Отзыв официального оппонента
на диссертационную работу Сергеева Игоря Сергеевича
«Некоторые вопросы синтеза параллельных схем»,
представленную на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук по специальности
01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

Для современной науки и техники характерны процессы, в ходе которых необходимо с большой скоростью обрабатывать и передавать огромные массивы информации. Математические модели этих процессов изучает теория параллельного синтеза и быстрых вычислений, которая зародилась в 60-х годах прошлого века. В настоящее время эта теория продолжает активно развиваться, внося существенный вклад в решение целого ряда теоретических и прикладных задач, связанных, в том числе, с проектированием СБИС.

Диссертация И.С. Сергеева посвящена решению проблемы оптимального синтеза с ограниченной глубиной, минимизации глубины вычислений, построения быстрых параллельных алгоритмов. Данная область исследований значительно разработана, что, с одной стороны, подтверждает значимость и актуальность темы диссертации, а с другой стороны свидетельствует о трудности получения в ней новых значимых результатов.

Диссертация состоит из шести глав, первая из которых является вводной, заключения и списка литературы. Главы делятся на разделы и параграфы. Объем диссертации составляет 287 страниц, список литературы содержит 243 источника.

В первой (вводной) главе содержится подробный обзор публикаций по теме исследования, формулируются цели и задачи диссертации. В этой главе дается характеристика результатов, полученных в остальных главах, и приводится перечень основных результатов диссертации. Первая глава содержит также данные об апробации диссертации и публикациях автора по ее теме.

Во второй главе исследуются вопросы о соотношениях между глубиной и сложностью формул над различными базисами B, состоящими из функций алгебры логики (ФАЛ), о построении «хороших» по глубине или сложности формул для симметрических ФАЛ, а также о получении новых нижних оценок сложности формул в базисе k-местных ФАЛ.

В ней впервые за более чем 50 лет исследований получена нетривиальная, то есть большая единицы, нижняя оценка вида $C_{BM} > 1.06$, для так называемой константы равномерности монотонного базиса $B_M = \{x1 \cdot x2, x1 \vee x2\}$. При этом наилучшей верхней оценкой данной константы до сих пор остается оценка $C_{BM} < 1.73$, установленная В.М. Храпченко в 1978 г.

Кроме того, во второй главе предложен новый метод синтеза формул для произвольных симметрических ФАЛ с использованием модулярной арифметики на основе нескольких взаимно простых модулей и приближенных вычислений, а также метод реализации симметрических периодических ФАЛ. Эти методы позволили улучшить известные ранее верхние оценки сложности указанных ФАЛ, причем часть из них была улучшена впервые за 25 лет.

В последнем разделе второй главы предложен метод получения нижних оценок сложности ФАЛ при их реализации формулами в базисе U(k), состоящем из всех так называемых унимодальных k-местных ФАЛ, обобщающий, в определенном смысле, метод В.М. Храпченко на случай $k > 2$. Этот метод использует переход от рассмотрения так называемой «чувствительности» ФАЛ в некотором базисе B и связанной с ней экспоненты Храпченко χ_B к изучению некоторых специальных характеристик двудольных графов. С его помощью автору удалось получить новые оценки величины $\chi_{U(k)}$ в общем для всех значений $k\geq2$ виде и уточнить эти оценки для случая $k=3$.

В главе 3 изучаются так называемые линейные схемы — модель, которая объединяет целый ряд классов схем, включая обычные вентильные схемы, вентильные схемы по модулю 2, аддитивные схемы и другие. С формальной точки зрения линейная схема представляет собой ориентированный ациклический граф, сложность которого определяется как число его ребер, глубина — как максимальная длина ориентированной цепи, а функционирование — как матрица «проводимости» от входов (истоков) к выходам (стокам).

В главе 3 получено решение задачи асимптотически оптимального синтеза линейных схем ограниченной глубины для класса матриц размера $m\times n$ с ограничениями на размер коэффициентов. При этом окончательно решен вопрос о минимальной глубине, при которой достигается асимптотика сложности и которая оказалась равна 3. Более того, при определенных дополнительных ограничениях асимптотически точные оценки установлены с «правильным» остаточным членом.

В главе 3 рассмотрен также вопрос об экстремальных соотношениях сложности булевой матрицы при реализации линейными схемами различных типов. Построен, в частности, пример последовательности матриц с растущим отношением XOR- и OR-сложности в глубине 2, а также примеры матриц с близким к максимально возможному отношением OR-сложности самой матрицы к OR-сложности ее дополнения.

В главе 4 исследуется задача оптимального синтеза так называемых префиксных схем порядка m, $m=1,2,\ldots$, то есть схем из функциональных элементов (СФЭ) над базисом из одной бинарной ассоциативной операции $\circ$, реализующих систему функций вида $x_1\circ x_2\circ \ldots\circ x_i$, где $i=1,\ldots,m$. При этом ставится и решается вопрос о минимальной сложности $L(m,k)$ указанных СФЭ над произвольной операцией $\circ$ при условии, что их глубина не больше, чем k.

Спустя 30 лет после получения первых значимых результатов в решении данной задачи диссертанту удалось установить точное значение величины $L(2^n, n)$ и показать, что данная сложность может быть понижена при наличии определенных дополнительных свойств у операции $\circ$, которыми обладает, в частности, операция сложения по модулю 2.

В главе 5 излагаются результаты выполненного автором систематического исследования поведения функции Шеннона для сложности формул и СФЭ, построенных из многовходовых элементов конъюнкции и дизъюнкции, а также элементов отрицания. При этом отдельно рассматривается случай, когда элементы отрицания могут быть присоединены только к входам схемы.

Основными результатами главы 5 являются верхние оценки вида $2^n/n$ и $2^{n+1}/n$ функций Шеннона для сложности реализации ФАЛ от n переменных формулами глубины 3 из рассматриваемых классов, а также верхние оценки вида $2^{n/2+1}$ аналогичных функций Шеннона для сложности СФЭ глубины 3. Заметим, что последние из полученных оценок асимптотически совпадают с нижними мощностными оценками соответствующих функций Шеннона, не учитывающих глубину используемых СФЭ.

Глава 6 посвящена классической задаче сортировки набора из n элементов линейно упорядоченного множества попарными сравнениями. Для ее решения предложен алгоритм групповой вставки большого числа элементов, который работает по принципу системы массового обслуживания и использует множество контейнеров, относящихся к различным интервалам. С его помощью автором получена новая более точная верхняя оценка вида $\log_2(n!) + O(n \log^{-1/5} n)$ для числа сравнений, позволяющих провести сортировку n-элементного набора.

В заключении перечисляются основные результаты работы, а также формулируются задачи для дальнейшего исследования.

Результаты диссертации являются новыми, они четко сформулированы, снабжены полными доказательствами и получены автором самостоятельно.

Данные результаты докладывались на российских и международных конференциях высокого уровня, а также на научных семинарах. По теме диссертации опубликовано 16 работ в ведущих российских и международных журналах, которые входят в базы цитирования Scopus, Web of Science и RSCI. Автореферат и опубликованные статьи полно и правильно отражают содержание диссертации. Таким образом, публикации основных научных результатов удовлетворяют п. 2.3 «Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова». Объем диссертации и автореферата адекватны решаемым в диссертации задачам. В свою очередь, диссертация соответствует заявленной специальности 01.01.06 - «математическая логика, алгебра и теория чисел».

Серьезных замечаний по работе у меня нет. В ней имеется несколько опечаток и стилистических погрешностей, которые не влияют на общее положительное впечатление от диссертации.

Резюмируя, можно сказать, что представленная диссертационная работа является завершенным научным исследованием, обладающим внутренним единством и написанным на актуальную тему.

Диссертация удовлетворяет критериям, определенным в пп. 2.1-2.5 «Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова». Считаю, что ее автор, Сергеев Игорь Сергеевич, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 - «математическая логика, алгебра и теория чисел».

9 сентября 2021 года

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук,
профессор,
заведующий кафедрой
математической кибернетики
факультета ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова С.А. Ложкин

Телефон: +7 (495) 939-38-56
E-mail: lozhkin@cs.msu.ru

Подпись Ложкина С.А. заверяю: зав. канцелярией

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова