

## ПРОГРАММА

спецкурса

"Спектральная теория одномерного оператора Шредингера"

Излагается широкий круг вопросов, связанных с исследованием спектра дифференциальных операторов. Рассматриваются регулярный и сингулярный случаи, изучается широкий круг вопросов: локализация, структура спектра, полнота и базисность спектральных систем. В начале курса приводятся необходимые сведения из теории неограниченных операторов в гильбертовом пространстве.

1. Гильбертово пространство. Линейные и квадратичные функционалы.
2. Энергетическое пространство и функционал энергии.
3. Неограниченные операторы. Симметричность и самосопряженность.
4. Существенная самосопряженность операторов.
5. Расширение симметричного оператора. Индексы дефекта.
6. Полуограниченные операторы. Положительные и положительно определенные операторы.
7. Расширение полуограниченного оператора. Расширение по Фридрихсу.
8. Спектр замкнутого линейного оператора. Классификация точек спектра. Спектры расширений.
9. Спектр самосопряженного оператора.
10. Компактные и относительно компактные возмущения операторов.
11. Оператор Штурма-Лиувилля. Основные свойства оператора. Регулярный и сингулярный случаи.
12. Оператор Штурма-Лиувилля на конечном интервале. Асимптотика собственных значений и собственных функций.
13. Теоремы Штурма.
14. Оператор Штурма-Лиувилля в сингулярном случае. Оператор Шредингера.
15. Существенная самосопряженность оператора Шредингера. Теорема Сирса.
16. Другие условия существенной самосопряженности.

17. Теоремы сравнения и поведение решений однородного уравнения при  $x \rightarrow \infty$ .
18. Нули собственных функций.
19. Рост потенциала и дискретный спектр.
20. Критерий Молчанова дискретности спектра.
21. Убывание потенциала и существенный спектр.
22. Отсутствие собственных значений на существенном спектре. Теорема Като.
23. Асимптотическое поведение решений уравнения с суммируемым потенциалом.
24. Отрицательные собственные значения оператора Шредингера с полуограниченным потенциалом.
25. Многомерные дифференциальные выражения и их символы. Эллиптические дифференциальные выражения.
26. Слабо неполуограниченные потенциалы.
27. Оценки собственных функций.
28. Устойчивость существенного спектра относительно компактных возмущений резольвенты.
29. Несамосопряженные операторы, близкие к самосопряженным.
30. Полнота собственных векторов слабо несамосопряженных операторов.
31. Бесселевы и гильбертовы системы. Базисы Рисса. Базисы Рисса со скобками.
32. Регулярные краевые условия. Базисы Рисса из корневых подпространств оператора Штурма-Лиувилля.

# Литература

- [1] Наймарк М.А. *Линейные дифференциальные операторы*. Москва. Наука. 1969.
- [2] Глазман И.М. *Прямые методы качественного спектрального анализа сингулярных дифференциальных операторов*. Москва. Физматгиз. 1963.
- [3] Березин Ф.А., Шубин М.А. *Уравнение Шредингера*. Москва. Изд-во Моск. ун-та. 1983.
- [4] Като Т. *Теория возмущений линейных операторов*. Москва. Мир. 1972.
- [5] Рид М., Саймон Б. *Методы современной математической физики*. Москва. Т. 1 – 4. Мир. 1977 – 1982.