



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Мастерова Анна Андреевна

**Моделирование динамики механических систем,
содержащих ротор Савониуса**

Специальность 01.02.01 - Теоретическая механика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научные руководители:

д-р физ.-мат. наук, проф. Самсонов В.А.,
канд. физ.-мат. наук, доцент Селюцкий Ю.Д.

Москва – 2022

Оглавление

Введение.....	3
Глава 1. Эмпирическая модель воздействия среды на ротор Савониуса.....	35
1.1 Конструкция ротора типа Савониуса	36
1.2 Квазистатическая модель воздействия среды и ее уточнение	39
1.3 Конструкция экспериментальной установки.....	42
1.4 Описание эксперимента.....	43
1.5 Идентификация параметров модели на основе полученных эмпирических данных	54
1.6 Заключение первой главы	62
Глава 2. Динамика малогабаритной ветроэнергетической установки на базе ротора Савониуса.....	63
2.1 Математическая модель ветроэлектродвигателя	63
2.2 Уравнения движения системы	65
2.3 Положения равновесия системы.....	67
2.4 Периодические режимы системы	70
2.5 Влияние ветра на поведение системы	74
2.6 Заключение второй главы.....	74
Глава 3. Динамика колесной тележки, приводимой в движение ротором Савониуса	76
3.1 Математическая модель колесной тележки с ротором Савониуса.....	76
3.2 Уравнения движения системы	78
3.3 Стационарные движения осредненной системы	79
3.4 Установившиеся движения системы	81
3.5 Нарушение условий контакта колес тележки с опорной плоскостью.....	83
3.6 Заключение третьей главы	90
Заключение	92
Список литературы	95

Введение

Актуальность темы

Целесообразность исследования всевозможных роторов сегодня обусловлена возросшим интересом общества к экологическим проблемам и желанием осуществить переход к экологически чистой и ресурсосберегающей энергетике (так называемый «зеленый» экономический переход). С 2016 года на замену Киотского протокола (первого нормативного документа, регулирующего выбросы парниковых газов между странами-участницами ООН) в силу вступили Парижские соглашения. Их положения направлены на снижение темпов глобального потепления, в частности, за счет снижения содержания углекислого газа в атмосфере вплоть до достижения нулевых показателей выбросов уже к середине XXI века. Глобальный переход к углеродной нейтральности усугубляется неизменным ежегодным ростом энергопотребления во всем мире, а значит и ростом антропогенных выбросов парниковых газов. Таким образом, экологичный подход в энергетике связан, в частности, с переходом на альтернативные источники энергии, в том числе энергии движущихся сред (подробнее, в работе [1]).

В связи с чем существует большой пласт задач механики, имеющих дело с описанием движения тел в сопротивляющейся среде. Частично с такого рода задачами успешно справляются методы компьютерного моделирования динамики жидкости и газа (например, такой подход использован в работах [2]-[6]). С их помощью получают довольно точные как качественные, так и количественные результаты.

Однако, несмотря на сегодняшний уровень развития компьютерной техники и вычислительных мощностей, не представляется возможным за разумные сроки смоделировать весь спектр возможных сценариев поведения сложных объектов в потоке среды. Это особенно актуально при условии, что

диапазон значений исследуемых параметров и начальных условий может быть достаточно велик.

В связи с этим прибегают к всевозможным упрощающим методам исследования динамики тел в сопротивляющейся среде. Строятся простые и довольно «грубые» механико-математические модели, отражающие в основном качественные особенности функционирования изучаемых объектов.

Одним из таких методов является квазистатический подход. В рамках данного подхода всё аэро-/гидродинамическое воздействие потока среды на тело в нем представляется зависящим от его текущего состояния движения. Такой подход для параметрического анализа систем, взаимодействующих с потоком среды, уже можно назвать классическим. Его эффективность (в том числе по сравнению с методами вычислительной аэро-/гидродинамики) для качественного исследования движущихся тел, взаимодействующих со средой, подтверждена результатами, полученными, например, в работах [7]-[13].

Чтобы иметь возможность применять квазистатический подход, в теле выбираются одна или несколько точек (так называемых центров давления), информация о положении и скоростях которых позволяет с приемлемой точностью описать воздействие потока на тело и тем самым смоделировать движение объекта в среде средствами теоретической механики ([14]-[16]). Но если тело имеет сложную форму и/или совершает вращательное движение, а ось вращения при этом проходит близко к его геометрическому центру, то выбор таких точек в качестве центров давления становится затруднительным и отнюдь не очевидным. Именно таким телом можно назвать ротор типа Савониуса, имеющий нетривиальную асимметричную S-образную форму. Аэродинамические характеристики такого типа ротора зависят от большого числа геометрических и кинематических параметров, как самого ротора, так и воздушного потока, действующего на него. И хотя исследованием динамики данного типа ветроприемного элемента занимаются уже почти 100 лет [17],

задача построения функций, описывающих в полной мере сило-моментное воздействие потока среды на такое тело, остается открытой.

Как представитель класса вертикально-осевых турбин ротор Савониуса имеет ряд характерных для них особенностей (описаны, например, в работе [18]). Он может работать уже при небольших скоростях набегающего потока, прост с инженерной точки зрения в изготовлении, установке и эксплуатации и независим от изменения направления воздушного потока. Помимо прочего, ротор Савониуса генерирует относительно большой крутящий стартовый момент, в связи с чем видится пригодным для использования в качестве стартера для более высокоскоростных вертикально-осевых турбин (например, турбин типа Дарье).

Роторы Савониуса потенциально могут использоваться локально, в отдельных хозяйствах или в отдаленных пунктах для обеспечения небольшого, но относительно постоянного притока электроэнергии. Его тихоходность и, как следствие, относительно небольшие создаваемые им шумы позволяют монтировать ротор в непосредственной близости жилых помещений, в том числе на частных территориях домашних хозяйств или на крышах городских зданий, что хорошо укладывается в концепцию децентрализации энергоснабжения, о которой говорят последние годы (например, [19]). В частности, немаловажно это и для России, где 2/3 огромных территорий с населением порядка 20 млн. человек не имеет доступа к центральному энергоснабжению (Рис. 1). При этом потенциал ветроэнергетики на территориях России достаточно велик (Рис. 2).

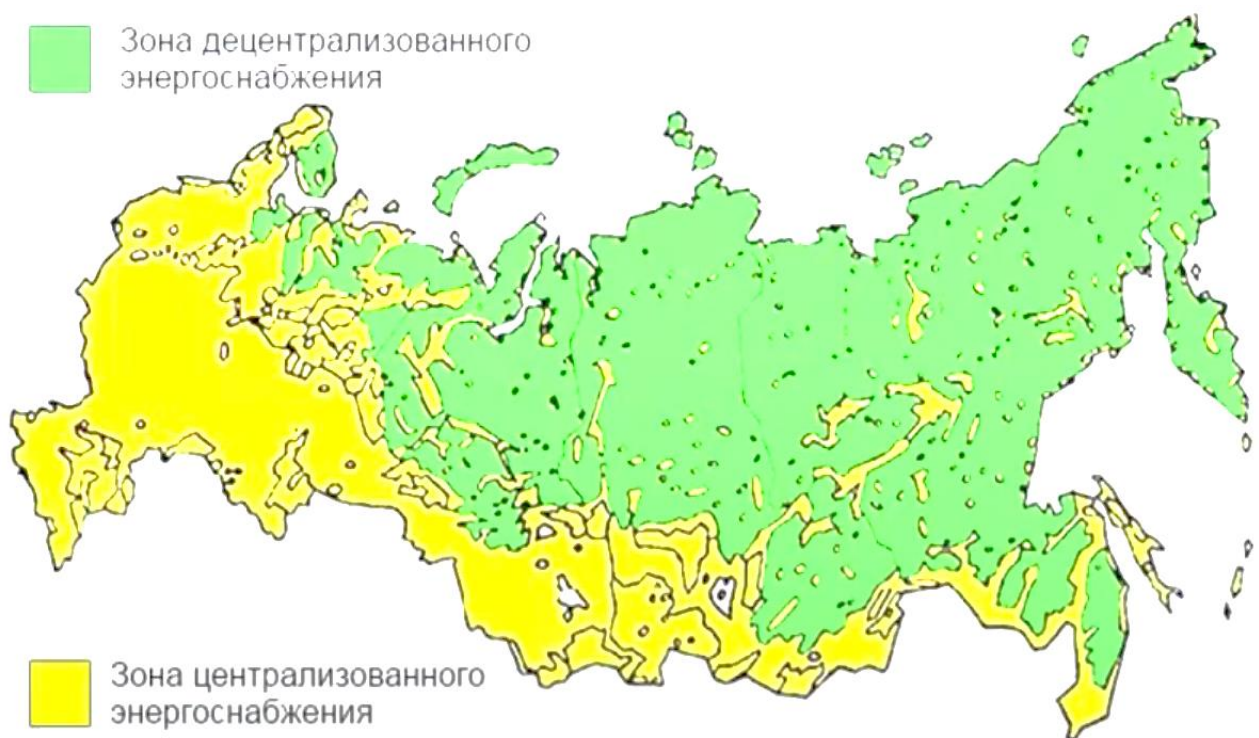


Рис. 1 Территории РФ, имеющие и не имеющие центрального энергоснабжения
 Источник: из доклада «Неудобные вопросы возобновляемой энергетики» Васькова А.Г. (к.т.н., доцент кафедры ГВИЭ НИУ «МЭИ»)

Удельный технический потенциал энергии ветра на высоте 100 м

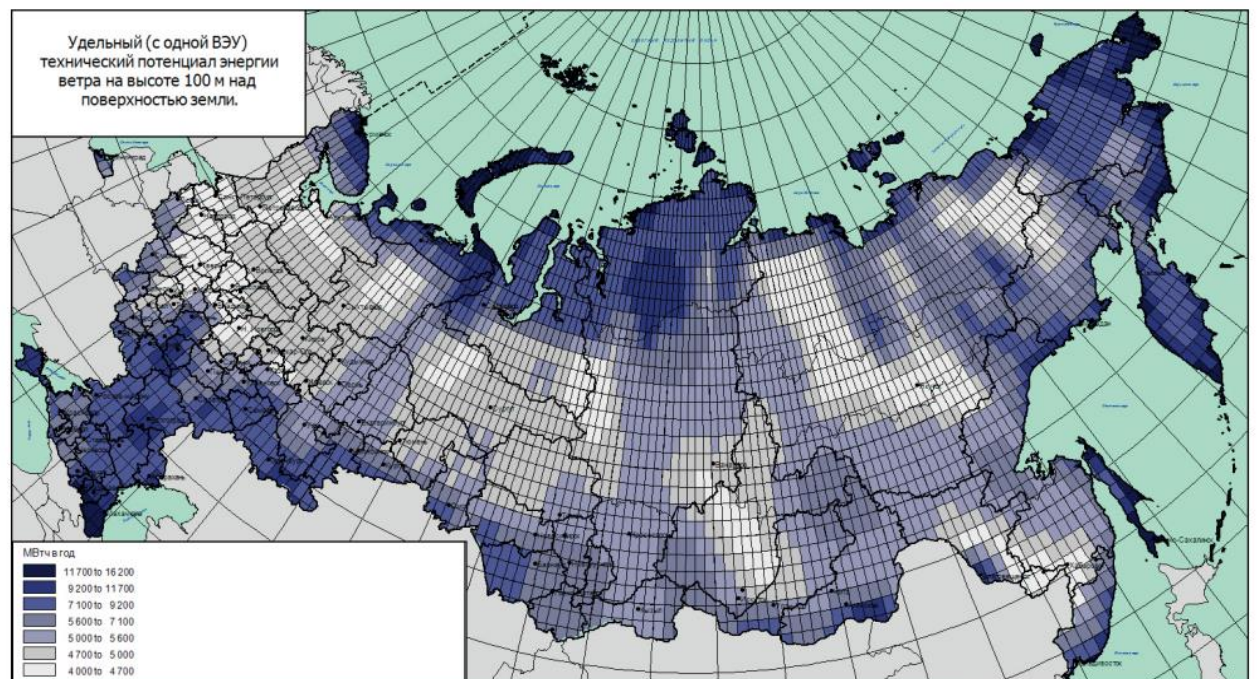


Рис. 2 Потенциал ветроэнергетики на территориях РФ
 Источник: обзор российского ветроэнергетического рынка за 2018 год, подготовленный Российской Ассоциацией Ветроиндустрии.

Необходимо отметить, что некоторые исследования в условиях «малой ветроэнергетики» отдают предпочтения ветротурбинам вертикально-осевого типа с точки зрения выработки энергии даже по сравнению с горизонтально-осевыми ветряками пропеллерного типа ([18], [20], [21]). При этом последние считаются наиболее эффективными на сегодняшний день по производительности и вырабатываемой мощности. В частности, часть исследований предлагает новые критерии сравнения ветроприемных устройств, как например в работах [20], [21], в рамках которых лучше всего себя показывают роторы типа Савониуса.

Все это обуславливает интерес к ротору Савониуса и к исследованию возможностей эффективного его использования, например, в качестве электрогенератора, механического привода колесного механизма или вспомогательного раскручивающего устройства для других более высокоскоростных и мощных ветротурбин вертикально-осевого типа.

В связи с этим видится актуальным изучение систем, где ротор выступает лишь частью более сложной конструкции – механической и/или электромеханической системы. Такие исследования связаны с решением сопряженной задачи динамики. Она включает в себя описание взаимного влияния неравномерного движения объекта и движения среды вокруг него. При этом нужно иметь в виду, что в ряде задач само движение среды не является целью исследования, тем не менее вычислительные ресурсы на его моделирование приходится тратить.

Исследования такого рода систем с ротором проводятся крайне редко. В тех редких случаях, когда делаются попытки решения упомянутых задач, чтобы избежать или по крайней мере уменьшить вычислительные затраты, снова инженеры-исследователи вынуждены прибегать к ряду упрощающих допущений, что в свою очередь приводит к существенным ограничениям и искажениям.

К подобным упрощающим подходам относится введение предположения о независимости аэродинамических сил и момента от ориентации рассматриваемого объекта в потоке, а точнее, о возможности пренебречь этой зависимостью и задать сило-моментную нагрузку на объект как функции лишь от угловой скорости вращающегося тела ([5], [6], [22], [23]). Такой подход не описывает детально процессы, происходящие в среде, но часто дает приближенное интегральное описание аэродинамической нагрузки на тело в потоке с относительно достаточной точностью.

Здесь нужно отметить, что поскольку воздействие среды на ветротурбины горизонтально-осевого типа в силу их конструкции можно, действительно, считать независимым от угла поворота ротора, подобное упрощение справедливо и является нормой. В самом деле, для ветротурбин с горизонтальной осью вращения основную роль играет ориентация всей конструкции по потоку, а не положение каждой отдельной лопасти в конкретный момент времени. Для ветряков же с вертикальной осью вращения такой подход «работает» только в ситуациях, когда угловая скорость достаточно велика и/или лопастей у ротора достаточно много, что сглаживает аэродинамическую нагрузку на исследуемое тело по углу его поворота, и его ориентация в потоке в текущий момент времени перестает играть существенное значение, а на первый план выходят средние значения аэродинамических характеристик на обороте.

Помимо усреднения по углу поворота ротора, можно выделить подходы, предполагающие использование вращательных производных [24], подходы, основанные на введении дополнительных степеней свободы системы с целью учета внутренней динамики потока среды [25]. Однако все подобные подходы обеспечивают достаточную точность, наоборот, лишь при относительно небольших значениях угловой скорости объекта. Всё это накладывает серьезные ограничения на исследования переходных процессов в системе. В общем же случае задача феноменологического описания воздействия потока

среды на вращающийся объект сложной формы, тем более составной объект, остается открытой ([26], [27]).

Следует также отметить, что до настоящей работы не проводилось исследований аэродинамических характеристик ротора при условии его вращения в «обратную» сторону. «Обратную» в смысле отличную от его свободного вращения под действием потока среды без дополнительной механической и/или электрической нагрузки. Очевидно, такое вращение практически не наблюдается для изолированного ротора, но может возникнуть в различных переходных процессах в сложных системах, включающих в состав своей конструкции ротор.

Таким образом, чтобы иметь возможность аналитически исследовать качественные особенности динамики таких сложных составных объектов в зависимости от параметров системы, видится актуальной задача формирования модели, в рамках которой характеристики ротора определяются мгновенным состоянием его движения. Построение такой модели подразумевает, в частности, что аэродинамические силы и моменты, которые действуют на вращающийся ротор, входящий в состав более сложной механической системы, представлены в виде функций от угловых координат и скоростей. Построение таких функций позволит описать поведение объекта исследования с помощью динамической системы, а значит, применить для моделирования его динамики методы теоретической и прикладной механики. Другими словами, это позволит сформировать теоретико-механические модели сложных систем с ротором, взаимодействующих со средой, и провести анализ влияния тех или иных параметров систем на их динамику движения и/или исследовать эффективность тех или иных алгоритмов управления движением такими системами.

Цель работы

Целью работы является качественное исследование динамики двух механических систем, в состав которых входит ветроприемный элемент типа ротора Савониуса. Первая система – малогабаритная ветроэнергетическая установка на базе ротора Савониуса. Ось ротора жестко связана с якорем электрогенератора постоянного тока. В цепи генератора присутствуют потребители (нагрузочное сопротивление). Вторая система – трехколесная тележка, силовым приводом которой выступает ротор Савониуса. Ось ротора через редуктор связана с ведущим колесом тележки. Допускается только прямолинейное движение без проскальзывания и опрокидывания.

Для достижения данной цели необходимо моделировать аэродинамическое воздействие сопротивляющейся среды на движущийся ротор. При этом используемый подход должен, во-первых, использовать информацию только мгновенном состоянии движения ротора, во-вторых, учитывать влияние на аэродинамические характеристики ротора его ориентации в потоке и скорости вращения в каждый момент времени, а в-третьих, допускать возможность применения в широком диапазоне угловых скоростей вращения ротора (в том числе при отрицательных угловых скоростях). Последнее необходимо для моделирования различных переходных процессов в исследуемых системах.

Для этого были поставлены и решены следующие задачи:

- Создание лабораторного макета ветроприемного элемента типа ротора Савониуса, пригодного для проведения экспериментов по определению аэродинамических характеристик ротора в статическом и динамическом режимах.
- Проведение серий экспериментов в аэродинамической трубе НИИ механики МГУ с макетом ротора Савониуса.

- Анализ результатов экспериментов с целью получения приближенных формул для описания зависимости безразмерных коэффициентов аэродинамических сил и моментов от текущего угла поворота ротора и угловой скорости.

- Построение и анализ математической модели ветроэнергетической системы, использующей ротор Савониуса для преобразования энергии ветра в электроэнергию. Исследование вопросов существования и устойчивости положений равновесия системы. Построение области притяжения устойчивого положения равновесия в пространстве начальных условий при разных значениях внешнего сопротивления и скорости потока. Анализ периодических режимов, возникающих в системе. Исследование переходных режимов, реализующихся при резком изменении скорости набегающего потока. Проведение численного моделирования динамики установки.

- Построение и анализ математической модели, описывающей динамику колесной тележки, приводимой в движение с помощью ротора Савониуса. Получение условий существования и асимптотической устойчивости установившихся движений системы для случая, когда тележка движется вдоль фиксированной прямой, а направление ветра составляет с этой прямой некоторый постоянный угол. Изучение поведения тележки в зависимости от направления ветра, в частности, анализ возможности ее движения против потока. Исследование вопроса о необходимости учета зависимости аэродинамической нагрузки на ротор от его ориентации в потоке при исследовании переходных процессов в системе.

Научная новизна

Научная новизна исследования обусловлена тем, что задача теоретико-механического описания аэродинамического воздействия на тело сложной

формы, вращающееся в потоке среды, несмотря на ее актуальность, до сих пор не решена, за исключением отдельных частных случаев, в которых можно сделать упрощающие предположения. В то же время, такое описание позволит создавать замкнутые динамические модели механических и электромеханических систем и проводить их параметрический анализ.

Хотя ротор рассматриваемого типа широко распространен и давно известен, практически отсутствуют систематические исследования механических систем, содержащих ротор в качестве компонента (ветроэнергетические установки на базе такого ротора или ветромобили, использующие ротор в качестве силового привода), в которых учитывается изменение как угловой скорости вращения ротора, так и его ориентация в потоке. В работе поставлена и решена задача функционального описания аэродинамической нагрузки на ротор Савониуса в зависимости от его мгновенного состояния движения: его угловой скорости и угла поворота относительно направления набегающего потока. Найдены и продемонстрированы конкретные ситуации, когда зависимостью аэродинамических характеристик ротора Савониуса от угла его поворота пренебрегать нельзя, а такое пренебрежение ведет к получению сильно искаженных результатов.

Более того, ранее не исследовались аэродинамические характеристики ротора при условии его вращения в обратную сторону. В работе показано, что данные об этом необходимы при исследовании динамики составных систем с ротором Савониуса.

Таким образом, данная работа предлагает способ задания функциональных зависимостей сило-моментных характеристик ротора Савониуса от его состояния движения в данный момент времени, которые пригодны в широкой области значений угловых скоростей ротора. С использованием предложенных зависимостей исследуются некоторые вопросы динамики механических систем с ротором Савониуса. В частности,

поиск устойчивых и установившихся режимов движения систем, исследование переходных процессов, а также изучение влияния некоторых выбранных параметров на динамику систем и т.д. Основные результаты диссертационной работы, а также положения, выносимые на защиту, являются новыми.

Методология и методы исследования

В работе развивается феноменологический подход для описания аэродинамического воздействия потока на ротор типа Савониуса. Он основан на известном квазистатическом подходе и использует эмпирические данные, полученные при проведении двух наборов серий экспериментов с физической моделью ротора в НИИ механики МГУ на дозвуковой аэродинамической трубе А-6. Первый набор серий статических экспериментов проводился при фиксированном положении ротора относительно потока среды при изменении скорости самого потока. Второй набор серий экспериментов включает в себя динамические испытания, при которых изменялись скорость набегающего потока и скорость вращения ротора. Где это возможно, проведен сравнительный анализ с известными ранее экспериментальными и численными результатами исследований с подобными роторами.

Исследование механических систем, содержащих ротор рассматриваемого типа, выполнено с использованием предложенной аэродинамической модели ротора и известных аналитических и численных методов теоретической механики, теории устойчивости движения и дифференциальных уравнений. Проверка аналитических результатов и численные построения производились с использованием систем символьных вычислений.

Теоретическая и практическая значимость

Теоретическая ценность работы заключается в исследовании особенностей динамики систем, в состав которых входит ротор Савониуса. Работа в целом носит теоретический характер. Вместе с тем ее результаты позволяют дать некоторые конкретные рекомендации по конструированию устройств, содержащих роторы рассматриваемого типа в качестве составных элементов. Результаты работы могут также применяться при проведении исследований в МГУ имени М.В. Ломоносова, НИИ механики МГУ, Институте проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН и научно-исследовательских центрах, занимающихся исследованием колесных систем разного назначения.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Для одноуровневого двухлопастного ротора Савониуса функции, описывающие аэродинамические характеристики, могут быть представлены в виде усеченного ряда Фурье по углу поворота ротора, причем коэффициенты данного ряда являются дробно-рациональными функциями безразмерной скорости вращения ротора. При этом, как показывают результаты обработки полученных экспериментальных данных, основной вклад в аэродинамические характеристики ротора вносят нулевая и вторая гармоники.
2. Если аэродинамический момент, действующий на ветроэнергетическую установку с классическим ротором Савониуса, удовлетворяет определенным условиям, то в системе существует положение равновесия, асимптотически устойчивое при произвольных физически осмысленных значениях других параметров (в том числе скорости потока и сопротивления в цепи генератора). При этом уменьшение нагрузки в цепи электрогенератора приводит к сужению области притяжения этого

равновесия в пространстве начальных условий по углу и угловой скорости. Увеличение скорости набегающего потока приводит к тому, что указанная область притяжения сужается по углу, но растягивается по угловой скорости. При резком уменьшении скорости ветра возможно попадание системы в область притяжения равновесия с последующей остановкой ротора.

3. Пусть ротор Савониуса является приводом трехколесной тележки, которая движется вдоль неподвижной прямой без проскальзывания и опрокидывания; система находится в потоке ветра, скорость которого постоянна и составляет некоторый фиксированный угол с этой прямой. Тогда в определенном диапазоне значений параметров системы существуют два притягивающих установившихся режима, соответствующих движению тележки в противоположные стороны. Для описания переходных процессов в динамике тележки необходимо учитывать зависимость аэродинамических сил и момента, действующих на ротор, не только от угловой скорости ротора, но и от угла его поворота.

Достоверность результатов

Основные результаты диссертационной работы получены аналитически на основании строгих математических методов, в работе приведены их подробные доказательства. Некоторые вспомогательные гипотезы проверены экспериментально. Результаты работы были доложены на ряде всероссийских и международных конференций, а также подвергнуты рецензированию при публикации в журналах. Все перечисленное свидетельствует о достоверности полученных результатов.

Апробация работы

Результаты, представленные в диссертационной работе, докладывались автором и обсуждались на следующих конференциях и научных семинарах:

- Международная конференция 14th International Conference «Dynamical Systems – Theory and Application», Польша, Лодзь, The Technical University of Lodz (2017)
- Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов», Россия, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова (2017, 2020, 2021)
- Международная научная конференция «Фундаментальные и прикладные задачи механики (FAPM)», Россия, Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана (2019-2021)
- Международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого), Россия, Москва, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук (2020)
- Всероссийская конференция молодых ученых-механиков, YSM, Россия, Сочи, МГУ имени М.В. Ломоносова (2018, 2020)
- Научная конференция «Ломоносовские чтения», Россия, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова (2017, 2020, 2021)
- Конференция-конкурс молодых ученых НИИ механики МГУ, Россия, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова (2017-2021)
- Учебно-научный семинар "Механические задачи с особенностями", Россия, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова (2021)
- Семинар имени В.В. Румянцева по аналитической механике и теории устойчивости», Россия, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова (2022)

Работа Мастеровой А.А. была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 19-31-90073 «Аспиранты»), в котором автор работы выступала в качестве участника; соискатель удостоен стипендии Президента на 2019/2020 г.

Публикации соискателя по теме диссертационной работы

Основные результаты и положения диссертации изложены в 13 научных работах автора общим объемом 5.4 п.л., в том числе в 3 публикациях (объемом 2.4 п.л.) в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности:

1. *Selyutskiy Y.D., Klimina L.A., Masterova A.A., Hwang S.S., Lin C.H.* Savonius rotor as a part of complex systems // Journal of Sound and Vibration. Academic Press (United States). 2019. № 442. с. 1-10 (WoS IF 3.655)
2. *Климина Л.А., Мастерова А.А., Самсонов В.А., Селюцкий Ю.Д.* Численно-аналитический метод поиска авторотаций механической системы с двумя вращательными степенями свободы // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2021. № 3. с. 128-142 = *Klimina L.A., Masterova A.A., Samsonov V.A., Selyutskiy Yu D.* Numerical–Analytical Method for Searching for the Autorotations of a Mechanical System with Two Rotational Degrees of Freedom // Mechanics of Solids. Allerton Press Inc. (United States), 2021, volume 56, № 3, p. 392-403 (WoS IF 0.452)
3. *Голуб А.П., Зубков А.Ф., Мастерова А.А., Селюцкий Ю.Д.* Динамика колесной тележки, приводимой в движение ротором Савониуса // Мехатроника. Автоматизация. Управление. 2021. Том 22. №5. с. 254-261 (Scopus IF 0.5)

Опубликованы 10 работ в сборниках трудов конференций:

1. *Dosaev M., Ishkhanyan M., Klimina L., Masterova A., Selyutskiy Yu. A Wheeled Vehicle Driven by a Savonius–Magnus Wind Turbine // ROMANSY 23 - Robot Design, Dynamics and Control. ROMANSY 2020. CISM International Centre for Mechanical Sciences (Courses and Lectures) (Proceedings of the International Conference ROMANSY 2020). Springer. Cham. 2021. volume 601. p. 380-386*
2. *Dosaev M., Klimina L., Masterova A., Samsonov V., Selyutskiy Y. Counter-Rotating Savonius Wind Turbine // New Trends in Mechanism and Machine Science. EuCoMeS 2020. (Proceedings of the International conference EUCOMES 2020), Mechanisms and Machine Science. Springer. Cham. 2020. volume 89. p. 413-420*
3. *Masterova A., Selyutskiy Yu, Zubkov A., Garziera R. On Empirical Model of Aerodynamic Torque Acting on Savonius Rotor // Proceedings of 2020 15th International Conference on Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference) (STAB). Institute of Electrical and Electronics Engineers (Piscataway, NJ, United States). 2020. p. 1-3*
4. *Мастерова А.А., Селюцкий Ю.Д., Зубков А.Ф., Garziera R. Об эмпирической модели воздействия потока на ротор Савониуса // в сборнике Устойчивость и колебания нелинейных систем управления: Материалы XV Международной конференции (3 – 5 июня 2020 г., Москва), место издания ИПУ РАН Москва, 2020, с. 263-266*
5. *Мастерова А.А. Эмпирический подход к описанию воздействия потока на ротор Савониуса // в сборнике Труды конференции-конкурса молодых ученых 21-25 октября 2019 г, место издания Издательство Московского университета Москва, МГУ, 2020, с. 93-101*
6. *Мастерова А.А. Моделирование динамики колесной тележки, приводимой в движение с помощью ротора Савониуса // в сборнике Труды конференции-конкурса молодых ученых 15-17 октября 2018 г,*

- место издания Издательство Московского университета Москва, 2019, с. 98-105
7. *Мастерова А.А.* Моделирование динамики малогабаритной ветроэнергетической установки на базе ротора Савониуса // в сборнике ТРУДЫ конференции-конкурса молодых ученых 11-13 октября 2017 г, место издания Издательство Московского университета Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2018, с. 140-147
 8. *Мастерова А.А., Селюцкий Ю.Д., Garziera R.* О динамике колесной тележки, приводимой в движение с помощью ротора Савониуса // в сборнике Устойчивость и колебания нелинейных систем управления: Материалы XIV Международной научной конференции (30 мая – 1 июня 2018 г., Москва) / Ред. В. Н. Тхай, место издания ИПУ РАН Москва, 2018, с. 285-288
 9. *Klimina L., Masterova A., Selyutskiy Yu., Hwang S.S., Lin C.H.* On dynamics of a Savonius rotor-based wind power generator // Proceedings of 14th Conference on Dynamical Systems: Theory and Applications (DSTA 2017), Lodz, December 11–14, 2017, volume 3 of Mathematical and Numerical Aspects of Dynamical System Analysis, pages 275–284, Poland, 2017. Poland.
 10. *Мастерова А.А., Селюцкий Ю.Д.* Динамика ветроэнергетической установки на базе ротора Савониуса // в сборнике Аналитическая механика, устойчивость и управление. Труды XI Международной Четаевской конференции, место издания Изд-во КНИТУ-КАИ Казань, том 2, 2017, с. 231-237

Личный вклад

Все результаты, выносимые на защиту, принадлежат лично автору. Научные руководители предложили постановки задач и указали методы их исследования. Климина Л.А. предложила численно-аналитический метод

поиска периодических решений. Другие соавторы публикаций принимали участие в проведении экспериментов и в обсуждении полученных результатов. Личный вклад автора заключается в реализации предложенных подходов, получении и обработке экспериментальных данных, проведении аналитического исследования динамики изучаемых систем, выполнении численного моделирования, анализе результатов экспериментов и вычислений, а также в оформлении результатов в виде научных докладов.

Обзор литературы

На сегодняшний день литература, в той или иной степени затрагивающая аспекты ветроэнергетики и исследующая различные типы и модификации ветроприемных элементов, весьма обширна. Причины этого видятся в следующем: во-первых, вопросы использования энергии ветра имеют тысячелетнюю историю исследования. Считается, что первые ветряные мельницы появились еще в 1700 г. до н.э. в древнем Вавилоне [28]. С помощью энергии ветра уже тогда приводились в движение первые парусные флоты, мололось зерно и осуществлялся подъем воды. Во-вторых, об использовании энергии ветра заговорили в последнее время с новой силой в связи с энергетическими и экологическими вызовами сегодняшних дней; дело в том, что ветер представляет собой экологически чистый, безопасный и практически неисчерпаемый источник энергии [29].

Долгое время основное внимание исследователей было сфокусировано на горизонтально-осевых ветротурбинах из-за высокой вырабатываемой ими мощности ([28], [30], [31]). Конструкция таких роторов существенно видоизменялась в процессе их изучения, получения новых экспериментальных данных и непосредственной практики применения. Однако на сегодняшний день мы уже не видим такого разнообразия горизонтально-осевых ветротурбин. Причина видится в том, что учеными-инженерами уже

выработан оптимальный вариант геометрических параметров для такого типа роторов с точки зрения их эффективности (другими словами, с точки зрения максимизации отношения вырабатываемой энергии к энергии ветра, взаимодействующего с ротором).

Однако задача поиска оптимальной конфигурации вертикально-осевых ветротурбин еще далека от разрешения. Вместе с тем надежность, простота в изготовлении и эксплуатации, независимость от направления воздушного потока и достаточно большой создаваемый пусковой и крутящий момент делают их более привлекательными с инженерной точки зрения ([18]).

Классическим представителем вертикально-осевых роторов является ротор типа Савониуса. Большой пласт работ, исследующих этот тип ротора, посвящен различным модификациям его геометрии с целью увеличить его конкурентоспособность с точки зрения вырабатываемой мощности и производительности (Рис. 3). Исследуется экспериментально или с помощью численных методов механики сплошных сред влияние на аэродинамические характеристики ротора его геометрических пропорций ([1], [22], [32]-[36]), эффект наличия/отсутствия и размеров вала ([32], [37]) и концевых пластин ротора ([32], [34]-[36], [38]), скрутки лопастей ротора ([37], [39]), скрутки самого ротора ([1], [40], [41]), величины перекрытия лопастей ротора ([1], [34]-[37], [40], [42], [43]) и разнесённости их между собой ([34], [36]), а также их количества ([1], [34], [35], [41], [44]) и формы ([4], [32]-[34], [39], [45], [46]), и т.д. Рассматриваются многоуровневые роторы ([1], [22], [23], [32], [34], [35]), представляющие собой несколько классических роторов Савониуса, закрепленных один над другим на одну ось вращения с некоторым угловым сдвигом вдоль этой оси. Также изучается влияние различных вспомогательных устройств на производительность и стартовые показатели ротора ([38], [47]-[52]).

Так, в работе [23] отмечены две проблемы, связанные с характеристиками крутящего момента ротора Савониуса. На их решение

направлено большинство исследований в этой области. Первая – большой разброс значений момента на обороте, что приводит к сильным вибрациям конструкции и, тем самым, сокращает продолжительность срока службы ротора. Вторая – наличие таких положений ротора, когда его статический момент близок к нулю или принимает отрицательные значения и не может раскрутиться самостоятельно. Это препятствует использованию ротора Савониуса в качестве вспомогательного устройства, раскручивающего более высокоскоростные вертикально осевые роторы, например, типа Дарье, как это сделано на Рис. 4. Исследователями предлагаются весьма разнообразные пути решения поставленных проблем именно за счет изменения геометрии конструкции ротора.

Работа [53] содержит описание результатов измерения распределения давления на поверхности лопастей ротора Савониуса при различных значениях угла поворота ротора и его угловой скорости. Показано, что оно сильно отличается для вращающегося и фиксированного в потоке ротора, что демонстрирует важность проведения как статических, так и динамических экспериментов. Момент и мощность ротора получали интегрированием давления на разных участках лопастей, а также прямым измерением. Получившиеся результаты хорошо согласуются между собой. Также измерялись значения сил, действующих на ротор.

Авторы работы [39] экспериментировали со скручиванием лопастей и добились неплохих стартовых характеристик ротора Савониуса. Результаты экспериментов с роторами Савониуса со скрученными лопастями показали его высокий потенциал с точки зрения увеличения эффективности забора энергии ветра, способности старта без дополнительной раскрутки и уменьшение амплитуды колебаний вырабатываемого момента на обороте (последнее увеличивает долговечность конструкции). Однако усложненная форма лопастей привела к существенному удорожанию всей системы.

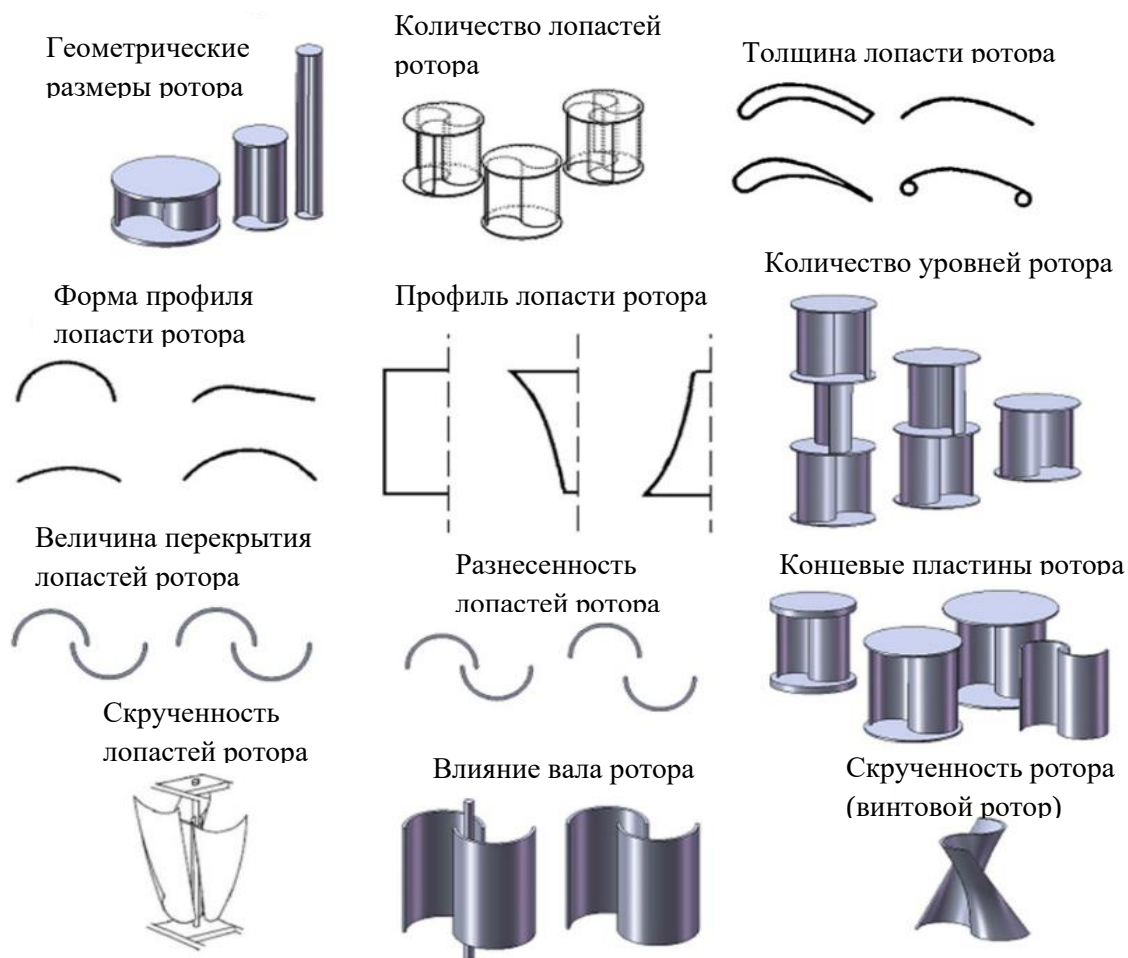


Рис. 3 Примеры модификации различных геометрических показателей ротора Савониуса
Источник: адаптировано из работы [67]

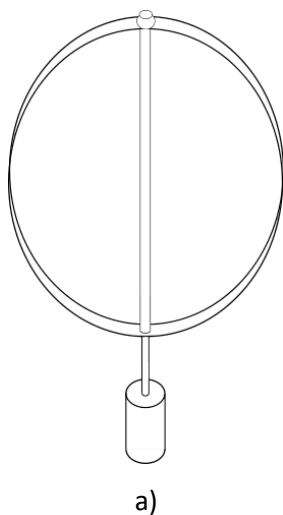


Рис. 4 а) Схематичное изображение классического двухлопастного ротора типа Дарье
б) Пример совместного использования модифицированных роторов типа Дарье и Савониуса (использование двухуровневого ротора Савониуса обусловлено отсутствием у него положений, в которых статический момент обращается в ноль и самозапуск невозможен)

Одна из предложенных модификаций геометрии лопастей ротора Савониуса представлена в работе [46]. Лопасти в горизонтальном сечении представляют собой уже не полукруги, а имеют более сложную вытянутую форму, спрямленную с одного конца. Была проведена серия экспериментов с таким ротором, классическими и некоторыми похожими вариантами. Сравнение проводилось по величине коэффициента мощности. Новая форма дала прирост максимума данного показателя на 34% по сравнению с остальными. Однако такая конструкция уже не отличается простотой в изготовлении и требует больших затрат на производство.

В работе [4] представлены распределения давлений, действующие на двухлопастной ротор Савониуса с вытянутыми лопастями в потоке. Ротор с таким дизайном показал существенное увеличение эффективности по сравнению с классическим вариантом за счет увеличения вклада подъемной силы в раскручивание ротора.

Роторы Савониуса, имеющие перекрытие между лопастями имеют лучше стартовые характеристики по сравнению с классическим вариантом. Это можно объяснить тем, что часть воздушного потока воздействует на вторую лопасть во время схода с первой лопасти.

В работе [54] исследовалось влияние величины перекрытия лопастей на поведение потока вблизи ротора (см. Рис. 3). В первом рассмотренном случае ротор жестко фиксировался в потоке, во втором – свободно вращался в нем. Эксперименты, описанные в [54], проводились с четырьмя роторами с величиной перекрытия лопастей, отнесенной к диаметру ротора (так называемый коэффициент перекрытия), от 0 до 0.5 [0, 0.15, 0.3, 0.5]. Было показано, что статический крутящий момент растет с увеличением величины перекрытия, однако, в случае вращающегося ротора, момент достигает своего пика при значении 0.15 и падает с последующим увеличением величины перекрытия. Эти эффекты объясняются поведением потока внутри и вблизи лопастей ротора. В работе наглядно представлено, как изменяется поток рядом

с ротором во время стационарных и динамических экспериментов для двух положений ротора относительно потока.

В работе [55] оптимальной величиной перекрытия для одноуровневого двухлопастного ротора считается величина 0.167 с точки зрения увеличения максимальной величины статического момента и уменьшения диапазона углов, при которых момент принимает отрицательные значения.

Вообще, во многих работах (в частности, [42], [54], [55]) показывается, что оптимальный размер перекрытия лопастей варьируется в диапазоне от 0.15 до 0.25.

Количество лопастей ротора Савониуса – еще один параметр, за счет которого можно существенно увеличить стартовый момент ротора. Однако в ряде работ показано (например, в [44]), что это приводит к уменьшению коэффициента мощности.

Существование многоуровневых роторов Савониуса – результат одного из многочисленных способов модификации ротора с целью увеличения его производительности и срока службы (за счет сглаживания величины аэродинамического момента ротора на обороте и, как следствие, уменьшение вибраций во время эксплуатации ветротурбины). Многоуровневые роторы представляют собой несколько классических, можно сказать одноуровневых, ротора размещенных на одном общем вале на разной высоте с некоторым угловым сдвигом между собой. Главное достижение такой конструкции как раз и состоит в том, что момент, создаваемый таким ротором, более сглаженный, т.е. амплитуда колебаний момента у такого ротора меньше, чем больше уровней имеет ротор, что приводит к увеличению срока службы устройства. Более того, у многоуровневого ротора отсутствуют области значений углов поворота ротора, при которых создаваемый ротором статический момент обращается в ноль и/или имеет отрицательный знак. Однако максимально достигаемая величина момента у таких роторов меньше.

Вырабатываемая мощность также падает. В работе [55] продемонстрировано, что при использовании двухуровневого ротора вырабатываемая мощность на 20% меньше по сравнению с одноуровневым аналогом.

С другой стороны, в этой работе показано, что статический крутящий момент двухуровневого ротора Савониуса никогда не принимает отрицательные значения, независимо от направления ветра, и всегда значительно больше нуля. Следовательно, ротор сможет самозапуститься даже после полностью безветренного периода. В работе также обсуждается лучшее значение угловой скорости ротора на рабочем режиме в терминах увеличения величины создаваемого момента при свободном вращении ротора.

В работе [23] впервые предлагается использовать трехуровневый шестилопастной ротор (три классических одноуровневых двухлопастных ротора, закрепленных на одной оси вращения со сдвигом в 60°). Для этого проводится тщательный анализ результатов экспериментов, проведенных в аэродинамической трубе с такой конфигурацией ротора Савониуса с различным числом направляющих пластин, установленных вокруг него (от 0 до 12). Проводится сравнение с классическим одноуровневым двухлопастным ротором. Получено, что с увеличением числа установленных направляющих пластин среднее значение статического момента увеличилось, а разница между его максимальным и минимальным значением на обороте уменьшилась. Изменением их положения можно было добиться разных результатов: как увеличение максимального значения статического момента одноуровневого ротора на 40%, так и решение проблемы с его отрицательными значениями. Таким образом, делается вывод, что статический момент роторов с направляющими пластинами существенно зависит от их положения, а значит от направления набегающего потока.

Было показано, что в отличие от статического момента, динамические характеристики ротора существенно зависят от величины скорости набегающего потока, т.е. безразмерный коэффициент аэродинамического

момента отличался в зависимости от размерной скорости потока в динамических экспериментах. Замеры проводились при поддерживаемой постоянной угловой скорости вращения ротора и постоянных скоростях ветра 6, 9, 12, 15 и 18 м/с. При всех этих значениях скорости потока максимумы коэффициентов момента и мощности для трехуровневого ротора составляли лишь 75% от максимальных величин классической конфигурации ротора с той же общей заметаемой площадью.

Влияние направляющих пластин на момент и мощность ротора обсуждается на основе данных, полученных при скорости потока 12 м/с. Рассматривались обе конфигурации ротора (первая – одноуровневая двухлопастная, вторая – трехуровневая шестилопастная) без направляющих, с тремя и четырьмя направляющими, распределенными около ротора равномерно, в трех разных положениях к набегающему потоку, а также с шестью и двенадцатью направляющими. Эксперименты показали, что установка направляющих вокруг одноуровневого ротора Савониуса приводит к увеличению момента при быстроходности, меньшей 0.3. При больших значениях быстроходности показатели ротора ухудшаются, причем эффект усиливается с увеличением количества направляющих. Таким образом, при больших угловых скоростях эффективнее использовать одноуровневый ротор без направляющих вовсе. У трехуровневого ротора наблюдается похожее поведение. Использование направляющих пластин приводит к уменьшению значения коэффициента мощности ротора и смещает максимум в область малых значений быстроходности.

Авторами было предложено следующее объяснение наблюдаемых явлений: когда ротор вращается медленно, направляющие собирают поток и способствуют разгону ротора, однако, когда ротор достигает высоких оборотов, направляющие начинают служить препятствием для потока. Отрицательный эффект усиливается с увеличением количества направляющих или значения быстроходности.

Для четырех значений быстроходности 0.043, 0.104, 0.259 и 0.75 приведены усредненные на 100 оборотах значения коэффициента динамического момента при скорости набегающего потока 12 м/с. Для быстроходности 0.043 динамический момент ведет себя практически также как статический момент. Коэффициент момента одноуровневого ротора за оборот имеет два выраженных пика и две области с отрицательными значениями, трехуровневого ротора – шесть пиков, соответствующих количеству лопастей такой конфигурации ротора. С увеличением быстроходности такая структура начинает разрушаться, пропадает π -периодичность. Причиной видится существенная нестационарность обтекания тела в потоке среды и образование вихрей.

Разность между максимальным и минимальным значением коэффициента момента трехуровневого ротора мала и не зависит от быстроходности ротора. С другой стороны, такая разность у одноуровневого ротора велика при малых значениях быстроходности, резко уменьшается при увеличении быстроходности от 0 до 0.5 и имеет тенденцию слегка увеличиваться при дальнейшем увеличении безразмерной угловой скорости.

Помимо направляющих пластин, предлагаются другие различные вспомогательные устройства для улучшения характеристик ротора Савониуса. В [51] использовалась асимметричная коробка с воронкообразным входным отверстием, в работе [38] – щиты разной формы, в [52] – шторки-заслонки, препятствующие влиянию потока на лопасть ротора с большим сопротивлением в данный момент, в [56] – ширма-бокс с той же функциональностью, что и заслонки, а в [47]-[50] – статические направляющие пластины и отражающие поток поверхности, перенаправляющие воздушные массы.

Использование концевых пластин также исследовалось с точки зрения улучшения производительности ротора Савониуса, например в [38]. Диаметр

концевых пластин должен превышать диаметр самого ротора для увеличения коэффициента мощности.

Отдельный блок работ посвящен исследованию аэродинамических сил, действующих на ротор [57]-[59]. Так в работе [57] определялись коэффициенты подъемной силы и силы сопротивления, действующие на ротор Савониуса в потоке. Экспериментально измерялась разница давлений, возникающая с двух сторон от лопастей вращающегося ротора. Замеры проводились для двух серий экспериментов: при скоростях набегающего потока 10 м/с и 12.5 м/с. Значения безразмерной угловой скорости были равны [0.2, 0.4, 0.6, 0.71] и [0.43, 0.7, 0.8, 1] соответственно. В обоих случаях были зафиксированы следующие явления: коэффициент подъемной силы был отрицательным при малых значениях быстроходности и менял знак с ее ростом; коэффициент силы сопротивления, разумеется, был всегда отрицательным.

Все упомянутые исследования аэродинамических характеристик ротора проводились экспериментально или численно. Задача поиска модели воздействия потока на ротор Савониуса, позволяющая проводить аналитические исследования, остается открытой.

Для ветряков пропеллерного типа, аэродинамические характеристики которых не зависят от угла поворота ротора, найдены подходы ([8]) для приближенного описания влияния среды. В связи с чем, существует ряд работ, рассматривающих такие роторы как часть более сложной механической или электромеханической системы.

В работе [9] исследуется ветроэнергетическая установка с пропеллером в качестве ветроприемного элемента. Отмечается, что существующие методы описания аэродинамики ветроэнергетических установок связаны с большим объемом вычислений. Это касается даже малых ветрогенераторов. В связи с этим авторы работы указывают на необходимость использовать различные упрощенные модели описания аэродинамической нагрузки на лопасти.

Частично эту проблему решают, прибегая к использованию квазистатического подхода. Однако даже в таком случае зависимость аэродинамического момента от мгновенного угла атаки (или, что тоже самое в случае с горизонтально-осевыми ветротурбинами, от угловой скорости вращения) достаточно сложна, так что динамическая модель, описывающая рассматриваемый объект, является существенно нелинейной. Более того аэродинамика не является единственным источником нелинейности. Данная работа концентрирует свое внимание на математической модели малой горизонтально-осевой ветроэнергетической установки, в которой электромеханический момент на валу генератора является нелинейным по току.

Работа [10] продолжает исследование малых ветроэнергетических установок пропеллерного или горизонтально-осевого типа, начатое в работе [9]. На базе предложенной там модели в работе [10] предлагается методика идентификации аэродинамического момента по измерениям силы тока в цепи электрогенератора и скорости набегающего потока. Такой подход технически значительно проще реализовать, чем непосредственно измерить аэродинамический момент, действующий на лопасти установки; при этом он является достаточно надежным.

Также исследовалось поведение системы в условиях переменного ветра. Скорость набегающего потока менялась по гармоническому закону. Численно показано, что существуют некоторые критические значения частоты и амплитуды колебаний скорости ветра, при которых система падала с высокоскоростного режима работы на низкоскоростной режим, соответствующий среднему значению скорости набегающего потока. Более того, увеличение амплитуды колебаний ветра сначала приводит к заметному снижению средней угловой скорости установки. Таким образом, делается предостережение о том, что данный эффект необходимо учитывать при проведении различных исследований в аэродинамической трубе (в том числе

и с вертикально-осевыми установками) при условии, что колебания скорости потока составляют порядка 10% и выше от средней скорости ветра.

В работах [30], [31] исследуются транспортные устройства, в качестве движителя которых используются ветродвигатели пропеллерного типа (ветродвигатели вырабатывают энергию для движения за счет разности скоростей двух соприкасающихся сред, таких как воздух и вода или воздух и твердая поверхность). В [31] считается, что скорость набегающего потока меняется по гармоническому закону относительно направления движения рассматриваемого устройства. Обсуждается возможность движения таких судов против ветра, а также по ветру, но со скоростью, превышающей скорость потока, раскручивающего ветроприемное устройство двигателя. Одно из возможных применений использования ветродвигателя – это различные суда. В работе проводится сравнение скоростных характеристик судов с ветродвигателем и парусных лодок. Получено, что первые на 20-25% быстрее последних (с ветродвигателем быстрее, чем с парусом). Анализируется возможность применения ветродвигателей для планетоходов на Марсе и Венере. Для учета аэро- и гидродинамики используется квазистатическая модель. Конкретный вид безразмерных коэффициентов сопротивления не обсуждается.

В [30] исследуются колесные механизмы с ротором пропеллерного типа в качестве привода, обсуждается возможность движения против потока и по нему со скоростью, превышающей скорость самого потока, а для моделирования аэродинамических свойств ветроприемного элемента используется метод конечных элементов.

Работа [60] представляет результат экспериментов по определению механической мощности, вырабатываемой роторами Савониуса при движении по прямой колесной платформы, на которую он монтирован. Эксперименты проводились для роторов с лопастями определенной формы и конкретных размеров при фиксированной скорости набегающего потока 4 м/с и скорости

вращения колес, иными словами, скорости вращения ветроприемного элемента порядка 13 рад/с. Таким образом, была сделана попытка проведения параметрического анализа аэродинамических свойств системы для нескольких выбранных наборов параметров. Вопросы динамики системы в целом не обсуждаются.

Подробный обзор различных конструкций ветроприемных элементов, их преимуществ и недостатков приведен в работах [61], [62]. Обсуждается выбор конкретной установки и ее согласование с характеристиками различных устройств, с которыми они могут применяться.

В работе [18] обсуждается использование ротора Савониуса в качестве пускового устройства для роторов типа Дарье (как на Рис. 4). Получены условия на геометрические параметры роторов. При которых Савониус запускает вращение всей системы и при этом на рабочем режиме не тормозит Дарье. Помимо прочего, рассматривается ротор Савониуса в роли турбины ветроэнергетической установки, встроенный в речной буй для питания сигнальной системы. Аэродинамические характеристики ротора в обоих рассмотренных случаях получены экспериментально.

Вследствие сказанного, для моделирования динамики составных систем с ротором Савониуса видится актуальной задача поиска подхода, позволяющего представить аэродинамическое воздействие среды на ротор в виде явных функций от обобщенных координат и скоростей рассматриваемых систем, учитывающего влияние ориентации ротора в потоке и возможность возникновения ситуаций, когда ротор раскручивается системой в сторону противоположную от его свободного вращения. Это позволит в относительно сжатые сроки исследовать методами теоретической механики влияние широких наборов параметров систем на их динамику и определить те диапазоны значений, в которых необходимо проведение более детальных исследований, учитывающих нестационарность обтекания ротора.

Структура диссертационной работы

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав и заключения. Общий объем работы составляет 104 страницы, содержащие 31 иллюстрацию. Список литературы включает 98 наименований.

Во введении дается общая характеристика диссертационной работы: обосновывается актуальность исследований, формулируются их цель и задачи, излагается научная новизна, теоретическая и практическая значимость, отражаются научные методы, на которые опирается проведенное исследование, перечисляются основные результаты работы, обосновывается их достоверность, делается обзор результатов предшествующих исследований, связанных с тематикой работы, описывается ее структура и приводятся основные публикации и сведения об ее апробации.

В первой главе построена теоретико-механической модель аэродинамического воздействия на ротор типа Савониуса. В рамках данного метода учитывается зависимость аэродинамических характеристик ротора не только от его скорости вращения, но и от текущей ориентации в потоке.

Разработан метод идентификации параметров предложенной модели, при этом проведены необходимые эксперименты с лабораторным макетом ротора Савониуса. Описание экспериментальной установки, протокол проведения экспериментов и анализ результатов представлен в тексте первой главы. Где это возможно, проведен также сравнительный анализ полученных результатов с уже имеющимися в доступной литературе. На основе экспериментальных данных приближенно получены функции, описывающие сило-моментное воздействие на ротор Савониуса в потоке, в зависимости от его мгновенного состояния движения.

Во второй главе исследована механическая система, описывающая поведение малой ветроэнергетической установки на базе ротора Савониуса. Продемонстрировано использование подхода, предложенного в первой главе,

к описанию аэродинамического момента. Получены условия существования и свойства притяжения положений равновесия и периодических режимов. Проведено численное исследование переходных режимов, реализующихся при резком изменении скорости набегающего потока. В пространстве начальных условий построены области притяжения устойчивого положения равновесия при разных значениях внешнего сопротивления и скорости потока.

В третьей главе рассмотрена динамика колесной тележки, приводом в которой является ротор Савониуса. Для моделирования аэродинамического воздействия на ротор использован предложенный эмпирический подход. Исследовано поведение тележки в зависимости от направления ветра. Показано, что при определенных значениях параметров имеется два притягивающих установившихся режима, соответствующих движению тележки в противоположные стороны. Показана необходимость учета зависимости аэродинамической нагрузки на ротор от угла его поворота при исследовании переходных процессов в системе. Затрагиваются вопросы реализуемости стационарных режимов в рамках предложенной модели.

В заключении еще раз сформулированы основные результаты и выводы, полученные в рамках диссертационной работы, а также описаны перспективы дальнейшего исследования механических систем с роторами типа Савониуса.

Глава 1. Эмпирическая модель воздействия среды на ротор Савониуса¹

В этой главе обсуждаются конструкция и характерные особенности роторов рассматриваемого типа. Для моделирования воздействия потока среды на ротор Савониуса применяется модель, основанная на квазистатическом подходе. Такой подход имеет серьезные ограничения, однако для широкого класса задач адекватно отражает качественные особенности поведения тела в среде. Для расширения области применения такого подхода и получения более точных количественных результатов предлагается модифицированный подход феноменологического типа. Он основан на квазистатическом подходе и уточняет его, однако требует проведения дополнительных экспериментов или гидродинамического моделирования.

В НИИ механики МГУ была создана физическая модель ротора типа Савониуса и проведена серия экспериментов на дозвуковой аэродинамической трубе. Описание экспериментальной установки и протокол экспериментов представлены в тексте главы. Результат обработки полученных данных позволил приближенно построить функции, описывающие сило-моментное воздействие на ротор в потоке, в зависимости от угловой координаты и угловой скорости ротора.

Решение этой задачи позволяет сформировать теоретико-механические модели сложных систем, взаимодействующих со средой и содержащих ротор Савониуса. Возможность постановки задач о динамике таких систем в терминах теоретической механики позволит расширить спектр методов, применимых для их решения, в том числе привлечь методы качественного анализа динамики. Это позволит при решении задач оптимизации оперативно

¹ Отдельные положения данной главы изложены на основании публикаций: [85]-[87]. В этих работах научными руководителями были предложены постановка задачи и методы ее исследования. Соавторы публикаций принимали участие в проведении экспериментов и в обсуждении полученных результатов.

определить область параметров, в которой следует ожидать оптимальное поведение систем. Затем для параметров в этой области можно применить классические методы теории сплошных сред, дающие более точное количественное совпадение, но слишком ресурсоемкие для анализа динамики в широкой области параметров. Более того, методы теоретической механики позволят выявить фундаментальные закономерности и характерные эффекты, проявляющиеся в динамике подобных механических систем. Попытка такого параметрического анализа будет сделана в следующих главах.

1.1 Конструкция ротора типа Савониуса

Основной рассматриваемый объект настоящей работы – ротор типа Савониуса. Его конструкция была предложена в конце тридцатых годов двадцатого века архитектором и изобретателем Сигурдом Йоханнесом Савониусом [17]. Рассматриваемый ротор относится к большому классу вертикально-осевых ветроприемных элементов и представляет собой два полых полуцилиндра, закрепленных на одном общем валу, параллельном образующим этих полуцилиндров и представляющим собой ось вращения ротора (Рис. 5). С верхнего и нижнего конца ротор ограничен, так называемыми, круговыми концевыми пластинами (торцевыми дисками) чуть большего диаметра, чем сам ротор. Они не позволяют потоку вблизи ротора срываться в вертикальном направлении, таким образом несколько спрямляют поток и повышают эффективность преобразования энергии ветра в полезную форму (см. [32], [34], [35], [38]). Впоследствии на основе такой конструкции было разработано множество систем, отличающихся формой [4], [39], [46], количеством [44] и взаимным расположением лопастей [23], [54], [55] и т.д. (Рис. 3).

Крутящий момент для данного типа ротора создается только силами сопротивления, действующими на лопасти ротора при обтекании воздушным потоком. Эти силы зависят от таких параметров, как форма лопасти, ее положения в каждый момент времени относительно набегающего потока и

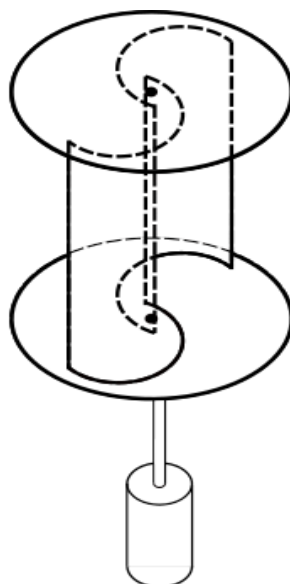


Рис. 5 Ротор Савониуса. Простейшая конфигурация

скорость вращения ротора. За счет выпукло-вогнутой формы лопастей силы сопротивления на них в каждый момент времени оказываются различными, и возникает крутящий момент вокруг оси вращения ветроколеса.

Из-за того, что в отличие от большинства других роторов (например, пропеллерного типа или типа Дарье, см. Рис. 4) роторы Савониуса «на пользу» используют только силы сопротивления, его скорость вращения относительно мала (наиболее удаленные от оси вращения точки ротора движутся со скоростями, не превышающими скорость набегающего потока более чем в полтора раза; для сравнения, для роторов типа Дарье скорость может достигать 3-5 скоростей ветра).

Небольшая скорость вращения ротора приводит к низким показателям мощности, по которым чаще всего проводят сравнительный анализ ветряков разного типа. В этом плане, безусловно, ротор Савониуса проигрывает большей части существующих устройств такой функциональности (Рис. 6). Как видно из графика роторы Савониуса не используют и 15% от энергии ветра, что практически в четыре раза меньше теоретически найденной максимально возможной величины этого показателя (предела Беца, примерно равного 0.593 или 59.3%, см. [28]).

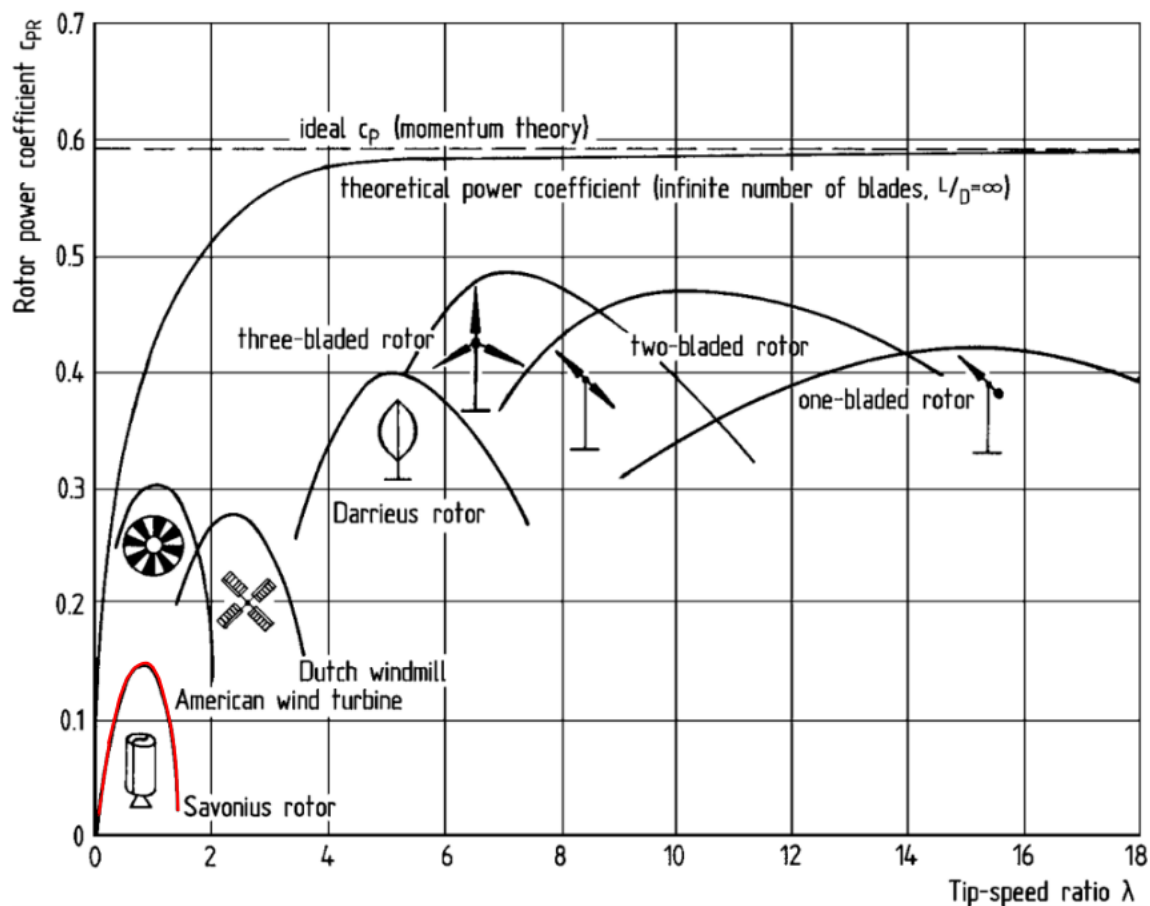


Рис. 6 Безразмерный коэффициент мощности при разных значениях быстроходности для ветряков отличающейся конструкции
Источник: адаптировано из [28], [67]

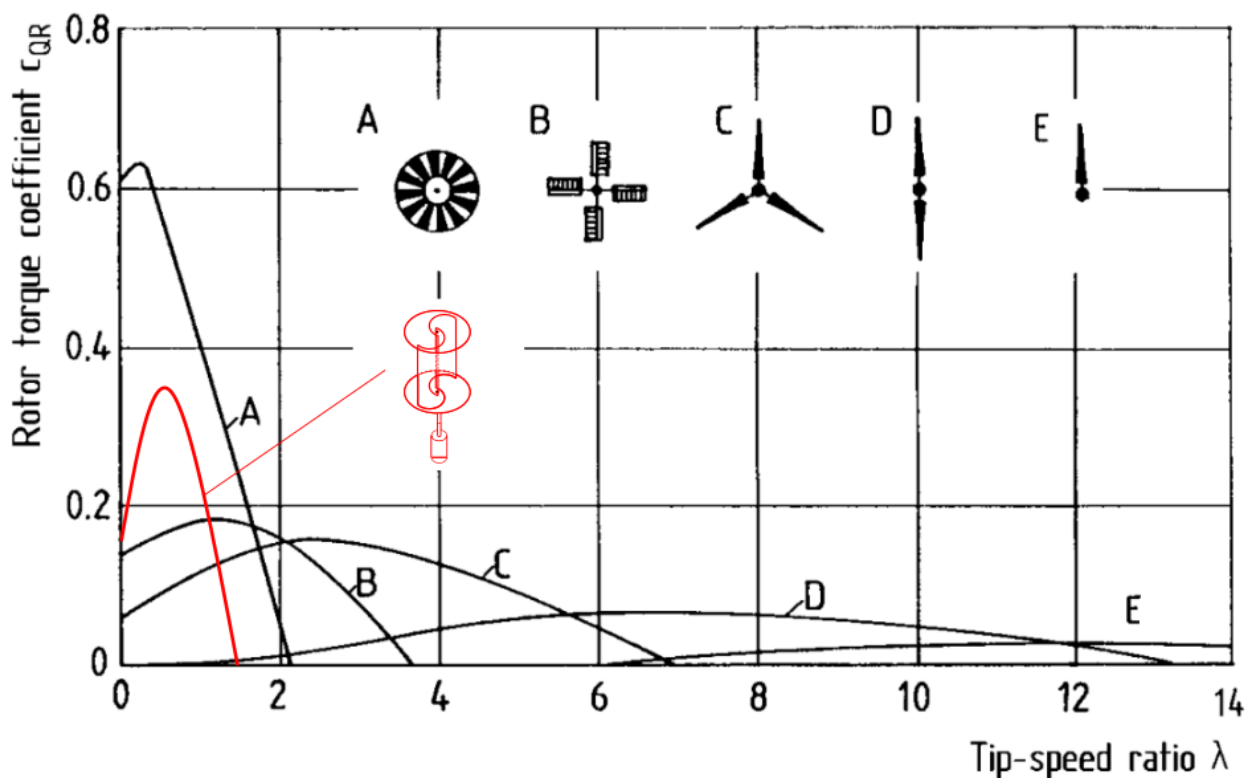


Рис. 7 Безразмерный коэффициент момента (среднее значение на обороте) при разных значениях быстроходности для ветряков отличающейся конструкции
Источник: адаптировано из [28], [67]

Тем не менее, ротор рассматриваемого типа имеет и определенные преимущества по сравнению с другими распространенными вариантами ветротурбин. Помимо того, что конструкция ротора относительно проста с инженерной точки зрения и, как следствие, отличается прочностью и долговечностью, он начинает вращаться при достаточно маленькой скорости ветра. 2-3 м/с уже достаточно для старта ротора Савониуса, если речь идет о малогабаритной установке. Кроме того, ему не требуется система переориентации на случай изменения направления ветра, что является основным недостатком наиболее распространенных сегодня ветряков пропеллерного типа. И наконец, ротор Савониуса развивает достаточно большой крутящий момент, причем максимум его достигается при относительно небольшой угловой скорости (Рис. 7). Все это обуславливает использование роторов Савониуса там, где требуется большой крутящий момент при малых оборотах вала ротора, например, в качестве силового привода.

Интересно отметить также, что согласно критерию, предложенному в работе [20], ротор Савониуса показал себя даже лучше, чем наиболее распространенные горизонтально-осевые высокоскоростные турбины. Данный критерий учитывает не только производительность, но и нагрузки, испытываемые лопастями во время функционирования. Авторы критерия ставят под сомнение имеющуюся тенденцию в любых условиях эксплуатации отдавать предпочтение высокоскоростным турбинам, а также отмечают потенциал роторов типа Савониуса.

1.2 Квазистатическая модель воздействия среды и ее уточнение

Пусть ротор Савониуса помещен в поток воздушной среды (Рис. 8). Будем считать, что все аэродинамическое воздействие потока на ротор приводится к силе лобового сопротивления F_d , боковой силе F_l (аналог классической подъемной силы) и моменту M_a вокруг оси вращения ветротурбины. Сила лобового сопротивления F_d направлена вдоль

набегающего потока, боковая сила F_l – перпендикулярно ей, а момент M_a – вертикально вдоль оси вращения ротора.

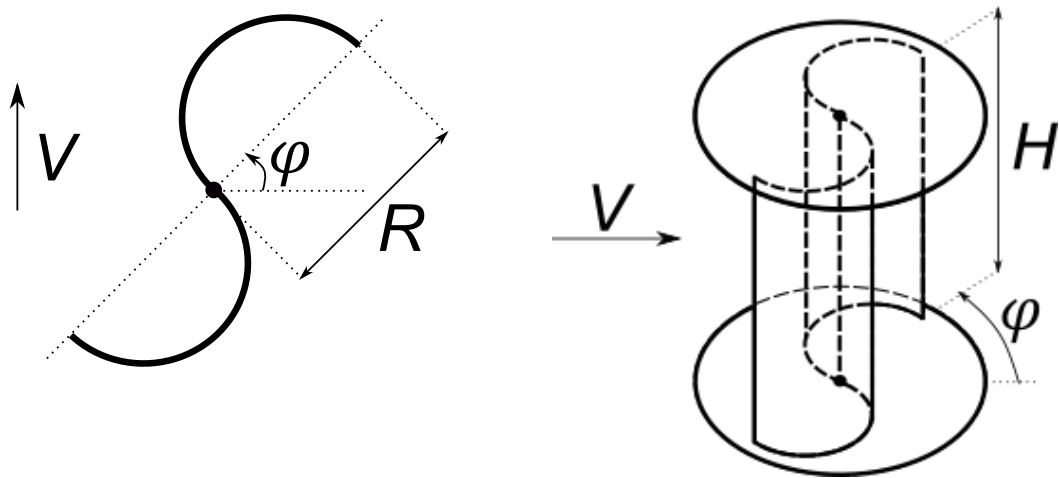


Рис. 8 Схематичное изображение ротора Савониуса в потоке: вид сверху и вид сбоку

Традиционное представление для этих сил и момента выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{\rho S}{2} V^2 C_d \left(\varphi, \frac{R\omega}{V} \right) \\ F_l &= \frac{\rho S}{2} V^2 C_l \left(\varphi, \frac{R\omega}{V} \right) \\ M_a &= \frac{\rho S R}{2} V^2 C_m \left(\varphi, \frac{R\omega}{V} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

Таким образом, считаем, что силы, действующие на ротор, зависят от плотности среды ρ , от геометрических размеров ротора: его радиуса R , высоты H и характерной заметаемой площади $S=2RH$, от скорости набегающего потока V и от мгновенного состояния движения ротора: его текущей угловой скорости вращения ω и угла φ поворота, характеризующего положение ротора относительно потока в каждый конкретный момент времени.

В (1) последний множитель в каждой из трех формул представляет собой безразмерный коэффициент соответствующей аэродинамической величины. В рамках квазистатического подхода эти коэффициенты зависят от угла φ поворота ротора и его безразмерной угловой скорости Ω . Однако при исследовании динамики сложных механических или электромеханических

систем с ротором в составе зависимостью от угла поворота ротора пренебрегают ([30], [31], [60]), считая, что аэродинамические коэффициенты зависят только от текущей скорости вращения ротора. Безразмерную угловую скорость вращения ветроколеса традиционно называют быстроходностью и определяют следующим образом:

$$\Omega = \frac{R\dot{\varphi}}{V} \quad (2)$$

Будем считать, что введенные аэродинамические коэффициенты можно представить в виде разложения в усеченный ряд Фурье по углу поворота ротора, причем коэффициенты разложения ряда зависят от быстроходности ротора, а именно в виде:

$$\begin{aligned} C_d(\varphi, \Omega) &= a_0^d(\Omega) + \sum_{k=1}^N a_k^d(\Omega) \sin(k\varphi + \varphi_k^d(\Omega)) \\ C_l(\varphi, \Omega) &= a_0^l(\Omega) + \sum_{k=1}^N a_k^l(\Omega) \sin(k\varphi + \varphi_k^l(\Omega)) \\ C_m(\varphi, \Omega) &= a_0^m(\Omega) + \sum_{k=1}^N a_k^m(\Omega) \sin(k\varphi + \varphi_k^m(\Omega)) \end{aligned} \quad (3)$$

Таким образом, подход учитывает в некотором приближении зависимость аэродинамической нагрузки на ротор не только от скорости его вращения, но и от его положения в потоке. Функции быстроходности, фигурирующие в выражениях (3), а также число учитываемых гармоник N необходимо идентифицировать на основе экспериментальных данных или гидродинамического моделирования.

Нулевой коэффициент a_0 представляет собой среднее значение на обороте соответствующей аэродинамической величины. Это наиболее изученная часть аэродинамики ротора на сегодняшний день, особенно в случае аэродинамического момента. Так в работах [3], [4], [21]-[23], [46], [49], [50], [53]-[55], [59], [63]-[69] можно найти зависимость среднего значения

коэффициента момента на обороте от быстроходности. Для сил чаще проводят стационарные эксперименты, результат которых представляет собой зависимость аэродинамических коэффициентов сил от угла поворота ротора относительно набегающего потока (см. [4], [53], [58], [59], [63], [68]). Только в работах [53], [57], [70] приведены зависимости средних по углу значений коэффициентов сил от быстроходности.

При исследовании систем, содержащих ротор Савониуса в качестве одной из составных частей, обычно, как это уже упоминалось ранее в этой главе, вводят предположение о независимости аэродинамических коэффициентов от угла поворота ротора, как это принято делать для горизонтально-осевых турбин, т.е. используют только нулевой коэффициент разложений (3). Такой подход имеет место быть, когда рассматриваются ситуации, при которых скорость вращения ротора достаточно велика. Однако при небольших значениях быстроходности (например, при раскрутке ротора из состояния покоя) коэффициент момента колеблется в пределах более чем $\pm 50\%$ от своего среднего значения, что существенно может повлиять на какой рабочий режим выйдет рассматриваемая система, а также на сам переходный процесс. Очевидно, этот процент уменьшается с увеличением величины быстроходности ротора.

Таким образом, для более точного исследования систем с ротором Савониуса, а также уточнения квазистатической модели необходимо идентифицировать коэффициенты и параметры представления (3) для аэродинамических коэффициентов ротора. Это было сделано экспериментально в НИИ механики МГУ.

1.3 Конструкция экспериментальной установки

Экспериментальное исследование аэродинамических характеристик ротора Савониуса проводилось в дозвуковой аэродинамической трубе А-6 НИИ механики МГУ (Рис. 9). Эта труба – одноканальная, с открытой рабочей частью эллиптического сечения (большая полуось равна 2 м, малая – 1.17 м,

длина рабочей части – 4 м). Рабочий диапазон скоростей – от 2 до 50 м/с. Неравномерность величины скорости в рабочей части составляет не более $\pm 0.5\%$. Скос потока в вертикальной и горизонтальной плоскостях не превышает $\pm 0.25^\circ$. Продольная составляющая интенсивности турбулентности в рабочей части без установленной модели – не более 0.2%. Для проведения испытаний был изготовлен лабораторный макет двухлопастного одноуровневого ротора типа Савониуса (см. Рис. 9).

Радиус ротора $R = 0.185$ м, высота $H = 0.402$ м. Для предотвращения перетекания потока через верхние и нижние кромки лопастей на ротор сверху и снизу были установлены круглые концевые пластины радиусом 0.420 м.

Ротор был установлен в аэродинамической трубе на расстоянии 2 м от начала рабочей части таким образом, чтобы его ось была вертикальна. Ротор соединялся с шаговым двигателем, который вращал его с заданной угловой скоростью. Силы и моменты, действующие на ротор, измерялись с помощью 6-компонентных тензометрических весов. Обороты ротора регистрировались с помощью оптического и магнитного датчиков. Это позволило соотнести получаемые данные с текущим положением ротора.

1.4 Описание эксперимента

С изготовленным лабораторным макетом ротора Савониуса была проведена серия стационарных и динамических экспериментов. Испытания первого типа проводились при скоростях потока 4, 6 и 8 м/с (что соответствует числам Рейнольдса от $0.98 \cdot 10^5$ до $1.96 \cdot 10^5$). Ротор фиксировался неподвижно в некотором положении относительно постоянного набегающего потока. Положение ротора менялось в процессе эксперимента с шагом 10° . В каждом положении замерялись значения аэродинамических сил – в направлении потока (по оси трубы) и перпендикулярно ему – и момента относительно оси вращения ротора.

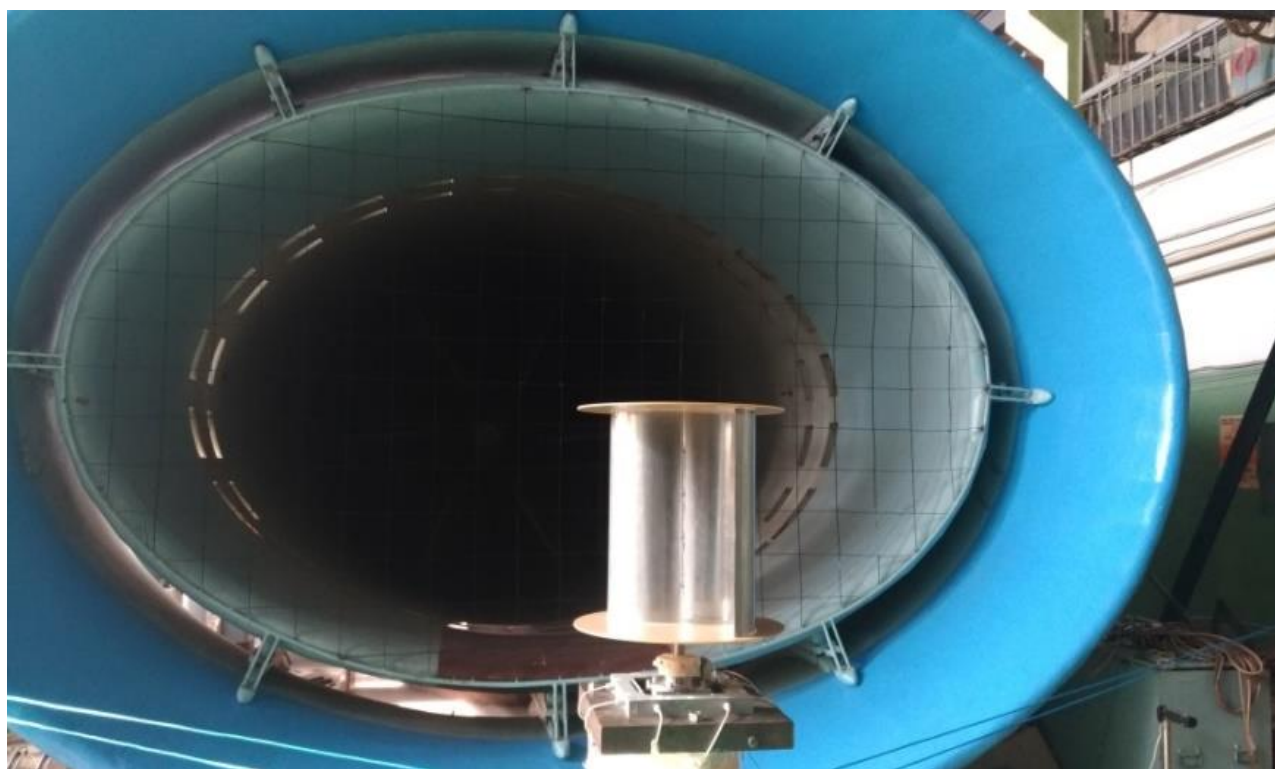


Рис. 9 Лабораторный макет ротора Савониуса в аэродинамической трубе (Коэффициент загромождения 2%)

Результаты статических экспериментов приведены на Рис. 10. По оси абсцисс откладывается угол φ поворота ротора относительно набегающего потока в градусах, по оси ординат – безразмерные значения соответствующих аэродинамических величин (C_d^{st} – безразмерный коэффициент силы лобового сопротивления, полученный в статических экспериментах, C_l^{st} – коэффициент боковой силы и C_m^{st} – коэффициент аэродинамического момента). Цветом различаются значения, полученные при разных скоростях набегающего потока V . Под легендой у графиков есть схема ротора с изображением способа отсчета угла поворота относительно потока. На каждом из трех графиков можно увидеть характерные два пика для двухлопастного одноуровневого ротора Савониуса на расстоянии примерно 180° . Ожидаемый результат в следствии π -симметрии ротора.

Видно также, что данные для разных размерных скоростей ветра лежат близко друг к другу, поэтому далее на Рис. 11-Рис. 13 взяты для сравнения только данные, полученные в статических экспериментах для 8 м/с, и представлены совместно с имеющимися в доступной литературе значениями. Сохраняются обозначения, принятые для Рис. 10.

Как уже упоминалось ранее, количество работ, посвященных анализу сил, действующих на ротор Савониуса в потоке, существенно меньше по сравнению с работами, исследующими аэродинамический момент. Более того, часть из них содержит результаты экспериментов не с классическим, а с некоторым образом модифицированным ротором, что существенно меняет его характеристики и не позволяет использовать их для сравнения. Таким образом, данных не так много, но качественное соответствие между ними прослеживается.

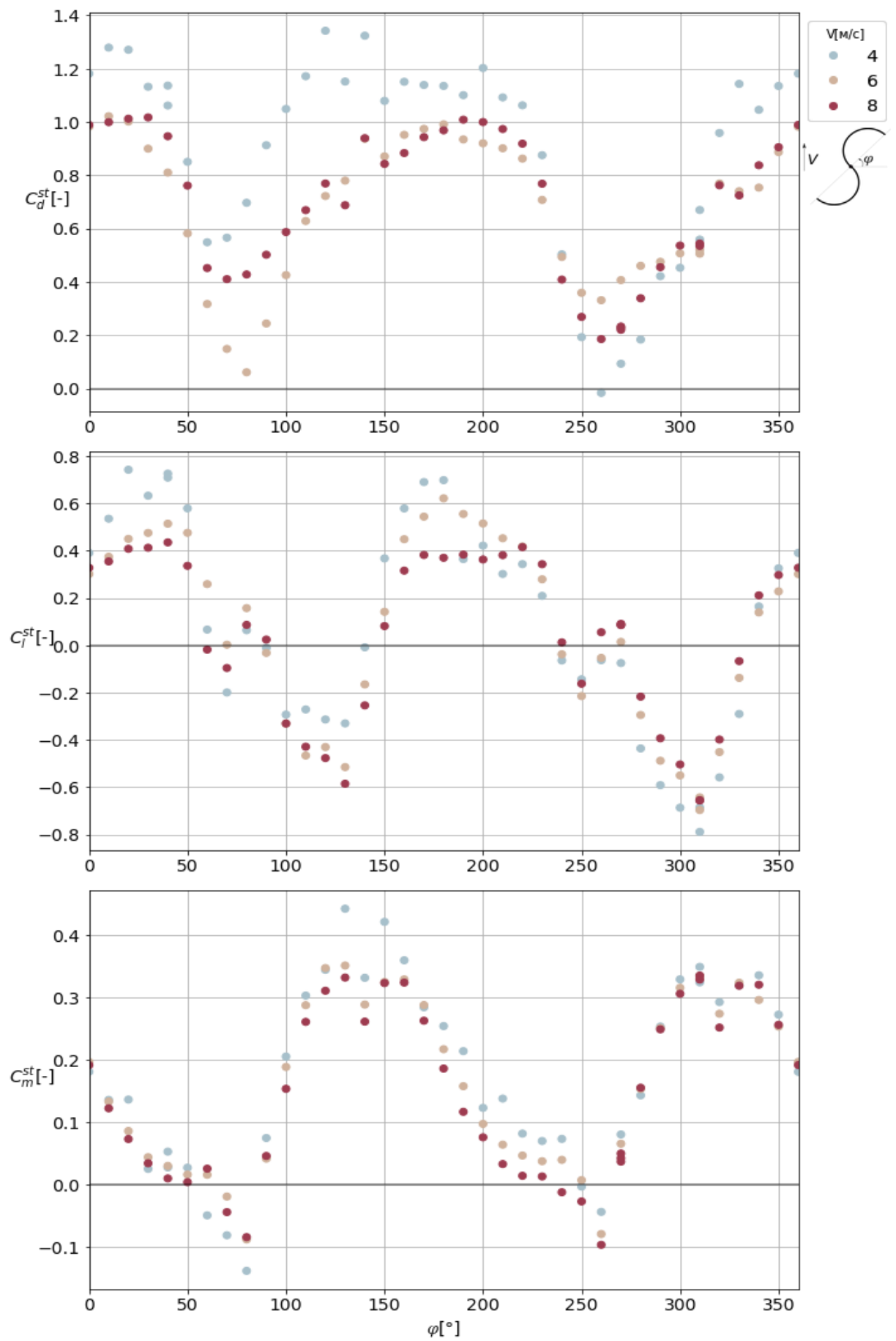


Рис. 10 Значения статических аэродинамических коэффициентов сил и момента в зависимости от положения ротора относительно потока

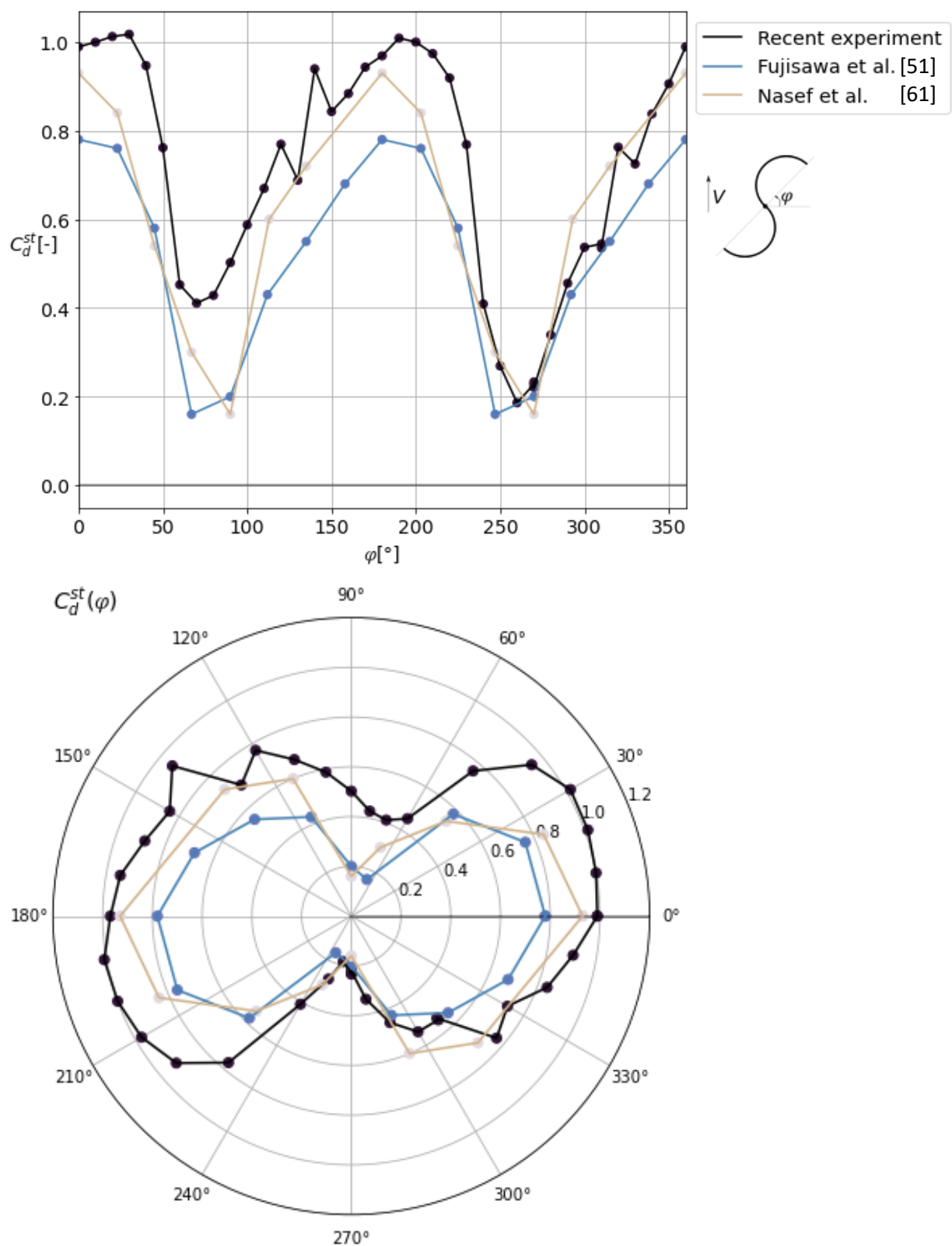


Рис. 11 Зависимость коэффициента статической силы лобового сопротивления от положения ротора относительно потока, полученная из разных физических и численных экспериментов

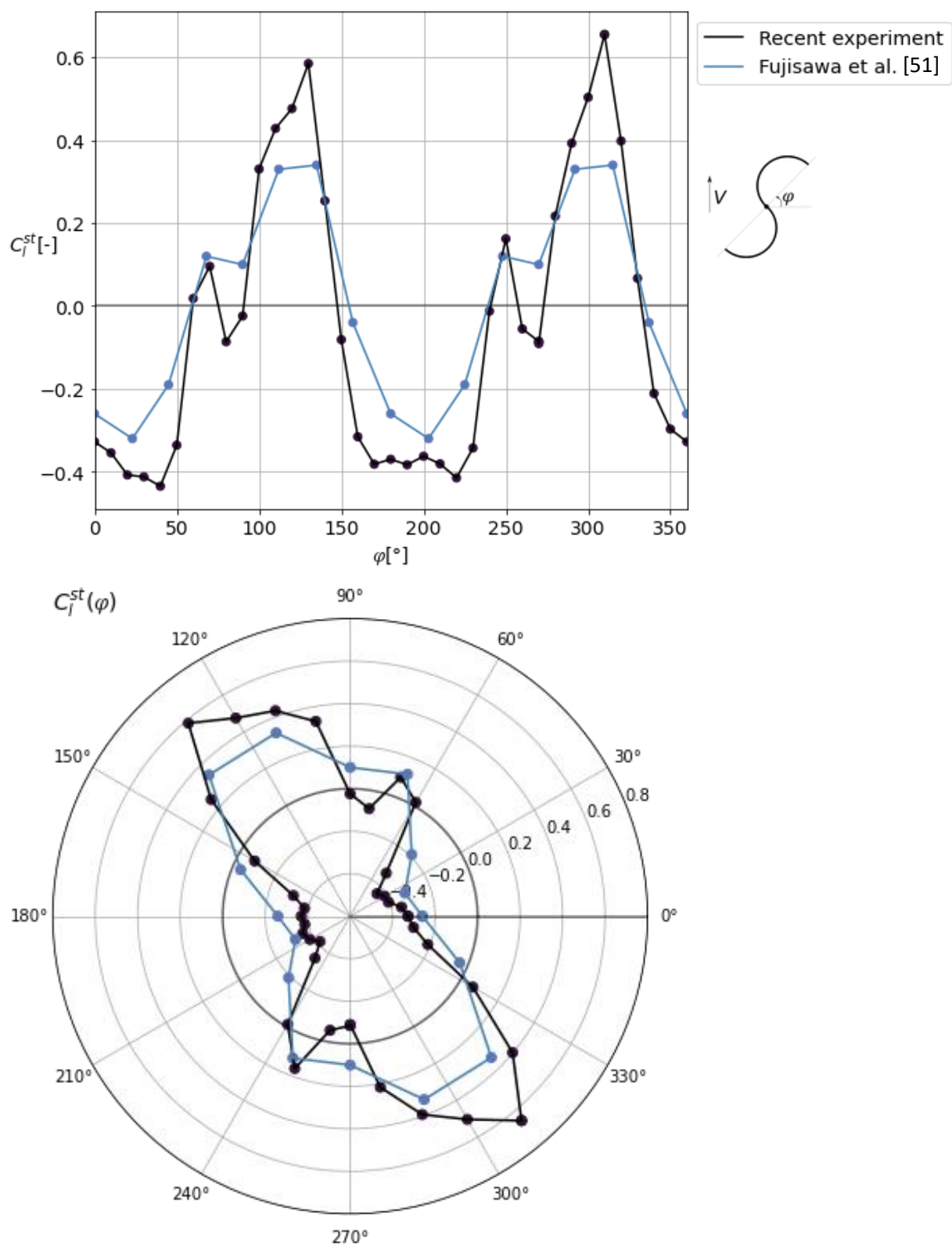


Рис. 12 Зависимость коэффициента статической боковой силы от положения ротора относительно потока, полученная из разных физических и численных экспериментов

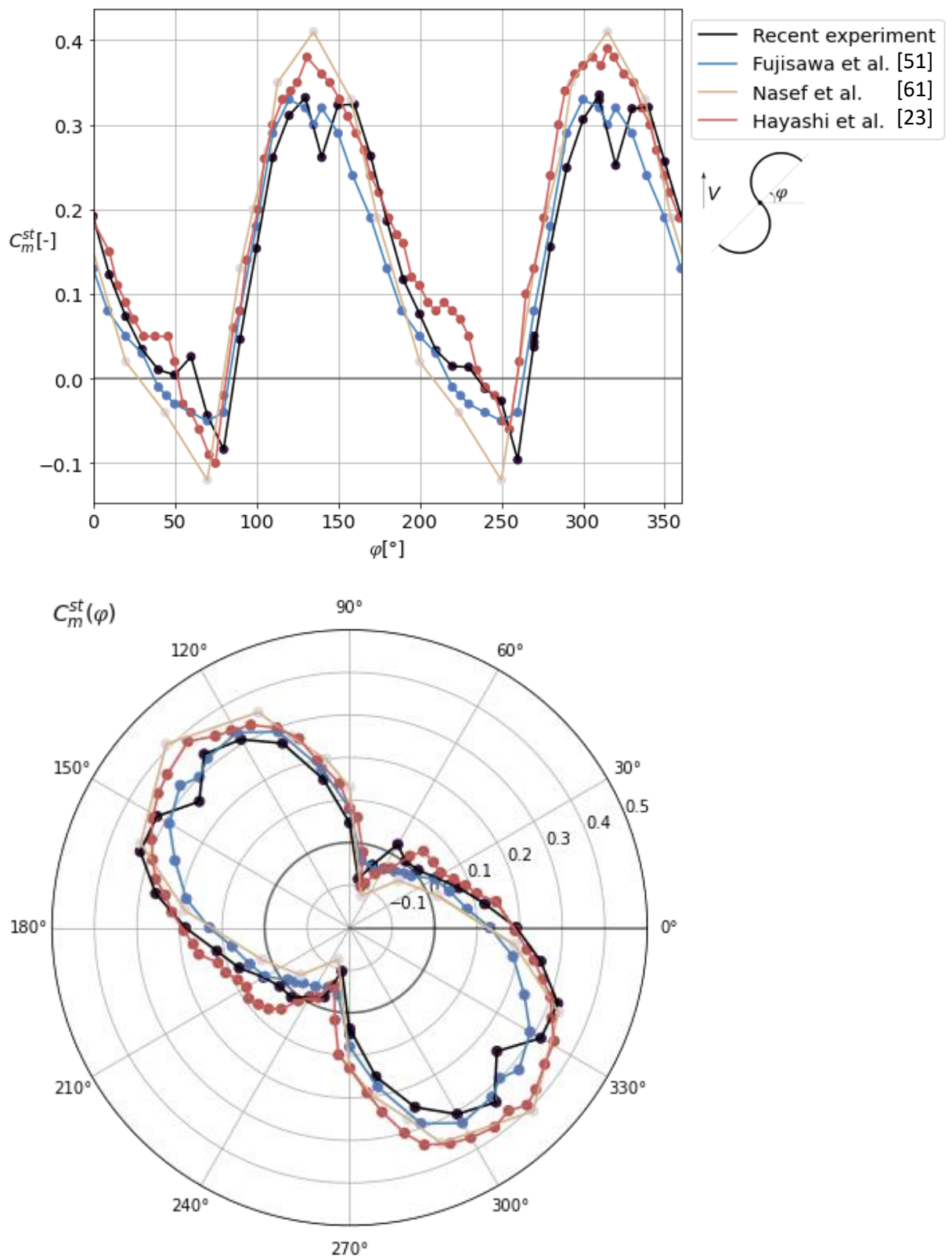


Рис. 13 Зависимость коэффициента статического аэродинамического момента от положения ротора относительно потока, полученная из разных физических и численных экспериментов

В нашем случае значения лобовой и боковой силы несколько больше, чем в других работах. В работе [53], как и в работе [63] для экспериментов использовались макеты роторов, чьи лопасти закреплены внахлест, т.е. с ненулевым коэффициентом перекрытия, в отличие от текущих экспериментов. Таким образом, часть потока, действующего на одну лопасть, перетекало на другую, тем самым уменьшая по модулю значения, фиксируемые датчиками на каждой из лопастей в отдельности. Однако это не сильно влияет на регистрируемый момент, создаваемый ротором, ведь и та, и другая часть потока продолжает раскручивать его в одном и том же направлении. Как видно на Рис. 13 данные текущего эксперимента и качественно, и количественно совпадают с полученными в других работах.

В ходе динамических испытаний текущих экспериментов задавалась скорость потока в аэродинамической трубе и частота вращения шагового двигателя. При этом измерялись те же аэродинамические силы и момент, действующие на ротор. Кроме того, регистрировались обороты ротора, чтобы получаемые данные можно было соотнести с его положением относительно потока в каждый момент времени. Испытания также проводились при скоростях ветра 4, 5, 6 и 8 м/с, а угловая скорость ротора изменялась в диапазоне от -20 рад/с до 40 рад/с.

На Рис. 14 пример выходного сигнала с датчика оборотов ротора, полученный в ходе эксперимента, когда скорость набегающего потока была 6 м/с, а ротор вращался со скоростью 0.32 рад/с, что соответствует быстроходности 0.01, т.е. довольно медленно. За 60 секунд ротор при указанных условиях успел сделать чуть больше двух полных оборота.

На Рис. 15 пример выходного сигнала с тензометрических весов для ротора в тех же условиях на одном обороте. Искалось решение в виде (3) вплоть до $N = 4$. Коэффициенты разложения подбирались с помощью метода наименьших квадратов. Полученные значения усреднялись по числу оборотов в данной серии экспериментов.

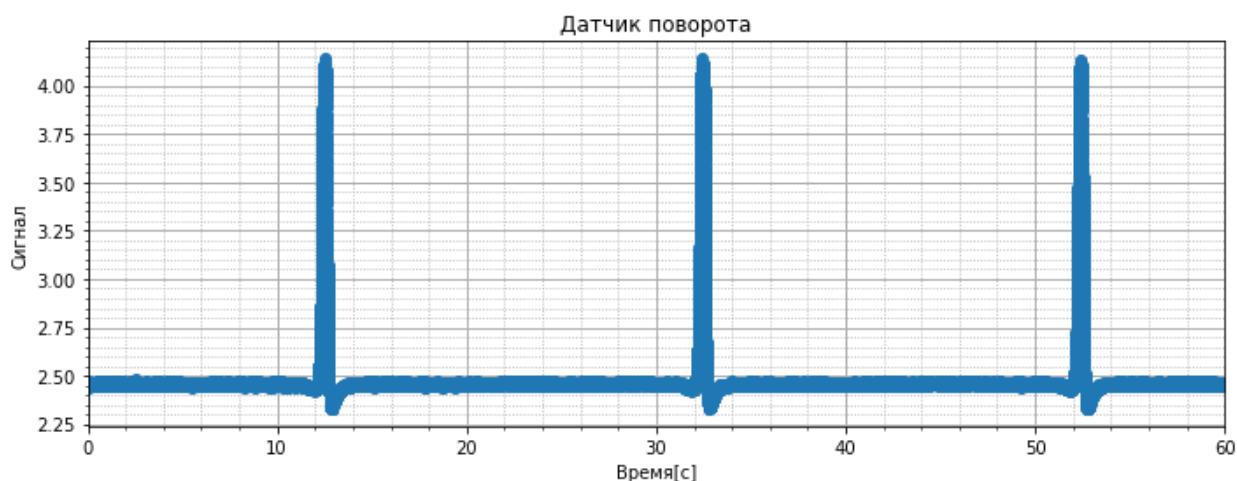


Рис. 14 Пример выходного сигнала с датчика оборотов ($V=6$ м/с, $\omega=0.32$ рад/с, $\Omega=0.01$)

Средние значения соответствующих аэродинамических коэффициентов на обороте, т.е. коэффициенты a_0 в разложениях (3), показаны на Рис. 16.

Заметим, что в известных экспериментах практически отсутствуют данные для аэродинамических характеристик при отрицательных угловых скоростях вращения ротора, а также при угловых скоростях, превышающих его угловую скорость свободного вращения (вне диапазона, отмеченного пунктиром на Рис. 16). В то же время, информация о них требуется для описания процессов, возникающих в системах, содержащих ротор Савониуса в качестве конструктивного элемента.

Подробнее результаты динамических экспериментов приведены в следующем параграфе на стр. 54.

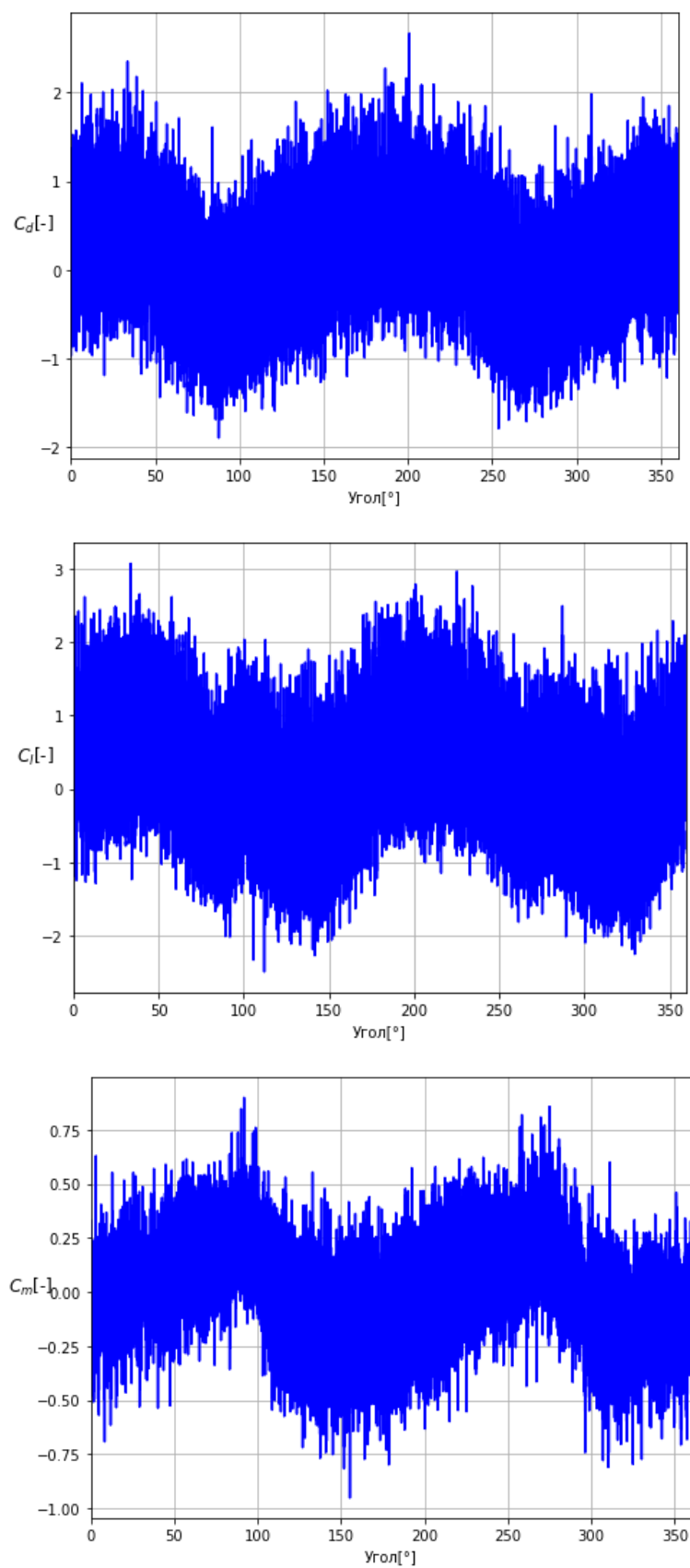


Рис. 15 Пример выходного сигнала с тензометрических весов для силы лобового сопротивления, боковой силы и аэродинамического момента ($V=6$ м/с, $\omega=0.32$ рад/с, $\Omega=0.01$)

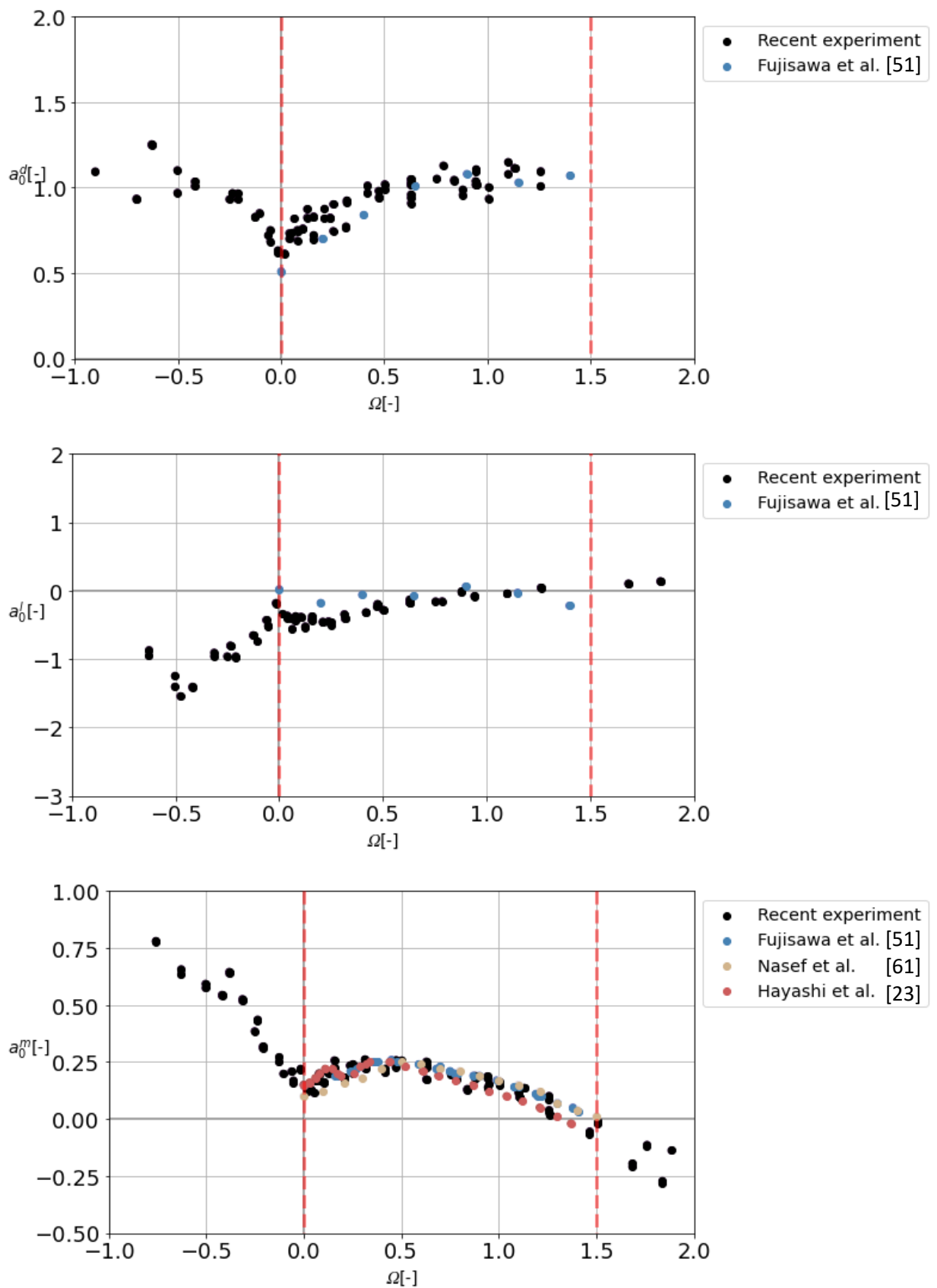


Рис. 16 Средние значения аэродинамических коэффициентов на обороте (пунктиром отмечена область, в которой полученные данные можно сопоставить с имеющимися в литературе)

1.5 Идентификация параметров модели на основе полученных эмпирических данных

Эксперименты позволили определить первые коэффициенты в предлагаемом представлении (3) аэродинамической нагрузки на ротор Савониуса в потоке среды. В силу геометрии ротора Савониуса, ее центральной симметрии относительно оси вращения, будем рассматривать четные гармоники указанного разложения. Эксперимент показал, что амплитуды нечетных гармоник практически равны нулю и не играют существенной роли по сравнению, например, с амплитудами 2ой и даже 4ой гармоники (Рис. 17). Последняя в свою очередь существенно меньше амплитуды 2ой гармоники (Рис. 18), поэтому на данном этапе исследования остановимся именно на определении амплитуд и фаз для 2ой гармоники.

На Рис. 17 по оси абсцисс откладывается значение безразмерной угловой скорости вращения ротора, по оси ординат – значения соответствующих безразмерных коэффициентов. Используются следующее обозначение: a_i^j – амплитуда i -ой гармоники в разложении (3), где $j \in \{d, l, m\}$, d означает, что соответствующий коэффициент относится к силе лобового сопротивления, l – что к боковой силе, m – что к создаваемому крутящему моменту. Серые точки иллюстрируют значениям амплитуд первой гармоники соответствующей аэродинамической величины, синие – второй, коричневые – третьей и красные – последней рассматриваемой четвертой гармонике. Данные получены при скоростях ветра 4, 5, 6 и 8 м/с. Анализ графиков показывает, значения амплитуд первой и третьей гармоники (серые и коричневые точки на графиках) близки к нулю, а синие и красные точки, соответствующие амплитудам второй и четвертой гармоники, практически во всем диапазоне рассматриваемых угловых скоростей значительно их превышают.

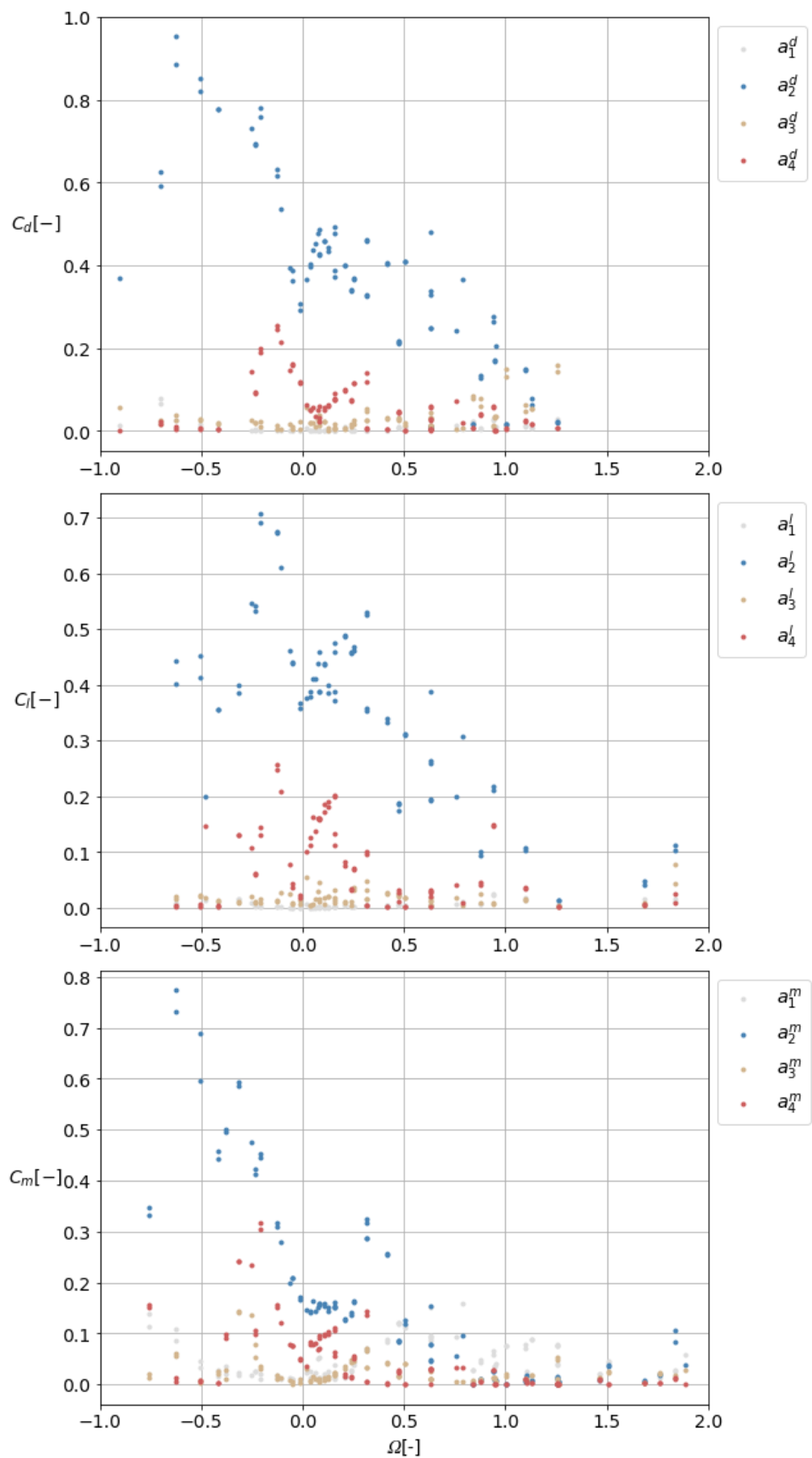


Рис. 17 Зависимость первых гармоник под знаком суммы в разложении (3) для коэффициентов аэродинамических сил и момента от быстроходности

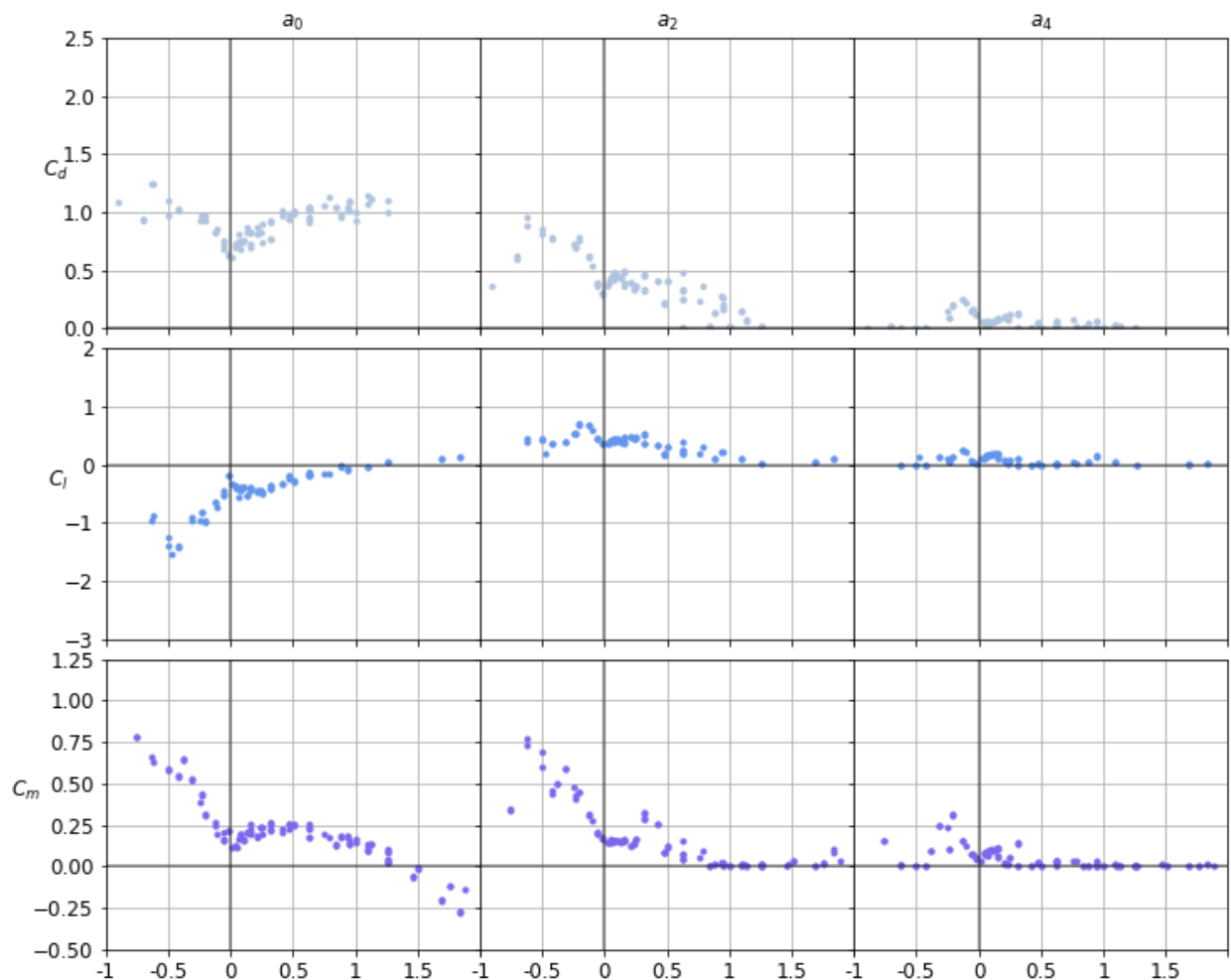


Рис. 18 Зависимость первых четных гармоник в разложении (3) для коэффициентов аэродинамических сил и момента от быстроходности ротора

На Рис. 18 те же данные для четных гармоник представлены в другой форме. Графики первого столбца соответствуют значениям нулевой гармоники (среднему значению на обороте соответствующей аэродинамической величины), второго – второй гармоники и третьего – четвертой гармоники. К первой строке относятся данные, полученные для силы лобового сопротивления, второй – полученные для боковой силы и третьей – полученные для крутящего момента. По оси абсцисс отложена быстроходность.

В положительной области значений быстроходности $\Omega > 0$ для средних значений рассматриваемых величин получены ожидаемые результаты. По графику для момента видно, что сначала поток раскручивает ротор, а начиная с некоторого значения $\Omega \approx 1.3$ создаваемый потоком момент становится

отрицательным (т.е. поток начинает тормозить вращение ротора). В отрицательной области по быстроходности поведение коэффициента момента соответствует физическому смыслу: чем быстрее пытаемся раскрутить ротор в обратном, не свойственном для его свободного движения направлении, тем больше он этому сопротивляется.

Для второй гармоники характерно два пика. Абсолютный максимум амплитуды второй гармоники достигается при небольших отрицательных значениях быстроходности. Отметим, что для больших значений быстроходности величины второй гармоники малы. Данный факт согласуется с результатами экспериментальных исследований ([23]). Ожидается, что такая тенденция будет наблюдаться и для отрицательных больших значений быстроходности.

Тенденции изменения рассматриваемых величин у второй гармоники сохраняются для четвертой, тем не менее количественно значения значимо меньше.

В результате обработки экспериментов удалось получить функциональное представление для средних по углу значений аэродинамических коэффициентов, а также амплитуды и фазы второй гармоники в разложении (3) этих коэффициентов в ряд Фурье. Эти данные представлены на Рис. 19 - Рис. 21.

При относительно больших по абсолютной величине значениях быстроходности ($|\Omega| < 1$) определить фазы вторых гармоник с достаточной точностью не удалось из-за наличия помех. Однако при этих Ω , как уже говорилось ранее, амплитуды данных гармоник малы по сравнению со средним значением соответствующих коэффициентов, поэтому можно ожидать, что ошибка в фазе не окажет существенного влияния на результат моделирования.

На исследуемом диапазоне значений Ω можно предложить следующие аппроксимационные формулы для коэффициентов $a_0^{d,l,m}$, $a_2^{d,l,m}$ и $\varphi_2^{d,l,m}$:

$$\begin{aligned}
 a_0^d(\Omega) &= \begin{cases} -0.51\Omega + 0.76 & \Omega < 0 \\ 0.32\Omega + 0.76 & \Omega \geq 0 \end{cases} \\
 a_0^l(\Omega) &= -3.46(\Omega + 2.09)^{-1} + 1.1 \\
 a_0^m(\Omega) &= \begin{cases} -0.85\Omega + 0.12 & \Omega < -0.05 \\ 7.51\Omega^2 - 0.1\Omega + 0.14 & -0.05 \leq \Omega < 0.05 \\ -0.02\Omega^2 - 0.57\Omega + 1.1 - 2.2(\Omega + 1.5)^{-2} & \Omega \geq 0.05 \end{cases} \\
 a_2^d(\Omega) &= \frac{1}{50.6(\Omega - 0.4)^2 + 4.3} + \frac{1}{6.6(\Omega + 0.46)^2 + 1.15} \\
 a_2^l(\Omega) &= \frac{1}{13.4(\Omega - 0.27)^2 + 2.5} + \frac{1}{93.7(\Omega + 0.26)^2 + 2.0} \\
 a_2^m(\Omega) &= \frac{1}{185(\Omega - 0.4)^2 + 4.5} + \frac{1}{22.5(\Omega + 0.5)^2 + 1.5} \\
 \varphi_2^d(\Omega) &= 1.25 \\
 \varphi_2^l(\Omega) &= \begin{cases} 4.2\Omega + 5.44 & \Omega < -0.25 \\ -2.0(\Omega + 0.25) + 4.4 & -0.25 \leq \Omega < 0.25 \\ -0.45(\Omega - 0.25) + 3.42 & \Omega \geq 0.25 \end{cases} \\
 \varphi_2^m(\Omega) &= -3.08\Omega + 2.65
 \end{aligned} \tag{4}$$

Аппроксимационные кривые (4) изображены на Рис. 19 - Рис. 21 пунктирными красными линиями. Видно, что они в целом неплохо согласуются с экспериментальными данными.

Необходимо отметить, что экстраполировать формулу для a_0^l на область достаточно больших по модулю отрицательных Ω нельзя. Отдельные экспериментальные точки показывают, что при уменьшении быстроходности это значение начинает снова приближаться к оси абсцисс. Для более точного описания особенностей поведения этого коэффициента при таких быстроходностях необходимы дополнительные эксперименты.

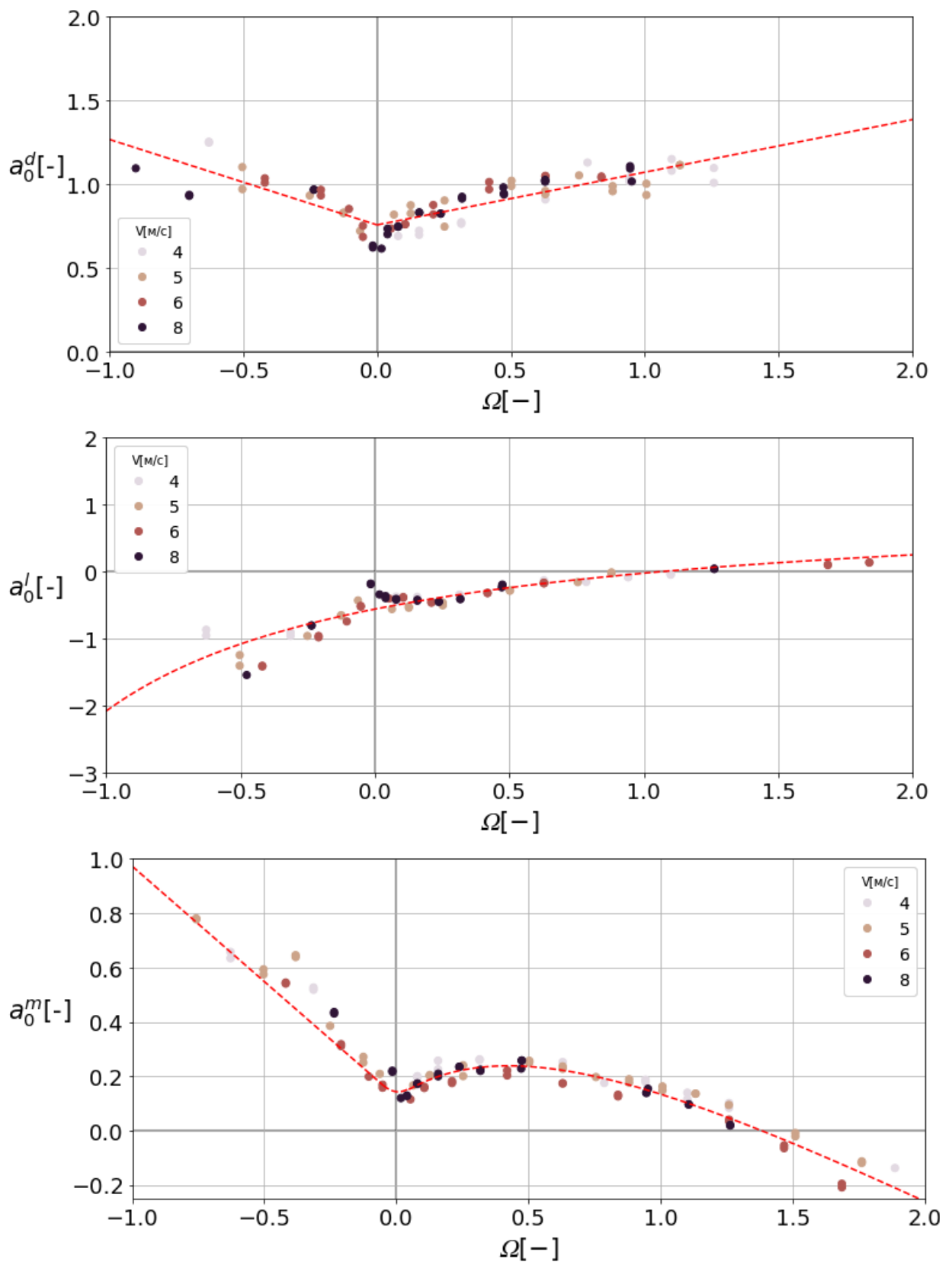


Рис. 19 Зависимости коэффициентов a_0^d , a_0^l , a_0^m (средних значений на обороте) в разложении (3) от быстротходности: точки – экспериментальные значения при разных скоростях ветра; линии – аппроксимационные кривые (4)

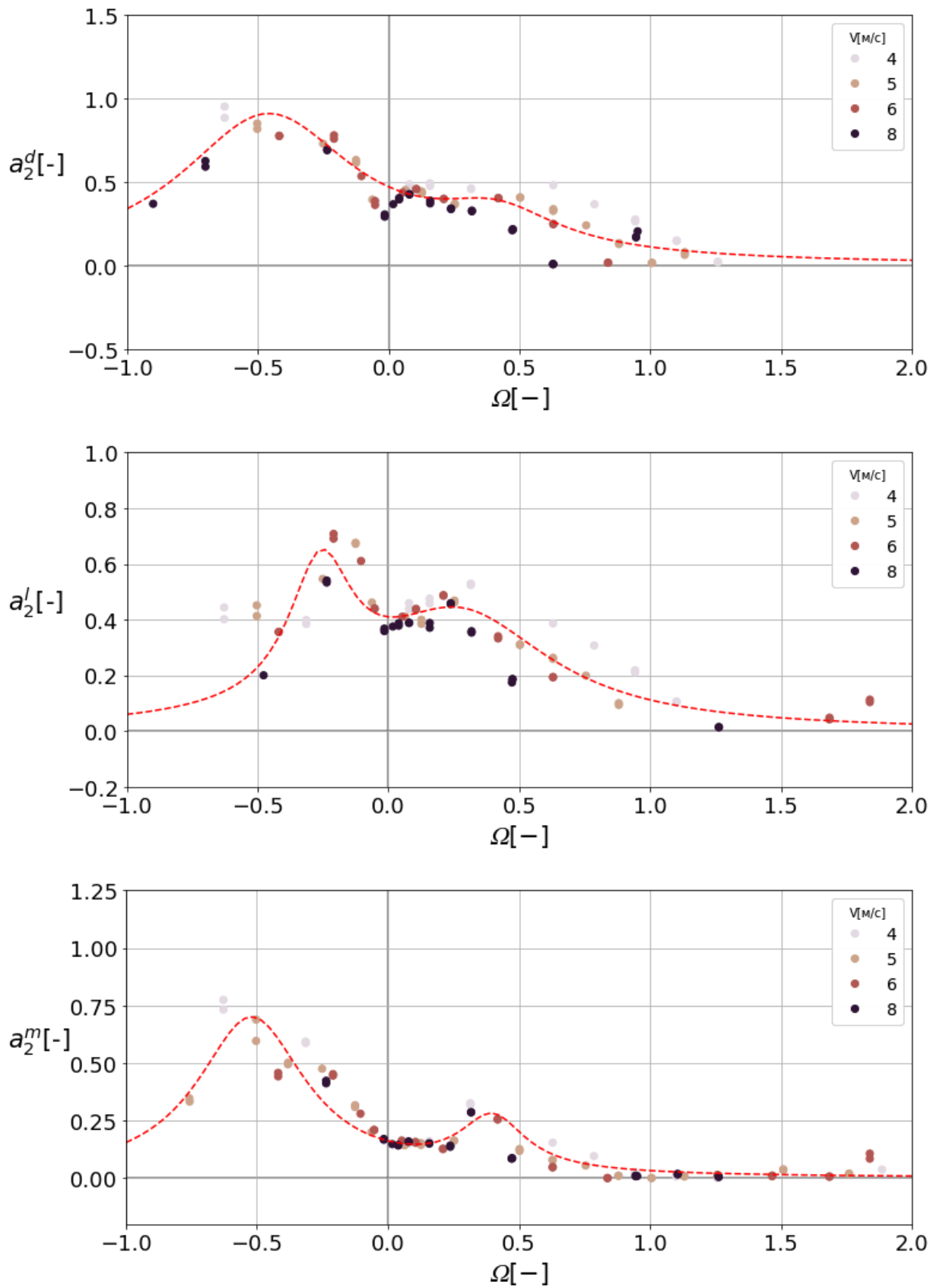


Рис. 20 Зависимости коэффициентов a_2^d , a_2^l , a_2^m (амплитуд вторых гармоник) в разложении (3) от быстроходности: точки – экспериментальные значения при разных скоростях ветра; линии – аппроксимационные кривые (4)

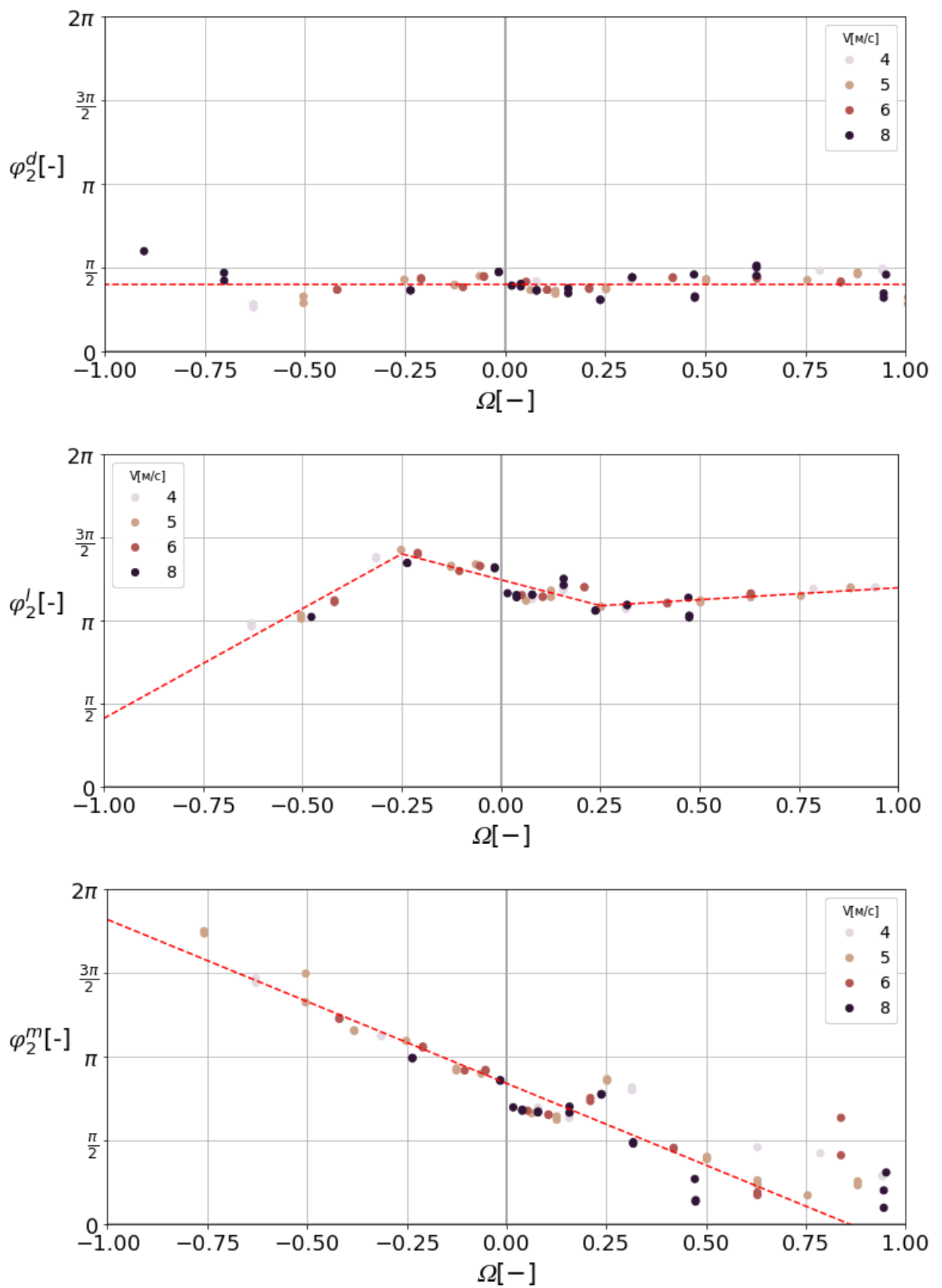


Рис. 21 Зависимости коэффициентов φ_2^d , φ_2^l , φ_2^m (фаз вторых гармоник) в разложении (3) от быстроходности: точки – экспериментальные значения при разных скоростях ветра; линии – аппроксимационные кривые (4)

1.6 Заключение первой главы

В Главе 1 развивается феноменологический метод для описания воздействия потока среды на ротор Савониуса, в рамках которого аэродинамические силы и момент представляются в виде усеченного ряда Фурье по углу поворота ротора; коэффициенты разложения представляют собой функции от скорости вращения ротора. Данные функции были идентифицированы на основе данных, полученных в результате целенаправленных экспериментов в НИИ механики МГУ.

Такой подход не позволяет детально описать течение вокруг ротора, однако дает возможность качественно исследовать сложные механические и/или электромеханические системы, используя малопараметрические модели взамен ресурсоемкого гидродинамического моделирования.

Подход будет применен для исследования динамики малогабаритной ветроэнергетической установки с ротором Савониуса в качестве ветроприемного элемента (Глава 2) и колесной платформы с ротором в качестве экологически чистого силового привода (Глава 3).

Глава 2. Динамика малогабаритной ветроэнергетической установки на базе ротора Савониуса²

В первой главе был описан способ построения теоретико-механической модели аэродинамического воздействия потока среды на ротор Савониуса. Во второй главе с использованием предложенной модели исследуется динамика малогабаритной ветроэнергетической установки с ротором Савониуса в качестве ветроприемного элемента. Электрическая энергия, поступающая конечному потребителю, преобразуется из механической энергии вращения ротора, который в свою очередь забирает ее из кинетической энергии потока воздуха, непосредственно воздействующего на него.

В главе описано построение математической модели такой системы. Для описания аэродинамического момента ветроприемного элемента установки используется предложенный в Главе 1 подход. Рассматриваются уравнения движения как полные, учитывающие зависимость аэродинамического момента ротора от его текущего положения, так и усредненные по углу его поворота. Обсуждаются случаи, когда такое упрощение не влияет на результат математического моделирования. Описаны характеристики установившихся режимов движения и переходных процессов в зависимости от параметров и начальных условий.

2.1 Математическая модель ветроэлектрогенератора

Будем рассматривать ротор Савониуса в случае, когда вал ротора жестко соединен с якорем электрогенератора постоянного тока Рис. 22, т.е. скорость поворота якоря генератора $\dot{\psi}$ будем считать равной скорости поворота ротора $\dot{\phi} = \omega$. Электрогенератор характеризуется индуктивностью L и внутренним сопротивлением R^i . Рассматривается такая электромашина, скорость изменения создаваемого магнитного потока в которой может определяться

² Отдельные положения данной главы изложены на основании публикаций: [86], [88]-[94]. В этих работах научными руководителями были предложены постановка задачи и методы ее исследования. Климина Л.А. предложила численно-аналитический метод поиска периодических решений. Соавторы публикаций принимали участие в проведении экспериментов и в обсуждении полученных результатов.

постоянным коэффициентом C электромеханического взаимодействия. Электрогенератор включен во внешнюю электрическую цепь, в которой присутствуют потребители, т.е. в электроцепи есть также внешнее сопротивление R^e .

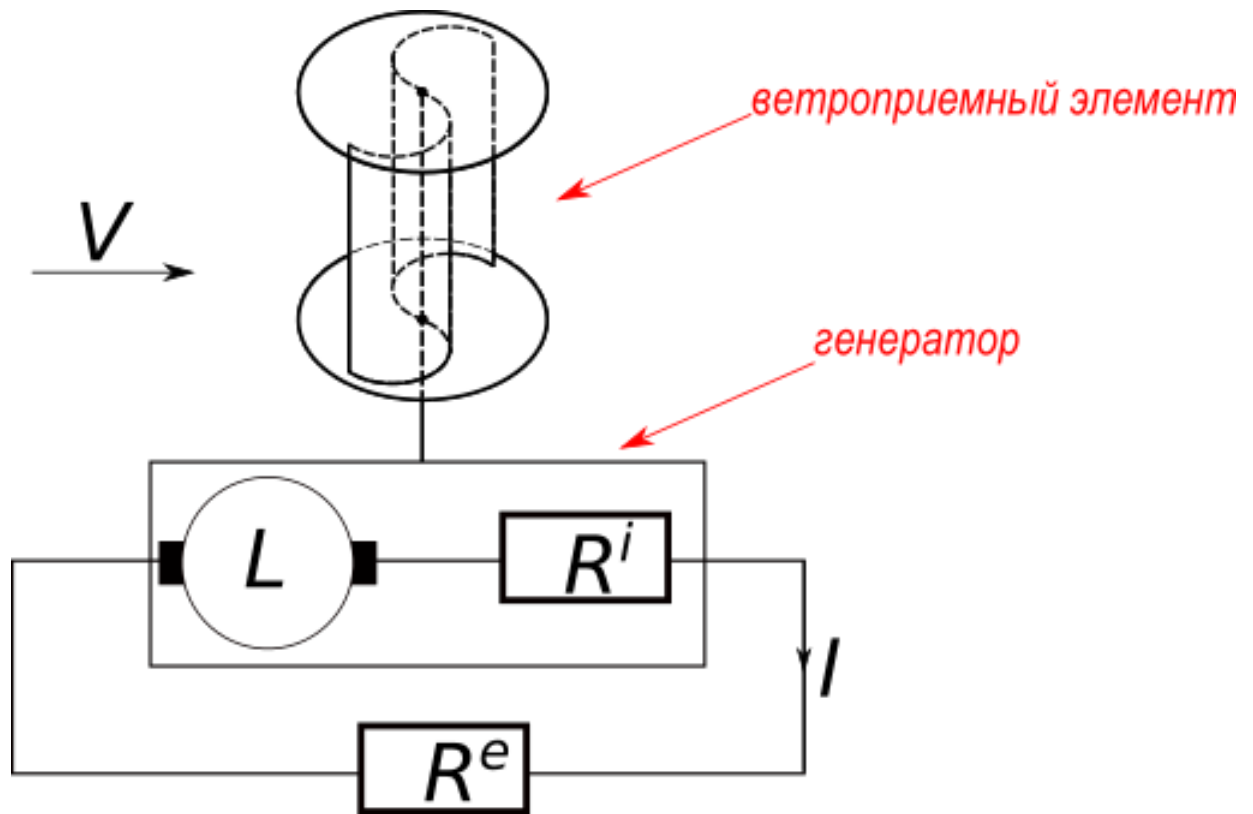


Рис. 22 Электрическая схема ветроэлектрогенератора

Состояние системы описывается углом φ поворота ротора Савониуса, что соответствует углу поворота ψ якоря генератора, и током I во внешней цепи (соответствующей фазовой координатой в рамках электромеханической аналогии можно считать электрический заряд).

Для описания аэродинамического воздействия потока на ротор воспользуемся формулами (1) и (3). Ограничимся второй гармоникой в разложении (3) для учета зависимости аэродинамических свойств ротора от его текущего положения относительно потока. Другими словами, будем считать, что аэродинамический момент относительно оси вращения можно представить в виде:

$$M_a = \frac{\rho S R}{2} V^2 [a_0^m(\Omega) + a_2^m(\Omega) \sin(2\varphi + \varphi_2^m(\Omega))] \quad (5)$$

Здесь Ω – это быстроходность ротора, которая находится по формуле (2). Для коэффициентов разложения (5) воспользуемся найденными аппроксимационными формулами (4). Таким образом, аэродинамический момент M_a представляет собой функцию от обобщенной координаты φ системы – угла поворота ротора – и от обобщенной скорости Ω системы – мгновенной безразмерной угловой скорости вращения ротора.

2.2 Уравнения движения системы

Энергия описанной системы представляет собой сумму кинетической энергии механического вращения ротора со скоростью $\dot{\psi} = \dot{\varphi} = \omega$ и энергии электромагнитного поля (см. [8]):

$$T = \frac{J\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{LI^2}{2} - \Phi(\psi)I$$

Здесь используются следующие обозначения:

J	– момент инерции ротора,
$\dot{\varphi} = \omega (= \dot{\psi})$	– угловая скорость его вращения,
L	– индуктивность генератора,
I	– ток в электрической цепи,
ψ	– угол поворота якоря генератора,
$\Phi(\psi)$	– магнитный поток через рамку.

Отметим, что величина $\frac{d\Phi(\psi)}{d\psi}$ для рассматриваемого типа генераторов представляет собой высокочастотную функцию угла ψ с ненулевым средним значением, которое обозначается буквой C и представляет собой упомянутый ранее коэффициент электромеханического взаимодействия.

Для получения уравнений движения системы воспользуемся формализмом Лагранжа-Максвелла. Выпишем вслед за Максвеллом уравнения Лагранжа 2-ого рода для электромеханической системы (см. [8], [71]):

$$\begin{cases} J\ddot{\varphi} + CI = Q_\varphi, \\ LI - C\omega = Q_I. \end{cases}$$

Здесь в правой части уравнений представлены обобщенные силы, действующие на систему. Выражение Q_φ представляет собой аэродинамический момент M_a , действующий на лопасти ротора в потоке, для описания которого воспользуемся формулой (5). В выражение Q_I будем включать величину падения напряжений в цепи ветроэлектродгенератора $(R^e + R^i)I$. В результате имеем:

$$\begin{cases} J\dot{\omega} = M_a - CI, \\ LI = C\omega - ZI. \end{cases} \quad (6)$$

где Z – суммарное активное сопротивление в цепи генератора, т.е. сумма внутреннего сопротивления генератора R^i и сопротивления во внешней цепи R^e . Система автономна, линейна по I и нелинейна по ω и по φ .

Перепишем эту систему в безразмерном виде в форме Коши. Для этого введем несколько характерных безразмерных величин: V_0 – характерная скорость набегающего потока, C_0 – характерная величина коэффициента электромеханического взаимодействия, а также безразмерное время $\tau = V_0 t / R$. Далее штрихом будет обозначена производная по безразмерному времени τ . Параметры системы в безразмерном виде перепишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} v &= \frac{V}{V_0}, & c &= \frac{C}{C_0}, \\ j &= \frac{2}{\rho S R^3} \cdot J, & i &= \frac{2}{\rho S R} \frac{C_0}{V_0^2} \cdot I, \\ l &= \frac{\rho S R}{2} \frac{V_0^2}{C_0^2} \cdot L, & z &= \frac{\rho S R^2}{2} \frac{V_0}{C_0^2} \cdot Z, \end{aligned} \quad (7)$$

а сама система (6) с учетом (1) и (7) будет иметь вид:

$$\begin{cases} \varphi' = v\Omega \\ jv\Omega' = v^2 C_m - ci \\ li' = cv\Omega - zi \end{cases} \quad (8)$$

2.3 Положения равновесия системы

Неподвижные точки системы (8) соответствуют положениям ротора, в которых выполнены следующие условия:

$$\begin{aligned}\varphi &= \varphi^*, \Omega = \Omega^* = 0, i = i^* = 0 \\ C_m(\varphi^*, 0) &= 0\end{aligned}\tag{9}$$

Далее будут использоваться следующие обозначения:

$$C'_{m,\varphi} = \left. \frac{\partial C_m(\varphi, \Omega)}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\varphi^*, \Omega=0}, \quad C'_{m,\Omega} = \left. \frac{\partial C_m(\varphi, \Omega)}{\partial \Omega} \right|_{\varphi=\varphi^*, \Omega=0}.$$

Для определения устойчивости неподвижных точек (9) запишем систему уравнений (8) в отклонениях:

$$\begin{pmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\Omega \\ \Delta i \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 0 & v & 0 \\ \frac{v}{j} C'_{m,\varphi} & \frac{v}{j} C'_{m,\Omega} & -\frac{c}{jv} \\ 0 & \frac{cv}{l} & -\frac{z}{l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\Omega \\ \Delta i \end{pmatrix},$$

и выпишем для нее характеристический полином:

$$P(\lambda) = \lambda^3 + \left[\frac{z}{l} - \frac{v}{j} C'_{m,\Omega} \right] \lambda^2 + \left[\frac{c^2}{jl} - \frac{v^2}{j} C'_{m,\varphi} - \frac{vz}{jl} C'_{m,\Omega} \right] \lambda - \frac{v^2 z}{jl} C'_{m,\varphi} \tag{10}$$

Обозначим через p_i , $i \in \{0, 1, 2, 3\}$ коэффициенты при степенях λ в формуле (10), где p_0 – коэффициент при старшей степени λ , а p_3 – свободный член.

По теореме Ляпунова об устойчивости движения по первому приближению (см., например, [72] или [73]) имеем, что невозмущенное движение (9) системы (8) является асимптотически устойчивым, если все корни уравнения $P(\lambda) = 0$ имеют отрицательную вещественную часть, при этом, если хотя бы один из корней имеет положительную вещественную часть, то невозмущенное движение (9) системы (8) является неустойчивым (теорема Ляпунова о неустойчивости по первому приближению, [72], [73]). Воспользуемся критерием Рауса-Гурвица ([72], [73]), согласно которому все корни уравнения $P(\lambda) = 0$ имеют отрицательную вещественную часть тогда и

только тогда, когда все диагональные миноры определителя Гурвица положительны. В результате должны выполняться следующие соотношения:

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= p_1 = \frac{z}{l} - \frac{v}{j} C'_{m,\Omega} > 0 \\ \Delta_2 &= \frac{1}{j^2 l^2} ([jz - vl C'_{m,\Omega}][c^2 - zv C'_{m,\Omega}] + v^3 l^2 z C'_{m,\varphi} C'_{m,\Omega}) > 0. \\ \Delta_3 &= \Delta = p_3 \Delta_2 = -\frac{v^2 z}{jl} C'_{m,\varphi} \Delta_2 > 0\end{aligned}$$

Таким образом, получены достаточные условия асимптотической устойчивости положения равновесия (9):

$$\begin{aligned}C'_{m,\varphi} &< 0 \\ C'_{m,\Omega} &< \frac{zj}{lv} \\ [jz - vl C'_{m,\Omega}][c^2 - zv C'_{m,\Omega}] + v^3 l^2 z C'_{m,\varphi} C'_{m,\Omega} &> 0\end{aligned}\tag{11}$$

Отметим, что если производная коэффициента момента по углу и быстроходности ротора в положении равновесия отрицательны, то условия (11) заведомо выполняются при любых физически осмысленных значениях других параметров системы. В таком случае положение равновесия (9) будет асимптотически устойчивым, и согласно (9) ток в системе вырабатываться не будет. При этом, в силу периодичности аэродинамического момента по углу (Рис. 23), существует другое положение равновесия на полуобороте, в котором производная коэффициента момента по углу положительна и которое является неустойчивым (на целом обороте положений равновесия будет четыре).

Если производная коэффициента момента по углу в положении равновесия положительна, то имеет место статическая неустойчивость.

Если производная коэффициента момента по быстроходности в положении равновесия положительна, то можно подобрать значения параметров так, чтобы положение равновесия было неустойчивым. Например,

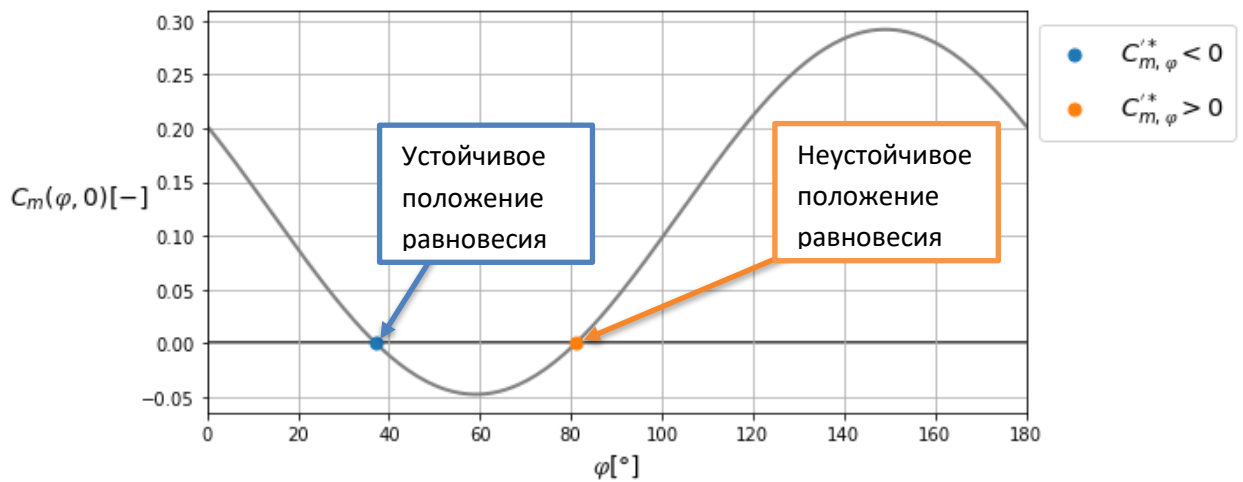


Рис. 23 Зависимость коэффициента аэродинамического момента от ориентации ротора в потоке: рыжим обозначена точка, где не выполняется условие первого неравенства из (11), синим - где оно выполняется

увеличение скорости набегающего потока приведет к нарушению второго неравенства в (11) при достижении некоторой величины.

Помимо положений равновесия, в системе (8) могут существовать периодические решения. Строго говоря, именно они и соответствуют рабочим режимам ветроустановки, поскольку ротор должен совершать вращательные движения, чтобы иметь возможность вырабатывать энергию. Положения же равновесия являются для установки «нежелательными» состояниями. Поэтому представляет интерес исследовать их область притяжения.

Для оценки области притяжения устойчивого положения равновесия было выполнено компьютерное моделирование. Были приняты следующие значения параметров: $J = 0.01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $R = 0.2 \text{ м}$, $S = 0.04 \text{ м}^2$, $R^i = 1 \text{ Ом}$, $C = 0.3 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{А}^{-1}$, $L = 0.01 \text{ Гн}$.

Численное моделирование поведения изучаемой системы (6) позволило получить проекции областей притяжения устойчивого положения равновесия $\varphi = \varphi^*$ в пространстве начальных условий на плоскость (φ_0, ω_0) при разных величинах внешнего сопротивления R^e и для разных величин скорости потока V (Рис. 24). Полученные данные показывают, что, как и следовало ожидать, область притяжения положения равновесия уменьшается с ростом R^e (т.е. с уменьшением нагрузки). Тем не менее, она не «стягивается» в точку, когда

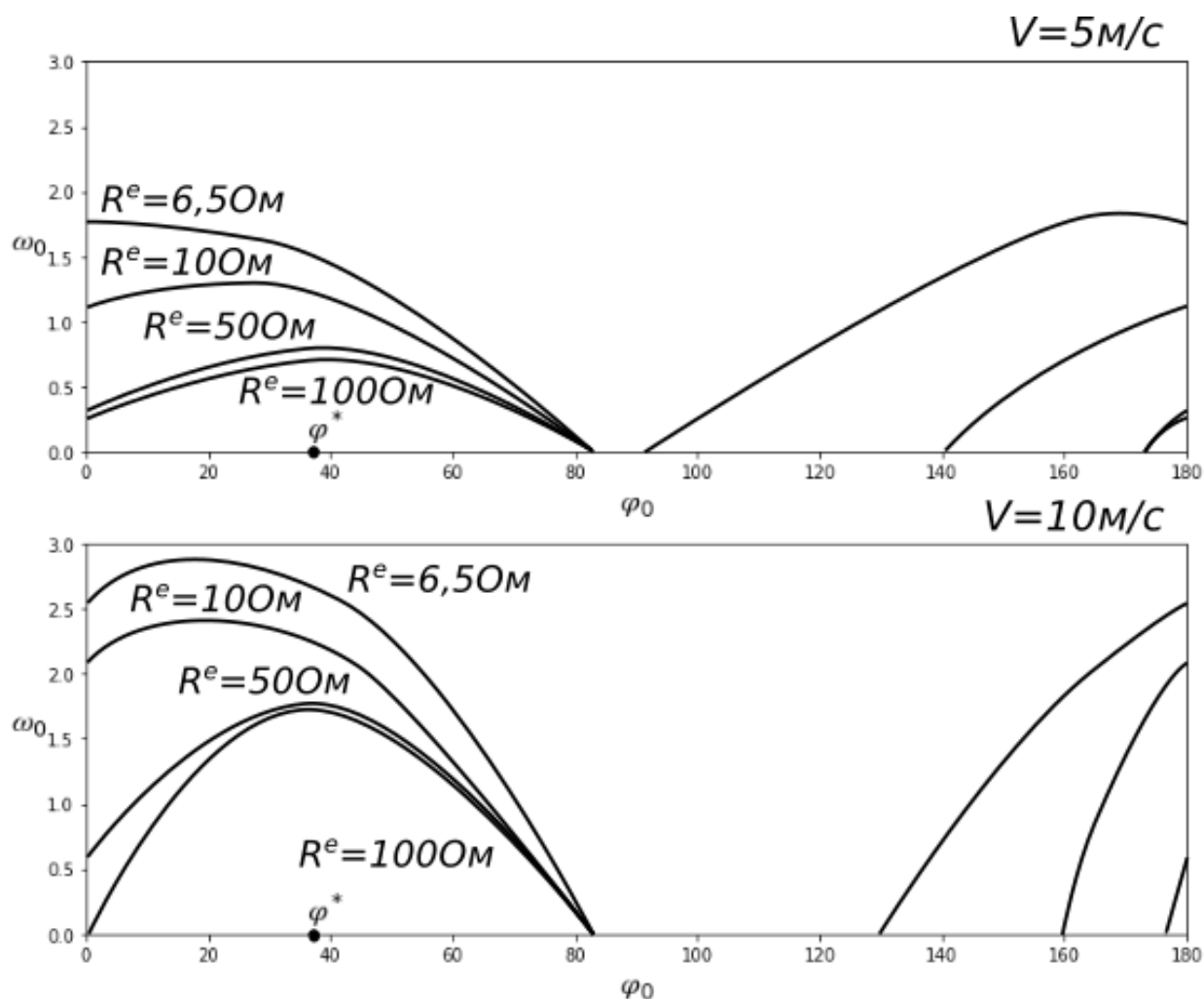


Рис. 24 Области притяжения асимптотически устойчивого положения равновесия

R^e стремится к бесконечности. Любопытно, что в данном случае область притяжения с ростом величины V сужается по φ , но «растягивается» по ω .

2.4 Периодические режимы системы

Помимо положений равновесия, в системе (8) могут существовать периодические режимы, и именно они могут служить рабочими режимами для рассматриваемой ветроэлектроустановки при условии, что являются притягивающими. Изучению периодических режимов посвящен данный раздел.

Рассмотрим случай, когда поток воздействует на систему с достаточно высокой скоростью и/или количество лопастей у ротора достаточно велико, тогда в формуле (5) $|a_2^m(\Omega)| \leq a_2 \ll 1$ в широком диапазоне Ω . При таком

условии в системе (8) вводится малый параметр следующим образом. Рассмотрим коэффициент аэродинамического момента из (5):

$$\begin{aligned} C_m(\varphi, \Omega) &= a_0^m(\Omega) + a_2^m(\Omega) \sin(2\varphi + \varphi_2^m(\Omega)) = \\ &= a_0^m(\Omega) + a_2 \frac{a_2^m(\Omega)}{a_2} \sin(2\varphi + \varphi_2^m(\Omega)), \end{aligned}$$

где $a_2 \sim \varepsilon$, $\frac{a_2^m(\Omega)}{a_2} \sim 1$. Тогда систему (8) перепишем в виде:

$$\begin{cases} \varphi' = v\Omega \\ jv\Omega' = v^2(a_0^m(\Omega) + \varepsilon f(\varphi, \Omega)) - ci \\ li' = cv\Omega - zi \end{cases} \quad (12)$$

Полученная система (12) регулярно возмущенная. В этой ситуации можно использовать метод Пуанкаре разделения движений ([74]-[76]). Порождающая система (при $\varepsilon = 0$) запишется следующим образом:

$$\begin{cases} \varphi' = v\Omega \\ jv\Omega' = v^2 a_0^m(\Omega) - ci \\ li' = cv\Omega - zi \end{cases} \quad (13)$$

Первое уравнение системы (13) отделяется от остальных. В таком случае рассмотрим отдельно систему вида:

$$\begin{cases} jv\Omega' = v^2 a_0^m(\Omega) - ci \\ li' = cv\Omega - zi \end{cases}, \quad (14)$$

в которой первое уравнение отсутствует. Неподвижные точки этой динамической системы представляют собой решения вида $\Omega = \Omega^* \equiv Const$, $i = i^* \equiv Const$. Каждое асимптотически устойчивое решение системы (14) соответствует притягивающему периодическому режиму полной механической системы (8), по крайней мере на некотором конечном интервале времени, а анализ неподвижных точек редуцированной системы может дать полезную информацию о свойствах таких режимов. Например, если неподвижная точка асимптотически устойчива, то соответствующее периодическое движение является притягивающим и, следовательно, может служить рабочим режимом ветроэлектростанции.

Среднее значение угловой скорости и силы тока на стационарном вращении получаем из следующих равенств (из системы (14)):

$$\begin{aligned} i^* &= \frac{cv}{Z} \Omega^* \\ a_0^m(\Omega^*) &= \frac{c^2}{vZ} \Omega^* \end{aligned} \quad (15)$$

Второе уравнение из (15) в достаточно широком диапазоне положительных значений Ω имеет единственное решение (Рис. 25).

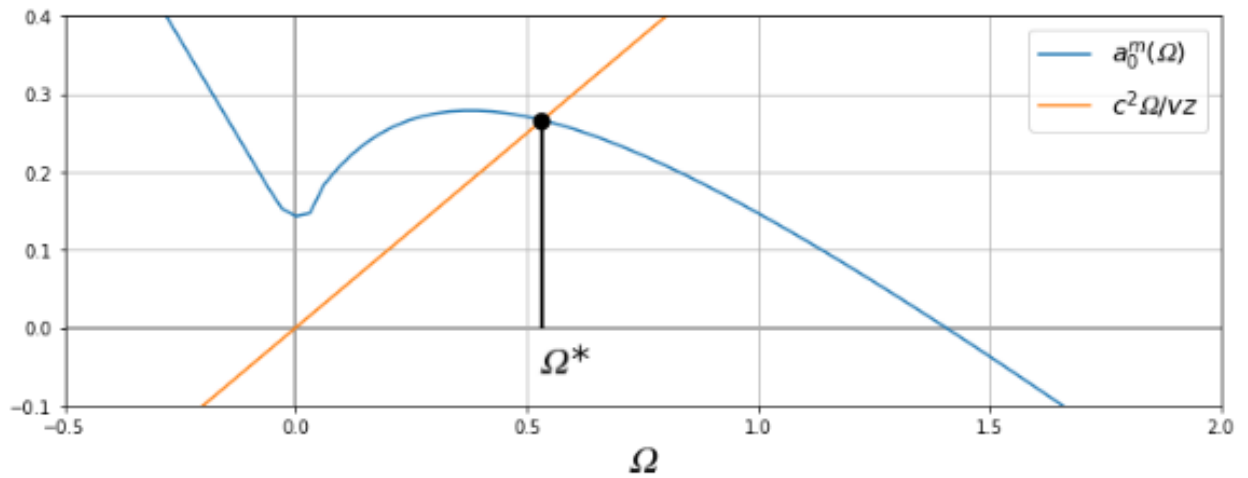


Рис. 25 Среднее значение угловой скорости на периодическом режиме системы (13)

Исследуем устойчивость рассматриваемой неподвижной точки редуцированной системы. Будет использоваться следующие обозначение:

$$a_{0,\Omega}^{m*} = \left. \frac{da_0^m}{d\Omega} \right|_{\Omega=\Omega^*}.$$

Запишем систему уравнений (14) в отклонениях:

$$\begin{pmatrix} \Delta\Omega \\ \Delta i \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} \frac{v}{j} a_{0,\Omega}^{m*} & -\frac{c}{jv} \\ \frac{cv}{l} & -\frac{Z}{l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\Omega \\ \Delta i \end{pmatrix},$$

и выпишем для нее характеристический полином:

$$P(\lambda) = \lambda^2 + \left[\frac{Z}{l} - \frac{v}{j} a_{0,\Omega}^{m*} \right] \lambda + \left[\frac{c^2}{jl} - \frac{vZ}{jl} a_{0,\Omega}^{m*} \right] \quad (16)$$

Тогда, очевидно, имеем следующие условия асимптотической устойчивости исследуемой неподвижной точки редуцированной системы:

$$\begin{aligned} a_{0,\Omega}^{m*} &< \frac{zj}{lv}, \\ a_{0,\Omega}^{m*} &< \frac{c^2}{vz}. \end{aligned} \tag{17}$$

При $a_{0,\Omega}^{m*} < 0$ выполнены оба условия из (17) и соответствующая неподвижная точка асимптотически устойчива. Отметим, что это условие выполняется в большом диапазоне Ω (для некоторых модификаций ротора, например, для трехуровневого шестилопастного ротора оно выполняется всегда).

Для того чтобы исследовать структуру фазовой плоскости, положим $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$, где u_1, u_2 являются правыми частями системы (14), разрешенной относительно старших производных, и рассмотрим выражение:

$$\frac{\partial u_1}{\partial \Omega} + \frac{\partial u_2}{\partial i} = \frac{v}{j} \frac{da_0^m}{d\Omega} - \frac{z}{l}, \tag{18}$$

Теорема Бендиксона (см. [77]) об отсутствии замкнутых траекторий в некоторой области говорит, что система не имеет в исследуемой области замкнутых траекторий, целиком лежащих в ней, когда выражение (18) отлично от нуля.

Таким образом, если $\frac{da_0^m}{d\Omega} \leq 0 \forall \Omega$, или величина l , характеризующая индуктивность генератора, достаточно мала, или значение j , отвечающее за момент инерции вращающейся части установки, достаточно велико, то выражение (18) принимает отрицательное значение, и в рассматриваемой системе не существует предельных циклов, а неподвижная точка глобально притягивающая.

2.5 Влияние ветра на поведение системы

Исследовался вопрос о поведении системы в случае порывов ветра, когда зависимость $v(\tau)$ – кусочно постоянная функция. Численно были обнаружены ситуации, когда при падении величины v система (8) полностью останавливалась и не могла стартовать вновь без дополнительного вмешательства (ручной раскрутки или снятия нагрузки).

На Рис. 26 можно увидеть две пары графиков (по оси абсцисс откладывается безразмерное время, по оси ординат – быстроходность и безразмерная скорость набегающего потока):

- а) случай, когда падение скорости ветра «недостаточно сильное», чтобы полностью остановить работу ветроэнергетической установки,
- б) случай, когда ветроприемный элемент прекращает вращаться и не может вернуться на рабочий режим даже после нового порыва ветра.

Таким образом, анализ графиков показывает, что при описании переходных процессов системы необходимо учитывать зависимость аэродинамического момента от текущей ориентации ротора в потоке.

2.6 Заключение второй главы

В Главе 2 рассмотрена динамика ветроэнергетической установки с ротором Савониуса, представляющего собой ветроприемный элемент этой установки. Для описания аэродинамического момента, действующего на ротор использован подход, предложенный в Главе 1. Получены условия устойчивости положений равновесия. В пространстве начальных условий построены области притяжения асимптотически устойчивого положения равновесия при разных значениях внешнего сопротивления и скорости потока.

В случае, когда члены в представлении аэродинамического момента, зависящие от угла поворота ротора, малы, получены условия устойчивости стационарного вращения, соответствующей порождающей системы.

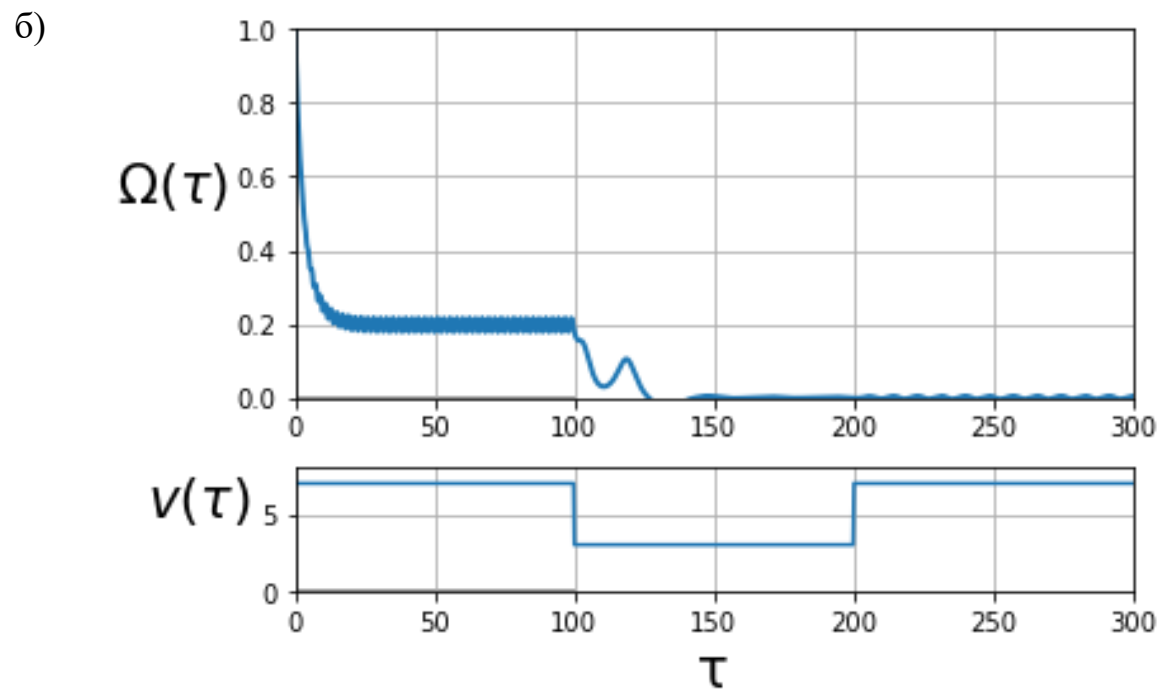
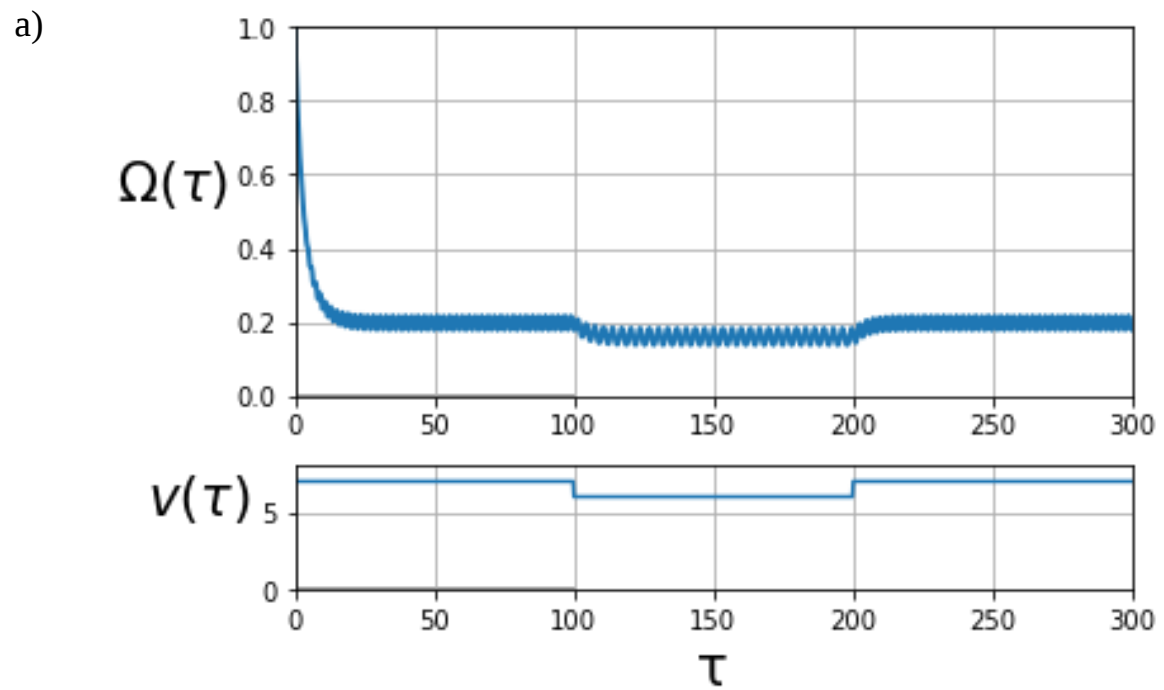


Рис. 26 Результат численного интегрирования системы (8) при кусочно-постоянной функции изменения скорости $v(\tau)$ набегающего потока

Проведено численное исследование переходных режимов, реализующихся при резком изменении скорости набегающего потока.

Глава 3. Динамика колесной тележки, приводимой в движение ротором Савониуса³

Как упоминалось ранее, ротор Савониуса может быть использован в качестве устройства, создающего крутящий момент (энергопривода). Примером такого использования ротора может служить применение его в роли мотора машин и механизмов.

В третьей главе исследуется динамика системы, представляющей собой колесную платформу с механическим приводом, в роли которого выступает ротор Савониуса. Для моделирования аэродинамического воздействия на ротор использован предложенный в Главе 1 эмпирический подход, в рамках которого учитывается зависимость коэффициентов аэродинамических сил и момента, действующих на ротор и от угловой скорости его вращения, и от ориентации в потоке. Изучено поведение тележки в зависимости от направления ветра.

3.1 Математическая модель колесной тележки с ротором Савониуса

Рассмотрим случай, когда ротор Савониуса установлен на трехколесную тележку (Рис. 27). Ось вращения ротора перпендикулярна платформе тележки и через редуктор с передаточным числом n соединена с ведущим передним колесом. Потерями энергии в редукторе будем пренебрегать.

Введем неподвижную систему координат $OXYZ$, ось аппликат которой направим вертикально вверх. Положим, что тележка может двигаться вдоль неподвижной горизонтальной оси OX . Система находится под действием горизонтального потока ветра, движущегося с постоянной скоростью V под углом β к оси OX . Ось OY дополняет систему координат до правой тройки.

Будем считать, что система передач устроена таким образом, что при вращении ротора против часовой стрелки тележка движется в положительном

³ Отдельные положения данной главы изложены на основании публикаций: [86], [92], [95]–[98]. В этих работах научными руководителями были предложены постановка задачи и методы ее исследования. Соавторы публикаций принимали участие в проведении экспериментов и в обсуждении полученных результатов.

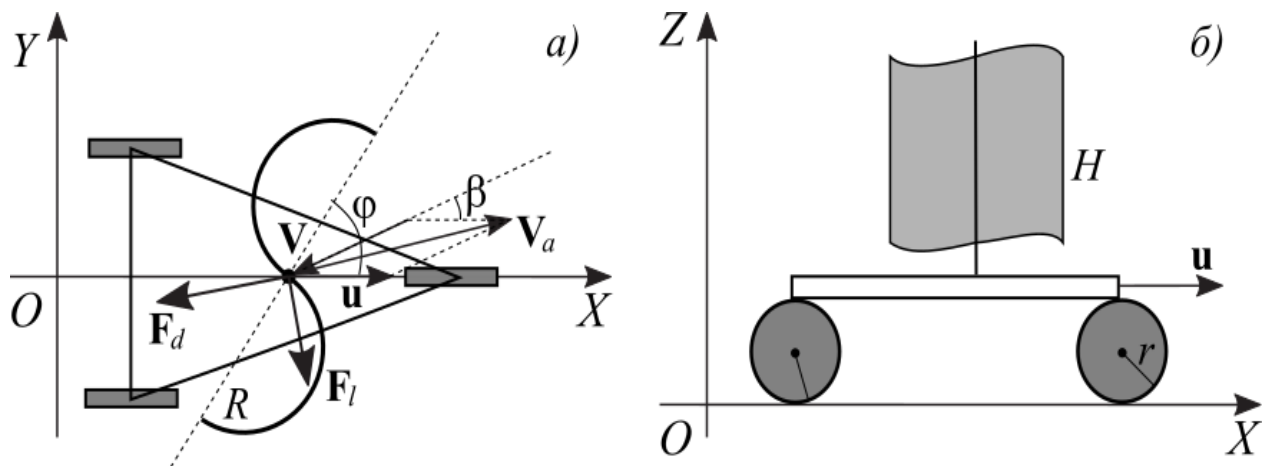


Рис. 27 Схематичное изображение колесной тележки с ротором Савониуса:
а) вид сверху, б) вид сбоку

направлении оси OX с абсолютной скоростью $\mathbf{u}$ (вправо, если смотреть на Рис. 27) при условии, что колеса тележки не проскальзывают.

На лопасти ротора действуют аэродинамические силы, для представления которых воспользуемся предложенным в Главе 1 феноменологическим подходом и формулам (1) и (3). Сило-моментная аэродинамическая нагрузка на ротор в рамках данного подхода будет иметь следующую структуру:

$$\begin{aligned}
 F_d &= \frac{\rho S}{2} V_a^2 C_d(\varphi, \Omega) = \frac{\rho S}{2} V_a^2 \left[a_0^d(\Omega) + a_2^d(\Omega) \sin(2\varphi + \varphi_2^d(\Omega)) \right] \\
 F_l &= \frac{\rho S}{2} V_a^2 C_l(\varphi, \Omega) = \frac{\rho S}{2} V_a^2 \left[a_0^l(\Omega) + a_2^l(\Omega) \sin(2\varphi + \varphi_2^l(\Omega)) \right] \\
 M_a &= \frac{\rho S R}{2} V_a^2 C_m(\varphi, \Omega) = \frac{\rho S R}{2} V_a^2 \left[a_0^m(\Omega) + a_2^m(\Omega) \sin(2\varphi + \varphi_2^m(\Omega)) \right]
 \end{aligned} \tag{19}$$

Здесь V_a – воздушная скорость ротора, другими словами, относительная скорость оси вращения ротора по отношению к набегающему потоку. Воздушная скорость определяется как векторная разность абсолютной скорости тележки и скорости потока, а именно:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V}_a &= \mathbf{u} - \mathbf{V} = (u + V \cos \beta, V \sin \beta) \\
 V_a &= \sqrt{u^2 + 2uV \cos \beta + V^2}
 \end{aligned} \tag{20}$$

Как и ранее в Главе 2 ограничимся второй гармоникой в разложении (3) коэффициентов. Формулы (19) нужно дополнить представлениями (4) для функций от быстроходности. Сама безразмерная угловая скорость ротора, фигурирующая в этих выражениях, примет вид:

$$\Omega = \frac{R\dot{\varphi}}{V_a} \quad (21)$$

Вообще говоря, поток оказывает некоторое воздействие и на корпус тележки, но мы будем пренебрегать соответствующими силами, поскольку характерная площадь тележки много меньше характерной площади ротора.

Будем предполагать также, что расстояние между передним и задними колесами достаточно велико, так что тележка не опрокидывается, и движение ее является поступательным.

3.2 Уравнения движения системы

Запишем выражение для кинетической энергии системы, которая представляет собой сумму энергии поступательного движения всей системы и вращательного движения ротора и колес:

$$T = \frac{mu^2}{2} + \frac{J_s\omega^2}{2} + \frac{J_w\omega_w^2}{2}$$

Здесь используются следующие обозначения:

- m — масса всей системы,
- J_s — момент инерции ротора Савониуса относительно его оси вращения,
- J_w — суммарный момент инерции колес тележки (все колеса считаем одинаковыми),
- ω — угловая скорость вращения ротора,
- $\omega_w = n\omega$ — угловая скорость вращения колес.

Из условия отсутствия проскальзывания, следует:

$$u = nr\omega, \quad (22)$$

где r — радиус колес.

Уравнения движения системы можно записать в виде уравнений Лагранжа второго рода с обобщенными силами:

$$J\ddot{\varphi} = \frac{\rho S}{2} V_a^2 \left[RC_m(\varphi, \Omega) - nrC_d(\varphi, \Omega) \frac{V \cos \beta + nr\dot{\varphi}}{V_a} + \right. \\ \left. + nrC_l(\varphi, \Omega) \frac{V \sin \beta}{V_a} \right] \quad (23)$$

$$\text{В (23)} J = mn^2r^2 + J_s + n^2J_w.$$

Для упрощения анализа проведем обезразмеривание системы (23), выбрав в качестве характерного времени величину $\tau = Vt/R$:

$$I\varphi'' = U_a^2 \left[C_m(\varphi, \Omega) - \chi C_d(\varphi, \Omega) \frac{\cos \beta + \chi\varphi'}{U_a} + \chi C_l(\varphi, \Omega) \frac{\sin \beta}{U_a} \right] \quad (24)$$

Здесь штрихом обозначена производная по безразмерному времени и введены следующие безразмерные величины:

$$I = \frac{2J}{\rho SR^3},$$

$$\chi = \frac{nr}{R},$$

$$U_a = \sqrt{\chi^2\varphi'^2 + 2\chi\varphi' \cos \beta + 1}.$$

При этом формула (21) для быстроходности переписывается в виде:

$$\Omega = \frac{\varphi'}{U_a}.$$

3.3 Стационарные движения осредненной системы

Вначале рассмотрим систему, полученную из (24) осреднением по углу поворота ротора:

$$I\omega' = U_a^2 \left[a_0^m(\Omega) - \chi a_0^d(\Omega) \frac{\cos \beta + \chi\omega}{U_a} + \chi a_0^l(\Omega) \frac{\sin \beta}{U_a} \right], \quad (25)$$

где $\omega = \varphi'$, $U_a = \sqrt{\chi^2\omega^2 + 2\chi\omega \cos \beta + 1}$ и $\Omega = \frac{\omega}{U_a}$.

Решения системы (25) будут тем ближе к решениям (24), чем больше средняя угловая скорость на обороте и чем больше эффективный момент инерции системы I .

Уравнение (25), вообще говоря, может иметь стационарные решения, которые отвечают равномерному движению тележки и равномерному вращению ротора Савониуса. Устойчивость этих решений, очевидно, не зависит от I и определяется аэродинамическими характеристиками ротора и параметрами χ и β .

На Рис. 28 представлены значения безразмерной скорости тележки $v = \chi\varphi'$ на стационарных режимах в зависимости от угла ориентации ветра β при разных значениях χ . Устойчивые режимы обозначены черными точками, неустойчивые – серыми.

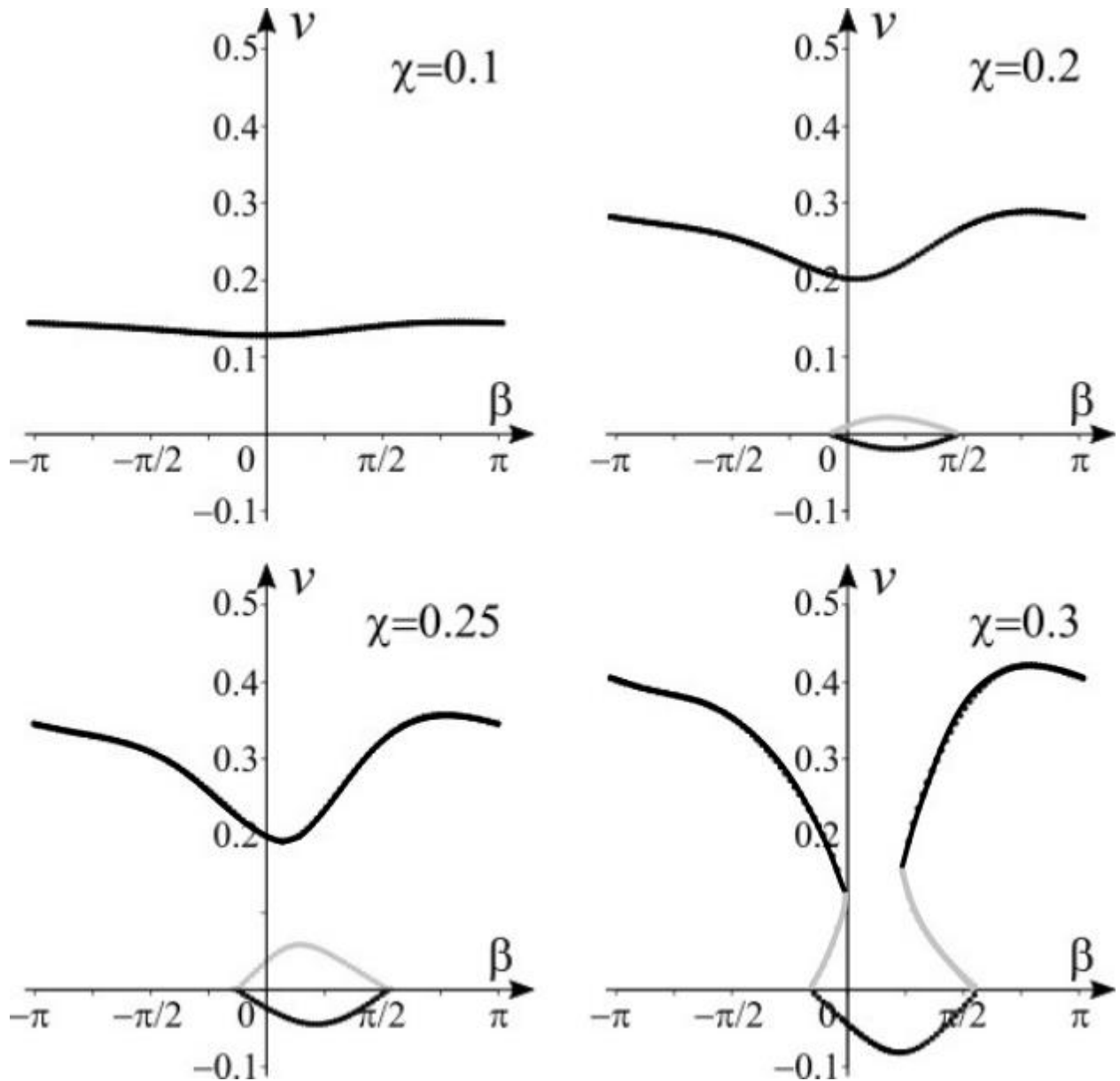


Рис. 28 Стационарные решения в зависимости от направления ветра при разных значениях χ (черные точки – устойчивые режимы, серые – неустойчивые)

Видно, что при небольших значениях χ при любом направлении ветра существует только один режим (устойчивый), на котором тележка движется вдоль оси абсцисс. С увеличением χ появляется диапазон углов β , в котором существует три режима: два устойчивых (с положительной скоростью и с отрицательной скоростью) и разделяющий их неустойчивый. Отметим, что в этом диапазоне при старте с места тележка начинает двигаться в

«отрицательном» направлении (влево на Рис. 27). Тем не менее, если придать ей некоторую начальную скорость, то она выйдет на режим движения с положительной скоростью.

При еще больших значениях коэффициента передачи появляется диапазон углов β , в котором существует только режим движения в отрицательном направлении (устойчивый).

3.4 Установившиеся движения системы

Вообще говоря, траектории системы (25) могут существенно отличаться от траекторий исходной системы (24) в области небольших угловых скоростей, в частности, в процессе разгона тележки из состояния покоя. В этом случае может оказаться необходимо учитывать зависимость аэродинамических характеристик от угла поворота ротора. Это проиллюстрировано в этом разделе.

Отметим, прежде всего, что в системе (24) режимы движения с постоянной скоростью, отличной от нуля, отсутствуют, а на установившихся движениях угловая скорость ротора (и, соответственно, скорость тележки) колеблется около некоторого среднего значения.

На Рис. 29 представлены зависимости скорости тележки от времени в случае $\chi = 0.2$, $\beta = \pi/4$, полученные численным интегрированием систем (24) и (25) при разных начальных условиях. Безразмерный эффективный момент инерции I принят равным 10.

Пунктирными линиями показаны зависимости, полученные в результате интегрирования уравнения (25), т.е. без учета зависимости от угла φ . Сплошными черными линиями показаны зависимости, полученные при интегрировании уравнения (24). Наконец, серые линии обозначают значения скорости на притягивающих стационарных режимах, полученные из (25).

Видно, что при некоторых начальных условиях (Рис. 29 а, б) установившийся режим в полной системе близок к стационарному движению, полученному без учета этой зависимости. Тем не менее, процесс выхода на установившийся режим существенно отличается. Кроме того, в случае

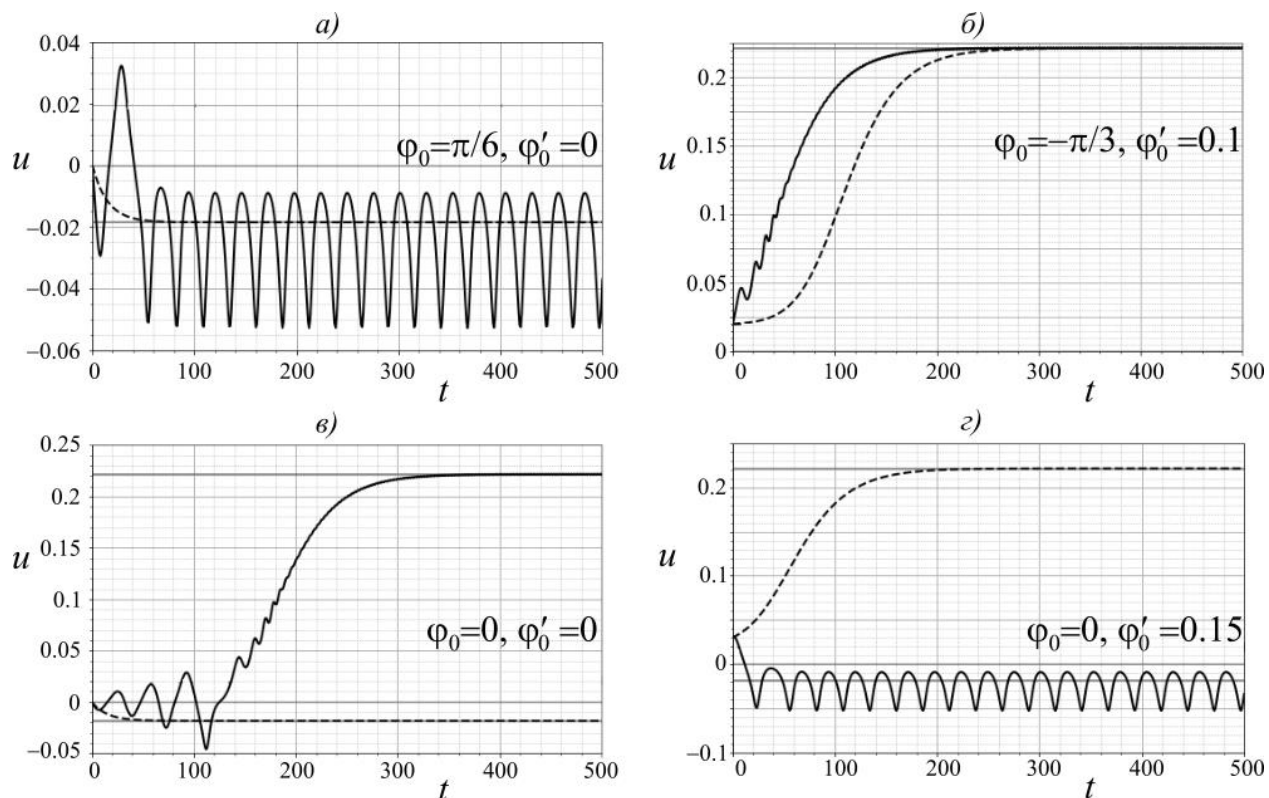


Рис. 29 Влияние зависимости аэродинамических коэффициентов от φ на скорость тележки;
 сплошные линии – расчет в соответствии с (24),
 пунктирные линии – расчет в соответствии с (25),
 серые линии – нетривиальные стационарные значения скорости тележки, полученные из (25)

«медленного» движения (Рис. 29 а) амплитуда колебаний скорости тележки достаточно велика по сравнению со средним значением скорости. При «быстром» движении, как и следовало ожидать, амплитуда колебаний скорости на установившемся движении в силу уравнения (24) мала, и эта средняя скорость практически совпадает с соответствующим стационарным значением, полученным из (25).

В то же время, существуют начальные условия, для которых установившийся режим в силу полных уравнений существенно отличается от режима, получаемого при интегрировании усредненного уравнения (25) (Рис. 29 в, г).

Таким образом, учет зависимости от угла поворота ротора необходим при описании переходных процессов в динамике тележки.

Вообще говоря, в (24) могут существовать и другие режимы, например, колебательные. Этот вопрос требует дополнительного изучения.

3.5 Нарушение условий контакта колес тележки с опорной плоскостью

До сих пор движение тележки рассматривалось в предположении, что все колеса остаются в контакте с опорной плоскостью и не проскальзывают. Тем не менее, в ситуации, когда коэффициент трения в системе между опорной плоскостью и колесами тележки конечен, а центр масс и центр давления находится на некоторой высоте над опорной плоскостью, условия контакта могут нарушаться: нормальная реакция в точках касания колес с плоскостью качения может обратиться в ноль (в результате тележка может начать опрокидываться) или может начаться проскальзывание одного или нескольких колес.

Рассматриваемая система состоит из пяти твердых тел: ротора Савониуса, платформы и трех колес платформы. На Рис. 30 изображены реакции и силы, действующие на систему в трех проекциях, а также описаны все используемые обозначения. Чтобы несколько упростить уравнения,

G - ц.м. колесной платформы с возможным грузом
 G' - ц.м. ротора Савониуса
 E - точка крепления ротора Савониуса к платформе
 P_B - точка контакта переднего колеса с поверхностью качения
 $P_A(C)$ - точки контакта задних колес с поверхностью качения
 S - точка приложения аэродинамических сил и момента

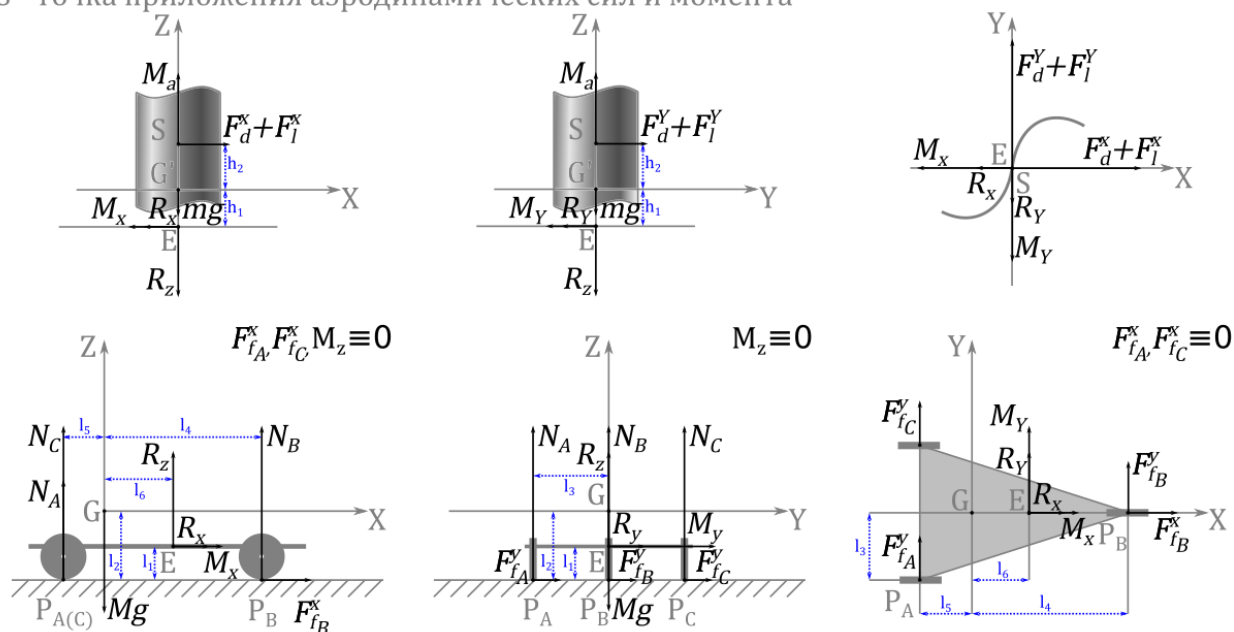


Рис. 30 Схема реакций и сил, действующих на ротор Савониуса, платформу и колеса платформы

считаем дополнительно, что колеса тележки невесомые (следовательно, $F_{fA(C)}^X \equiv 0$), сама платформа и колеса тонкие (аэродинамические силы действуют только на лопасти ротора), а ведущее колесо свободно вращается относительно тележки ($M_z \equiv 0$).

Примем следующие обозначения:

- M – масса платформы с возможным грузом,
- m – масса ротора,
- J – момент инерции ротора,
- ω – угловая скорость вращения ротора,
- n – передаточное число редуктора, соединяющего вал ротора и ведущее колесо тележки,
- r – радиус колес тележки,
- u – абсолютная скорость движения всей системы с ротором,
- l_1 – расстояние до центра масс G колесной тележки с возможным грузом от плоскости платформы,
- l_2 – расстояние до центра масс G колесной тележки с возможным грузом от опорной плоскости,
- l_3 – половина расстояния между задними колесами тележки,
- l_4 – расстояние между центром масс G колесной тележки с возможным грузом до переднего колеса B по горизонтали,
- l_5 – расстояние между центром масс G колесной тележки с возможным грузом до общей оси задних колес A и C по горизонтали,
- l_6 – расстояние между центром масс G колесной тележки с возможным грузом до точки E крепления ротора Савониуса к платформе по горизонтали,
- h_1 – расстояние до центра масс G' ротора Савониуса от плоскости платформы,
- h_2 – расстояние до точки S приложения аэродинамических сил и момента от центра масс G' ротора Савониуса.

Для поиска реакций связей выпишем уравнения движения с использованием общих теорем динамики. По теореме о движении центра масс системы и по теореме об изменении кинетического момента для платформы имеем шесть уравнений в проекциях на оси системы координат $OXYZ$, изображенные на Рис. 30:

$$\begin{aligned}
 M\dot{u} &= F_{f_B}^X + R_X \\
 0 &= (F_{f_A}^Y + F_{f_C}^Y) + F_{f_B}^Y + R_Y \\
 0 &= -Mg + R_Z + N_A + N_B + N_C \\
 0 &= R_Y l_1 + M_X + F_{f_B}^Y l_2 + (F_{f_A}^Y + F_{f_C}^Y) l_2 - N_A l_3 + N_C l_3 \\
 0 &= -R_X l_1 + M_Y - F_{f_B}^X l_2 - N_B l_4 + N_A l_5 + N_C l_5 + mgl_6 \\
 0 &= R_Y l_6 + F_{f_B}^Y l_4 - (F_{f_A}^Y + F_{f_C}^Y) l_5
 \end{aligned} \tag{26}$$

Аналогично, получаем шесть уравнений для ротора Савониуса:

$$\begin{aligned}
 m\dot{u} &= -R_X + F_d^X + F_l^X \\
 0 &= -R_Y + F_d^Y + F_l^Y \\
 0 &= -mg - R_Z \\
 0 &= -R_Y h_1 - M_X - F_d^Y h_2 - F_l^Y h_2 \\
 0 &= R_X h_1 - M_Y + F_d^X h_2 + F_l^X h_2 \\
 J\dot{\omega} &= M_a - nrF_{f_B}^X
 \end{aligned} \tag{27}$$

Используя (22), а также первое и шестое равенство в формуле (27), получим:

$$J[F_d^X + F_l^X - R_X] = mnr(M_a - nrF_{f_B}^X) \tag{28}$$

Выражение (22), а также равенство первое в формуле (26) и последнее в (27) дает:

$$J[F_{f_B}^X + R_X] = Mnr(M_a - nrF_{f_B}^X) \tag{29}$$

Таким образом, пять формул 2-6 из (26), четыре формулы 2-5 из (27), а также (28) и (29) представляют собой систему одиннадцати линейных уравнений, которые можно разрешить относительно одиннадцати неизвестных:

$$R_X = \frac{1}{\tilde{J}} [F_a^X \tilde{J} - M_a mnr],$$

$$R_Y = F_a^Y,$$

$$R_Z = -mg,$$

$$M_X = -F_a^Y h,$$

$$M_Y = \frac{1}{\tilde{f}} [F_a^X (h\tilde{f} + h_2 mn^2 r^2) - M_a h_1 mnr],$$

$$N_A = \frac{1}{2l_3 l \tilde{f}} [-F_a^X l_3 [(h - l_1)\tilde{f} + J l_2 + h_2 mn^2 r^2] - F_a^Y \tilde{f} l (h - l_1 + l_2) + l_3 g (l_4 (m + M) - l_6 m) \tilde{f} + M_a l_3 nr (M l_2 + m (h_1 - l_1 + l_2))],$$

$$N_B = \frac{1}{l \tilde{f}} [F_a^X [(h - l_1)\tilde{f} + J l_2 + h_2 mn^2 r^2] + g (l_5 (m + M) + l_6 m) \tilde{f} - M_a nr (M l_2 + m (h_1 - l_1 + l_2))],$$

$$N_C = \frac{1}{2l_3 l \tilde{f}} [-F_a^X l_3 [(h - l_1)\tilde{f} + J l_2 + h_2 mn^2 r^2] + F_a^Y \tilde{f} l (h - l_1 + l_2) + l_3 g (l_4 (m + M) - l_6 m) \tilde{f} + M_a l_3 nr (M l_2 + m (h_1 - l_1 + l_2))],$$

$$F_{fB}^X = \frac{1}{\tilde{f}} [-F_a^X J + M_a nr (m + M)],$$

$$F_{fB}^Y = -F_a^Y \frac{l_5 + l_6}{l},$$

$$F_{fA}^Y + F_{fC}^Y = F_a^Y \frac{l_6 - l_4}{l},$$

где использованы следующие обозначения:

$$\tilde{f} = J + (m + M) n^2 r^2,$$

$$F_a^X = F_d^X + F_l^X,$$

$$F_a^Y = F_d^Y + F_l^Y,$$

$$h = h_1 + h_2,$$

$$l = l_4 + l_5.$$

При $N_{A/B/C} \geq 0$ соответствующее колесо катится без отрыва по поверхности качения, а при

$$\sqrt{F_{f_B}^X{}^2 + F_{f_B}^Y{}^2} < \mu N_B, \quad (30)$$

$$F_{f_A}^Y + F_{f_C}^Y < \mu(N_A + N_C)$$

– отсутствует проскальзывание. Здесь μ – коэффициент сухого трения.

На стационарном режиме ($\dot{u} = \dot{\omega} \equiv 0$, возможен в усредненной по углу поворота ротора системе) имеем связь между проекцией аэродинамических сил на ось OX и аэродинамического момента (из первого уравнения формулы (26) или первого или последнего уравнений из (27)):

$$M_a = -nrF_a^X \quad (31)$$

Тогда, используя (31), условия отсутствия опрокидывания можно записать в виде ограничений на проекции аэродинамических сил на соответствующие оси:

$$F_a^X \geq -\frac{g(l_5(m+M) + l_6m)}{h - l_1 + l_2}, \quad (32)$$

$$F_a^X l_3 \pm F_a^Y l \leq \frac{gl_3(l_4(m+M) - l_6m)}{h - l_1 + l_2}.$$

Заметим, что в случае лобового ветра (при $\beta = 0$), проекция силы лобового сопротивления на ось OX будет отрицательной и при увеличении скорости ветра, начиная с некоторого критического значения, первое условие в (32) перестанет выполняться, что приведет к опрокидыванию тележки через задние колеса.

Вообще говоря, формулы (30) также должны быть переписаны в виде соотношений на аэродинамические силы и момент с использованием найденных сил и моментов реакций связей и сил трения. В работе полученные выражения не приводятся, чтобы излишне не загромождать изложение.

Найдем границу областей, где нарушаются условия контакта (30) и (32) при разных значениях размерной скорости потока ветра V и его направления

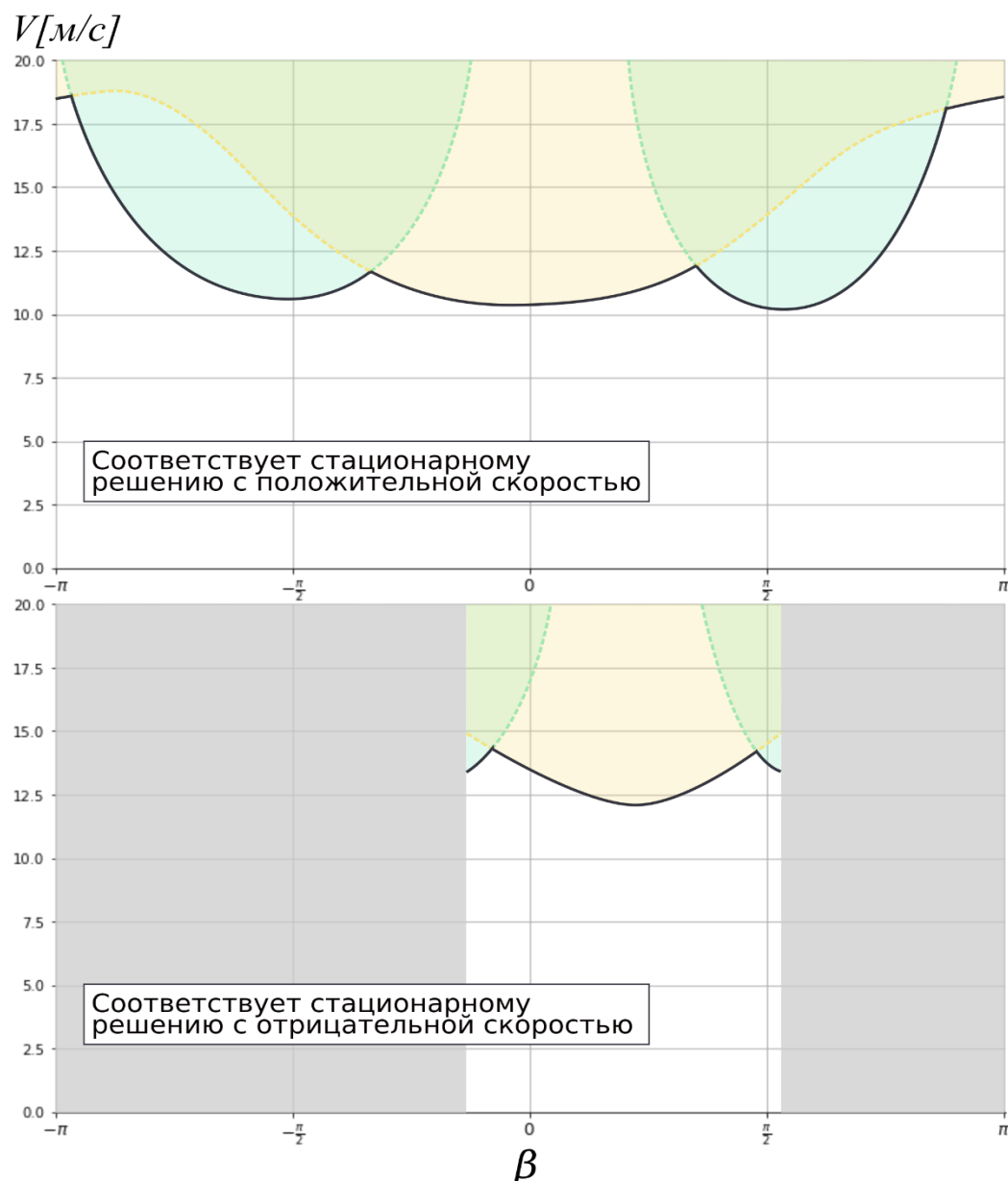


Рис. 31 Области реализуемости устойчивых установившихся режимов при $\chi = 0.25$.
Верхний график соответствует режиму с положительной скоростью движения системы,
нижний – с отрицательной.
Серым цветом выделена область, где соответствующий режим отсутствует.
Сплошная черная линия показывает границу области, где не нарушаются условия контакта и где тележка уже
начнет переворачиваться или скользить.

β . В расчётах будем считать μ равным 0.5, что соответствует трению шин по сухому асфальту. Другие параметры системы подберем таким образом, чтобы безразмерная величина $\chi = \frac{nr}{R}$ (где R – радиус ротора) была равна 0.25. Для взятого значения параметра χ при любом направлении ветра существует режим движения с положительной скоростью (см. Рис. 28). Кроме того, существует диапазон углов β , при которых реализуется режим движения против оси OX , т.е. с относительно небольшой отрицательной скоростью.

На Рис. 31 показаны области реализуемости стационарных решений рассматриваемой системы при выбранных значениях параметров и при изменении направления и величины скорости потока V . Верхний график на Рис. 31 относится к режиму с положительной скоростью, нижний – к режиму с отрицательной. Для последнего область, где стационарного решения не существует, закрашена серым цветом. Желтым закрашена область, в которой переднее колесо тележки начинает проскальзывать, зеленым – область, в которой нарушается условие отсутствия опрокидывания на одном из задних колес тележки. Условие отсутствия опрокидывания на переднем колесе, а также условия отсутствия проскальзывания задних колес нарушаются при заметно больших скоростях ветра, и их границы на Рис. 31 не показаны.

Анализ графиков показывает, что при в широком диапазоне углов β (включая $\beta = 0$, т.е. случай лобового ветра) с увеличением скорости потока V переднее колесо тележки начинает проскальзывать. Нетрудно показать, что при строго лобовом ветре скорость тележки на стационарном режиме находится по следующей формуле:

$$u^* = \frac{\chi\Omega^*}{1 - \chi\Omega^*} V$$

Критическое значение скорости набегающего потока, при котором начинается проскальзывание колес, имеет вид:

$$\hat{V} = (1 - \chi\Omega^*) \sqrt{\frac{2\mu(m + M)g}{\rho S C_d}}$$

При дальнейшем увеличении ветра и достижении им величины $\hat{V} = \sqrt{2\mu(m + M)g(\rho S C_d)^{-1}}$ абсолютная скорость тележки поменяет знак. Другим словами, ее начнет сносить потоком (подробнее случай лобового сопротивления разбирается в работе [78]).

При боковом ветре тележка начнет опрокидываться еще до того, как могло бы начаться проскальзывание колес. В узком диапазоне углов β (включая $\beta = \pm\pi$, т.е. случай попутного ветра) снова сначала нарушается условие отсутствия проскальзывания переднего колеса.

Таким образом, модель работает корректно в области под сплошной черной линией на Рис. 31, где выполнены все условия контакта колес с поверхностью. При выбранных значениях параметров системы и увеличении скорости ветра в зависимости от его направления реализуются только два сценария нарушения условий контакта: боковое опрокидывание тележки или проскальзывание переднего колеса.

3.6 Заключение третьей главы

В Главе 3 на основе ранее предложенного в Главе 1 подхода к описанию аэродинамического воздействия потока на ротор Савониуса разработана математическая модель колесной платформы, в качестве привода которой выступает ротор рассматриваемого типа.

Исследовано прямолинейное движение такой системы без проскальзывания и опрокидывания при условии, что направление ветра составляет некоторый постоянный угол к прямой, вдоль которой происходит движение. Проанализировано влияние направления скорости потока на стационарные решения усредненной по углу поворота ротора системы. Продемонстрировано, что количество притягивающих режимов движения зависит от направления скорости ветра и геометрических параметров системы. В частности, при некоторых значениях параметров системы существуют два притягивающих установившихся режима, соответствующих движению тележки в противоположные стороны. Получены условия нарушения контакта колес тележки с опорной плоскостью на стационарных режимах.

Изучено влияние зависимости аэродинамических коэффициентов от ориентации ротора в потоке на скорость тележки на установившемся режиме при старте из разных начальных условий. Показана необходимость учета

зависимости аэродинамического воздействия на тело в потоке от угла его поворота при исследовании переходных процессов, в том числе процессов, происходящих при относительно малой скорости вращения ротора.

Заключение

В диссертационной работе предлагается феноменологический подход для описания влияния потока среды на движущийся в нем ротор Савониуса. Для классического одноуровневого двухлопастного ротора Савониуса предложены аппроксимационные формулы, описывающие его аэродинамические характеристики, в виде усеченного ряда Фурье по углу поворота ротора, причем коэффициенты данного разложения являются дробно-рациональными функциями безразмерной скорости вращения ротора. Такое представление позволило учесть влияние не только скорости вращения ротора, но и его ориентации относительно потока в каждый момент времени в некотором приближении. Параметры модели определялись экспериментально. Для этого был изготовлен макет ротора рассматриваемого типа. С помощью технической базы НИИ механики МГУ была проведена серия экспериментов с лабораторным макетом. В результате обработки данных экспериментов получено, что основной вклад в аэродинамическую нагрузку, испытываемую ротором, помещенным в поток среды, вносят нулевая и вторая гармоники разложения. Отмечена необходимость учета влияния угла поворота ротора на его аэродинамику при небольших угловых скоростях.

Разработанная модель аэродинамического воздействия потока среды на ротор применена для анализа динамики систем с ротором Савониуса: ветроэлектростанции, в которой ротор выступает ветроприемным элементом, и колесной тележки с ротором в качестве двигателя.

Для ветроэнергетической установки с классическим ротором Савониуса исследованы положения равновесия. Получены достаточные условия их асимптотической устойчивости. В частности, существуют роторы, аэродинамический момент которых такой, что одно из равновесий асимптотически устойчиво независимо от других параметров системы (в том числе от скорости потока и сопротивления в цепи генератора). Для таких роторов доказано, что уменьшение нагрузки в цепи электрогенератора

приводит к сужению области притяжения этого положения равновесия в пространстве начальных условий по углу и угловой скорости. При этом увеличение скорости набегающего потока приводит к тому, что указанная область притяжения сужается по углу, но растягивается по угловой скорости.

Рассмотрен случай, когда слагаемые в аэродинамическом моменте, зависящие от угла поворота ротора, малы по сравнению со слагаемым, зависящим только от угловой скорости (такая ситуация имеет место, в частности, вблизи рабочего режима с большой угловой скоростью или при достаточно большом числе лопастей). Получены условия асимптотической устойчивости неподвижной точки соответствующей порождающей системы. При их выполнении такой точке отвечает рабочий режим установки. Проведено моделирование динамики порождающей и полной системы. Проанализировано влияние порывов ветра, показано, что при определенных условиях временное уменьшение скорости ветра может приводить к остановке ротора.

Рассмотрена динамика трехколесной тележки с ротором Савониуса, используемого в качестве механического привода, которая осуществляет движение вдоль неподвижной горизонтальной прямой без возможности проскальзывания колес и опрокидывания. Вся система находится под действием стационарного потока ветра. Скорость ветра горизонтальна и составляет некоторый фиксированный угол с прямой, вдоль которой допускается движение тележки. Исследованы установившиеся движения системы в зависимости от направления скорости ветра и геометрических параметров. В частности, найдены диапазоны значений параметров системы, при которых существуют два притягивающих установившихся режима, соответствующих движению тележки в противоположные стороны. Изучены сценарии нарушения условий контакта при увеличении скорости ветра. В частности, показано, что при некоторых значениях параметров системы увеличение скорости ветра приводит либо к боковому опрокидыванию

тележки (соответствует обращению в ноль нормальной реакции на одном из задних колес), либо к проскальзыванию переднего колеса.

Среди возможных направлений дальнейшего исследования можно выделить следующие: проведение целенаправленных экспериментов для верификации полученных аналитических и численных результатов для ветроэнергетической установки и колесной системы; анализ динамики ветроэнергетической установки, к цепи генератора которой подключен аккумулятор; исследование движения колесной тележки на плоскости.

Список литературы

- [1] Cuevas-Carvajala N., Cortes-Ramirez J.S., Julian A. Norato, Hernandez C., Montoya-Vallejo M.F., "Effect of geometrical parameters on the performance of conventional Savonius VAWT: A review," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 161, no. 3, p. 112314, 2022.
- [2] Roy S., Saha U.K., "Review on the numerical investigations into design and development of Savonius wind rotors," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 24, pp. 73-83, 2013.
- [3] Mercado-Colmenero J.M., Rubio-Paramio M.A., Guerrero-Villar F. , Martin-Doñate C., "A numerical and experimental study of a new Savonius wind rotor adaptation based on product design requirements," *Energy Conversion and Management*, vol. 158, pp. 210-234, 2018.
- [4] Roy S., Ducoin A., "Unsteady analysis on the instantaneous forces and moment arms acting on a novel Savonius-style wind turbine," *Energy Conversion and Management*, vol. 121, pp. 281-296, 2016.
- [5] Владимирова Н.А., «Расчет аэродинамических характеристик винта вертолета на режиме висения и профилей в нестационарном потоке,» *Ученые записки ЦАГИ*, т. 46, № 1, pp. 18-29, 2015.
- [6] Тогуняц А.Р., Вишневский Л.И., Красавцев В.Е., «Выбор формы лопасти гребного винта как средства решения гидродинамических задач,» *Морской вестник*, т. 3, pp. 101-105, 2009.
- [7] Локшин Б.Я., Самсонов В.А., *Задача о движении тела в сопротивляющейся среде. Качественный анализ*, Москва: Изд-во Московского университета, 2012, p. 237.
- [8] Досаев М.З., Кобрин А.И., Локшин Б.Я., Самсонов В.А., Селюцкий Ю.Д., *Конструктивная теория МВЭУ*, Москва: Изд-во Московского университета, 2007, pp. 76 с., 88 с..
- [9] Самсонов В.А., Селюцкий Ю.Д., «Математическая модель поведения малых ветровых электростанций,» *Математическое моделирование*, т. 27, № 2, pp. 85-95, 2015.

- [10] Селюцкий Ю.Д., «О динамике малых ветроэнергетических установок,» Математическое моделирование, т. 30, № 1, pp. 31-39, 2018.
- [11] Klimina L., Dosaev M., Selyutskiy Yu. , "Asymptotic analysis of the mathematical model of a wind-powered vehicle," Applied Mathematical Modelling, vol. 46, pp. 691-697, 2017.
- [12] Привалов В.А., Привалова О.Г., Самсонов В.А., Динамика бумеранга, Москва: Издательство Московского университета, 2002, p. 57.
- [13] Локшин Б.Я., Привалова О.Г., Самсонов В.А., К динамике ротошюта, Москва: Издательство Московского университета, 2018, p. 63.
- [14] Selyutskiy Yu.D., Samsonov V.A., Andronov P.R., «Oscillations of aerodynamic pendulum,» International Journal of Structural Stability and Dynamics, т. 13, № 7, pp. 1340010-1-1340010-7, 2013.
- [15] Li Q.A., Maeda T., Kamada Y., Murata J., Furukawa K., Yamamoto M. , «The influence of flow field and aerodynamic forces on a straight-bladed vertical axis wind turbine,» Energy, т. 111, pp. 260-271, 2016.
- [16] Klimina L., Shalimova E., Dosaev M., Lokshin B., Samsonov V., "Two-Frequency Averaging in the Problem of Motion of a Counter-Rotating Vertical Axis Wind Turbine," Dynamical Systems in Theoretical Perspective. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, pp. 183-192, 2018.
- [17] Savonius S.J., "The S-rotor and its application," Mechanical Engineering, vol. 5, pp. 333-338, 1931.
- [18] Горелов Д.Н., Аэродинамика ветроколес с вертикальной осью вращения, О. ф. и. м. и. С. Соболева, Ред., Омск: Полиграфический центр КАН, 2012, p. 68.
- [19] Alanne K., Saari A., "Distributed energy generation and sustainable development," Renewable and Sustainable Energy Reviews, vol. 10, no. 6, p. 539–558, 2006.
- [20] Menet J.-L., Valdès L.-C., Ménart B., "A comparative calculation of the wind turbines capacities on the basis of the L- σ criterion," Renewable Energy, vol. 22, pp. 491-506, 2001.

- [21] Menet J.-L., "A double-step Savonius rotor for local production of electricity: a design study," *Renewable Energy*, vol. 29, pp. 1843-1862, 2004.
- [22] Kamoji M.A., Kedare S.B., Prabhu S.V., "Experimental investigations on single stage, two stage and three stage conventional Savonius rotor," *International Journal of Energy Research*, vol. 32, no. 10, pp. 877-895, 2008.
- [23] Hayashi T., Li Y., Hara Y., "Wind tunnel tests on a different phase three-stage Savonius rotor," *JSME International Journal*, vol. 48, no. 1, pp. 9-16, 2005.
- [24] Белоцерковский С. М., «О коэффициентах вращательных производных,» *Труды ЦАГИ*, № 725, 1958.
- [25] Самсонов В.А., Селюцкий Ю.Д., «О колебаниях пластины в потоке сопротивляющейся среды,» *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела*, т. 4, pp. 24-31, 2004.
- [26] Локшин Б.Я., Самсонов В.А., «Особенности движения тела-вертушки,» *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела*, № 1, pp. 64-73, 2018.
- [27] Joo S., Choi H., Lee J., "Aerodynamic characteristics of two-bladed H-Darrieus at various solidities and rotating speeds," *Energy*, no. 90, pp. 439-451, 2015.
- [28] Hau E., *Wind Turbines: Fundamentals, Technologies, Application, Economics*, 2 ed., Springer, 2006.
- [29] Altintas K., Turk T., Vayvay O., "Renewable energy for a sustainable future," *Marmar Journal of Pure and Applied Science*, no. Special Issue-1, pp. 7-13, 2016.
- [30] Guanaa M., Øye S., Mikkelsen R.F., "Theory and design of flow driven vehicles using rotors for energy conversion," In *EWEC 2009 Proceedings online*, 2009.
- [31] Lysenko G.P., Grigoriev B.V., Karpin K.B., "Wind motor applications for transportation," *IECEC 96. Proceedings of the 31st Intersociety Energy Conversion Engineering Conference*, vol. 3, pp. 1783-1785, 1996.

- [32] Kamoji M., Kedare S., Prabhu S., "Experimental investigations on two and three stage modified Savonius rotor," *Wind Eng*, vol. 35, no. 4, pp. 483-509, 2011.
- [33] Kamoji M.A., Kedare S.B., Prabhu S.V., "Experimental investigations on single stage modified Savonius rotor," *Appl Energy*, vol. 86, no. 7, pp. 1064-1073, 2009.
- [34] Ushiyama I., Nagai H., Shinoda J., "Experimentally Determining the Optimum Design Configuration for Savonius Rotors," *Bulletin of JSME*, vol. 29, no. 258, p. 4130–4138, 1986.
- [35] Mahmouda N.H., El-Harouna A.A., Wahbaa E., Nasefb M.H., "An experimental study on improvement of Savonius rotor performance," *Alexandria Engineering Journal*, vol. 51, no. 1, pp. 19-25, 2012.
- [36] Ushiyama I., Nagai H., "Optimum Design Configurations and Performance of Savonius Rotors," *Wind Engineering*, vol. 12, no. 1, pp. 59-75, 1988.
- [37] Kamoji M. A., Kedare S. B., Prabhu S. V., "Performance tests on helical Savonius rotors," *Renewable Energy*, vol. 34, no. 3, p. 521–529, 2009.
- [38] Alexander A.J., Holownia B.P., "Wind tunnel tests on a Savonius rotor," *Journal of Industrial Aerodynamics*, vol. 3, no. 4, pp. 343-351, 1978.
- [39] Grinspan A.S., Suresh Kumar P., Saha U.K. , Mahanta P., "Performance of Savonious wind turbine rotor with twisted bamboo blades," *Proceedings of 19th Canadian Congress of Applied Mechanics*, vol. 2, pp. 412-413, 2003.
- [40] Damak A., Driss Z., Abid M. S., "Experimental investigation of helical Savonius rotor with a twist of 180° ," *Renewable Energy*, vol. 52, p. 136–142, 2013.
- [41] Zhao Z., Zheng Y., Xu X., Liu W., Hu G., "Research on the improvement of the performance of Savonius rotor based on numerical study," pp. 1-6, 2009.
- [42] Akwa J. V., Alves da Silva Júnior G., Petry A. P., "Discussion on the verification of the overlap ratio influence on performance coefficients of a Savonius wind rotor using computational fluid dynamics," *Renewable Energy*, vol. 38(1), p. 141–149, 2012.

- [43] Fujisawa N., "Velocity measurements and numerical calculations of flow fields in and around Savonius rotors," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 59, no. 1, p. 39–50, 1996.
- [44] Saha U.K., Thotla S., Maity D., "Optimum design configuration of Savonius rotor through wind tunnel experiments," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 96, pp. 1359-1375, 2008.
- [45] Aldos T.K., "Savonius Rotor Using Swinging Blades as an Augmentation System," *Wind Engineering*, vol. 8, no. 4, pp. 214-220, 1984.
- [46] Roy S., Saha U.K., "Wind tunnel experiments of a newly developed two-bladed Savonius-style wind turbine," *Applied Energy Reviews*, vol. 137, pp. 117-125, 2015.
- [47] Ogawa T., Tahara K., Suzuki N., "Wind tunnel performance data of the Savonius rotor with circular guide vanes," *Bulletin of JSME*, vol. 29, no. 253, pp. 2109-2114, 1986.
- [48] Ogawa T., Yoshida H., "The effects of a deflecting plate and rotor end plates on performances of Savonius-type wind turbine," *Bulletin of JSME*, vol. 29, no. 253, pp. 2115-2121, 1986.
- [49] Alom N., Saha U.K., "Performance evaluation of vent-augmented elliptical-bladed Savonius rotors by numerical simulation and wind tunnel experiments," *Energy*, vol. 152, pp. 277-290, 2018.
- [50] Golecha K., Eldho T.I., Prabhu S.V., "Influence of the deflector plate on the performance of modified Savonius water turbine," *Applied Energy*, vol. 88, pp. 3207-3217, 2011.
- [51] Sivasegaram S., "Design parameters affecting the performance of resistance-type vertical-shaft wind – An experimental investigation," *Wind Engineering*, vol. 3, pp. 207-217, 1977.
- [52] Altan B. D., Atilgan M., "An experimental and numerical study on the improvement of the performance of Savonius wind rotor," *Energy Conversion and Management*, vol. 49, no. 12, p. 3425–3432, 2008.

- [53] Fujisawa N., Gotoh F., "Experimental study on the aerodynamic performance of a Savonius rotor," *Journal of Solar Energy Engineering*, vol. 116, no. 3, pp. 148-152, 1994.
- [54] Fujisawa N., "On the torque mechanism of Savonius rotors," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 40, pp. 277-292, 1992.
- [55] Jian C., Kumbarnuss J., Linhua Z., Lin L., Hongxing Y., "Influence of Phase-Shift and Overlap Ratio on Savonius Wind Turbine's Performance," *Journal of Solar Energy Engineering*, vol. 134, no. 1, pp. 011016-1 - 011016-9, 2012.
- [56] Irabu K., Roy J.N., "Characteristics of wind power on Savonius rotor using a guide-box tunnel," *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 32, no. 2, p. 580–586, 2007.
- [57] Chauvin A., Benghrib D., "Drag and lift coefficients evolution of a Savonius rotor," *Experiments in Fluids*, vol. 8, pp. 118-120, 1989.
- [58] Irabu K., Roy J.N., "Study of direct force measurement and characteristics on blades of Savonius rotor at static state," *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 35, pp. 653-659, 2011.
- [59] Jaohindy P., McTavish S., Garde F., Bastide A. , "An analysis of the transient forces acting on Savonius rotors with different aspect ratios," *Renewable Energy*, vol. 55, pp. 286-295, 2013.
- [60] Kassem Y., Çamur H. , "Wind turbine powered car uses 3 single big C-shaped blades," *International Conference on Aeronautical and Manufacturing Engineering (ICAAME'2015)*, pp. 42-45, 2015.
- [61] Фатеев Е.М., *Ветро двигатели и ветроустановки*, Москва: Государственное издательство сельскохозяйственной литературы, 1948, p. 544.
- [62] Фатеев Е.М., *Ветро двигатели и их применение в сельском хозяйстве*, Москва: Гостехиздат, 1957.
- [63] Nasef M.H., El-Askary W.A., AbdEL-hamid A.A. , Gad H.E. , "Evaluation of Savonius rotor performance: static and dynamic studies," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 123, pp. 1-11, 2013.

- [64] Torresi M., De Benedittis F.A., Fortunato B., Camporeale S.M. ,
"Performance and flow field evaluation of a Savonius rotor tested in a wind
tunnel," Energy Procedia, vol. 45, pp. 207-216, 2014.
- [65] D'Alessandro V., Montelpare S., Ricci R., Secchiaroli A. , "Unsteady
aerodynamics of a Savonius wind rotor: a new computational approach for
the simulation of energy performance," Energy, vol. 35, pp. 3349-3363, 2010.
- [66] Torresi M., Fortunada B., Pascazio G., Camporeale S.M., "CFD analysis of a
Savonius rotor in a confined test section and in open field," Proceedings of
ASME Turbo Expo 2011, Vols. GT2011-45877, pp. 799-809, 2012.
- [67] Jaohindy P., Ennamiri H., Garde F., Bastide A. , "Numerical investigation of
airflow through a Savonius rotor," Wind Energy, vol. 17, pp. 853-868, 2014.
- [68] Ferrari G., Federici D., Inzoli P., Mereu R. , "CFD study of Savonius wind
turbine: 3D model validation and parametric analysis," Renewable Energy,
vol. 105, pp. 722-734, 2017.
- [69] Akwa J.V., Vielmo H.A., Petry A.P., "A review on the performance of
Savonius wind turbines," Renewable and Sustainable Energy Reviews, vol.
16, pp. 3054-3064, 2012.
- [70] Gavalda Jna., Massons J., Diaz F., "Drag and Lift Coefficients of the
Savonius Wind Machine," Wind Engineering, vol. 15, no. 5, pp. 240-246,
1991.
- [71] Мартыненко Ю.Г., Аналитическая динамика электромеханических
систем, Москва: МЭИ, 1984, p. 64.
- [72] Маркин Д.Р., Введение в теорию устойчивости движения, Москва:
Наука, 1971, p. 312.
- [73] Карапетян А.В., Устойчивость и бифуркация движений, Москва:
Издательство Московского университета, 2020, p. 188.
- [74] Кузьмина Р.П., Асимптотические методы для обыкновенных
дифференциальных уравнений, Москва: Едиториал УРСС, 2003, p. 336.

- [75] Влахова А.В., Математические модели движения колесных аппаратов, Москва-Ижевск: АНО "Ижевский институт компьютерных исследований", 2014, р. 148.
- [76] Новожилов И.В., Фракционный анализ, Москва: МГУ, 1991, р. 191.
- [77] Баутин Н.Н., Леонтович Е.А., Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости, Москва: Наука, 1990, р. 486.
- [78] Selyutskiy Y. D., Klimina L. A., Masterova A. A., Hwang S. S., Lin C. H. , "Savonius rotor as a part of complex systems," Journal of Sound and Vibration, 2018.
- [79] Sheldahl R.E., Blackwell B.F., Feltz L.V., "Wind tunnel performance data for two- and three-bucket Savonius rotors," AIAA Journal of Energy, vol. 2, no. 3, pp. 160-164, 1978.
- [80] Dobrev I., Massouh F., "CFD and PIV investigation of unsteady flow through Savonius wind turbine," Energy Procedia, vol. 6, pp. 711-720, 2011.
- [81] Danao L.A., Eboibi O., Howell R. , "An experimental investigation into the influence of unsteady wind on the performance of a vertical axis wind turbine," Applied Energy, vol. 107, pp. 403-411, 2013.
- [82] Kang C., Liu H. , Yang X. , "Review of fluid dynamics aspects of Savonius-rotor-based vertical-axis wind rotors," Renewable and Sustainable Energy Reviews, vol. 33, pp. 499-508, 2013.
- [83] Dosaev M., Ishkhanyan M., Klimina L., Privalova O., Selyutskiy Yu., "Wind car driven by the Magnus Force," Robot Design, Dynamics and Control, vol. 584, pp. 189-195, 2018.
- [84] Dosaev M., Klimina L., Selyutskiy Yu., "A vehicle driven upwind by the horizontal axis wind turbine," EuCoMes 2018. Proceedings of the 7th European Conference on Mechanism Science (International Conference), vol. 59, pp. 155-161, 2019.
- [85] Khan M.H., "Model and prototype performance characteristics of Savonius rotor windmill," Wind Engineering, vol. 2, no. 2, pp. 75-85, 1978.

- [86] Мастерова А.А., «Эмпирический подход к описанию воздействия потока на ротор Савониуса,» в Труды конференции-конкурса молодых ученых 21-25 октября 2019 г., Москва, 2020.
- [87] Мастерова А.А., Селюцкий Ю.Д., Zubkov A.F., Garziera R., «Об эмпирической модели воздействия потока на ротор Савониуса,» в Устойчивость и колебания нелинейных систем управления: Материалы XV Международной конференции (3 – 5 июня 2020 г., Москва), Москва, 2020.
- [88] Masterova A., Selyutskiy Yu, Zubkov A., Garziera R., «On Empirical Model of Aerodynamic Torque Acting on Savonius Rotor,» в Proceedings of 2020 15th International Conference on Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference) (STAB), Piscataway, NJ, United States, 2020.
- [89] Dosaev M., Klimina L., Masterova A., Samsonov V., Selyutskiy Y., "Counter-Rotating Savonius Wind Turbine," in New Trends in Mechanism and Machine Science. EuCoMeS 2020. (Proceedings of the International conference EUCOMES 2020) Mechanisms and Machine Science, 2020.
- [90] Мастерова А.А., «Моделирование динамики малогабаритной ветроэнергетической установки на базе ротора Савониуса,» в ТРУДЫ конференции-конкурса молодых ученых 11-13 октября 2017 г, 2018.
- [91] Klimina L., Masterova A., Selyutskiy Yu., Hwang S.S., Lin C.H., "On dynamics of a Savonius rotor-based wind power generator," in Proceedings of 14th Conference on Dynamical Systems: Theory and Applications (DSTA 2017), Mathematical and Numerical Aspects of Dynamical System Analysis, Lodz, Poland, 2017.
- [92] Мастерова А.А., Селюцкий Ю.Д., «Динамика ветроэнергетической установки на базе ротора Савониуса,» в Аналитическая механика, устойчивость и управление. Труды XI Международной Четаевской конференции, Казань, 2017.
- [93] Климина Л.А., Мастерова А.А., Самсонов В.А., Селюцкий Ю.Д., «Численно-аналитический метод поиска авторотаций механической системы с двумя вращательными степенями свободы,» Известия

Российской академии наук. Механика твердого тела, т. 3, pp. 128-142, 2021.

- [94] Klimina L.A., Masterova A.A., Samsonov V.A., Selyutskiy Yu. D., "Numerical–Analytical Method for Searching for the Autorotations of a Mechanical System with Two Rotational Degrees of Freedom," *Mechanics of Solids*, vol. 56, no. 3, pp. 392-403, 2021.
- [95] Голуб А.П., Зубков А.Ф., Мастерова А.А., Селюцкий Ю.Д. , «Динамика колесной тележки, приводимой в движение ротором Савониуса,» *Мехатроника. Автоматизация. Управление.*, т. 22, № 5, pp. 254-261, 2021.
- [96] Dosaev M., Ishkhanyan M., Klimina L., Masterova A., Selyutskiy Yu., "A Wheeled Vehicle Driven by a Savonius–Magnus Wind Turbine," in *ROMANSY 23 - Robot Design, Dynamics and Control. International Centre for Mechanical Sciences (Courses and Lectures) (Proceedings of the International Conference ROMANSY 2020)* , 2021.
- [97] Мастерова А.А., «Моделирование динамики колесной тележки, приводимой в движение с помощью ротора Савониуса,» в *Труды конференции-конкурса молодых ученых 15-17 октября 2018 г, Москва*, 2019.
- [98] Мастерова А.А., Селюцкий Ю.Д., Garziera R., «О динамике колесной тележки, приводимой в движение с помощью ротора Савониуса,» в *Устойчивость и колебания нелинейных систем управления: Материалы XIV Международной научной конференции (30 мая – 1 июня 2018 г., Москва)* , Москва, 2018.