

УСКОРЕНИЕ МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КВАДРАТИЧНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКИХ МНОЖИТЕЛЕЙ ЛАГРАНЖА

Измаилов А.Ф.¹, Родин И.С.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ВМК, кафедра ИО, e-mail: izmaf@cs.msu.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, ВМК, кафедра ИО, e-mail: del.ris@ynadex.ru

Метод последовательного квадратичного программирования является одним из основных алгоритмов решения задач оптимизации со смешанными ограничениями

$$f(x) \rightarrow \min, h(x) = 0, g(x) \leq 0, \quad (1)$$

где $f: R^n \rightarrow R, h: R^n \rightarrow R^l, g: R^n \rightarrow R^m$. В работе рассматривается случай, когда в допустимой точке \bar{x} задачи (1) нарушаются условия регулярности ограничений, но \bar{x} является стационарной точкой задачи (1) с некоторым (возможно неединственным) ассоциированным множителем Лагранжа. В [1] показано, что в этом случае множество множителей Лагранжа может содержать особые, называемые критическими, множители, которые притягивают двойственные траектории прямо-двойственных алгоритмов оптимизации, что негативно влияет на сходимость таких методов.

Возможны по крайней мере два разных подхода к решению указанной проблемы критичности. Один из них состоит в том, чтобы пытаться избегать сходимости к критическому множителю. В работе рассматривается альтернативный подход, состоящий в ускорении сходимости к критическому множителю на основе имеющихся знаний об особом характере такой сходимости.

Основываясь на результатах работ, в которых изучались поведение ньютоновских методов для систем нелинейных уравнений [2] и для задач оптимизации с ограничениями – равенствами [3], был разработан алгоритм решения задачи (1), основанный на базовом методе последовательного квадратичного программирования с глобализацией с помощью одномерного поиска и снабженный процедурой экстраполяции для ускорения сходимости к критическим множителям.

В работе проведено сравнение поведения различных глобализованных вариантов метода последовательного квадратичного программирования для задач оптимизации, в решениях которых нарушаются условия регулярности ограничений. В частности, в работе исследованы вопросы о стабилизации множества активных ограничений подзадач, принятии методами настоящей матрицы Гессе и полного шага, а также ускоряющий эффект от использования экстраполяции. Модификации матрицы Гессе позволяют увеличить количество успешных запусков без значительной потери в эффективности. Для рассматриваемых методов типично асимптотическое принятие полного шага, а наличие положительного эффекта от экстраполяции связано с асимптотической стабилизацией множества активных ограничений подзадач.

Литература

1. Izmailov A.F., Kurennoy A.S., Solodov M.V. Critical solutions of nonlinear equations: local attraction for Newton-type methods // Math. Program. 2018. V. 167, N 2. P. 355-379.
2. Fischer A., Izmailov A.F., Solodov M.V. Unit stepsize for the Newton method close to critical solutions // Math. Program. 2021. V. 187, N 1-2. P. 697-721.
3. Izmailov A.F. Accelerating convergence of a globalized sequential quadratic programming method to critical Lagrange multipliers // Comput. Optim. Appl. 2021. <https://doi.org/10.1007/s10589-021-00317-z>.