. V. Berezhnoy, A. E. Dorokhov, A. K. Likhoded, A. P. Martynenko and F. A. Martynenko. Higgs boson decay to paired Bc: Relativistic and one-loop corrections. *Nucl. Phys. A*, **1015**:122285, 2021 — **IF 1.70**.
- [9] A. V. Berezhnoy, I. N. Belov, A. K. Likhoded and A. V. Luchinsky. Bc excitations at LHC: first observations and further research prospects. *EPJ Web Conf.*, **222**:02009, 2019.
- [10] A. V. Berezhnoy, I. N. Belov and A. K. Likhoded. Hadronic production of double charmed baryons with excited diquark. *J. Phys. Conf. Ser.*, **1390**(1):012034, 2019.
- [11] A. V. Berezhnoy, I. N. Belov and A. I. Onishchenko. QCD corrections for double charmonia production in e^+e^- annihilation. *J. Phys. Conf. Ser.*, **1690**(1):012090, 2020.
- [12] A. V. Berezhnoy and I. N. Belov. D-wave Bc meson production at LHC. *J. Phys. Conf. Ser.*, **1690**(1):012089, 2020.

Список литературы

- [13] LHCb Collaboration. Observation of the doubly charmed baryon Ξ_{cc}^{++} . *Phys. Rev. Lett.*, 119(11):112001, 2017.
- [14] LHCb Collaboration. First observation of the doubly charmed baryon decay $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \pi^+$. *Phys. Rev. Lett.*, 121:162002, 2018.
- [15] CMS Collaboration. Observation of Two Excited B_c^+ States and Measurement of the $B_c^+(2S)$ Mass in pp Collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV. *Phys. Rev. Lett.*, 122(13):132001, 2019.
- [16] LHCb Collaboration. Observation of an excited B_c^+ state. *Phys. Rev. Lett.*, 122:232001, 2019.
- [17] S. P. Baranov and A. V. Lipatov. First estimates of the B_c wave function from the data on the B_c production cross section. *Phys. Lett. B*, 785:338–341, 2018.
- [18] LHCb Collaboration. Search for the doubly heavy baryon Ξ_{bc}^+ decaying to $J/\psi \Xi_c^+$. *Preprint*, arXiv:2204.09541, 2022.
- [19] T. Gutsche, M.A. Ivanov, Jürgen G. Körner, and V.E. Lyubovitskij. Decay chain information on the newly discovered double charm baryon state Ξ_{cc}^{++} . *Phys. Rev. D*, 96(5):054013, 2017.
- [20] T. Gutsche, M.A. Ivanov, Jürgen G. Körner, et al. Analysis of the semileptonic and nonleptonic two-body decays of the double heavy charm baryon states Ξ_{cc}^{++} , Ξ_{cc}^+ and Ω_{cc}^+ . *Phys. Rev. D*, 100(11):114037, 2019.
- [21] D. Ebert, R.N. Faustov, and V.O. Galkin. Properties of heavy quarkonia and B_c mesons in the relativistic quark model. *Phys. Rev.*, D67:014027, 2003.

- [22] D. Ebert, R.N. Faustov, V.O. Galkin, and A.P. Martynenko. Mass spectra of doubly heavy baryons in the relativistic quark model. *Phys. Rev.*, D66:014008, 2002.
- [23] D. Ebert, R.N. Faustov, and V.O. Galkin. Spectroscopy and Regge trajectories of heavy quarkonia and B_c mesons. *Eur. Phys. J.*, C71:1825, 2011.
- [24] V. V. Kiselev, A. V. Berezhnoy, and A. K. Likhoded. Quark–Diquark Structure and Masses of Doubly Charmed Baryons. *Phys. Atom. Nucl.*, 81(3):369–372, 2018. [*Yad. Fiz.*81,no.3,356(2018)].
- [25] A. K. Likhoded, A. V. Luchinsky, and S. V. Poslavsky. Simultaneous production of charmonium and bottomonium mesons at the LHC. *Phys. Rev.*, D91(11):114016, 2015.
- [26] Hua-Sheng Shao and Yu-Jie Zhang. Complete study of hadroproduction of a Υ meson associated with a prompt J/ψ . *Phys. Rev. Lett.*, 117(6):062001, 2016.
- [27] Mike Koratzinos. FCC-ee accelerator parameters, performance and limitations. *Nucl. Part. Phys. Proc.*, 273-275:2326–2328, 2016.
- [28] A. Abada, M. Abbrescia, S.S. AbdusSalam, et al. FCC Physics Opportunities: Future Circular Collider Conceptual Design Report Volume 1. *Eur. Phys. J. C*, 79(6):474, 2019.
- [29] BaBar Collaboration. Measurement of double charmonium production in e^+e^- annihilations at $\sqrt{s} = 10.6$ GeV. *Phys. Rev. D*, 72:031101, 2005.
- [30] Belle Collaboration. Study of double charmonium production in e^+e^- annihilation at $\sqrt{s} \sim 10.6$ GeV. *Phys. Rev. D*, 70:071102, 2004.
- [31] Eric Braaten and Jungil Lee. Exclusive Double Charmonium Production from e^+e^- Annihilation into a Virtual Photon. *Phys. Rev. D*, 67:054007, 2003. [Erratum: *Phys.Rev.D* 72, 099901 (2005)].
- [32] Kui-Yong Liu, Zhi-Guo He, and Kuang-Ta Chao. Problems of double charm production in e^+e^- annihilation at $\sqrt{s} = 10.6$ GeV. *Phys. Lett. B*, 557:45–54, 2003.
- [33] G. Peter Lepage and Stanley J. Brodsky. Exclusive Processes in Perturbative Quantum Chromodynamics. *Phys. Rev. D*, 22:2157, 1980.
- [34] Geoffrey T. Bodwin, Eric Braaten, and G. Peter Lepage. Rigorous QCD analysis of inclusive annihilation and production of heavy quarkonium. *Phys. Rev. D*, 51:1125–1171, 1995. [Erratum: *Phys.Rev.D* 55, 5853 (1997)].
- [35] Mathias Butenschoen and Bernd A. Kniehl. World data of J/ψ production consolidate NRQCD factorization at NLO. *Phys. Rev.*, D84:051501, 2011.
- [36] Kuang-Ta Chao, Yan-Qing Ma, Hua-Sheng Shao, et al. J/ψ Polarization at Hadron Colliders in Nonrelativistic QCD. *Phys. Rev. Lett.*, 108:242004, 2012.

- [37] A. K. Likhoded, A. V. Luchinsky, and S. V. Poslavsky. Production of χ_{c-} and χ_b -mesons in high energy hadronic collisions. *Phys. Rev.*, D90(7):074021, 2014.
- [38] A. K. Likhoded, A. V. Luchinsky, and S. V. Poslavsky. Production of η_Q meson at LHC. *Mod. Phys. Lett.*, A30(07):1550032, 2015.
- [39] N. A. Abdulov and A. V. Lipatov. Bottomonia production and polarization in the NRQCD with k_T -factorization. I: $\Upsilon(3S)$ and $\chi_b(3P)$ mesons. *Eur. Phys. J. C*, 79(10):830, 2019.
- [40] N. A. Abdulov and A. V. Lipatov. Bottomonium production and polarization in the NRQCD with k_T -factorization. III: $\Upsilon(1S)$ and $\chi_b(1P)$ mesons. *Eur. Phys. J. C*, 81(12):1085, 2021.
- [41] R. Kleiss, W. James Stirling, and S. D. Ellis. A New Monte Carlo Treatment of Multiparticle Phase Space at High-energies. *Comput. Phys. Commun.*, 40:359, 1986.
- [42] S.S. Gershtein, V.V. Kiselev, A.K. Likhoded, and A.V. Tkabladze. Physics of B_c mesons. *Phys.Usp.*, 38:1–37, 1995.
- [43] I.P. Gouz, V.V. Kiselev, A.K. Likhoded, et al. Prospects for the B_c studies at LHCb. *Phys.Atom.Nucl.*, 67:1559–1570, 2004.
- [44] Stephen Godfrey. Spectroscopy of B_c mesons in the relativized quark model. *Phys.Rev.*, D70:054017, 2004.
- [45] D. Ebert, R. N. Faustov, and V. O. Galkin. Weak decays of the B_c meson. In *17th International Workshop on High-Energy Physics and Quantum Field Theory (QFTHEP 2003)*, pages 242–253, 1 2004.
- [46] M.A. Ivanov, J.G. Korner, and P. Santorelli. Exclusive semileptonic and nonleptonic decays of the B_c meson. *Phys. Rev. D*, 73:054024, 2006.
- [47] A.V. Berezhnuy, A.K. Likhoded, and M.V. Shevlyagin. Hadronic production of B_c mesons. *Phys.Atom.Nucl.*, 58:672–689, 1995.
- [48] Chao-Hsi Chang, Yu-Qi Chen, Guo-Ping Han, and Hong-Tan Jiang. On hadronic production of the B_c meson. *Phys.Lett.*, B364:78–86, 1995.
- [49] K. Kolodziej, A. Leike, and R. Ruckl. Production of B_c mesons in hadronic collisions. *Phys.Lett.*, B355:337–344, 1995.
- [50] A.V. Berezhnuy, V.V. Kiselev, A.K. Likhoded, and A.I. Onishchenko. B_c meson at LHC. *Phys.Atom.Nucl.*, 60:1729–1740, 1997.
- [51] S.P. Baranov. Semiperturbative and nonperturbative production of hadrons with two heavy flavors. *Phys.Rev.*, D56:3046–3056, 1997.

- [52] S.P. Baranov. Single and pair production of B_c mesons in $p\bar{p}$, $e\bar{e}$, and $\gamma\gamma$ collisions. *Phys.Atom.Nucl.*, 60:1322–1332, 1997.
- [53] Yuan-Ning Gao, Jibo He, Patrick Robbe, et al. Experimental prospects of the B_c studies of the LHCb experiment. *Chin. Phys. Lett.*, 27:061302, 2010.
- [54] CMS Collaboration. Measurement of $B_c(2S)^+$ and $B_c^*(2S)^+$ cross section ratios in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV. *Phys. Rev.*, D102:092007, 8 2020.
- [55] ATLAS Collaboration. Observation of an Excited $B_c^\pm$ Meson State with the ATLAS Detector. *Phys. Rev. Lett.*, 113(21):212004, 2014.
- [56] A.V. Berezhnoy and A.K. Likhoded. The observation possibility of B_c excitations at LHC. *PoS, QFTHEP2013:051*, 2013.
- [57] Estia J. Eichten and Chris Quigg. Mesons with Beauty and Charm: New Horizons in Spectroscopy. *Phys. Rev. D*, 99(5):054025, 2019.
- [58] Qi Li, Ming-Sheng Liu, Long-Sheng Lu, et al. Excited bottom-charmed mesons in a nonrelativistic quark model. *Phys. Rev. D*, 99(9):096020, 2019.
- [59] Estia J. Eichten and Chris Quigg. Mesons with beauty and charm: Spectroscopy. *Phys. Rev.*, D49:5845–5856, 1994.
- [60] L. Bergstrom, H. Grotch, and R. W. Robinett. D wave quarkonium production and annihilation decays: Formalism and applications. *Phys. Rev.*, D43:2157–2160, 1991.
- [61] L. Bergstrom, P. Ernststrom, and R. W. Robinett. Large p_T production of D wave quarkonium states at hadron colliders. *Phys. Rev.*, D45:116–124, 1992.
- [62] S. Dulat, T. J. Hou, J. Gao, et al. The structure of the proton: The CT14 QCD global analysis. *EPJ Web Conf.*, 120:07003, 2016.
- [63] King-man Cheung and Tzu Chiang Yuan. Heavy quark fragmentation functions for d wave quarkonium and charmed beauty mesons. *Phys. Rev.*, D53:3591–3603, 1996.
- [64] D. Ebert, R.N. Faustov, V.O. Galkin, et al. Heavy baryons in the relativistic quark model. *Z. Phys.*, C76:111–115, 1997.
- [65] V. V. Kiselev and A. K. Likhoded. Baryons with two heavy quarks. *Phys. Usp.*, 45:455–506, 2002. [Usp. Fiz. Nauk172,497(2002)].
- [66] R.N. Faustov and V.O. Galkin. Heavy baryon spectroscopy. *EPJ Web Conf.*, 204:08001, 2019.
- [67] B.O. Kerbikov, M.I. Polikarpov, and L.V. Shevchenko. Multi - Quark Masses and Wave Functions Through Modified Green’s Function Monte Carlo Method. *Nucl. Phys.*, B331:19, 1990.

- [68] C. Albertus, E. Hernandez, J. Nieves, and J. M. Verde-Velasco. Static properties and semileptonic decays of doubly heavy baryons in a nonrelativistic quark model. *Eur. Phys. J.*, A32:183–199, 2007. [Erratum: *Eur. Phys. J.*A36,119(2008)].
- [69] Tetsuya Yoshida, Emiko Hiyama, Atsushi Hosaka, et al. Spectrum of heavy baryons in the quark model. *Phys. Rev.*, D92(11):114029, 2015.
- [70] LHCb Collaboration. Measurement of b -hadron production fractions in 7 TeVpp collisions. *Phys.Rev.*, D85:032008, 2012.
- [71] S. S. Gershtein, V. V. Kiselev, A. K. Likhoded, and A. I. Onishchenko. Spectroscopy of doubly heavy baryons. *Phys. Rev. D*, 62:054021, 2000.
- [72] Thomas Mehen. Implications of Heavy Quark-Diquark Symmetry for Excited Doubly Heavy Baryons and Tetraquarks. *Phys. Rev.*, D96(9):094028, 2017.
- [73] Jie Hu and Thomas Mehen. Chiral Lagrangian with heavy quark-diquark symmetry. *Phys. Rev.*, D73:054003, 2006.
- [74] Thomas Hahn. Generating Feynman diagrams and amplitudes with FeynArts 3. *Comput. Phys. Commun.*, 140:418–431, 2001.
- [75] Vladyslav Shtabovenko, Rolf Mertig, and Frederik Orellana. FeynCalc 9.3: New features and improvements. *Comput. Phys. Commun.*, 256:107478, 2020.
- [76] Feng Feng and Rolf Mertig. FormLink/FeynCalcFormLink : Embedding FORM in Mathematica and FeynCalc. *Preprint*, arXiv:1212.3522, 2012.
- [77] Feng Feng. **Apart**: A Generalized Mathematica Apart Function. *Comput. Phys. Commun.*, 183:2158–2164, 2012.
- [78] A.V. Smirnov. Algorithm FIRE – Feynman Integral REduction. *JHEP*, 10:107, 2008.
- [79] Hiren H. Patel. Package-X 2.0: A Mathematica package for the analytic calculation of one-loop integrals. *Comput. Phys. Commun.*, 218:66–70, 2017.
- [80] Yu-Jie Zhang, Ying-jia Gao, and Kuang-Ta Chao. Next-to-leading order QCD correction to $e^+e^- \rightarrow J/\psi + \eta_c$ at $\sqrt{s} = 10.6$ GeV. *Phys. Rev. Lett.*, 96:092001, 2006.
- [81] Bin Gong and Jian-Xiong Wang. QCD corrections to J/ψ plus η_c production in e^+e^- annihilation at $\sqrt{s} = 10.6$ GeV. *Phys. Rev. D*, 77:054028, 2008.
- [82] Hai-Rong Dong, Feng Feng, and Yu Jia. $O(\alpha_s v^2)$ correction to $e^+e^- \rightarrow J/\psi + \eta_c$ at B factories. *Phys. Rev. D*, 85:114018, 2012.
- [83] Xi-Huai Li and Jian-Xiong Wang. $O(\alpha_s v^2)$ correction to J/ψ plus η_c production in e^+e^- annihilation at $\sqrt{s} = 10.6$ GeV. *Chin. Phys. C*, 38:043101, 2014.

- [84] Hai-Rong Dong, Feng Feng, and Yu Jia. $O(\alpha_s)$ corrections to $J/\psi + \chi_{cJ}$ production at B factories. *JHEP*, 10:141, 2011. [Erratum: JHEP 02, 089 (2013)].
- [85] Hai-Rong Dong, Feng Feng, and Yu Jia. $\mathcal{O}(\alpha_s)$ corrections to $e^+e^- \rightarrow J/\psi + \eta_{c2}(\chi'_{c1})$ at B factories. *Phys. Rev. D*, 98(3):034005, 2018.
- [86] A. A. Karyasov, A. P. Martynenko, and F. A. Martynenko. Relativistic corrections to the pair B_c -meson production in e^+e^- annihilation. *Nucl. Phys. B*, 911:36–51, 2016.
- [87] A.V. Berezhnoy, A.P. Martynenko, F.A. Martynenko, and O.S. Sukhorukova. Exclusive double B_c meson production from e^+e^- annihilation into two virtual photons. *Nucl. Phys. A*, 986:34–47, 2019.
- [88] A.V. Berezhnoy, A.K. Likhoded, A.I. Onishchenko, and S.V. Poslavsky. Next-to-leading order QCD corrections to paired B_c production in e^+e^- annihilation. *Nucl. Phys. B*, 915:224–242, 2017.
- [89] Suraj N. Gupta, Stanley F. Radford, and Wayne W. Repko. Quarkonium Spectra and Quantum Chromodynamics. *Phys. Rev. D*, 26:3305, 1982.
- [90] S. Godfrey and Nathan Isgur. Mesons in a Relativized Quark Model with Chromodynamics. *Phys. Rev.*, D32:189–231, 1985.
- [91] Chao Zhou, Mao Song, Gang Li, Ya-Jin Zhou, and Jian-You Guo. Next-to-leading order QCD corrections to Higgs boson decay to quarkonium plus a photon. *Chin. Phys. C*, 40(12):123105, 2016.