

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу
Часовских Анатолия Александровича
«Полнота и выразимость в классах линейных автоматов»,
представленную на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук по специальности
01.01.09 – Дискретная математика и математическая кибернетика

Актуальность темы и направления исследования. Линейные автоматы используются в качестве вычислителей для решения важных прикладных задач. При этом, с учетом особенностей большинства архитектур современных вычислительных устройств, наибольший интерес проявляется к линейным автоматам над конечными полями, которые порождаются сумматором, усилителями и задержками при использовании операций композиции. Решение задач полноты и выразимости для класса управляющих систем составляет основу его теоретического исследования и дальнейшей разработки методов практического использования.

А.А. Часовских в диссертации решает проблему полноты для классов линейных автоматов над конечными полями методом предполных классов, который был использован в соответствующих постановках для различных функциональных систем. При этом представляет интерес сравнение результатов с другими автоматными классами, где известна мощность множества предполных классов и ответ на вопрос о существовании алгоритма проверки полноты конечных подмножеств.

Продолжая исследование линейных автоматов, соискатель перешел к решению задачи выразимости. Нужно отметить, что класс линейных автоматов над множеством из двух элементов с операциями композиции содержит континуум замкнутых классов, что затрудняет решение задачи выразимости в общей постановке. Поэтому в диссертации решаются задачи выразимости при некоторых допущениях. Такой подход использовался другими авторами при исследовании функциональных систем, в частности, связанными с конечными автоматами.

Наработанная для класса линейных автоматов техника позволила автору выполнить исследование предполных классов для линейных автоматов с операциями суперпозиции и для линейных 2-адических автоматов с операциями композиции.

Краткая характеристика основного содержания диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка сокращений и условных обозначений и списка литературы. Объем диссертации – 268 страниц; список литературы включает 102 наименования.

Во введении приведен обзор работ по теме исследования, необходимые сведения о диссертации и ее краткое содержание.

В первой главе определены подходы к решению проблемы полноты в рассматриваемых классах, исследованы вспомогательные классы. Найдены все предполные классы в случае использования аппроксимационного замыкания. Для алгебр одноместных линейных автоматов с операциями сложения, умножения и «почти деления» найдены максимальные замкнутые собственные подалгебры.

Во второй главе найдены все предполные классы в классах линейных автоматов над конечными полями с операциями композиции. Полученные результаты существенно усложняются при переходе от простых полей к общему случаю. Результаты этой главы опираются на сведения из высшей алгебры, связанные с конечными полями и их трансцендентными расширениями. В терминах предполных классов сформулирован алгоритм проверки полноты конечных подмножеств в рассматриваемых классах.

В третьей главе в классе линейных автоматов над множеством из двух элементов найдена структура замкнутых по операциям композиции классов, содержащих сумматор. Получен алгоритм проверки выразимости сумматора из заданного конечного множества линейных автоматов.

Четвертая глава посвящена задаче аппроксимационной выразимости в классе линейных автоматов над множеством из двух элементов. Для этого сначала решена соответствующая задача для алгебры одноместных линейных автоматов. В многоместном случае задача аппроксимационной выразимости решена при наличии существенного автомата и всех констант. Получен алгоритм проверки аппроксимационной выразимости всех констант через конечное множество автоматов из рассматриваемого множества, содержащего существенный автомат. Найдены условия совпадения оператора аппроксимационного замыкания и замыкания по операциям композиции. Показана конечнопорожденность аппроксимационно замкнутых невырожденных классов, содержащих сумматор, и счетность количества таких классов.

В пятой главе найдены все предполные классы в классе линейных автоматов над множеством из двух элементов с операциями суперпозиции. Показано, что все аппроксимационно предполные классы являются предполными как по операциям суперпозиции, так и по операциям композиции, а каждый предполный по операциям суперпозиции класс, не являющийся аппроксимационно предполным, содержит ровно 3 предполных по операциям композиции класса. Кроме этого, найдены все предполные классы в классе линейных 2-адических автоматов по операциям композиции. Получен алгоритм проверки полноты конечных подмножеств в этом классе.

Научная новизна и основные результаты.

1. Для классов линейных автоматов над конечными полями с операциями композиции в терминах предполных классов решена проблема полноты, то есть найдены все предполные классы, получен алгоритм проверки полноты конечных подмножеств.
2. Для класса линейных автоматов над множеством из двух элементов решена задача выразимости через подмножества, содержащие сумматор. Получен алгоритм, проверяющий выразимость сумматора через конечное множество элементов этого класса.
3. Для того же класса исследована аппроксимационная выразимость через множества, содержащие существенный автомат и все константы, а также выразимость всех констант через конечное множество линейных автоматов с существенным автоматом.
4. Найдены все предполные классы в классе линейных автоматов над множеством из двух элементов с операциями суперпозиции. Для этого множества автоматов

определены соотношения между предполными классами по операциям суперпозиции, композиции и аппроксимационного замыкания.

5. Найдены все предполные классы и получен алгоритм проверки полноты конечных подмножеств в классе линейных 2-адических автоматов по операциям композиции.

Текст диссертации представляет собой последовательное и логичное изложение результатов, справедливость доказательств которых не вызывает сомнений. Диссертация хорошо оформлена. Большим подспорьем оказался подробный список сокращений и условных обозначений. Несмотря на это, к работе имеются следующие **замечания**:

1. На странице 11 сказано о полиномиальной временной сложности полученного алгоритма проверки полноты конечных множеств по операциям композиции. Заметим, что одним из параметров алгоритма при этом является максимальная степень коэффициентов проверяемых на полноту множеств. Если выбрать альтернативный параметр, максимальное количество состояний автоматов из рассматриваемого множества, то сложность полученного алгоритма окажется экспоненциальной.
2. На страницах 112 и 211 для класса конечных автоматов над двухэлементным множеством с операциями композиции использованы два разных обозначения.
3. В заключении диссертации приведены только краткие выводы. Было бы интересно найти там список открытых вопросов по теме диссертации и планы по дальнейшим исследованиям.

Приведенные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации.

Заключение. Диссертация Анатолия Александровича Часовских является завершённым исследованием по теме полноты и выразимости для класса линейных автоматов, представляющих определённый прикладной интерес. Диссертация является научно-квалификационной работой, в которой разработаны теоретические положения, совокупность которых следует квалифицировать как научное достижение. В работе, в частности, решена важная проблема полноты для классов линейных автоматов над конечными полями, что представляет собой развитие направления исследований классов управляющих систем.

Содержание диссертации корректно и полно отражено в автореферате, а ее основные результаты опубликованы в 22 статьях, 15 из которых – в рецензируемых изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по соответствующей специальности.

Диссертация «Полнота и выразимость в классах линейных автоматов» Анатолия Александровича Часовских удовлетворяет требованиям Московского государственного университета, в частности, критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова. Ее содержание соответствует паспорту специальности 01.01.09 – Дискретная математика и математическая кибернетика. Оформление диссертации выполнено согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

Считаю, что соискатель Анатолий Александрович Часовских заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.09 – Дискретная математика и математическая кибернетика диссертационным советом МГУ им. М.В. Ломоносова.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
директор института информационных технологий, математики и механики
ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Николай Юрьевич Золотых
31 августа 2021 г.

Контактные данные:

Тел.: +7 (831) 4623360,
e-mail: nikolai.zolotykh@itmm.unn.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:

01.01.09 – Дискретная математика и математическая кибернетика

Адрес места работы:

603022, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23, корп. 2
Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского
институт информат