

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи



Мастерова Анна Андреевна

**Моделирование динамики механических систем,
содержащих ротор Савониуса**

Специальность 01.02.01 - Теоретическая механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2022

Работа выполнена на кафедре теоретической механики и мехатроники механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

- Научные руководители:**
- Самсонов Виталий Александрович,
доктор физико-математических наук, профессор
 - Селюцкий Юрий Дмитриевич,
кандидат физико-математических наук, доцент
- Официальные оппоненты:**
- Кобрин Александр Исаакович,
доктор физико-математических наук, профессор,
Институт энергомашиностроения и механики,
кафедра робототехники, мехатроники, динамики
и прочности машин НИУ МЭИ, профессор
 - Степанов Сергей Яковлевич,
доктор физико-математических наук, доцент,
Федеральный исследовательский центр
«Информатика и управление» РАН, главный
научный сотрудник, руководитель отдела
механики
 - Черкасов Олег Юрьевич,
кандидат физико-математических наук, МГУ
имени М.В. Ломоносова, механико-
математический факультет, кафедра
математических и компьютерных методов
анализа, доцент

Защита диссертации состоится «17» июня 2022 г. в 16⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета МГУ.01.10 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, Главное здание МГУ, механико-математический факультет, аудитория 16-17.

E-mail: dissovet.msu.01.10@math.msu.ru

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на сайте ИАС «ИСТИНА»: <https://istina.msu.ru/dissertations/452269900/>.

Автореферат разослан «13» мая 2022 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета МГУ.01.10,
доктор физико-математических наук



А.А. Зобова

Общая характеристика работы

Актуальность проблемы. Целесообразность исследования всевозможных роторов сегодня обусловлена возросшим интересом общества к экологическим проблемам и желанием осуществить переход к экологически чистой и ресурсосберегающей энергетике. В частности, это связано с переходом на альтернативные источники энергии, в том числе энергии движущихся сред.

В связи с чем существует большой пласт задач механики, имеющих дело с описанием движения тел в сопротивляющейся среде. Для их исследования могут использоваться методы компьютерного моделирования динамики жидкости и газа. Однако даже при современном уровне развития компьютерной техники и вычислительных мощностей не представляется возможным за разумные сроки смоделировать все варианты сценариев поведения некоторых сложных объектов в потоке, поскольку диапазон значений исследуемых параметров и начальных условий может быть достаточно велик.

Из-за таких проблем прибегают к упрощенным методам. Одним из таких методов является квазистатический подход, в рамках которого в теле выбираются одна или несколько точек (центров давления), информация о положении и скоростях которых позволяет с приемлемой точностью описать воздействие потока на тело. Но если тело имеет сложную форму и/или совершает вращательное движение, а ось вращения проходит близко к его геометрическому центру, то выбор таких точек в качестве центров давления становится затруднительным. К таким телам относится ротор Савониуса.

Существует много работ, в которых исследуются аэродинамические свойства ротора и приводятся результаты статических экспериментов с ним (ротор фиксируется в потоке неподвижно в некотором положении). Однако было показано, что результаты статических и динамических экспериментов существенно отличаются. В то же время,

постановка динамических экспериментов сопряжена с техническими трудностями.

В работах, где делается попытка исследовать динамику неизолированного ротора, входящего в состав более сложной механической системы, используется дополнительное упрощающее предположение о независимости аэродинамических характеристик ротора от его ориентации в потоке. Однако точность такого подхода зачастую недостаточна, если угловая скорость ротора сравнительно невелика.

Кроме того, ранее не проводилось исследования аэродинамических характеристик ротора в случае, когда он вращается в «обратную» сторону. Очевидно, такое вращение практически не наблюдается для изолированного ротора, но оно может возникнуть в различных переходных процессах в системах, включающих в состав своей конструкции ротор.

Таким образом, чтобы иметь возможность аналитически исследовать качественные особенности динамики составных объектов, включающих в себя ротор Савониуса, в зависимости от параметров системы, представляется актуальной задача создания модели, в рамках которой аэродинамические силы и моменты, действующие на ротор, определяются мгновенным состоянием его движения. Это позволит сформировать теоретико-механические модели составных систем с ротором, взаимодействующим со средой, и провести их параметрический анализ. В этом ключе изучение роторов Савониуса видится весьма перспективным.

Целью работы является качественное исследование динамики двух механических систем, в состав которых входит ротор Савониуса. Первая система – малогабаритная ветроэнергетическая установка на базе ротора Савониуса. Ось ротора жестко связана с якорем электрогенератора постоянного тока. В цепи генератора присутствуют потребители (нагрузочное сопротивление). Вторая система – трехколесная тележка, силовым приводом которой выступает ротор Савониуса. Ось ротора через

редуктор связана с ведущим колесом тележки. Допускается только прямолинейное движение без проскальзывания и опрокидывания.

Для достижения данной цели необходимо моделировать аэродинамическое воздействие сопротивляющейся среды на движущийся ротор. При этом используемый подход должен, во-первых, использовать информацию только мгновенном состоянии движения ротора, во-вторых, учитывать влияние на аэродинамические характеристики ротора его ориентации в потоке и скорости вращения в каждый момент времени, а в-третьих, допускать возможность применения в широком диапазоне угловых скоростей вращения ротора (в том числе при отрицательных угловых скоростях). Последнее необходимо для моделирования различных переходных процессов в исследуемых системах.

Для этого были поставлены и решены следующие задачи:

- Создание лабораторного макета ветроприемного элемента типа ротора Савониуса, пригодного для проведения экспериментов по определению аэродинамических характеристик ротора в статическом и динамическом режимах.
- Проведение серий экспериментов в аэродинамической трубе НИИ механики МГУ с макетом ротора Савониуса.
- Анализ результатов экспериментов с целью получения приближенных формул для описания зависимости безразмерных коэффициентов аэродинамических сил и моментов от текущего угла поворота ротора и угловой скорости.
- Построение и анализ математической модели ветроэнергетической системы, использующей ротор Савониуса для преобразования энергии ветра в электроэнергию. Исследование вопросов существования и устойчивости положений равновесия системы. Построение области притяжения устойчивого положения равновесия в пространстве начальных условий при

разных значениях внешнего сопротивления и скорости потока. Анализ периодических режимов, возникающих в системе. Исследование переходных режимов, реализующихся при резком изменении скорости набегающего потока. Проведение численного моделирования динамики установки.

- Построение и анализ математической модели, описывающей динамику колесной тележки, приводимой в движение с помощью ротора Савониуса. Получение условий существования и асимптотической устойчивости установившихся движений системы для случая, когда тележка движется вдоль фиксированной прямой, а направление ветра составляет с этой прямой некоторый постоянный угол. Изучение поведения тележки в зависимости от направления ветра, в частности, анализ возможности ее движения против потока. Исследование вопроса о необходимости учета зависимости аэродинамической нагрузки на ротор от его ориентации в потоке при исследовании переходных процессов в системе.

Научная новизна исследования обусловлена тем, что задача теоретико-механического описания аэродинамического воздействия на тело сложной формы, вращающееся в потоке среды, несмотря на ее актуальность, до сих пор не решена, за исключением отдельных частных случаев, в которых можно сделать упрощающие предположения. В то же время, такое описание позволит создавать замкнутые динамические модели механических и электромеханических систем и проводить их параметрический анализ.

Хотя ротор рассматриваемого типа широко распространен и давно известен, практически отсутствуют систематические исследования механических систем, содержащих ротор в качестве компонента (ветроэнергетические установки на базе такого ротора или ветромобили, использующие ротор в качестве экологически чистого силового привода), в которых учитывается изменение как угловой скорости вращения ротора, так

и его ориентация в потоке. В работе поставлена и решена задача функционального описания аэродинамической нагрузки на ротор Савониуса в зависимости от его мгновенного состояния движения: его угловой скорости и угла поворота относительно направления набегающего потока. Найдены и продемонстрированы конкретные ситуации, когда зависимостью аэродинамических характеристик ротора Савониуса от угла его поворота относительно потока пренебрегать нельзя, а такое пренебрежение ведет к получению сильно искаженных результатов.

Более того, ранее не исследовались аэродинамические характеристики ротора при условии его вращения в обратную сторону. В работе показано, что данные об этом необходимы при исследовании динамики составных систем с ротором Савониуса.

Таким образом, данная работа предлагает способ задания функциональных зависимостей сило-моментных характеристик ротора Савониуса от его состояния движения в данный момент времени, которые пригодны в широкой области значений угловых скоростей ротора. С использованием предложенных зависимостей исследуются некоторые вопросы динамики механических систем с ротором Савониуса. В частности, поиск устойчивых и установившихся режимов движения систем, исследование переходных процессов, а также изучение влияния некоторых выбранных параметров на динамику систем и т.д. Основные результаты диссертационной работы, а также положения, выносимые на защиту, являются новыми.

Методология и методы исследования. В работе развивается феноменологический подход для описания аэродинамического воздействия потока на ротор типа Савониуса. Он основан на известном квазистатическом подходе и использует эмпирические данные, полученные при проведении двух наборов серий экспериментов с физической моделью ротора в НИИ механики МГУ на дозвуковой аэродинамической трубе А-6.

Первый набор серий статических экспериментов проводился при фиксированном положении ротора относительно потока среды при изменении скорости самого потока. Второй набор серий экспериментов включает в себя динамические испытания, при которых изменялись скорость набегающего потока и скорость вращения ротора. Где это возможно, проведен сравнительный анализ с известными ранее экспериментальными и численными результатами исследований с подобными роторами.

Исследование механических систем, содержащих ротор рассматриваемого типа, выполнено с использованием предложенной аэродинамической модели ротора и известных аналитических и численных методов теоретической механики, теории устойчивости движения и дифференциальных уравнений. Проверка аналитических результатов и численные построения производились с использованием систем символьных вычислений.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Для одноуровневого двухлопастного ротора Савониуса функции, описывающие аэродинамические характеристики, могут быть представлены в виде усеченного ряда Фурье по углу поворота ротора, причем коэффициенты данного ряда являются дробно-рациональными функциями безразмерной скорости вращения ротора. При этом, как показывают результаты обработки полученных экспериментальных данных, основной вклад в аэродинамические характеристики ротора вносят нулевая и вторая гармоники.
2. Если аэродинамический момент, действующий на ветроэнергетическую установку с классическим ротором Савониуса, удовлетворяет определенным условиям, то в системе существует положение равновесия, асимптотически устойчивое при произвольных физически осмысленных значениях других параметров (в том числе скорости потока и сопротивления в цепи генератора). При этом уменьшение нагрузки в цепи

электрогенератора приводит к сужению области притяжения этого равновесия в пространстве начальных условий по углу и угловой скорости. Увеличение скорости набегающего потока приводит к тому, что указанная область притяжения сужается по углу, но растягивается по угловой скорости. При резком уменьшении скорости ветра возможно попадание системы в область притяжения равновесия с последующей остановкой ротора.

3. Пусть ротор Савониуса является приводом трехколесной тележки, которая движется вдоль неподвижной прямой без проскальзывания и опрокидывания; система находится в потоке ветра, скорость которого постоянна и составляет некоторый фиксированный угол с этой прямой. Тогда в определенном диапазоне значений параметров системы существуют два притягивающих установившихся режима, соответствующих движению тележки в противоположные стороны. Для описания переходных процессов в динамике тележки необходимо учитывать зависимость аэродинамических сил и момента, действующих на ротор, не только от угловой скорости ротора, но и от угла его поворота.

Теоретическая и практическая значимость. Теоретическая ценность работы заключается в исследовании особенностей динамики систем, в состав которых входит ротор Савониуса. Работа в целом носит теоретический характер. Вместе с тем ее результаты позволяют дать некоторые конкретные рекомендации по конструированию устройств, содержащих роторы рассматриваемого типа в качестве составных элементов. Результаты работы могут также применяться при проведении исследований в МГУ имени М.В. Ломоносова, НИИ механики МГУ, Институте проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН и научно-исследовательских центрах, занимающихся исследованием колесных систем разного назначения.

Достоверность результатов. Основные результаты диссертационной работы получены аналитически на основании строгих математических методов, в работе приведены их подробные доказательства. Некоторые вспомогательные гипотезы проверены экспериментально. Результаты работы были доложены на ряде всероссийских и международных конференций, а также подвергнуты рецензированию при публикации в журналах. Все перечисленное свидетельствует о достоверности полученных результатов.

Апробация работы и публикации. Основные результаты и положения диссертации изложены в 13 научных работах автора общим объемом 5.4 п.л., в том числе в 3 публикациях (объемом 2.4 п.л.) в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности. Список работ приведен в конце текста автореферата.

Результаты, представленные в диссертационной работе, докладывались автором и обсуждались на следующих конференциях и научных семинарах:

- Международная конференция 14th International Conference «Dynamical Systems – Theory and Application», Польша, Лодзь, The Technical University of Lodz (2017)
- Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов», Россия, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова (2017, 2020, 2021)
- Международная научная конференция «Фундаментальные и прикладные задачи механики (FAPM)», Россия, Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана (2019-2021)
- Международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого), Россия,

Москва, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук (2020)

- Всероссийская конференция молодых ученых-механиков, YSM, Россия, Сочи, МГУ имени М.В. Ломоносова (2018, 2020)
- Научная конференция «Ломоносовские чтения», Россия, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова (2017, 2020, 2021)
- Конференция-конкурс молодых ученых НИИ механики МГУ, Россия, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова (2017-2021)
- Учебно-научный семинар "Механические задачи с особенностями", Россия, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова (2021)
- Семинар имени В.В. Румянцева по аналитической механике и теории устойчивости», Россия, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова (2022)

Работа Мастеровой А.А. была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 19-31-90073 «Аспиранты»), в котором автор работы выступала в качестве участника; соискатель удостоен стипендии Президента на 2019/2020 г.

Личный вклад автора. Все результаты, выносимые на защиту, принадлежат лично автору. Научные руководители предложили постановки задач и указали методы их исследования. Климина Л.А. предложила численно-аналитический метод поиска периодических решений. Другие соавторы публикаций принимали участие в проведении экспериментов и в обсуждении полученных результатов. Личный вклад автора заключается в реализации предложенных подходов, получении и обработке экспериментальных данных, проведении аналитического исследования динамики изучаемых систем, выполнении численного моделирования,

анализе результатов экспериментов и вычислений, а также в оформлении результатов в виде научных докладов.

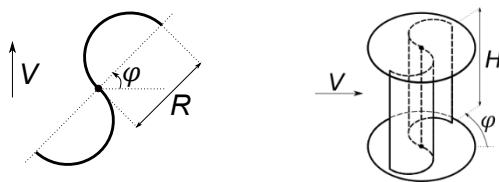
Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав и заключения. Общий объем работы составляет 104 страницы, содержащие 31 иллюстрацию. Список литературы включает 98 наименований.

Содержание работы по главам

Во **введении** дается общая характеристика диссертационной работы: обосновывается актуальность исследований, формулируются их цель и задачи, излагается научная новизна, теоретическая и практическая значимость, отражаются научные методы, на которые опирается проведенное исследование, перечисляются основные результаты работы, обосновывается их достоверность, делается обзор результатов предшествующих исследований, связанных с тематикой работы, описывается ее структура и приводятся основные публикации и сведения об ее апробации.

Первая глава работы полностью посвящена построению теоретико-механической модели аэродинамического воздействия потока среды на ротор Савониуса.

В первом разделе главы обсуждаются конструкция (Рис. 1) и характерные особенности роторов рассматриваемого типа. Приведены достоинства и недостатки его применения.



*Рис. 1 Схематическое изображение ротора Савониуса в потоке:
вид сверху и вид сбоку*

Во втором разделе вводятся основные предположения и допущения о взаимодействии ротора с потоком. В частности, используется гипотеза квазистационарности, в рамках которой воздействие потока определяется текущим состоянием движения объекта. Считаем, что все аэродинамическое воздействие потока на ротор приводится к силе лобового сопротивления F_d , боковой силе F_l и моменту M_a вокруг оси вращения ветротурбины. Сила лобового сопротивления направлена вдоль набегающего потока, боковая сила – перпендикулярно ей.

Традиционное представление для этих сил и момента имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{\rho S}{2} V^2 C_d \left(\varphi, \frac{R\omega}{V} \right) \\ F_l &= \frac{\rho S}{2} V^2 C_l \left(\varphi, \frac{R\omega}{V} \right) \\ M_a &= \frac{\rho S R}{2} V^2 C_m \left(\varphi, \frac{R\omega}{V} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

Таким образом, считаем, что силы и момент, действующие на ротор, зависят от плотности среды ρ , от геометрических размеров ротора $S=2RH$, где R – радиус ротора, H – высота, от скорости набегающего потока V и от мгновенного состояния движения ротора: его текущей ориентации φ в потоке и угловой скорости вращения ω . Последние входят в формулу (1) в качестве аргументов функций безразмерных аэродинамических коэффициентов. Величина

$$\Omega = \frac{R\omega}{V} \quad (2)$$

представляет собой обезразмеренную угловую скорость ротора или быстроходность.

Будем считать, что введенные аэродинамические коэффициенты можно представить в виде разложения в усеченный ряд Фурье по углу поворота ротора, причем коэффициенты разложения ряда зависят только от быстроходности ротора, а именно в виде:

$$C_{d,l,m}(\varphi, \Omega) = a_0^{d,l,m}(\Omega) + \sum_{k=1}^N a_k^{d,l,m}(\Omega) \sin(k\varphi + \varphi_k^{d,l,m}(\Omega)) \quad (3)$$

В рамках такого подхода учитывается зависимость аэродинамических характеристик ротора не только от его скорости вращения, но и от текущего положения в потоке. Функции быстроходности, фигурирующие в выражениях (3), а также число учитываемых гармоник N идентифицируются на основе экспериментальных данных.

В НИИ механики МГУ была создана физическая модель ротора Савониуса и проведена серия экспериментов на дозвуковой аэродинамической трубе А-6. Описанию экспериментальной установки и физических параметров макета ротора отводится третий раздел главы.

Четвертый раздел содержит протокол стационарных и динамических экспериментов. Где это возможно, проведен сравнительный анализ полученных результатов с уже имеющимися в доступной литературе.

В пятом разделе проводится идентификация параметров модели на основе полученных эмпирических данных. Экспериментально показано, что амплитуды нечетных гармоник разложения (3) практически равны нулю и не играют существенной роли по сравнению с первыми четными гармониками, что было ожидаемо в силу геометрии ротора Савониуса. При этом, уже четвертая гармоника существенно меньше по амплитуде, чем вторая гармоника. Таким образом, в работе делается акцент на определении функций от быстроходности амплитуды и фазы для второй гармоники, а также для нулевого слагаемого разложения (3), представляющего собой функцию среднего значения на обороте соответствующей аэродинамической величины.

На исследуемом диапазоне значений Ω предлагаются следующие аппроксимационные формулы для коэффициентов $a_0^{d,l,m}$, $a_2^{d,l,m}$ и $\varphi_2^{d,l,m}$:

$$\begin{aligned}
a_0^d(\Omega) &= \begin{cases} -0.51\Omega + 0.76 & \Omega < 0 \\ 0.32\Omega + 0.76 & \Omega \geq 0 \end{cases} \\
a_0^l(\Omega) &= -3.46(\Omega + 2.09)^{-1} + 1.1 \\
a_0^m(\Omega) &= \begin{cases} -0.85\Omega + 0.12 & \Omega < -0.05 \\ 7.51\Omega^2 - 0.1\Omega + 0.14 & -0.05 \leq \Omega < 0.05 \\ -0.02\Omega^2 - 0.57\Omega + 1.1 - 2.2(\Omega + 1.5)^{-2} & \Omega \geq 0.05 \end{cases}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_2^d(\Omega) &= \frac{1}{50.6(\Omega - 0.4)^2 + 4.3} + \frac{1}{6.6(\Omega + 0.46)^2 + 1.15} \\
a_2^l(\Omega) &= \frac{1}{13.4(\Omega - 0.27)^2 + 2.5} + \frac{1}{93.7(\Omega + 0.26)^2 + 2.0} \\
a_2^m(\Omega) &= \frac{1}{185(\Omega - 0.4)^2 + 4.5} + \frac{1}{22.5(\Omega + 0.5)^2 + 1.5}
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_2^d(\Omega) &= 1.25 \\
\varphi_2^l(\Omega) &= \begin{cases} 4.2\Omega + 5.44 & \Omega < -0.25 \\ -2.0(\Omega + 0.25) + 4.4 & -0.25 \leq \Omega < 0.25 \\ -0.45(\Omega - 0.25) + 3.42 & \Omega \geq 0.25 \end{cases} \\
\varphi_2^m(\Omega) &= -3.08\Omega + 2.65
\end{aligned}$$

Раздел шесть содержит заключительные выводы первой главы. Отмечается, что предложенный подход дает возможность качественно исследовать механические и/или электромеханические системы с ротором Савониуса, используя малопараметрические модели взамен ресурсоемкого гидродинамического моделирования.

Во **второй главе** исследуется электромеханическая система, описывающая поведение малой ветроэнергетической установки на базе ротора Савониуса. Продемонстрировано использование предложенного в первой главе подхода к описанию аэродинамического момента ротора.

В первом разделе дается общее описание установки и приводится постановка задачи. Рассматривается ротор Савониуса в случае, когда вал ротора жестко соединен с якорем электрогенератора постоянного тока (Рис. 2), т.е. скорость поворота якоря генератора $\dot{\psi}$ считается равной скорости поворота ротора $\dot{\phi} = \omega$. Электрогенератор характеризуется индуктивностью L и внутренним сопротивлением R^i . Рассматривается такая электромашина,

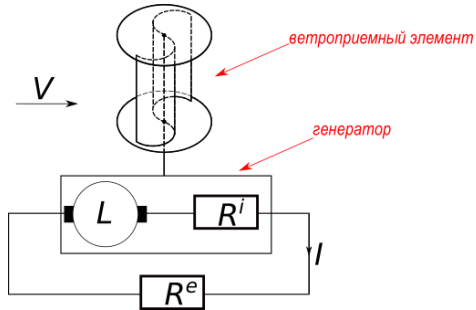


Рис. 2 Электрическая схема ветроэлектрогенератора

скорость изменения создаваемого магнитного потока в которой может определяться постоянным коэффициентом C электромеханического взаимодействия. Электрогенератор включен во внешнюю электрическую цепь, в которой присутствуют потребители, т.е. в электроцепи есть также внешнее сопротивление R^e .

Состояние системы описывается углом φ поворота ротора Савониуса и током I во внешней цепи (соответствующей фазовой координатой в рамках электромеханической аналогии можно считать электрический заряд).

Во втором разделе получены уравнения движения такой системы в виде уравнений Лагранжа-Максвелла:

$$\begin{cases} J\dot{\omega} = M_a - CI, \\ Li = C\omega - ZI. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь J – момент инерции ротора, M_a – аэродинамический момент, для представления которого используем формулы (1), (3) (при $N = 2$, считая амплитуду нечетной первой гармоники пренебрежимо малой) и (4), а Z – суммарное активное сопротивление в цепи. Полученная система автономна, линейна по I и нелинейна по ω и по φ .

Проведено обезразмеривание уравнений (5):

$$\begin{cases} \varphi' = v\Omega, \\ jv\Omega' = v^2 C_m - ci, \\ li' = cv\Omega - zi. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь штрихом обозначена производная по безразмерному времени $\tau = V_0 t / R$ и введены следующие обозначения:

$$v = \frac{V}{V_0}, \quad c = \frac{C}{C_0}, \\ j = \frac{2}{\rho S R^3} \cdot J, \quad i = \frac{2}{\rho S R} \frac{C_0}{V_0^2} \cdot I, \quad l = \frac{\rho S R V_0^2}{2 C_0^2} \cdot L, \quad z = \frac{\rho S R^2 V_0}{2 C_0^2} \cdot Z,$$

где индексом $(\cdot)_0$ обозначаются характерные значения соответствующих физических величин.

В третьем разделе исследуются неподвижные точки системы (6), которым соответствуют положения равновесия рассматриваемого объекта. Для их существования должно выполняться следующее условие:

$$C_m(\varphi^*, 0) = 0$$

На основе теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению и критерия Рауса-Гурвица получены достаточные условия асимптотической устойчивости положений равновесия:

$$\begin{aligned} C_{m,\varphi}^{t*} &< 0 \\ C_{m,\Omega}^{t*} &< \frac{zj}{lv} \\ [jz - vlC_{m,\Omega}^{t*}][c^2 - zvC_{m,\Omega}^{t*}] + v^3 l^2 z C_{m,\varphi}^{t*} C_{m,\Omega}^{t*} &> 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь используются обозначения:

$$C_{m,\varphi}^{t*} = \left. \frac{\partial C_m(\varphi, \Omega)}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\varphi^*, \Omega=0}, \quad C_{m,\Omega}^{t*} = \left. \frac{\partial C_m(\varphi, \Omega)}{\partial \Omega} \right|_{\varphi=\varphi^*, \Omega=0}$$

Из (7) вытекают следующие **утверждения**:

1. если производная коэффициента момента по углу и быстроходности ротора в положении равновесия отрицательны, то условия (7) заведомо

выполняются при любых физически осмысленных значениях других параметров системы. В таком случае положение равновесия будет асимптотически устойчивым. При этом, в силу периодичности аэродинамического момента по углу, существует другое положение равновесия на полуобороте, в котором производная коэффициента момента по углу положительна и которое является неустойчивым;

2. если производная коэффициента момента по быстроходности в положении равновесия положительна, то можно подобрать значения параметров так, чтобы положение равновесия было неустойчивым. Например, увеличение скорости набегающего потока приведет к нарушению второго неравенства в (7) при достижении некоторой величины;

3. если производная коэффициента момента по углу в положении равновесия положительна, то имеет место статическая неустойчивость.

Отмечается, однако, что положения равновесия являются «нежелательными» состояниями системы, поскольку ротор остается в них неподвижен и ток не вырабатывается.

В связи с этим исследуется область притяжения устойчивого положения равновесия $\varphi = \varphi^*$ в пространстве начальных условий на плоскости (φ_0, ω_0) при разных значениях внешнего сопротивления R^e и скорости потока V . Численно получено следующее **утверждение**: область притяжения положения равновесия уменьшается с ростом внешнего сопротивления R^e (т.е. с уменьшением нагрузки в цепи), тем не менее, она не «стягивается» в точку при $R^e \rightarrow +\infty$. Область притяжения с ростом величины V сужается по φ , но «растягивается» по ω .

Помимо положений равновесия, в системе (6) могут существовать периодические решения, и именно они могут служить рабочими режимами для рассматриваемой ветроэлектроустановки при условии, что являются притягивающими. Изучению периодических режимов посвящен четвертый раздел.

Когда скорость потока и/или количество лопастей у ротора достаточно велико, тогда в формуле (3) выполнено $|a_2^m(\Omega)| \leq \varepsilon \ll 1$ в широком диапазоне Ω . В этом случае система (6) может быть записана в виде:

$$\begin{cases} \varphi' = v\Omega \\ jv\Omega' = v^2(a_0^m(\Omega) + \varepsilon f(\varphi, \Omega)) - ci \\ li' = cv\Omega - zi \end{cases} \quad (8)$$

Полученная система (8) регулярно возмущенная. В этой ситуации можно использовать метод Пуанкаре разделения движений. В порождающей (при $\varepsilon = 0$) системе (8) первое уравнение отделяется. Неподвижные точки динамической системы, состоящей из двух оставшихся уравнений порождающей системы, представляют собой решения вида $\Omega = \Omega^* \equiv \text{Const}$, $i = i^* \equiv \text{Const}$. Каждое асимптотически устойчивое решение редуцированной системы соответствует притягивающему периодическому режиму исходной механической системы (6), по крайней мере на некотором конечном интервале времени, а анализ неподвижных точек редуцированной системы может дать полезную информацию о свойствах рабочих режимов электроустановки.

Получены среднее значение угловой скорости и силы тока на периодическом режиме:

$$i^* = \frac{cv}{z} \Omega^*, \quad a_0^m(\Omega^*) = \frac{c^2}{vz} \Omega^*,$$

а также достаточные условия асимптотической устойчивости неподвижной точки укороченной порождающей системы (стационарного вращения в системе (6)):

$$a_{0,\Omega}^{m*} < \frac{zj}{lv}, \quad a_{0,\Omega}^{m*} < \frac{c^2}{vz}. \quad (9)$$

$$\text{При } a_{0,\Omega}^m = \frac{da_0^m}{d\Omega}, \quad a_{0,\Omega}^{m*} = \left. \frac{da_0^m}{d\Omega} \right|_{\Omega=\Omega^*}.$$

Из (9) вытекает **утверждение**: при $a_{0,\Omega}^{m*} < 0$ выполнены оба условия (9) и соответствующая неподвижная точка асимптотически устойчива. Отмечается, что это условие выполняется в большом диапазоне Ω (для некоторых модификаций ротора, например, для трехуровневого шестилопастного ротора оно выполняется всегда).

Утверждение: если $a_{0,\Omega}^m \leq 0 \forall \Omega$, или величина l , характеризующая индуктивность генератора, достаточно мала, или значение j , отвечающее за момент инерции вращающейся части установки, достаточно велико, то в рассматриваемой системе не существует предельных циклов, а неподвижная точка глобально притягивающая. Доказательство утверждения опирается на теорему Бендиксона об отсутствии замкнутых траекторий в некоторой области.

В разделе пять исследовался вопрос о поведении системы в случае порывов ветра, когда зависимость $v(\tau)$ – кусочно постоянная функция. Численно были обнаружены ситуации, когда при падении величины v система (6) полностью останавливается и не может стартовать вновь без дополнительного вмешательства в систему (ручной раскрутки или снятия нагрузки).

Шестой раздел содержит краткие выводы главы.

В **третьей главе** рассматривается динамика трехколесной тележки, приводом в которой выступает ротор Савониуса. Для моделирования аэродинамического воздействия на ротор использован предложенный в первой главе феноменологический подход.

В первом разделе приводится общее описание колесной тележки с установленным на ней ротором Савониуса (Рис. 3). Предполагается, что

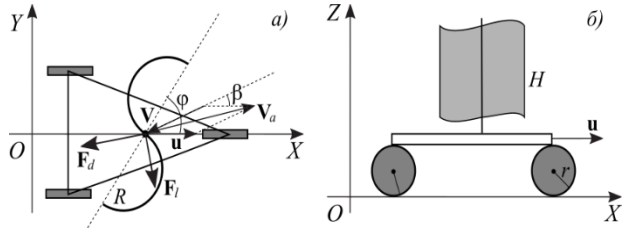


Рис. 3 Схематичное изображение колесной тележки с ротором Савониуса:
а) вид сверху, б) вид сбоку

тележка осуществляет движение вдоль неподвижной горизонтальной прямой без возможности проскальзывания колес и опрокидывания. Ведущее переднее колесо тележки через редуктор с передаточным числом n соединено с валом ротора. Потерями энергии в редукторе пренебрегаем. Вся система находится под действием стационарного потока ветра V . Скорость ветра горизонтальна и составляет некоторый фиксированный угол β с прямой, вдоль которой допускается движение тележки. Считаем, что все воздействие на систему сводится к аэродинамическим силам и моменту, действующим только на лопасти ротора. Для описания аэродинамической нагрузки на ротор используем формулы (1)-(4), заменяя везде скорость набегающего потока на воздушную скорость ротора (скорость оси вращения ротора относительно набегающего потока), которая находится как векторная разность абсолютной скорости движения тележки u и скорости потока V . Из условия отсутствия проскальзывания, следует, что $u = nr\omega$, где r – радиус колес тележки, ω – угловая скорость вращения ротора.

Второй раздел содержит уравнение движения системы, полученное из уравнений Лагранжа второго рода с обобщенными силами:

$$J\ddot{\varphi} = \frac{\rho S}{2} V_a^2 \left[RC_m - nrC_d \frac{V \cos \beta + nr\dot{\varphi}}{V_a} + nrC_l \frac{V \sin \beta}{V_a} \right], \quad (10)$$

где $J = mn^2r^2 + J_s + n^2J_w$, m – масса всей системы, J_s – момент инерции ротора Савониуса относительно его оси вращения, J_w – суммарный момент инерции колес тележки (все колеса считаем одинаковыми), $\omega_w = n\omega$ – угловая скорость вращения колес.

Для упрощения анализа проведено обезразмеривание системы (10), в качестве характерного времени выбрана величина $\tau = Vt/R$:

$$I\varphi'' = U_a^2 \left[C_m - \chi C_d \frac{\cos \beta + \chi \varphi'}{U_a} + \chi C_l \frac{\sin \beta}{U_a} \right] \quad (11)$$

Штрихом обозначена производная по безразмерному времени и введены следующие безразмерные величины:

$$I = \frac{2J}{\rho S R^3}, \quad \chi = \frac{nr}{R}, \quad U_a = \sqrt{\chi^2 \varphi'^2 + 2\chi \varphi' \cos \beta + 1}.$$

В третьем разделе исследуются стационарные решения усредненной по углу поворота ротора системы в зависимости от направления скорости ветра и геометрических параметров. В результате численного моделирования было установлено следующее:

1. при небольших значениях χ при любом направлении ветра существует только один режим (устойчивый), на котором тележка движется вдоль оси абсцисс на Рис. 3;
2. с увеличением χ появляется диапазон углов β , в котором существует три режима: два устойчивых (с положительной скоростью и с отрицательной скоростью движения) и разделяющий их неустойчивый режим. В этом диапазоне при старте с места тележка начинает двигаться с отрицательной скоростью. Тем не менее, если придать ей некоторую начальную скорость, то она выйдет на высокоскоростной режим движения с положительной скоростью;
3. при еще больших значениях коэффициента передачи появляется диапазон углов β , в котором существует только режим движения в отрицательном направлении (устойчивый).

Отмечается, что траектории усредненной системы могут существенно отличаться от траекторий исходной системы (11). Решения усредненной системы будут тем ближе к решениям (11), чем больше средняя угловая скорость на обороте и чем больше эффективный момент инерции системы I . В случаях, когда речь идет о небольших угловых скоростях

необходимо учитывать зависимость аэродинамических характеристик от угла поворота ротора. Это проиллюстрировано в разделе четыре.

До сих пор движение тележки рассматривалось в предположении, что все колеса остаются в контакте с опорной плоскостью и не проскальзывают. Тем не менее, в ситуации, когда коэффициент трения в системе между опорной плоскостью и колесами тележки конечен, а центр масс и центр давления находится на некоторой высоте над опорной плоскостью, условия контакта могут нарушаться. В разделе пять изучены сценарии нарушения условий контакта при увеличении скорости ветра.

Для поиска реакций связей выписаны уравнения движения с использованием общих теорем динамики. Чтобы несколько упростить уравнения, предполагается дополнительно, что колеса тележки невесомые, сама платформа и колеса тонкие, а ведущее колесо свободно вращается относительно тележки.

Получены и выписаны условия отсутствия опрокидывания тележки и отсутствия проскальзывания колес.

Показано, в частности, что при некоторых значениях параметров системы увеличение скорости ветра приводит либо к боковому опрокидыванию тележки (соответствует обращению в ноль нормальной реакции на одном из задних колес), либо к проскальзыванию переднего колеса.

Раздел шесть содержит краткие выводы главы.

В **заключении** еще раз сформулированы основные результаты и выводы, полученные в рамках диссертационной работы, а также описаны перспективы дальнейшего исследования механических систем с роторами Савониуса.

Публикации автора по теме работы

По результатам работы опубликованы в рецензируемых журналах, индексируемых в международных базах WebOfScience, Scopus и RSCI, следующие статьи:

1. *Selyutskiy Y.D., Klimina L.A., Masterova A.A., Hwang S.S., Lin C.H.* Savonius rotor as a part of complex systems // Journal of Sound and Vibration. Academic Press (United States). 2019. № 442. с. 1-10 (WoS IF 3.655)
2. *Климина Л.А., Мастерова А.А., Самсонов В.А., Селюцкий Ю.Д.* Численно-аналитический метод поиска авторотаций механической системы с двумя вращательными степенями свободы // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2021. № 3. с. 128-142 = *Klimina L.A., Masterova A.A., Samsonov V.A., Selyutskiy Yu D.* Numerical–Analytical Method for Searching for the Autorotations of a Mechanical System with Two Rotational Degrees of Freedom // Mechanics of Solids. Allerton Press Inc. (United States), 2021, volume 56, № 3, p. 392-403 (WoS IF 0.452)
3. *Голуб А.П., Зубков А.Ф., Мастерова А.А., Селюцкий Ю.Д.* Динамика колесной тележки, приводимой в движение ротором Савониуса // Мехатроника. Автоматизация. Управление. 2021. Том 22. №5. с. 254-261 (Scopus IF 0.5)

Прочие печатные работы:

1. *Dosaev M., Ishkhanyan M., Klimina L., Masterova A., Selyutskiy Yu.* A Wheeled Vehicle Driven by a Savonius–Magnus Wind Turbine // ROMANSY 23 - Robot Design, Dynamics and Control. ROMANSY 2020. CISM International Centre for Mechanical Sciences (Courses and Lectures) (Proceedings of the International Conference ROMANSY 2020). Springer. Cham. 2021. volume 601. p. 380-386
2. *Dosaev M., Klimina L., Masterova A., Samsonov V., Selyutskiy Y.* Counter-Rotating Savonius Wind Turbine // New Trends in Mechanism and Machine Science. EuCoMeS 2020. (Proceedings of the International conference EUCOMES 2020), Mechanisms and Machine Science. Springer. Cham. 2020. volume 89. p. 413-420

3. *Masterova A., Selyutskiy Yu, Zubkov A., Garziera R.* On Empirical Model of Aerodynamic Torque Acting on Savonius Rotor // Proceedings of 2020 15th International Conference on Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference) (STAB). Institute of Electrical and Electronics Engineers (Piscataway, NJ, United States). 2020. p. 1-3
4. *Мастерова А.А., Селюцкий Ю.Д., Зубков А.Ф., Garziera R.* Об эмпирической модели воздействия потока на ротор Савониуса // в сборнике Устойчивость и колебания нелинейных систем управления: Материалы XV Международной конференции (3 – 5 июня 2020 г., Москва), место издания ИПУ РАН Москва, 2020, с. 263-266
5. *Мастерова А.А.* Эмпирический подход к описанию воздействия потока на ротор Савониуса // в сборнике Труды конференции-конкурса молодых ученых 21-25 октября 2019 г, место издания Издательство Московского университета Москва, МГУ, 2020, с. 93-101
6. *Мастерова А.А.* Моделирование динамики колесной тележки, приводимой в движение с помощью ротора Савониуса // в сборнике Труды конференции-конкурса молодых ученых 15-17 октября 2018 г, место издания Издательство Московского университета Москва, 2019, с. 98-105
7. *Мастерова А.А.* Моделирование динамики малогабаритной ветроэнергетической установки на базе ротора Савониуса // в сборнике ТРУДЫ конференции-конкурса молодых ученых 11-13 октября 2017 г, место издания Издательство Московского университета Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2018, с. 140-147
8. *Мастерова А.А., Селюцкий Ю.Д., Garziera R.* О динамике колесной тележки, приводимой в движение с помощью ротора Савониуса // в сборнике Устойчивость и колебания нелинейных систем управления: Материалы XIV Международной научной конференции (30 мая – 1 июня 2018 г., Москва) / Ред. В. Н. Тхай, место издания ИПУ РАН Москва, 2018, с. 285-288
9. *Klimina L., Masterova A., Selyutskiy Yu., Hwang S.S., Lin C.H.* On dynamics of a Savonius rotor-based wind power generator // Proceedings of 14th

Conference on Dynamical Systems: Theory and Applications (DSTA 2017), Lodz, December 11–14, 2017, volume 3 of Mathematical and Numerical Aspects of Dynamical System Analysis, pages 275–284, Poland, 2017. Poland.

10. *Мастерова А.А., Селюцкий Ю.Д.* Динамика ветроэнергетической установки на базе ротора Савониуса // в сборнике Аналитическая механика, устойчивость и управление. Труды XI Международной Четаевской конференции, место издания Изд-во КНИТУ-КАИ Казань, том 2, 2017, с. 231-237