Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский авиационный институт»
Национальный исследовательский университет

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана»

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

Научный совет РАН по комплексной проблеме «Механика»

Научный совет РАН по механике деформируемого твердого тела

МЕЖДУНАРОДНАЯ МОЛОДЁЖНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

«XLVI ГАГАРИНСКИЕ ЧТЕНИЯ»

14-17 апреля 2020

СБОРНИК ТРУДОВ

СЕКЦИИ

Механика и моделирование материалов и технологий

МОСКВА, 2020

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский авиационный институт» Национальный исследовательский университет

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

Механика и моделирование материалов и технологий. Сборник трудов Секции Международной молодёжной научной конференции «XLVI Гагаринские чтения» 14-17 апреля 2020, Москва, ИПМех РАН, 2020.-129 с.

Сборник содержит материалы докладов, представленных на заседаниях Секции Механика и моделирование материалов и технологий Международной молодежной научной конференции " XLVI Гагаринские чтения".

ISBN 978-5-91741-257-3

скорость дислокации сначала практически не зависит от концентрации Ni, но затем, при больших напряжениях, она увеличивается с ростом содержания Ni. Можно предположить, что движение дислокации при высоких скоростях определяется скоростью звука в материале. Скорость звука в меди увеличивается с ростом концентрации Ni, поэтому увеличивается и максимальная скорость движения дислокации.

Расчеты были проведены на суперкомпьютерном комплексе «Ломоносов» [11].

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 19-71-00080.

Литература

1. Судзуки Т., Есинага Х. Т.С. Динамика дислокаций и пластичность. 1989.
2. Hirth J.P., Lothe J. Theory of Dislocations. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1982.
3. Neuhäuser H., Schwink C. Solid Solution Strengthening // Materials Science and Technology. Weinheim, Germany: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2006.
4. Rodary E. et al. Dislocation glide in model Ni(Al) solid solutions by molecular dynamics // Phys. Rev. B. 2004. Vol. 70, № 5. P. 054111.
5. Marian J., Caro A. Moving dislocations in disordered alloys: Connecting continuum and discrete models with atomistic simulations // Phys. Rev. B. 2006. Vol. 74, № 2. P. 024113.
6. Olmsted D.L. et al. Atomistic simulations of dislocation mobility in Al, Ni and Al/Mg alloys // Model. Sim. Mater. Sci. Eng. 2005. Vol. 13, № 3. P. 371–388.
7. Tapasa K., Bacon D.J., Osetsky Y.N. Computer simulation of dislocation–solute interaction in dilute Fe–Cu alloys // Model. Simul. Mater. Sci. Eng. 2006. Vol. 14, № 7. P. 1153–1166.
8. Onat B., Durukanoğlu S. An optimized interatomic potential for Cu–Ni alloys with the embedded-atom method // J. Phys. Condens. Matter. 2014. Vol. 26, № 3. P. 035404.
9. Stukowski A. Visualization and analysis of atomistic simulation data with OVITO–the Open Visualization Tool // Model. Simul. Mater. Sci. Eng. 2010. Vol. 18, № 1. P. 015012.
10. Plimpton S. Fast Parallel Algorithms for Short-Range Molecular Dynamics // J. Comput. Phys. 1995. Vol. 117, № 1. P. 1–19.
11. Sadovnichy V. et al. "Lomonosov": Supercomputing at Moscow State University // Contemporary High Performance Computing: From Petascale toward Exascale / ed. Vetter J.S. Boca Raton, USA: CRC Press, 2013. P. 283–307.

К ВОПРОСУ О СХОДИМОСТИ ИТЕРАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЫ РЕШЕНИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ЛАМЕ

Бухалов В.И., Попов А.Л.
ИПМех РАН
vlad.buhalov@yandex.ru

В работе представлен итерационный метод решения упругопластической задачи Ламе, который состоит в явном аналитическом представлении для напряжений в пластической области и итерационной процедуры упругого аналитического решения при заранее неизвестной границе пластической зоны. Аналитически показана сходимость данного метода при малых упругопластических деформациях. При больших упругопластических деформациях, сходимость при конкретном значении нагрузки находится путем реализации численной процедуры, а затем аналитически – при малом отличии заданной нагрузки от выбранного конкретного значения.

Введение. Аналитическое решение упругопластических задач получено в ограниченном числе постановок. Это относится, например, к упругопластической задаче Ламе. В [1,2] предложена итерационная процедура полуаналитического решения более общей упругопластической задачи Кирша. Сходимость этого решения оценивалась численно на решении упругопластической задачи Ламе.

Ниже рассмотрены возможности аналитического доказательства сходимости итерационной процедуры упругого аналитического решения при заранее неизвестном положении границы пластической зоны.

Сходимость итерационного решения упругопластической задачи Ламе при малых упругопластических деформациях. Рассмотрим процедуру итерационного решения упругопластической задачи Ламе. Для этого рассмотрим кольцо, внутренний и внешний радиусы которого обозначим через a и b, находящееся под действием равномерной внешней нагрузки $P_0 > \sigma_Y / 2$, при которой возникает пластическая зона радиуса r_T (Рис. 1а) (σ_Y - предел текучести материала кольца).

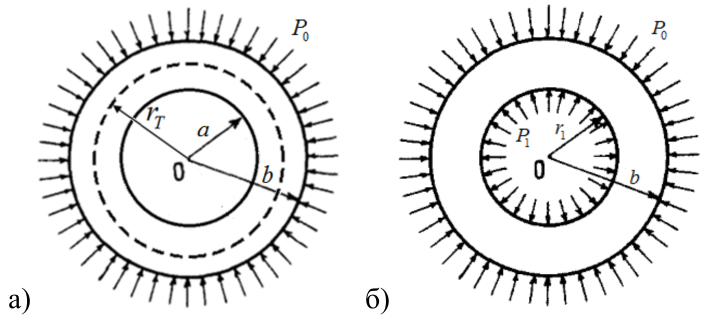

Рис.1. Условия постановки упругопластической задачи Ламе.

Первое приближение для радиуса пластической зоны $r_1 = r_T$ находится из решения исходной упругой задачи Ламе при равенстве эквивалентного напряжения пределу текучести материала кольца [2]:

$$r_1^4 = \frac{3P_0^2 a^4 b^4}{\sigma_Y^2 \left(b^2 - a^2\right)^2 - P_0^2 b^4}, \tag{1}$$

Во втором приближении решается задача Ламе для оставшейся упругой части кольца (рис. 1b) с внутренним давлением P_1, равном радиальной компоненте напряжения в пластической зоне σ_r^p; последняя может быть выражена через некоторую функцию $0 \le \psi(r) < \pi/3$ [3]:

$$\sigma_r^p = -\frac{2\sin\psi}{\sqrt{3}}\sigma_Y, \qquad r = a\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2}}\frac{\exp\left(\psi\sqrt{3}/2\right)}{\sqrt{\sin\left(\pi/3 - \psi\right)}}, \tag{2}$$

Определив из (2) значение $\psi = \psi_1$ при $r = r_1$, получим для P_1 величину:

$$P_1 = \frac{2\sin\psi_1}{\sqrt{3}}\sigma_Y, \tag{3}$$

Второе приближение для радиуса пластической зоны находится из решения упругой задачи Ламе о действии на кольцо $r_1 \le r \le b$ нагрузок P_0 и P_1 при равенстве эквивалентного напряжения пределу текучести материала кольца [2]:

$$r_2^4 = \frac{3\left(P_0 - P_1\right)^2 r_1^4 b^4}{\sigma_Y^2\left(b^2 - r_1^2\right)^2 - \left(P_1 r_1^2 - P_0 b^2\right)^2}, \tag{4}$$

Далее итерационная процедура (2) - (4) продолжается до тех пор, пока последующее значение радиуса границы пластической зоны практически не будет отличаться от предыдущего значения.

При малых уровнях пластичности сходимость итерационной процедуры может быть показана аналитически.

1. Рассмотрим сначала предельный случай, когда $P_0 = \sigma_Y/2$. Тогда, принимая для наглядности $b^2 >> a^2$, из (2) получим $r_1 = r_T = a$ и $\psi_1 = 0$. Соответственно, из (3) следует $P_1 = 0$. Таким образом, итерационная процедура останавливается на первом шаге. Полученное значение радиуса пластической зоны совпадает с радиусом внутреннего контура кольца, что соответствует точному решению упругопластической задачи Ламе при $P_0 = \sigma_Y/2$ [2].

2. Рассмотрим случай, когда $P_0 = \left(\sigma_Y/2\right)\left(1+\varepsilon\right)$; при этом ε <<1, ε >0. Из формулы (1), отбрасывая члены высших порядков малости, получим:

$$r_1 = a\left(1+2\varepsilon/3\right) \tag{5}$$

Подставляя это значение радиуса пластической зоны во второе равенство (2), имеем трансцендентное уравнение относительно ψ_1:

$$1+\frac{2\varepsilon}{3}=\frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{2}}\frac{\exp\left(\psi_1\sqrt{3}/2\right)}{\sqrt{\sin\left(\pi/3-\psi_1\right)}}, \tag{6}$$

Ранее было установлено, что при $P_0=\sigma_Y/2$ на границе области пластичности $\psi_1=0$. При малом увеличении нагрузки естественно ожидать, что значение функции ψ на границе области пластичности будет мало отличаться от нуля. Примем её равной $\psi_1=k\varepsilon$, где $k=O(1)$. Тогда, раскладывая числитель и знаменатель правой части (6) в ряды Маклорена и отбрасывая члены высших порядков малости, найдем, что $k=1/\sqrt{3}$.

Соответственно, из (3) имеем:

$$P_1=2\varepsilon\sigma_Y/3 \tag{7}$$

Подставляя значения r_1 и P_1 из (5) и (7) в выражение (4), получим значение радиуса r_2, совпадающее с r_1, что свидетельствует о сходимости итерационной процедуры при малой пластичности уже на втором шаге.

Сходимость итерационного решения упругопластической задачи Ламе при больших упругопластических деформациях. Рассмотрим случай, когда $P_0=K_0\sigma_Y$, где $0.5<K_0<1$. Решая итерационную задачу, из (1) определим радиус пластической зоны в первом приближении:

$$r_1=a\sqrt[4]{3K_0^2/\left(1-K_0^2\right)} \tag{8}$$

Во втором приближении, подставляя (8) в (2), получим трансцендентное уравнение относительно $\psi=\psi_1$:

$$\frac{K_0^2}{1-K_0^2}=\frac{1}{4}\frac{\exp\left(\psi_1 2\sqrt{3}\right)}{\sin^2\left(\pi/3-\psi_1\right)} \tag{9}$$

Это уравнение не имеет явного решения. Поэтому рассмотрим численно один из промежуточных случаев, например $K_0=1/\sqrt{2}$. При этом значении K_0 величина $r_1=r_{10}=1{,}303a$. Далее из (9) определяем $\psi_1=0{,}215$, а затем из (2) $P_1=0.246\sigma_Y$. Подставляя найденные значения P_1 и r_1 в (4), определяем радиус пластической зоны во втором приближении $r_2=1{,}367a$. Повторяя данную процедуру еще один раз получим $\psi_2=0{,}251$, $P_2=0.287\sigma_Y$, $r_3=1{,}38a$, откуда видно, что отношения $a/r_1, r_1/r_2, r_2/r_3$ равны $0.76, 0.95, 0.99$. Таким образом, начиная с третьей итерации величина радиуса пластической зоны практически не изменяется.

Аналогично случаю малых пластических деформаций можно аналитически показать, что когда $K_0=(1+\delta)/\sqrt{2}$, δ <<1, δ > 0, то выражения для радиусов пластической зоны будут отличаться от найденных при конкретном значении K_0 наличием слагаемого порядка δ. Так например значение радиуса в первом приближение даст величину $r_1=a\left(1{,}303+0.99\delta\right)$.

Работа поддержана грантом РФФИ № *19-31-90058*.

Литература

1. Александров С.Е., Бухалов В.И., Попов А.Л. Итерационное решение упругопластической задачи Ламе // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Уфа, 19-24 авг. 2019 г. Сб. Тр. – Уфа: РИЦ БашГУ, 2019. – С. 197.

2. Бухалов В.И., Попов А.Л. Разработка итерационной процедуры решения задачи Кирша в упругопластической постановке // Международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики». Воронеж 11-13 ноября 2019 г. Сб. Тр. – Воронеж: Науч.-исслед. публ., 2020.—С. 1273–1278.
3. Alexandrov S. Elastic/plastic discs under plane stress conditions / S. Alexandrov – Berlin: Springer, 2015. – P. 114.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ЭЛЕКТРОКРИСТАЛЛИЗАЦИИ ОБЛАСТЕЙ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Бычков П.С.
ИПМех РАН
bychkov@ipmnet.ru

В работе предложена методика определения остаточных напряжений при электрокристаллизации областей сложной формы. Дан краткий обзор методов, используемых для этого в настоящее время. В отличие от известных методов предлагаемая методика позволяет получить детальную картину движения поверхности тонкой подложки, на которую производится осаждение и идентифицировать закон эволюции несовместных локальных деформаций в системе подложка – осажденный слой. В качестве идентифицируемых зависимостей используются решения краевой задачи для растущей по толщине пластины. Для определения смещения точек подложки используется голографическая интерферометрия в реальном времени.

Введение. При электрокристаллизация металлов и сплавов из водных растворов в осажденном слое и подложке возникают внутренние напряжения, которые влияют на свойства получившихся изделий и могут привести к их растрескиванию и отслоению. В этой связи измерение возникающих напряжений имеют большое теоретическое и прикладное значение. Физические причины появления напряжений точно не установлены, но различные авторы указывают на влияние изменения параметров кристаллической решетки осажденного слоя из-за тепловых явлений и включений инородных атомов, изменения размеров кристаллов и расстояний между ними во время осаждения, а также образование химических соединений внутри осадка, ведущих к локальному изменению объема [1].

Методы, используемые в настоящее время. Промышленное применение электролитического осаждения металла началось в 40-50 годах 19 века, и практически сразу исследователи и инженеры стали обмениваться наблюдениями отслоения и растрескивания покрытий вследствие внутренних напряжений, возникающих в осажденном слое. Пионерской работой по измерению величины этих напряжений была работа Мильса, изданная в 1877 году. В ней он предложил метод измерения, названный впоследствии методом деформации стеклянного шарика, суть которого сводилась к наблюдению за уровнем столбика ртути внутри термометра, на нижнюю сферическую поверхность которого происходит осаждение металла, причем вторым термометром осуществлялась термокомпенсация. Самый же распространенный метод измерения внутренних напряжений, названный впоследствии методом изгиба катода, предложил Стони в 1909 году [2]. Осаждая никель на одну из сторон закрепленной с одного края стальной линейки, он измерял отклонение второго ее края. Для тонкого осажденного слоя Стони получил формулу

$$P = \frac{4}{3}\frac{Ed^2 z}{tl^2},$$

где P - напряжения на единицу площади, E - модуль Юнга стальной линейки, d - толщина линейки, z - стрела прогиба линейки, t - толщина осажденного слоя, l - длина линейки. Для определения напряжений в слое значительной толщины Стони предлагает формулу

$$P = \frac{4}{3}E\frac{(d^2 + td)z}{tl^2}$$

Формулы Стони были выведены в предположении что модули упругости подложки и осадка близки, а напряжения являются постоянными для всей площади линейки. В последующем, авторы, в основном, либо предлагали приемы для увеличения точности измерения стрелы прогиба линейки, либо определяли пределы применимости, либо уточняли формулы Стони, практически не меняя методик измерения искажений подложки [1-3].