

УДК 524.3-78, 523.947

О НЕПРЕРЫВНЫХ ПЕРЕХОДАХ МЕЖДУ РАЗРЫВНЫМИ МГД-РЕШЕНИЯМИ В ЗАДАЧЕ О МАГНИТНОМ ПЕРЕСОЕДИНЕНИИ

© 2012 г. Л. С. Леденцов*, Б. В. Сомов**

Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга,
Физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию 11.04.2012 г.

В общем виде исследована возможность смены типа магнитогидродинамического (МГД) разрыва при постепенном изменении условий течения плазмы. Законы сохранения в МГД допускают подобные переходы, если существуют так называемые переходные решения, удовлетворяющие одновременно двум типам разрывов. Выполнен поиск этих решений. Полученная на их основе система возможных переходов между МГД-разрывами представлена в наглядном схематическом виде. Показано, что итоговая общая схема переходов включает в себя все известные нам схемы переходов, описанные ранее. Изучена система разрывов и переходов между ними в самосогласованном решении аналитической задачи о пересоединении в сильном магнитном поле.

Ключевые слова: солнечная активность, вспышки, магнитное пересоединение, магнитная гидродинамика, плазма, разрывы.

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, уравнения обычной гидродинамики имеют лишь два типа разрывных решений: тангенциальный разрыв и ударная волна (см., например, Ландау, Лифшиц, 1986, § 84). В магнитной гидродинамике (МГД) наличие магнитного поля в плазме приводит к существованию быстрых, медленных, альвеновских ударных волн и других разрывов (см. Сыроватский, 1957, § 3). Более того, в отличие от гидродинамики, в МГД оказываются возможными непрерывные переходы между различными типами разрывных решений при непрерывном изменении условий течения плазмы. Происходит это через так называемые переходные решения, одновременно удовлетворяющие условиям двух типов разрывов.

Первое описание таких решений (Сыроватский, 1956) содержало переходы лишь между четырьмя типами разрывных течений: тангенциальными разрывами (Т) и альвеновскими (А), наклонными (S) и перпендикулярными (S_{\perp}) ударными волнами (рис. 1). Показанная здесь схема является, однако, неполной. Во-первых, в ней отсутствуют некоторые разрывные решения МГД, в частности параллельная ударная волна (S_{\parallel}) и контактный разрыв (С). Во-вторых, под понятием “наклонная ударная волна” объединено множество различных

течений (быстрые (S_{+}) и медленные (S_{-}) ударные волны, волны включения (S_{on}) и выключения (S_{off})), возможность непрерывных переходов между которыми требует отдельного рассмотрения.

Позже эта картина переходов между разрывными решениями системы уравнений идеальной МГД дополнялась на основе формальной постановки соответствия между ударными волнами и волнами малой амплитуды (Сомов, 1993, § 8.4). Полученная таким образом схема представлена на рис. 2. Хотя этот подход позволяет правильно указать возможные непрерывные переходы между разрывными

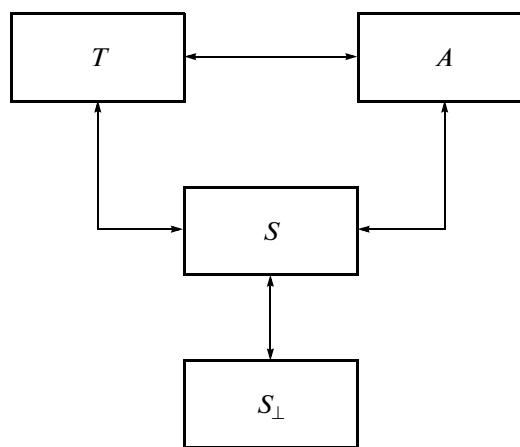


Рис. 1. Схема непрерывных переходов между МГД-разрывами (Сыроватский, 1956).

* Электронный адрес: koob@mail.ru

** Электронный адрес: somov@sai.msu.ru

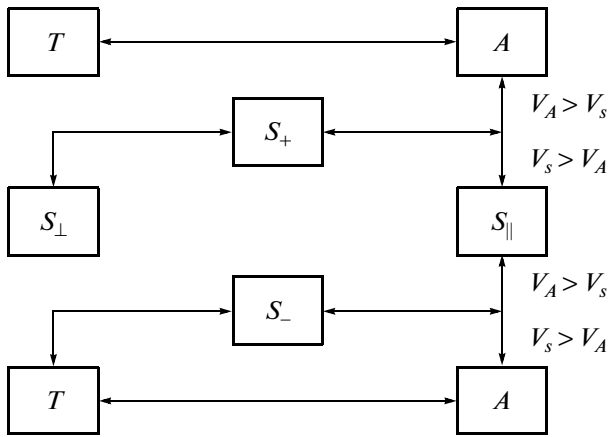


Рис. 2. Схема непрерывных переходов между МГД-разрывами (Сомов, 1993).

решениями и даже условия таких переходов, он не дает описания конкретного вида переходных решений между рассматриваемыми разрывами.

В астрофизической плазме, например в плазме солнечных вспышек, система взаимодействующих МГД-разрывов может иметь очень сложный вид, обусловленный изменениями магнитного поля и поля скоростей плазмы. Так, в процессе магнитного пересоединения, в ключевом механизме многих нестационарных явлений в космической и лабораторной плазме (Джованелли, 1946; Данжи, 1958; Сыроватский, 1962, 1971) происходит быстрое преобразование энергии магнитного поля в энергию заряженных частиц. Во время солнечных вспышек такое преобразование энергии осуществляется в высокотемпературных турбулентных токовых слоях (Сомов, 1992, 2006б). При этом значительная часть энергии вспышки высвобождается в виде быстрых узконаправленных потоков плазмы, окаймляемых и сопровождаемых системой ударных волн. Возможность взаимных переходов между разрывами значительно разнообразит структуру течений в окрестности пересоединяющего токового слоя.

Теоретические исследования магнитного пересоединения базируются, в первую очередь, на численном моделировании нестационарного процесса формирования и развития пересоединяющего токового слоя и ассоциированных с ним токовых структур, точнее говоря, на численном решении системы уравнений диссипативной МГД в области с достаточно простой начальной геометрией магнитного поля (Брушлинский и др., 1980; Бискамп, 1986; Иокояма, Шибата, 1997; Чен и др., 1999; Угай, 2009). Полезно и аналитическое рассмотрение магнитного поля, определяемого заданной стационарной токовой структурой при пересоединении в сильном магнитном поле (Безродных и др., 2007, 2011). В обоих подходах с неиз-

бежностью появляется необходимость трактовки получаемых в расчетах разрывных МГД-структур, их взаимодействий и преобразований.

Цель настоящей работы — получение общей картины возможных переходов между различными типами разрывных МГД-течений. В данной статье мы исходим из установленных нами ранее соответствий между стандартной классификацией МГД-разрывов и параметрами течения плазмы (Леденцов, Сомов, 2011) для того, чтобы найти конкретный вид переходных решений между отдельными парами разрывов.

План статьи таков. В следующем разделе приведены общая система граничных условий на поверхности разрыва и соотношения, связывающие конфигурацию магнитного поля вблизи поверхности разрыва с параметрами среды (плотность, поток массы и поток магнитного поля через разрыв). Далее приведен анализ граничных условий, переходных для различных типов разрывных течений. Предложена схема переходов между разрывными течениями в МГД.

Последний раздел посвящен трактовке переходов между разрывами, присутствующими в аналитическом решении о структуре сильного магнитного поля в окрестности пересоединяющего токового слоя (Безродных и др., 2007, 2011).

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ НА РАЗРЫВЕ

В окрестности МГД-разрыва плотность плазмы, ее давление, скорость течения, направление и напряженность магнитного поля могут изменяться скачком на расстоянии, сравнимом с длиной свободного пробега частиц. Физические процессы внутри такого скачка определяются кинетическими явлениями в плазме, как ламинарными, так и турбулентными (Тайдман, Кролл, 1971). В приближении диссипативной МГД внутренняя структура разрывного течения определяется коэффициентами переноса: вязкостью, проводимостью, теплопроводностью (Сиротина, Сыроватский, 1960; Зельдович, Райзер, 1966). Однако в приближении идеальной МГД этот скачок имеет нулевую толщину, т.е. происходит на некоторой поверхности разрыва.

Будем рассматривать плоскую поверхность разрыва, что является уместным для площадок достаточно малого размера по сравнению с радиусом кривизны поверхности разрыва. На рис. 3 представлена система координат, в которой наблюдатель перемещается вместе с поверхностью разрыва, расположенной в плоскости (y, z) . Однородная плазма втекает с постоянной скоростью в разрыв слева и вытекает из него справа. Находясь в рамках идеальной МГД, мы пренебрегаем вязкостью, теплопроводностью и

электрическим сопротивлением плазмы. Тогда граничные условия для уравнений МГД на разрыве могут быть записаны в виде следующих законов сохранения (Сыроватский, 1957; Шерклиф, 1967; Ландау, Лифшиц, 1982):

$$\{B_x\} = 0, \quad (1)$$

$$\{\rho v_x\} = 0, \quad (2)$$

$$\{v_x B_y - v_y B_x\} = 0, \quad (3)$$

$$\{v_x B_z - v_z B_x\} = 0, \quad (4)$$

$$\left\{ \rho v_x v_y - \frac{1}{4\pi} B_x B_y \right\} = 0, \quad (5)$$

$$\left\{ \rho v_x v_z - \frac{1}{4\pi} B_x B_z \right\} = 0, \quad (6)$$

$$\left\{ p + \rho v_x^2 + \frac{B^2}{8\pi} \right\} = 0, \quad (7)$$

$$\left\{ \rho v_x \left(\frac{v^2}{2} + w \right) + \frac{1}{4\pi} (B^2 v_x - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}) B_x) \right\} = 0. \quad (8)$$

Здесь фигурными скобками обозначена разность значений заключенной внутри скобок величины с обеих сторон плоскости разрыва. Например, первое уравнение означает непрерывность нормальной компоненты магнитного поля или, что то же самое, сохранение магнитного потока:

$$\{B_x\} = B_{x2} - B_{x1} = 0.$$

Величины, отмеченные индексом “1”, относятся к стороне, соответствующей набегающему потоку плазмы, а индексом “2” — убегающему.

Такая система граничных условий, в отличие от граничных условий в обычной гидродинамике, не распадается на набор взаимоисключающих групп уравнений, а значит, в принципе, она допускает непрерывные переходы между различными типами разрывных решений при непрерывном изменении условий течения плазмы. В силу возможности плавного перехода между разрывами различных типов за основу их классификации принимаются локальные внешние признаки течения вблизи плоскости разрыва: наличие или отсутствие потока массы и потока магнитного поля через разрыв, непрерывность или скачок плотности.

Для двумерного случая Леденцов, Сомов (2011) получили из системы уравнений (1)–(7) формулу, связывающую углы наклона вектора магнитного

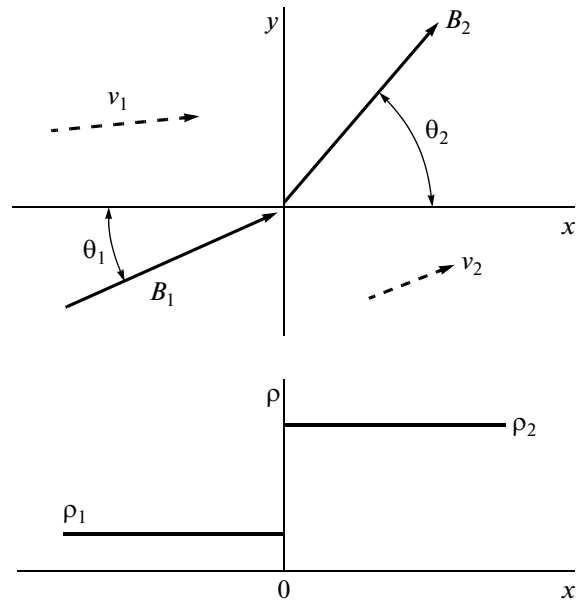


Рис. 3. Изменение магнитного поля \mathbf{B} , поля скоростей \mathbf{v} и плотности ρ плазмы на фронте ударной волны $x = 0$.

поля к поверхности разрыва с величинами плотности ρ_1 и ρ_2 , потоком магнитного поля B_x и потоком массы $m = \rho v_x$:

$$\operatorname{tg}\theta_2 = \frac{2(B_x^2/4\pi - m^2 \tilde{r}) + m^2 \{r\}}{2(B_x^2/4\pi - m^2 \tilde{r}) - m^2 \{r\}} \operatorname{tg}\theta_1, \quad (9)$$

где $\operatorname{tg}\theta = B_x/B_y$, $r = 1/\rho$; здесь и далее тильдой помечены средние значения величин, так $\tilde{r} = (r_1 + r_2)/2$.

Кроме того, из условия существования нетривиальных решений рассматриваемой системы уравнений следует ограничение на возможные значения потока массы через разрыв (Леденцов, Сомов, 2011):

$$m^2 = -\frac{\{p\}}{\{r\}} \frac{m^2 - B_x^2/4\pi \tilde{r}}{m^2 - (B_x^2 + \tilde{B}_y^2)/4\pi \tilde{r}}. \quad (10)$$

В силу того, что m^2 не может быть отрицательным, должны выполняться неравенства: или

$$m^2 < \frac{B_x^2}{4\pi \tilde{r}}, \quad (11)$$

или

$$m^2 > \frac{B_x^2 + \tilde{B}_y^2}{4\pi \tilde{r}}. \quad (12)$$

На основе этих результатов мы продолжим в данной статье исследование свойств разрывных течений, а именно, установим возможные переходы между ними.

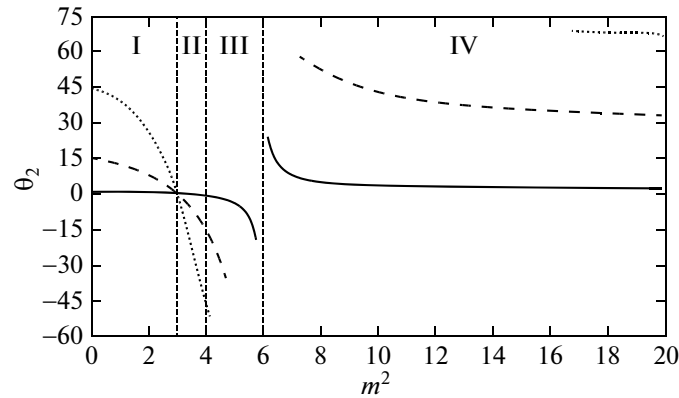


Рис. 4. Зависимости угла наклона магнитного поля θ_2 за плоскостью разрыва от квадрата потока массы вещества m^2 при различных значениях угла θ_1 . Случай $\theta_1 = 1^\circ$ обозначен сплошной линией, $\theta_1 = 15^\circ$ — штриховой, $\theta_1 = 45^\circ$ — пунктирной.

ПЕРЕХОДНЫЕ РЕШЕНИЯ

Для существования непрерывных переходов между различными типами разрывных течений должны существовать переходные решения, одновременно удовлетворяющие граничным условиям обоих разрывов. Определение этих переходных решений начнем с поиска условий переходов между двумерными течениями ($v_z = 0$, $B_z = 0$), а затем установим вид решений, являющихся переходными к трехмерным разрывам.

Формула (9), выведенная для двумерных разрывов, содержит зависимость углов наклона магнитного поля от параметров ρ_1 , $\{\rho\}$, B_x и m^2 . Изучим поведение этого уравнения при варьировании отдельных параметров. Вначале рассмотрим зависимость от квадрата потока массы через разрыв. Зафиксировав ненулевые значения плотностей и магнитного потока, найдем зависимость угла наклона магнитного поля за плоскостью разрыва θ_2 от квадрата потока массы m^2 . Нас интересуют качественные изменения соотношения между углами θ_1 и θ_2 при варьировании m^2 . Поэтому будем рассматривать формулу (9) пока без каких-либо конкретных приложений к определенным физическим условиям в среде. Выберем значения ρ_1 , $\{\rho\}$ и B_x из соображений наглядности и простоты. Более того, опустим в дальнейшем указания единиц размерности, положив всюду, что одна расчетная единица равна одной единице СГСЕ. Так на рис. 4 представлены графики зависимости $\theta_2(m^2)$ для значений $\rho_1 = 3\pi$, $\{\rho\} = 3\pi$, $B_x = 2$, и трех различных значений угла падения магнитного поля на разрыв: $\theta_1 = 1^\circ$, $\theta_1 = 15^\circ$ и $\theta_1 = 45^\circ$. Во всех трех случаях графики зависимости $\theta_2(m^2)$ ведут себя одинаковым образом. Во-первых, они пересекаются в одной точке при $m^2 = 3$. Во-вторых, для каждой кривой $\theta_2 \rightarrow -\theta_1$

при $m^2 \rightarrow 4$. В-третьих, все они имеют область, где уравнение (9) теряет физический смысл. В нашем расчете это происходит в окрестности $m^2 = 6$.

В связи с этим выделим на координатной плоскости (рис. 4) четыре области со схожим поведением зависимости $\theta_2(m^2)$. В области I ($0 < m^2 < 3$) происходит ослабление составляющей вектора напряженности магнитного поля, тангенциальной к плоскости разрыва ($0 < \theta_2 < \theta_1$). В области II ($3 < m^2 < 4$) кроме ослабления наблюдается еще и смена знака тангенциальной компоненты поля ($-\theta_1 < \theta_2 < 0$). В области III ($4 < m^2 < 6$) при пересечении плоскости разрыва тангенциальная компонента поля меняет знак и увеличивается по модулю ($\theta_2 < -\theta_1$). В области IV ($m^2 > 6$) происходит усиление магнитного поля ($\theta_2 > \theta_1$) с сохранением знака.

Таким образом, видно, как при постепенном увеличении потока плазмы меняется характер соотношения между углами наклона магнитного поля, а следовательно, и тип МГД-разрыва. Области I и II отвечают медленным ударным МГД-волнам, соответственно не обращающим (S_-^\uparrow) и обращающим (S_-^\downarrow) тангенциальную компоненту магнитного поля. Область III соответствует трансальвеновской ударной волне (Tr), а область IV — быстрой ударной волне (S_+). В таком случае решения, переходные для разрывных течений, соответствующих соседним областям, реализуются при значении квадрата потока массы, разграничивающем на координатной плоскости эти две области.

Сначала рассмотрим переход между медленной ударной волной и контактным разрывом (С). Граничные условия для двумерных разрывов (коим является и медленная ударная волна) следуют из

системы (1)–(7) при подстановке условий $v_z = 0$ и $B_z = 0$:

$$\{B_x\} = 0, \quad \{\rho v_x\} = 0, \quad (13)$$

$$\left\{ p + \rho v_x^2 + \frac{B_y^2}{8\pi} \right\} = 0,$$

$$\{v_x B_y - v_y B_x\} = 0, \quad \left\{ \rho v_x v_y - \frac{1}{4\pi} B_x B_y \right\} = 0.$$

Покажем, что при $v_x = 0$ граничные условия (13) удовлетворяют и контактному разрыву. Действительно, подстановка $v_x = 0$ в систему (13) дает

$$\{B_x\} = 0, \quad \{v_y\} = 0, \quad (14)$$

$$\{B_y\} = 0, \quad \{p\} = 0.$$

Из граничных условий (14) следует, что магнитное поле непрерывно, $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2$, а скачок плотности $\{\rho\}$ не равен нулю, как и должно быть на контактном разрыве. Таким образом, система уравнений (14) описывает одновременно и медленную ударную волну в пределе $v_x \rightarrow 0$, и контактный разрыв, т.е. является переходным решением.

Вернемся к рис. 4. На границе областей I и II угол θ_2 стремится к нулю вне зависимости от значения угла θ_1 . В этой точке происходит изменение знака тангенциальной компоненты магнитного поля на медленной ударной волне. Медленная ударная волна, не обращающая тангенциальную компоненту поля, превращается в обращающую волну. Соответствующее переходное решение, как следует из уравнений (13) при $B_{y2} = 0$, имеет вид

$$\{B_x\} = 0, \quad \{\rho v_x\} = 0, \quad (15)$$

$$\left\{ p + \rho v_x^2 \right\} = \frac{B_{y1}^2}{8\pi},$$

$$B_x \{v_y\} = -v_{x1} B_{y1}, \quad \rho v_x \{v_y\} = -\frac{1}{4\pi} B_x B_{y1}.$$

Исключение скачка $\{v_y\}$ из двух последних уравнений системы (15) дает аналитическое значение величины квадрата потока массы через разрыв $m^2 = \rho_1 B_x^2 / 4\pi$. Как и следовало ожидать, этот поток массы соответствует волне выключения (S_{off}) (Леденцов, Сомов, 2011). При таком значении квадрата потока массы за плоскостью разрыва исчезает тангенциальная составляющая магнитного поля. Происходит это при прочих равных условиях вне зависимости от начального угла θ_1 , что соответствует пересечению графиков на рис. 4.

Обращение тангенциальной компоненты магнитного поля на границе областей II и III может быть осуществлено частным случаем трехмерного

альвеновского разрыва (A). На альвеновском разрыве отсутствует скачок плотности $\{\rho\} = 0$. Подставим это условие в (13):

$$\{\rho\} = 0, \quad \{B_x\} = 0, \quad \{v_x\} = 0, \quad (16)$$

$$\left\{ p + \frac{B_y^2}{8\pi} \right\} = 0,$$

$$B_x \{v_y\} = v_x \{B_y\}, \quad \rho v_x \{v_y\} = \frac{1}{4\pi} B_x \{B_y\}.$$

В случае $\{B_y\} = 0$ все величины непрерывны и разрыв отсутствует. Поэтому рассмотрим случай $\{B_y\} \neq 0$. Исключая выражение $\{B_y\}/\{v_y\}$ из последних двух уравнений системы (16), получим значение квадрата потока массы, соответствующее альвеновской скорости, $m_A^2 = \rho B_x^2 / 4\pi$. При подстановке $\{\rho\} = 0$ в систему (1)–(7) получим граничные условия альвеновского течения:

$$\{\rho\} = 0, \quad \{B_x\} = 0, \quad \{v_x\} = 0, \quad (17)$$

$$\left\{ p + \frac{B_y^2 + B_z^2}{8\pi} \right\} = 0,$$

$$B_x \{v_y\} = v_x \{B_y\}, \quad \rho v_x \{v_y\} = \frac{1}{4\pi} B_x \{B_y\},$$

$$B_x \{v_z\} = v_x \{B_z\}, \quad \rho v_x \{v_z\} = \frac{1}{4\pi} B_x \{B_z\}.$$

Как видно из сравнения систем (16) и (17), граничные условия (16) описывают переходный разрыв между медленной ударной волной в пределе $\{\rho\} \rightarrow 0$ и альвеновским течением при $v_z = 0$, $B_z = 0$. Разрыв представляет собой плоский случай альвеновского разрыва, переворачивающий тангенциальную компоненту магнитного поля. На рис. 4 такой переход возможен на границе областей II и III. Надо заметить, что величина ρ в системах (16) и (17) является плотностью плазмы на таком альвеновском разрыве, к которому возможно произвести переход от конкретного двумерного разрыва, и, вообще говоря, не совпадает с величинами ρ_1 или ρ_2 . Она может быть найдена из сопоставления альвеновского потока массы и максимально возможного потока, допускаемого неравенством (11): $\rho = 1/\tilde{r}$.

Трансальвеновские разрывы, увеличивающие и переворачивающие тангенциальную составляющую магнитного поля, занимают область III и примыкают к значению альвеновского потока массы справа. Трансальвеновские течения удовлетворяют неравенству (12). При стремлении квадрата потока массы к величине $m^2 = (B_x^2 + \tilde{B}_y^2) / 4\pi \tilde{r}$ скачок $\{B_y\}$ стремится к нулю. Таким

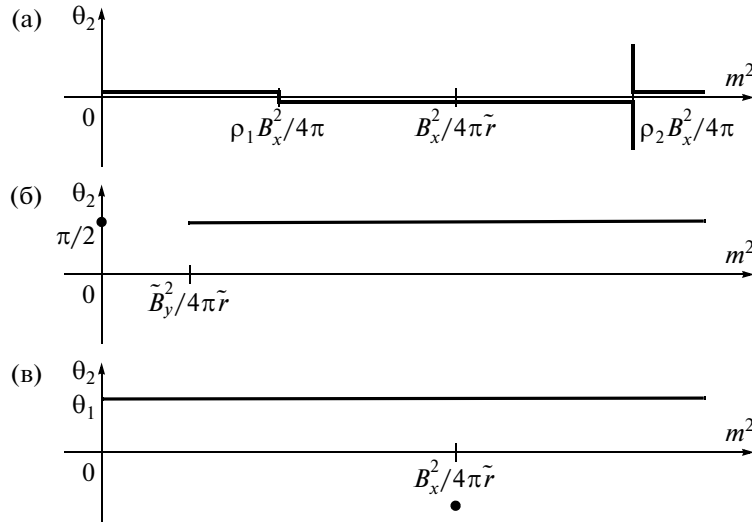


Рис. 5. Схематическое поведение зависимости $\theta_2(m^2)$ при $\theta_1 = 0$ (а), $B_x = 0$ (б), $\{\rho\} = 0$ (в).

образом осуществляется плавное изменение потока массы до альвеновского значения. Условия перехода к альвеновскому разрыву идентичны случаю медленной ударной волны и описываются системой (16).

На некотором отрезке потоков массы вблизи границы областей III и IV течение не может быть реализовано, из-за чего невозможен прямой переход между трансальвеновскими и быстрыми ударными волнами. Величина этого отрезка уменьшается с уменьшением начального угла наклона магнитного поля вплоть до полного исчезновения при $\theta_1 = 0$ (см. рис. 4). Возможные потоки массы быстрых ударных волн ограничены тем же неравенством (12), что и трансальвеновские. Самая сильная быстрая ударная волна (в наибольшей степени увеличивающая энергию магнитного поля) реализуется при минимальном из возможных квадрате потока массы, а именно при $m^2 = (B_x^2 + \tilde{B}_y^2) / 4\pi \tilde{r}$. Только теперь, в отличие от трансальвеновского случая, величина скачка $\{B_y\}$ не стремится к нулю, а следует из решения уравнения (9). Этим и объясняется различие возможных потоков массы через трансальвеновские и быстрые ударные волны. При постепенном увеличении потока массы тангенс угла наклона магнитного поля за плоскостью разрыва асимптотически стремится к значению $\text{tg}\theta_2 = (\rho_2/\rho_1)\text{tg}\theta_1$.

Варьирование параметров ρ_1 , $\{\rho\}$, B_x приводит к сжатию или растяжению графиков, представленных на рис. 4, вдоль координатных осей с сохранением их общей структуры. Для нулевых значений θ_1 , B_x и $\{\rho\}$ поведение зависимостей $\theta_2(m^2)$ представлено в схематическом виде на рис. 5. Из уравнения (9) видно, что при стремлении угла θ_1 к нулю

угол θ_2 также стремится к нулю почти при всех значениях m^2 (случай $m^2 = \rho_2 B_x^2 / 4\pi$ будет рассмотрен отдельно). Другими словами, если $B_{y1} = 0$, то и $B_{y2} = 0$ (рис. 5а). При этом граничные условия двумерных разрывов (13) преобразуются к виду

$$\{\rho v_x\} = 0, \quad \{p + \rho v_x^2\} = 0, \quad (18)$$

$$\{B_x\} = 0, \quad \{v_y\} = 0.$$

Последние три уравнения представляют собой гидродинамическую ударную волну. Но распространяется она в соответствии с условиями $B_{y1} = 0$ и $B_{y2} = 0$ вдоль линий магнитного поля. Это параллельная ударная волна (S_{\parallel}). Система (18) — переходное решение между наклонными ударными волнами в пределе $\theta_1 \rightarrow 0$ и параллельной ударной волной.

С уменьшением угла θ_1 также будет уменьшаться разрыв между допустимыми значениями потока массы для быстрых и трансальвеновских ударных волн. Граничные условия (13) при этом принимают вид

$$\{B_x\} = 0, \quad \{\rho v_x\} = 0,$$

$$\{p + \rho v_x^2\} = -\frac{B_y^2}{8\pi}, \quad (19)$$

$$B_x \{v_y\} = v_{x2} B_{y2}, \quad \rho v_x \{v_y\} = \frac{1}{4\pi} B_x B_{y2}.$$

Из совместного решения двух последних уравнений системы (19) имеем $m^2 = \rho_2 B_x^2 / 4\pi$. Уравнение (9) для этого значения квадрата потока массы не может быть однозначно разрешено. Нулевому

значению θ_1 может соответствовать ненулевое значение θ_2 . За фронтом ударной волны появляется тангенциальная компонента магнитного поля. Такая ударная волна имеет название волны включения ($S_{\text{он}}$). Она может выполнять роль переходной для трансальвеновской и быстрой ударных волн в пределе $\theta_1 \rightarrow 0$, но для перехода необходимо еще выдержать квадрат потока массы, соответствующий волне включения. В противном случае будет осуществлен переход к параллельной ударной волне в соответствии с решением (18).

Чтобы установить вид переходного решения между параллельной ударной волной и контактным разрывом, положим в системе (18) $v_x = 0$:

$$\{B_x\} = 0, \quad \{v_y\} = 0, \quad \{p\} = 0. \quad (20)$$

Эта система уравнений соответствует контактному разрыву (14), ортогональному линиям магнитного поля. А значит, она описывает переходный разрыв между параллельной ударной волной в пределе $v_x \rightarrow 0$ и контактным разрывом.

При обращении в ноль магнитного потока ($B_x = 0$) квадрат потока массы волны включения, разграничивающей области III и IV на рис. 4, становится формально равным нулю. Таким образом, все ненулевые потоки масс оказываются в области IV (рис. 5б). Чтобы найти граничные условия соответствующих им разрывных течений, подставим $B_x = 0$ в (13):

$$\{\rho v_x\} = 0, \quad \left\{ p + \rho v_x^2 + \frac{B_y^2}{8\pi} \right\} = 0, \quad (21)$$

$$\{v_x B_y\} = 0, \quad \{v_y\} = 0.$$

Эти условия представляют собой ударную волну сжатия, распространяющуюся перпендикулярно магнитному полю. Общий случай перпендикулярной ударной волны (S_{\perp}) получим, подставив $B_x = 0$ в (1)–(7):

$$\{\rho v_x\} = 0, \quad \left\{ p + \rho v_x^2 + \frac{B_y^2 + B_z^2}{8\pi} \right\} = 0, \quad (22)$$

$$\{v_x B_y\} = 0, \quad \{v_y\} = 0,$$

$$\{v_x B_z\} = 0, \quad \{v_z\} = 0.$$

Тогда уравнения системы (21) представляют собой граничные условия переходного разрыва между быстрой ударной волной в пределе $B_x \rightarrow 0$ и перпендикулярной ударной волной с магнитным полем, расположенным вдоль оси y . Стоит отметить, что этот переход может быть осуществлен только при потоках массы, удовлетворяющих неравенству (12), которое в при $B_x = 0$ примет вид $m^2 > \tilde{B}_y^2 / 4\pi \tilde{r}$.

Теперь определим граничные условия разрыва, реализующегося при $m^2 = 0$ на рис. 5б. Для этого подставим $B_x = 0$ и $v_x = 0$ в (1)–(7). В этом случае магнитное поле и скорость параллельны поверхности разрыва и могут претерпевать произвольные скачки по величине и по направлению. Скачок давления связан со скачком напряженности магнитного поля условием

$$\left\{ p + \frac{B_y^2 + B_z^2}{8\pi} \right\} = 0. \quad (23)$$

Это тангенциальный разрыв (Т). В пределе $B_x \rightarrow 0$ к нему при некоторых условиях могут перейти и контактный разрыв, и медленные ударные волны, и альвеновский разрыв. Получим соответствующие переходные решения.

Подстановка $B_x = 0$ в граничные условия контактного разрыва (14) дает следующее переходное решение:

$$\{B_y\} = 0, \quad \{v_y\} = 0, \quad \{p\} = 0. \quad (24)$$

Система уравнений (24) описывает тангенциальный разрыв (23) при нулевой компоненте поля B_z и отсутствии скачков $\{v_y\}$ и $\{B_y\}$.

Граничные условия наклонных ударных волн (13) при $B_x = 0$ и $v_x = 0$ дадут переходное решение:

$$\left\{ p + \frac{B_y^2}{8\pi} \right\} = 0. \quad (25)$$

Уравнение (25) соответствует плоскому тангенциальному разрыву (23) при $B_z = 0$.

Граничное условие альвеновского разрыва (17) после подстановки $B_x = 0$ даст переходное решение:

$$\{\rho\} = 0, \quad \left\{ p + \frac{B_y^2 + B_z^2}{8\pi} \right\} = 0. \quad (26)$$

Система уравнений (26) описывает тангенциальный разрыв (23), не имеющий скачка плотности ρ .

Трансальвеновские ударные волны, занимающие на рис. 4 область III, при уменьшении магнитного потока через разрыв вырождаются в частный случай альвеновского разрыва. Это можно наблюдать на рис. 4 в виде постепенного уменьшения диапазона потоков массы, на которых реализуются трансальвеновские разрывы, при постепенном увеличении угла падения магнитного поля θ_1 .

Разумеется, для любого типа течения также можно приравнять к нулю скачки плотности, скорости, магнитного поля, что сотрет какие бы то ни было различия в характеристиках плазмы по разные стороны разрыва (рис. 5в). Плоскость разрыва будет соответствовать произвольным образом проведенной поверхности в однородной среде. Разрыв как таковой будет отсутствовать.

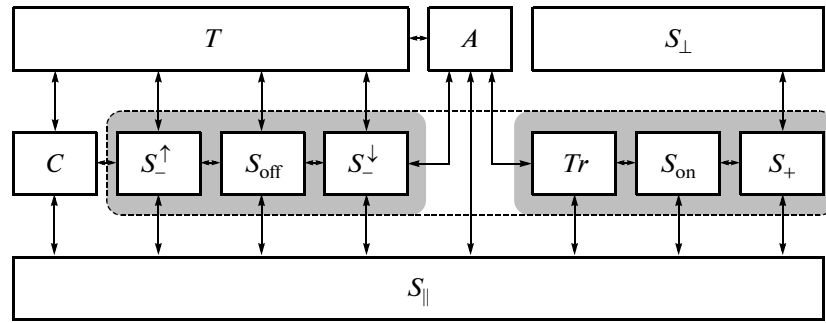


Рис. 6. Схема непрерывных переходов между МГД-разрывами. Пунктирной линией обведен набор разрывов, соответствующий блоку наклонных ударных волн схемы Сыроватского (1956). Внутри контура заливкой выделены “медленная” (слева) и “быстрая” (справа) составляющие схемы, предложенной Сомовым (1993).

СХЕМА ПЕРЕХОДОВ

Суммируя полученные результаты, можно нарисовать общую схему возможных переходов между разрывными решениями в МГД. На рис. 6 в верхнем и среднем ряду расположены соответственно трехмерные и двумерные разрывы в порядке увеличения допустимых значений потока массы через разрыв. В нижнем ряду находится одномерная параллельная ударная волна ($S_{||}$). Группировка отдельных элементов произведена для удобства сопоставления нашей схемы переходов с ранее предлагавшимися (Сыроватский, 1956; Сомов, 1993).

Схема Сыроватского (рис. 1) согласуется с рис. 6, если элементы S_{-} , S_{off} , S_{+} , Tr , S_{on} и S_{+} объединить в один блок “наклонные ударные волны” (S), опустив при этом вопрос о возможности переходов внутри блока, и не рассматривать контактный разрыв (C) и параллельную ударную волну ($S_{||}$). Схема, предложенная Сомовым (рис. 2; см. также Сомов, 1994, § 8.4 и Сомов, 2006а, § 16.3), включает в себя параллельную ударную волну ($S_{||}$) и разделение наклонных волн на “медленную” (S_{-}), соответствующую условию (11), и “быструю” (S_{+}), соответствующую условию (12). Символами V_A и V_s на рис. 2 обозначены альвеновская скорость и скорость звука. Такие условия на переходы получены из сравнения свойств разрывов и волн малой амплитуды. Проверим выполнение этих же условий для ударных волн. Вначале рассмотрим переход от наклонных волн к альвеновскому разрыву. В уравнении (10) выражение $-\{p\}/\{r\}$ пропорционально потоку массы со скоростью звука:

$$-\frac{\{p\}}{\{r\}} = \rho_1 \rho_2 \frac{\{p\}}{\{\rho\}} \propto \rho^2 \frac{\partial p}{\partial \rho} = (\rho V_s)^2. \quad (27)$$

Переход наклонных ударных волн к альвеновскому разрыву, в соответствии с нашей схемой переходов,

происходит при $m^2 \rightarrow m_A^2$. Причем вблизи значения m_A^2

$$\frac{m^2 - B_x^2/4\pi\tilde{r}}{m^2 - (B_x^2 + \tilde{B}_y^2)/4\pi\tilde{r}} < 1$$

для случая (11) и

$$\frac{m^2 - B_x^2/4\pi\tilde{r}}{m^2 - (B_x^2 + \tilde{B}_y^2)/4\pi\tilde{r}} > 1$$

для случая (12). Тогда, используя уравнения (10) и (27), получаем, что действительно, как и на рис. 2, переход к альвеновскому разрыву осуществляется при $V_s > V_A$ для “медленной” части (11) и при $V_A > V_s$ для “быстрой” части (12).

При стремлении $m^2 \rightarrow 0$ и $m^2 \rightarrow \infty$ получаем соответственно $V_s \rightarrow 0$ и $V_s \rightarrow \infty$. Таким образом, при переходе от наклонных ударных волн к параллельной $V_A > V_s$ для (11) и $V_s > V_A$ для (12), что и требовалось доказать.

Таким образом, предлагаемая нами схема переходов между разрывными решениями уравнений МГД является корректным обобщением двух более ранних схем.

ПЕРЕХОДЫ В МОДЕЛИ ПЕРЕСОЕДИНЕНИЯ

Безродных и др. (2007, 2011) получили аналитическое решение модельной МГД-задачи о стационарном магнитном пересоединении в области, состоящей из токового слоя Сыроватского и четырех присоединенных к его концам поверхностей разрыва конечной длины (Марковский, Сомов, 1989). Геометрия двумерной токовой структуры задается ее свободными параметрами. Расчет магнитного поля в приближении сильного поля вблизи токовой структуры дает значения углов падения и преломления поля на поверхностях разрыва, исходя из

которых определяются типы разрывов. Характеристики перетекающей через разрыв плазмы меняются в зависимости от расстояния, отсчитываемого от точки присоединения к токовому слою вдоль поверхности разрыва. Различным режимам течения отвечают различные типы разрывных МГД-решений. Так, на рис. 7, взятом из работы Безродных и др. (2011), представлены изменения углов наклона магнитного поля в зависимости от координаты на разрыве для одного конкретного расчета. Поверхность разрыва можно условно поделить на три области в соответствии с типами течений (Леденцов, Сомов, 2011). Непосредственно к токовому слою примыкает трансальвенновская ударная волна. На рис. 7 это область отрицательных значений угла θ_1 . При удалении от токового слоя наблюдается быстрая ударная волна ($\theta_2 > \theta_1$) вплоть до точки пересечения графиков θ_1 и θ_2 на внешнем краю поверхности разрыва. Оканчивается разрыв медленной ударной волной ($\theta_2 < \theta_1$), плавно переходящей в непрерывное течение ($\theta_2 = \theta_1$) при $l = 1$.

Смена типа ударной волны при непрерывном изменении параметров течения плазмы должна происходить через переходные разрывы. В рассматриваемом нами случае первый переход осуществляется между трансальвенновской и быстрой ударными волнами. В роли переходного разрыва, как было показано выше, должна выступать волна включения (19). Действительно, как видно из рис. 7, в точке перехода между трансальвенновской и быстрой ударными волнами магнитное поле в набегающем потоке нормально к поверхности разрыва ($\theta_1 = 0$), а в убегающем — имеет тангенциальную составляющую ($\theta_2 > 0$). Этот переход невозможно осуществить только лишь постепенным изменением потока массы через разрыв. Необходимо одновременно уменьшать угол падения магнитного поля, чтобы уменьшить разрыв между допустимыми значениями потока массы для быстрой и трансальвенновской волн. Кроме того, и трансальвенновская, и быстрая ударные волны удовлетворяют неравенству (12). А значит, для плавного изменения параметров среды поток массы через получаемую волну включения также должен удовлетворять этому неравенству:

$$\frac{\rho_2 B_x^2}{4\pi} > \frac{B_x^2 + \tilde{B}_y^2}{4\pi \tilde{r}}.$$

Упростив это соотношение, получим ограничение на возможное значение наклона магнитного поля за плоскостью разрыва:

$$\text{tg}^2 \theta_2 < \frac{2\{\rho\}}{\rho_1}. \quad (28)$$

Второй переход между быстрой и медленной ударными волнами не может быть осуществлен

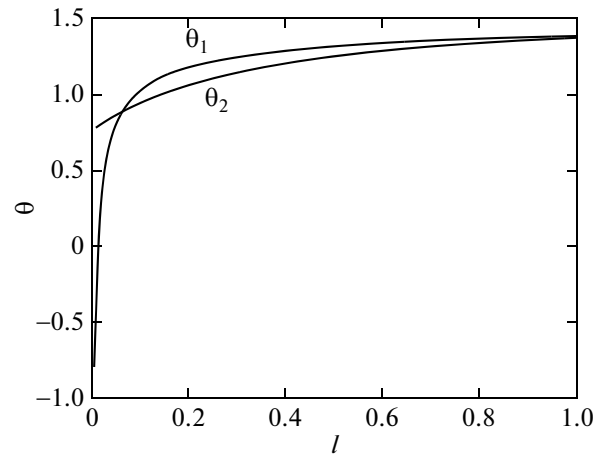


Рис. 7. Распределение углов θ_1 и θ_2 на присоединенном к токовому слою разрыве (Безродных и др., 2011); l — отношение расстояния, отсчитываемого от конца токового слоя вдоль поверхности разрыва, к полной длине разрыва.

непрерывным изменением потока массы через разрыв. Пересечение кривых на рис. 7 говорит об отсутствии скачка величины магнитного поля в точке, разделяющей быструю и медленную ударные волны. Такой структуре поля может соответствовать только контактный разрыв. Однако в быстрой ударной волне отношение тангенсов углов $\text{tg}\theta_2/\text{tg}\theta_1$, как было показано выше, асимптотически стремится сверху лишь к значению ρ_2/ρ_1 и может принять единичное значение, характерное для контактного разрыва, лишь при $\{\rho\} = 0$. Это вместе с граничными условиями (14) дает отсутствие разрыва в точке соприкосновения быстрой и медленной ударных волн. Скачки плотности, скорости, магнитного поля и давления в этой точке должны равняться нулю.

Таким образом, поверхность разрыва оказывается физически разделенной на две области: внутренняя часть состоит из трансальвенновской и быстрой ударных волн, а внешняя представляет собой медленную ударную волну. При изменении начальных параметров модели можно получить режим пересоединения, в котором разрыв оканчивается быстрой ударной волной, а внешняя часть разрыва отсутствует вообще. Это говорит о том, что внутренняя часть разрыва обусловлена самим процессом пересоединения и тесно связана с наличием обратного тока на торцах токового слоя, что хорошо показано в работе Безродных и др. (2007), в то время как внешняя часть сильно зависит от факторов, влияющих на общую топологию токовых слоев: наличие или отсутствие “магнитного препятствия”, неоднородности распределения плазмы в области пересоединения.

Можно проследить некоторые аналогии наших выводов с результатами современного численного МГД-моделирования процесса быстрого пересоединения (Шимизу и др., 2005; Угай, 2009; Зенитани, Миоши, 2011). Плазма, выбрасываемая из токового слоя, в результате пересоединения собирается в сгусток — так называемый “плазмоид”, отделенный от окружающей плазмы системой медленных ударных волн. Структура и интенсивность последних зависят от размеров и плотности “плазмоида”. Кроме того, характеристики внешней части поверхности разрыва в работе Безродных и др. (2011) зависят от геометрии модели. Ближе к токовому слою, в области обратных токов, численные модели дают сложную систему ударных волн. Вследствие неэволюционности полученных трансальвовенских волн структура внутренней части разрыва, описанная в работах Безродных и др. (2007, 2011), также должна усложняться и может иметь некоторые сходства с результатами численных экспериментов. В целом, взаимосвязь процессов магнитного пересоединения и формирования системы сопутствующих разрывных течений требует всестороннего дальнейшего исследования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены граничные условия для уравнений идеальной МГД на поверхности разрывов различных типов. При использовании ранее найденных нами связей формы магнитного поля с параметрами течения вещества через разрыв установлен непосредственный вид переходных решений для всех возможных пар разрывных течений. На их основе построена обобщенная схема переходов между разрывными течениями в МГД. На примере ударных волн, присутствующих в аналитической модели пересоединения (Безродных и др., 2007, 2011), показаны возможные ограничения, налагаемые на параметры среды условиями непрерывных переходов. Установлено разделение присоединенных к токовому слою поверхностей разрыва на две области, имеющие, по-видимому, различные причины появления. Квазистационарная внутренняя часть связана с обратными токами в токовом слое, а внешняя часть преимущественно обусловлена граничными условиями, в которых реализуется процесс магнитного пересоединения, и его скоростью.

Авторы благодарят рецензента за полезные замечания. Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 11-02-00843-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Безродных С.И., Власов В.И., Сомов Б.В., Письма в Астрон. журн. **33**, 153 (2007) [S.I. Bezrodnykh, V.I. Vlasov, B.V. Somov, *Astron. Lett.* **33**, 130 (2007)].
2. Безродных С.И., Власов В.И., Сомов Б.В., Письма в Астрон. журн. **37**, 133 (2011) [S.I. Bezrodnykh, V.I. Vlasov, B.V. Somov, *Astron. Lett.* **37**, 113 (2011)].
3. Бискамп (D. Biskamp), *Phys. Fluids* **29**, 1520 (1986).
4. Брушлинский К.В., Заборов А.М., Сыроватский С.И., *Физика плазмы* **6**, 297 (1980).
5. Данжи (J.W. Dungey), *Cosmic Electrodynamics* (Cambridge: Cambridge Univ. Press., 1958).
6. Джованелли (R.G. Giovanelli), *MNRAS* **158**, 81 (1946).
7. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П., *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений* (М.: Наука, 1966).
8. Зенитани, Миоши (S. Zenitani and T. Miyoshi), *Phys. Plasmas* **18**, 022105 (2011).
9. Иокояма, Шибата (T. Yokoyama and K. Shibata), *Astrophys. J.* **474**, L61 (1997).
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982).
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., *Гидродинамика* (М.: Наука, 1986).
12. Леденцов Л.С., Сомов Б.В., Письма в Астрон. журн. **37**, 151 (2011) [L.S. Ledentsov, B.V. Somov, *Astron. Lett.* **37**, 131 (2011)].
13. Марковский С.А., Сомов Б.В., *Физика солнечной плазмы* (М.: Наука, 1989), с. 45.
14. Сиротина Е.П., Сыроватский С.И., *ЖЭТФ* **39**, 746 (1960).
15. Сомов (B.V. Somov), *Physical Processes in Solar Flares* (Dordrecht, Boston: Kluwer Academ. Publ., 1992).
16. Сомов Б.В., *Космическая электродинамика и физика Солнца* (М.: Изд-во Моск. ун-та, 1993).
17. Сомов (B. V. Somov), *Fundamentals of Cosmic Electrodynamics* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1994).
18. Сомов (B. V. Somov), *Plasma Astrophysics, Part I, Fundamentals and Practice* (N.Y.: Springer Science+Business Media, LLC, 2006a).
19. Сомов (B. V. Somov), *Plasma Astrophysics, Part II, Reconnection and Flares* (N.Y.: Springer Science+Business Media, LLC, 2006b).
20. Сыроватский С.И., *Тр. ФИАН СССР* **8**, 13 (1956).
21. Сыроватский С.И., *УФН* **62**, 247 (1957).
22. Сыроватский С.И., *Астрон. журн.* **39**, 987 (1962).
23. Сыроватский С.И., *ЖЭТФ* **60**, 1726 (1971).
24. Тайдман, Кролл (D.A. Tideman and N.A. Krall), *Shock Waves in Collisionless Plasma* (New York, London, Sydney: Wiley-Interscience, 1971).
25. Угай (M. Ugai), *Phys. Plasmas* **15**, 082306 (2009).
26. Чен и др. (P.F. Chen, C. Fang, Y.H. Tang, et al.), *Astrophys. J.* **513**, 516 (1999).
27. Шерклиф Дж., *Курс магнитной гидродинамики* (М.: Мир, 1967).
28. Шимизу и др. (T. Shimizu, K. Kondo, and M. Ugai), *Proceedings of the International Scientific Conference on Chromospheric and Coronal Magnetic Fields (ESA SP-596)* (Ed.: D.E. Innes, A. Lagg and S.K. Solanki. Published on CD-ROM, 2005), p. 25.1.