## НОВЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

### УДК 51.73

# РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕТАПЛЁНКИ. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ ПОДХОД

#### © Авторы, 2015

Г. В. Белокопытов — к.ф.-м.н., доцент, кафедра математики, физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва. Е-mail: gvb@phys.msu.ru
А. Н. Боголюбов — д.ф.-м.н., проф., кафедра математики, физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва. Е-mail: bogan7@yandex.ru
Ж. О. Домбровская — аспирантка, кафедра математики, физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва. Е-mail: bogan7@yandex.ru
Ж. О. Домбровская — аспирантка, кафедра математики, физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва. Е-mail: dombzhanna@yandex.ru
Ю. Е. Терехов — аспирант, кафедра математики, физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва. Е-mail: dombzhanna@yandex.ru

#### Аннотация

Рассмотрены прямая и обратная задачи определения характеристик метаплёнок (двумерных периодических массивов субволновых частиц). Разработан алгоритм, позволяющий для достаточно широкого класса структур рассчитать коэффициенты прохождения и отражения метаплёнки для различных углов падения и периодов решетки. В качестве иллюстрации приводятся два примера решения «частной» обратной задачи, в которой падающая, прошедшая и отраженная волны поляризованы одинаково.

**Ключевые слова:** метаматериалы, метаплёнки, обратная задача

#### Abstract

Direct and inverse problems of a definition of characteristics for metafilms (two-dimensional periodic arrays of subwave particles) are considered. The algorithm, which permits to calculate transmission and reflection coefficients of the metafilm in rather wide class of structures for various angles of incidence and lattice periods, is developed. Two examples of the solution of a «private» inverse problem, in which incident, transmitted and reflected waves are polarized equally, are given as an illustration.

Key words: metamaterials, metafilms, inverse problem

#### Введение

Одной из актуальных задач прикладной физики является создание материалов, обладающих уникальными электромагнитными свойствами, не встречающихся у обычных природных материалов. Эту задачу призваны решить метаматериалы [1–4]: периодические структуры субволновых резонансных частиц, помещенных в диэлектрическую матрицу или расположенных на подложке. Характерные размеры микрорезонаторов a и расстояния между ними d много меньше, чем рабочая длина падающей электромагнитной волны  $\lambda$ 

a,  $d \ll \lambda$ .

Электродинамические характеристики таких структур можно изменять варьируя период расположения или геометрические параметры частиц.

Двумерные метаматериалы называются метаплёнками или метаповерхностями. Основными электродинамическими характеристиками метаплёнок являются комплексные коэффициенты прохождения T и отражения R, зависящие от параметров падающей волны (частоты  $\omega$  и угла падения  $\theta$ ) и геометрии структуры. Эти коэффициенты определяются для случая, когда падающая волна является плоской и однородной.

Для практических приложений важно уметь решать задачу синтеза метаплёнок с заданными спектральными свойствами. Она состоит в определении параметров частиц (комплексной проводимости и геометрии) и их взаимного расположения по заданным амплитудным характеристикам  $T(\omega)$  и  $R(\omega)$ . Для этого производится многократное решение прямой задачи с направленно изменяемыми параметрами [5].

В прошедшие годы для расчета характеристик метаплёнок был разработан ряд численных алгоритмов, основанных на методах конечных разностей и конечных элементов [6–8]. В большинстве известных численных алгоритмов с целью ускорения расчетов моделирование электромагнитного поля внутри каждой частицы и в её окрестности производится для ячейки, размеры которой равны периоду структуры. На границах ячеек ставятся периодические граничные условия. Вычисления проводятся для фиксированного угла падения  $\theta$  возбуждающей волны и фиксированного периода решетки d. При изменении угла падения или периода структуры приходится производить моделирование электромагнитного поля заново.

Альтернативой численному моделированию является аналитический подход [9,10]. Такой подход обладает рядом преимуществ, в частности, он существенно менее трудоемкий и легко интегрируется с натурным экспериментом. Однако при аналитическом подходе  $\theta$  и d тоже фиксированы. Таким образом, при использовании его в задаче синтеза затраты на время счета и вычислительные ресурсы огромны. Поэтому, построение алгоритма, позволяющего рассчитать спектры  $T(\omega, \theta, d)$  и  $R(\omega, \theta, d)$  для произвольных  $\theta$  и d, является актуальной задачей.

В данной работе предлагается экспериментально-аналитический подход к решению обратных задач для метаплёнок. Он состоит в определении параметров поляризуемости частиц по спектрам  $T(\omega)$  и  $R(\omega)$  и применим в том случае, когда падающая, прошедшая и отраженная волны имеют одну поляризацию. Такую обратную задачу будем называть «частной». Данный подход иллюстрируется на примере двух типов метаплёнок. Одна из них состоит из сферических частиц, другая — из планарных П-образных резонаторов.

#### 1. Двухэтапный алгоритм решения прямой задачи

Для численного расчета электродинамических характеристик метаплёнок пригодны методы, разработанные для объемных метаматериалов (обзор этих методов содержится в [11]). Однако они не учитывают неидентичность размеров резонаторов в экспериментальном образце, обусловленную особенностями технологии изготовления и влияющую на итоговый отклик метаплёнки. В связи с этим для метаплёнок более адекватным представляется аналитический подход (развитый в [9, 10]), в соответствии с которым электродинамическая задача определения характеристик метаплёнки разбивается на два этапа. На первом этапе производится определение коэффициентов поляризуемости одиночных субволновых частиц, а на втором осуществляется переход к поверхностной плотности поляризуемости. Зная её, на основании эффективных граничных условий для метаплёнки, можно получить линейные уравнения для коэффициентов T и *R*. Рассмотрим двухэтапный алгоритм решения прямой задачи более подробно.

#### 1.1. Поляризуемость одиночных частиц

Специфика первого этапа состоит в том, что хотя размеры частиц много меньше длины падающей волны, распределение электромагнитного поля в самих частицах сильно неоднородно, что обусловлено резонансным возбуждением в них связанных колебаний электромагнитного поля и электронно-ионных подсистем (поляритонов). Существенную неоднородность полей необходимо учитывать при выборе узлов квадратурных формул, по которым вычисляются интегралы для объемных и поверхностных дипольных моментов, во избежание повторного суммирования одних и тех же зарядов и токов.

Совокупность коэффициентов поляризуемости образует матрицу  $\|\alpha\|$  размером 6×6, которая

описывает линейную связь между комплексными амплитудами  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  электрического и магнитного полей, действующих на частицу, и индуцированными этими полями электрическими и магнитными дипольными моментами  $\vec{p}$  и  $\vec{m}$ 

$$\begin{pmatrix} \vec{p}/\varepsilon_0 \\ Z\vec{m} \end{pmatrix} = \|\alpha\| \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{pmatrix} = \| \vec{\alpha}_{e} & \vec{\alpha}_{em} \\ \vec{\alpha}_{me} & \vec{\alpha}_{m} \| \begin{pmatrix} \vec{E} \\ Z\vec{H} \end{pmatrix}$$

Здесь  $\vec{\alpha}_{e}$  и  $\vec{\alpha}_{m}$  — тензоры электрической и магнитной поляризуемости [12, 13],  $\vec{\alpha}_{em}$  и  $\vec{\alpha}_{me}$  — тензоры магнитоэлектрической поляризуемости, которые отражают возможность возникновения электрического момента под действием стороннего магнитного поля и индуцированного магнитного момента — под действием стороннего электрического поля.

Для определения компонент матрицы поляризуемости резонатора произвольной формы можно воспользоваться методом, предложенным в [14]. Он основывается на численном решении задачи рассеяния плоской волны на резонаторе с заданными геометрическими и материальными параметрами методом конечных элементов. По пространственному распределению электрического и магнитного полей вычисляются индуцированные в резонаторе дипольные моментов  $\vec{p}$ 

и  $\vec{m}$ , содержащие объемные и поверхностные слагаемые

$$\vec{p} = \vec{p}^{\,\rm V} + \vec{p}^{\,\rm s}, \ \vec{m} = \vec{m}^{\,\rm V} + \vec{m}^{\,\rm s},$$

где для декартовых компонент  $\vec{p}$  и  $\vec{m}$  имеют место [13] следующие выражения:

$$p_{i}^{V} = \varepsilon_{0} \int_{V} r_{i} \frac{\partial E_{j}^{(1)}}{\partial r_{j}} dV, \quad p_{i}^{S} = \varepsilon_{0} \oint_{S} r_{i} n_{j} \left( E_{j}^{(2)} - E_{j}^{(1)} \right) dS,$$

$$m_{i}^{V} = \frac{i \omega \varepsilon_{0} \tilde{\varepsilon}_{1}}{2} \int_{V} \left[ \sigma_{ijk} r_{j} E_{k}^{(1)} \right] dV, \quad m_{i}^{S} = \frac{c_{0}}{2 \omega Z} \oint_{S} \left[ \sigma_{ijk} r_{j} \sigma_{kab} n_{a} \left( H_{b}^{(2)} - H_{b}^{(1)} \right) \right] dS.$$
(1)

В (1)  $E_i$  и  $H_i$  — декартовы компоненты напряженностей электрического и магнитного полей,  $i, j = \{x, y, z\}, r_i$  и  $n_a$  — компоненты радиус-вектора и вектора внешней нормали к поверхности частицы,  $\sigma_{ijk}$  и  $\sigma_{kab}$  — компоненты тензоров Леви-Чивиты,  $Z = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$  — волновой импеданс вакуума,  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости,  $\tilde{\varepsilon}_1$  — относительная комплексная диэлектрическая проницаемость материала частиц,  $c_0$  — скорость света в вакууме.

В общем виде компоненты матрицы поляризуемости определяются по следующим формулам:

$$(a_{e})_{ij} = \frac{p_{i}^{+} + p_{i}^{-}}{E_{j0}} \frac{1}{2\varepsilon_{0}}, \quad (a_{em})_{ij} = \frac{p_{i}^{+} - p_{i}^{-}}{ZH_{j0}} \frac{1}{2\varepsilon_{0}}, \quad (a_{me})_{ij} = \frac{m_{i}^{+} + m_{i}^{-}Z}{E_{j0}} \frac{1}{2}, \quad (a_{m})_{ij} = \frac{m_{i}^{+} - m_{i}^{-}}{H_{j0}} \frac{1}{2}, \quad (2)$$

где 
$$p_i^+$$
 и  $p_i^-$  — электрические дипольные моменты прямой и обратной волн [15], аналогичные обозначения имеют место для магнитных дипольных моментов. Из (2) видно, что магнитоэлектрические компоненты могут становиться равными нулю, если у частицы имеются соответствующие плоскости симметрии.

Благодаря возможности нахождения каждой из компонент матрицы поляризуемости независимо от других, формулы (2) применимы не только, когда значения комплексных амплитуд дипольных моментов получены аналитически или численно, но и когда они измерены экспериментальным путем.

#### 1.2. Сложение рассеянных волн

Если известны величины электрического  $\vec{E}^{act}(\vec{r})$  и магнитного  $\vec{H}^{act}(\vec{r})$  полей, действующие на частицы метаплёнки, то поверхностные плотности поляризации  $\vec{P}$  и намагничивания  $\vec{M}$  можно найти на основе средних значений поляризуемости и концентрации частиц *n* 

$$\vec{P} = \left\langle \varepsilon_0 n \alpha_e \right\rangle \vec{E}^{\text{act}}(\vec{r}) + \left\langle \varepsilon_0 Z n \alpha_{em} \right\rangle \vec{H}^{\text{act}}(\vec{r}),$$
$$\vec{M} = \left\langle n Z^{-1} \alpha_{me} \right\rangle \vec{E}^{\text{act}}(\vec{r}) + \left\langle n \alpha_m \right\rangle \vec{H}^{\text{act}}(\vec{r}),$$

7

причем угловые скобки обозначают усреднение по поверхности метаплёнки. Переход к континуальной модели позволяет представить действующее на частицу поле как разность между средним арифметическим значением макроскопического поля над и под поверхностью пленки  $(\vec{E}^{av}, \vec{H}^{av})$  и деполяризующим полем  $(\vec{E}^{disk}, \vec{H}^{disk})$ 

$$\vec{E}^{\text{act}}(\vec{r}) = \left(\vec{E}^{\text{av}} - \vec{E}^{\text{disk}}\right)\Big|_{z=0},$$

$$\vec{H}^{\text{act}}(\vec{r}) = \left(\vec{H}^{\text{av}} - \vec{H}^{\text{disk}}\right)\Big|_{z=0}.$$
(3)

Деполяризующее поле равно по величине среднему полю малого диска, находящегося в месте расположения частицы и поляризованного с поверхностными плотностями  $\vec{P}$  и  $\vec{M}$ . Соотношения (3) называются эффективными граничными условиями и являются обобщением формул статьи [16] на бианизотропный случай.

#### 2. «Частная» обратная задача

Переход к поверхностной плотности поляризуемости приводит к линейным уравнениям для энергетических коэффициентов прохождения T и отражения R, решения которых можно представить в виде достаточно простых аналитических формул [10, 15]. Для ТЕ-поляризации падающего поля (компонента вектора напряжённости электрического поля  $\vec{E}$  перпендикулярна плоскости распространения волны) они рассчитываются по следующим формулам:

$$T = \frac{1 + \left(\frac{k_0}{2}\right)^2 \alpha_{\rm ms}^{xx} \left(\alpha_{\rm es}^{yy} + \alpha_{\rm ms}^{zz} \sin^2\theta\right)}{1 - \left(\frac{k_0}{2}\right)^2 \alpha_{\rm ms}^{xx} \left(\alpha_{\rm es}^{yy} + \alpha_{\rm ms}^{zz} \sin^2\theta\right) + i \frac{k_0}{2\cos\theta} \left(\alpha_{\rm es}^{yy} + \alpha_{\rm ms}^{xx} \cos^2\theta + \alpha_{\rm ms}^{zz} \sin^2\theta\right)},$$

$$R = \frac{-i \frac{k_0}{2\cos\theta} \left(\alpha_{\rm es}^{yy} - \alpha_{\rm ms}^{xx} \cos^2\theta + \alpha_{\rm ms}^{zz} \sin^2\theta\right)}{1 - \left(\frac{k_0}{2}\right)^2 \alpha_{\rm ms}^{xx} \left(\alpha_{\rm es}^{yy} + \alpha_{\rm ms}^{zz} \sin^2\theta\right) + i \frac{k_0}{2\cos\theta} \left(\alpha_{\rm es}^{yy} + \alpha_{\rm ms}^{xx} \cos^2\theta + \alpha_{\rm ms}^{zz} \sin^2\theta\right)}.$$

Для ТМ-поляризации

$$T = \frac{1 + \left(\frac{k_0}{2}\right)^2 \alpha_{es}^{xx} \left(\alpha_{ms}^{yy} + \alpha_{es}^{zz} \sin^2\theta\right)}{1 - \left(\frac{k_0}{2}\right)^2 \alpha_{es}^{xx} \left(\alpha_{ms}^{yy} + \alpha_{es}^{zz} \sin^2\theta\right) + i \frac{k_0}{2\cos\theta} \left(\alpha_{ms}^{yy} + \alpha_{es}^{xx} \cos^2\theta + \alpha_{es}^{zz} \sin^2\theta\right)},$$

$$R = \frac{-i \frac{k_0}{2\cos\theta} \left(-\alpha_{ms}^{yy} + \alpha_{es}^{xx} \cos^2\theta - \alpha_{es}^{zz} \sin^2\theta\right)}{1 - \left(\frac{k_0}{2}\right)^2 \alpha_{es}^{xx} \left(\alpha_{ms}^{yy} + \alpha_{es}^{zz} \sin^2\theta\right) + i \frac{k_0}{2\cos\theta} \left(\alpha_{ms}^{yy} + \alpha_{es}^{xx} \cos^2\theta + \alpha_{es}^{zz} \sin^2\theta\right)}.$$

Здесь  $k_0 = \omega/c_0$  — волновой вектор,  $\alpha_{\rm es}$  и  $\alpha_{\rm ms}$  — компоненты матрицы поверхностной плотности поляризуемости метаплёнки, которые являются некоторыми функциями поляризуемостей отдельных резонаторов  $\alpha_{\rm e}$  и  $\alpha_{\rm m}$  и периода их расположения d.

В частности, для метаплёнки, состоящей из сферических частиц, при нормальном падении возбуждающей волны (рис. 1a) эти уравнения приобретают простой вид

$$T = \frac{1 + em}{1 - em + e - m}, \quad R = -\frac{e + m}{1 - em + e - m}.$$
(4)

Здесь использованы следующие обозначения: величины е и т пропорциональны

8

соответствующим поверхностным поляризуемостям

$$e = i \frac{k_0}{2} \alpha_{\rm es}, \quad m = -i \frac{k_0}{2} \alpha_{\rm ms}$$

где

$$\alpha_{\rm es} = \frac{n \langle \alpha_{\rm e} \rangle}{1 - \frac{n \langle \alpha_{\rm e} \rangle}{4r}}, \quad \alpha_{\rm ms} = \frac{n \langle \alpha_{\rm m} \rangle}{1 - \frac{n \langle \alpha_{\rm m} \rangle}{4r}}, \tag{5}$$

 $r \approx 0.6956d$  — радиус области влияния [9].

Примечательно то, что формулы (4) допускают обращение [17, 18]. Решая систему уравнений относительно переменных *е* и *m*, получим

$$e = -\frac{T+R-1}{T+R+1}, \quad m = \frac{T-R-1}{T-R+1}.$$
 (6)

С помощью (6) по формулам (5) легко найти поляризуемости отдельных частиц, усредненные по поверхности метаплёнки

$$\langle \alpha_{\rm e} \rangle = \frac{4r(T+R-1)}{n(T+R-1)-2ik_0rn(T+R+1)},$$
  
$$\langle \alpha_{\rm m} \rangle = \frac{4r(T-R-1)}{n(T-R-1)-2ik_0rn(T-R+1)}.$$

Это решение «частной» обратной задачи для метаплёнки из сферических частиц. Подобные формулы для коэффициентов поляризуемости имеют место, когда падение является наклонным.

Система (6) также справедлива в случае наклонного падения плоской волны на решетку из П-образных резонаторов (рис. 1,6). Однако поскольку П-образные резонаторы несимметричны, в матрице поляризуемости  $\|\alpha\|$  присутствуют ненулевые коэффициенты магнитоэлектрической поляризуемости, то есть она состоит из шести компонент. Переменные *е* и *m* переопределяются [19] следующим образом:

$$e = i \frac{k_0}{2\cos\theta} \left( \alpha_{\rm es}^{xx} + \alpha_{\rm ms}^{zz} \sin^2\theta - 2\alpha_{\rm ems}^{xz} \sin\theta \right), \quad m = -i \frac{k_0}{2} \alpha_{\rm ms}^{yy} \cos\theta. \tag{7}$$

Поскольку теперь неизвестных шесть, то для их определения необходимо знать коэффициенты *T* и *R* для трех значений угла падения  $\theta$ . Определив соответствующие значения  $e(\theta)$  и  $m(\theta)$ , можно легко найти коэффициенты матрицы поляризуемости, входящие в формулы (7).



**Рис. 1.** (а) метаплёнка, состоящая из сферических частиц, на которую нормально падает плоская волна, (б) бианизатропная метаплёнка, состоящая из П-образных резонаторов, на которую под углом падает плоская ТМ-поляризованная волна.

Следует оговориться, что в случае, когда матрица поляризуемости имеет самый общий вид и происходит поворот плоскости поляризации волн, взаимодействующих с метаплёнкой, для нахождения компонент поляризуемости по известным спектрам  $T(\omega,\theta)$  и  $R(\omega,\theta)$  можно использовать систему уравнений, полученную в [20]. Эта система более громоздка, чем (5) и (6), так как требует больше пар T и R, однако тоже является линейной.

Таким образом, если для метаплёнки с некоторым фиксированным периодом известны спектры  $T(\omega)$  и  $R(\omega)$  для некоторого количества различных углов падения, достаточного для решения системы линейных уравнений, аналогичной той, что следует из (7), то, решая эту систему, можно раздельно найти компоненты матрицы поляризуемости  $\|\alpha(\omega)\|$ . Зная  $\|\alpha(\omega)\|$ ,

могут быть рассчитаны спектры  $T(\omega, \theta, d)$  и  $R(\omega, \theta, d)$  для произвольных углов падения  $\theta$  и периода решетки d.

#### Заключение

Описанный выше алгоритм простого аналитического решения обратной задачи расчета электродинамических характеристик метаплёнки путем обращения зависимостей  $T\left(\|\alpha\|\right)$  и  $R\left(\|\alpha\|\right)$ 

открывает ряд перспектив. Прежде всего, он позволяет рассчитывать спектры  $T(\omega)$  и  $R(\omega)$ 

для метаплёнок, структура которых «неудобна» для численного моделирования. К их числу относятся метаплёнки, состоящие из частиц с достаточно сложной геометрической конфигурацией, например, из спиралей. Другим примером могут служить метаплёнки из составных металлических частиц.

В метаплёнках оптического диапазона элементы обычно имеют номинально простую геометрию, как правило, это планарные частицы с кусочно-линейной границей. Однако в процессе их изготовления путём оптической или электронной литографии конфигурация частиц неизбежно приобретает искажения, которые трудно учесть в расчётах, но которые могут привести к существенным изменениям характеристик метаплёнки. В таких случаях единственным надёжным источником данных о спектрах  $T(\omega)$  и  $R(\omega)$  является эксперимент. Данный

алгоритм позволяет учитывать неидеальность формы частиц, обусловленную технологическим процессом изготовления.

#### Список литературы

- 1. *Pendry, J.B., Holden, A.J., Robbins, D.J. et al.* Magnetism From Conductors and Enhanced Nonlinear Phenomena // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 1999. Vol. 47. P. 2075–2084.
- Smith, D.R., Padilla, W.J., Vier, D.C. et al. Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity // Physical Review Letters. 2000. Vol. 84. P. 4184–4187.
- Gokkavas, M., Guven, K., Bulu, I. et al. Experimental Demonstration of a Lefthanded Metamaterial Operating at 100 GHz // Physical Review B. 2006. Vol. 73. 193103.
- Enkrich, C., Wegener, M., Linden, S. et al. Magnetic Metamaterials at Telecommunicative and Visible Frequencies // Physical Review Letters. 2005. Vol. 95. 203901.
- 5. *Свешников А. Г., Ильинский А. С.* Задачи проектирования в электродинамике // ДАН СССР. 1972. Вып. 204. С. 1077–1080.

- Rockstuhl, C., Zentgraf, T., Guo, H. et al. Resonances of Split-Ring Resonator Metamaterials in the Near Infrared // Applied Physics B. 2006. No. 84. P. 219–227.
- Klein, M. W., Enkreich, C., Wegener, M. et al. Single-Slit Split-Ring Resonators at Optical Frequencies: Limits of Size Scaling // Optics Express. 2006. Vol. 31. P. 1259–1261.
- 8. *Busch K., König M., Niegemann J.* Discontinuous Galerkin Methods in Nanophotonics// Laser Photonics Reviews. 2011. No. 5. P. 773.
- Kuester, E.F., Mohamed, M.A., Piket-Ma, M. And Holloway, C.L. Averaged Transition Conditions for Electromagnetic Fields at a Metafilm // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2003. Vol. 51. P. 2641–2651.
- Holloway, C.L., Mohamed, M.A., Kuester, E.F., and Dienstfrey, A. Reflection and Transmission Properties of a Metafilm: with an Application to a Controllable Surface Composed of Resonant Particles // IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility. 2005. Vol. 47. P. 853–865.

- Busch, K., Von Freymann, G., Linden, S. et al. Periodic Nanostructures for Photonics // Physics Reports. 2007. Vol. 444. P. 101–202.
- 12. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. «Электродинамика сплошных сред». Наука, М.: Главная редакция физ.-мат. литературы, 1992.
- 13. *Jackson, J.D.* Classical Electrodynamics. John Wiley & Sons, Inc. 1999.
- 14. Терехов Ю. Е., Журавлев А. В., Белокопытов Г.В. Матрица поляризуемости П-образных металлических нанорезонаторов // Вест. Моск. Ун-та. Сер. 3. Физ. Астрон. 2011. С. 47–51.
- Belokopytov, G.V., Zhuravlev, A.V., and Terekhov, Y.E. Transmission of an Electromagnetic Wave Through a Bianisotropic Metafilm // Physics of Wave Phenomena. 2011. Vol. 19. P. 280–286.
- Idemen, M. Universal Boundary Relations of the Electromagnetic Field // J. Phys. Soc. Japan. 1990. Vol. 59. No. 1. P. 71–80.
- Karamanos, T.D., Dimitriadis, A.I., and Kantartzis, N.V. Polarizability Matrix Extraction of a Bianisotropic Metamaterial From the Scattering Parameters of Normally Incident Plane Waves // Advanced Electromagnetics. 2012. No. 1. P. 64–70.

- 18. Белокопытов Г.В., Боголюбов А. Н., Домбровская Ж.О. и др. Расчет электродинамических характеристик метапленки: экспериментально-аналитический подход // Труды VII Международной конференции «Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации». Суздаль. 2014. С. 15–17.
- Dimitriadis, A.I., Sounas, D.L., Kantartzis, N.V. et al. Surface Susceptibility Bianisotropic Matrix Model for Periodic Metasurfaces of Uniaxially Mono-Anisotropic Scatterers Under Oblique TE-Wave Incidence // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2012. Vol. 60. P. 5753–5767.
- Терехов Ю. Е. Электромагнитный отклик метаплёнок: диссертация кандидата физико-математических наук: 01.04.03 [Место защиты: Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова]. Москва, 2014. 146с.

#### Поступила 2 декабря 2014 г.

## CALCULATIONS OF ELECTRODYNAMIC CHARACTERISTICS OF THE METAFILMS: A COMBINATION OF EXPERIMENTAL AND ANALYTICAL APPROACHES

G. V. BELOKOPYTOV, A. N. BOGOLYUBOV, ZH.O. DOMBROVSKAYA, AND YU.E. TEREKHOV

Currently the design of 2D metamaterials (metafilms) is among the most actual problems of applied optics. Many works using numerical algorithms are dedicated to calculation of their electrodynamic characteristics (i.e. to the solution of the direct problem). As an alternative one can use analytical approach in which transmission and reflection coefficients of a metafilm are computed via known surface susceptibility matrix of subwave particles. This approach is much less labor-consuming and can easily be integrated with natural experiment.

In this work, the algorithm based on such analytical approach is constructed. It allows to design metafilms with given spectral properties for arbitrary angle of incidence and for arbitrary period of structure. Implication of analytical formulae for determination of polarizability matrix components for particles via transmittance and reflectance spectra allows increasing sufficiently the productivity of numerical calculations. The algorithm can be easily generalized for the case of more complicated geometry of particles (for instance, bianisotropic U-shaped resonators).