

## Отзыв официального оппонента

на диссертацию на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Абакумова Михаила Владимировича

«Методика моделирования течений вязкого газа

в ортогональных криволинейных координатах»

по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование,

численные методы и комплексы программ»

В диссертации Абакумова М.В. предложена методика построения разностных схем для расчета течений вязкого газа в ортогональных криволинейных координатах. Построено семейство явных консервативных схем для цилиндрических и сферических координат, записанных в виде уравнений относительно разностных потоков произвольной схемы годуновского типа и аппроксимирующих уравнения Эйлера в декартовых координатах. Проведена верификация разработанных схем на основе расчетов модельных задач и их апробация в ходе численного решения ряда актуальных прикладных задач. Модифицированы известные и разработаны новые алгоритмы визуализации и анимации результатов нестационарных расчетов на многомерных ортогональных сетках и на пространственных графах.

Актуальность темы диссертации обусловлена необходимостью проведения расчетов в криволинейных координатах при численном решении широкого класса теоретически и практически значимых задач газовой динамики. Среди таковых можно выделить задачи, связанные с изучением процессов в звездах, недрах планет и земных природных явлений, некоторые из которых рассматриваются в работе. В зависимости от специфики конкретной задачи в представленной работе используются различные численные методы. Их адаптация для криволинейных координат, как правило, представляет существенную сложность, поэтому разработка новых подходов к соответствующим модификациям по-прежнему является актуальной задачей.

С развитием вычислительной техники появляется возможность проведения многомерных нестационарных расчетов на все более подробных разностных сетках. Это обстоятельство, в свою очередь, приводит к наращиванию расчет-

ных данных, подлежащих анализу, а вместе с этим и необходимости усовершенствования программных средств их обработки и визуализации. К необходимости разработки новых методов и подходов в этой области приводит также развитие новых отраслей вычислительной газодинамики, таких как, например, гемодинамика.

В диссертационной работе Абакумова М.В. изложены и обоснованы новые подходы, математические модели, алгоритмические и программные решения, реализованные в комплексе программ для численного моделирования течений вязкого газа и их визуализации. Подробно описаны результаты численного решения прикладных задач с применением разработанного программного обеспечения. Общий объем диссертации составляет 348 страниц. Текст работы содержит 104 рисунка, библиография насчитывает 398 наименований. Работа состоит из введения, трех глав и заключения.

Во введении приведен обзор литературы и обоснована актуальность темы диссертации, приведено ее краткое содержание, сформулированы цели и задачи работы, а также основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе диссертации разработан метод построения явных консервативных разностных схем годуновского типа для расчета течений вязкого газа в ортогональных криволинейных координатах. За основу берется произвольная разностная схема для декартовых координат, допускающая запись в потоковой форме. Далее алгоритмы вычисления разностных потоков во взятой за основу схеме не изменяются. Поточковые комбинации газодинамических функций относятся к центрам граней криволинейной разностной ячейки. Рассматривается параметризация граней ячейки в произвольной декартовой системе координат. С использованием параметризации и потоковых комбинаций аппроксимируются интегральные соотношения баланса массы, импульса и энергии по объему разностной ячейки. После приближенного вычисления поверхностных интегралов и необходимых преобразований базисов в векторном уравнении движения получаются соотношения, представляющие собой консервативную разностную схему для ортогональных криволинейных координат. Важно отметить, что потоковые комбинации, вычисленные по декартовой схеме, входят в полученные разностные уравнения в неизменном виде. Влияние тензора вязких напряжений

учитывается путем введения соответствующих разностных добавок к декартовым потокам.

С использованием разработанного метода построены семейства разностных схем для цилиндрических и сферических координат. Проведена серия расчетов модельных задач, направленная на верификацию соответствующих вычислительных алгоритмов. Рассматривались задачи о распадах различных пространственных разрывов, а также задачи обтекания плоскопараллельным потоком вязкого и невязкого газа цилиндров и сфер. Результаты сравнивались с известными экспериментальными данными и расчетами других авторов. Показано, что построенные разностные схемы адекватно воспроизводят характерные особенности моделируемых газодинамических течений.

Во второй главе диссертации построенные разностные схемы применяются для численного решения ряда актуальных прикладных задач. Моделируются различные режимы течения вязкого газа в пространстве между коаксиально вращающимися цилиндрами и концентрическими сферами. Результаты сопоставляются с известными аналитическими исследованиями, экспериментальными данными и расчетами других авторов. Показано, что построенные разностные схемы являются эффективным средством математического моделирования течений в цилиндрических и сферических слоях в рамках модели вязкого газа. В частности, при малых значениях числа Маха моделируемые вихревые движения газа близки к течениям несжимаемой жидкости, известным из экспериментов. В предельном случае почти твердотельного вращения сфер в расчетах воспроизводятся характерные особенности течения Стюартсона-Праудмэна.

Построенные в работе явные консервативные потоковые схемы для сферических координат применялись в ходе математического моделирования процессов, протекающих в жидком ядре Земли. По существующим в настоящее время представлениям вихревые конвективные течения вещества жидкого ядра являются, в частности, причиной наблюдаемых аномалий магнитного поля нашей планеты. При этом активное вихревое движение в меридиональной плоскости может определяться наличием дифференциального вращения в жидком ядре. В диссертации показано, что конвективные вихревые течения возникают и при

твердотельном вращении, если на непроницаемых границах ядра ставятся условия прилипания.

В рамках предложенной двумерной газодинамической модели в диссертации проводится серия расчетов атмосферных процессов, сопровождающих новороссийскую бору. Выявляются условия, приводящие к возникновению ураганных порывов ветра и катастрофических последствий в прибрежной полосе. Отмечается определяющая роль неустойчивости Кельвина-Гельмгольца, порождающей нестационарные вихревые движения воздушных масс.

Разностные схемы для цилиндрических координат успешно применяются в ходе математического моделирования газодинамических процессов в аккреционном диске двойной звездной системы. Особенностью рассматриваемой математической модели является использование в качестве начального состояния диска стационарной в гравитационном поле одной из компонент системы газовой конфигурации. Показано, что в сложном силовом поле, обусловленном гравитацией двух компонент и вращением системы вокруг центра масс, характерным элементом течения в аккреционном диске является образование двухрукавной структуры спиральных ударных волн. В ходе проводимых двумерных и трехмерных расчетов выявляется роль этих образований в перераспределении углового (вращательного) момента в веществе диска. Расчеты проводятся как в области, содержащей полость Роша одной компоненты, так и в расширенной расчетной области, содержащей окрестности обеих компонент системы. В ходе расчетов в расширенной области по схемам различного порядка точности показано, что вязкость (аппроксимационная или физическая) может кардинально влиять на характеристики течения в двойной системе.

Третья глава диссертации посвящена усовершенствованию существующих и разработке некоторых новых методов визуализации расчетных данных. Для построения линий уровня функций двух переменных предлагаются модификации метода квадродеревьев. Модификации повышают эффективность и надежность алгоритма построения линий уровня и позволяют решить задачу их идентификации. Разработан метод «сдвоенного окна», позволяющий формализовать операции масштабирования изображения объектов, заданных координатами в пространстве. Предложены и апробированы подходы к эффективному построению

анимации результатов нестационарных многомерных расчетов. Разработанные методы реализованы автором в программном средстве визуализации, позволяющем, в частности, генерировать полноформатное видео по данным таких расчетов на достаточно подробных сетках с временными показателями в десятки кадров в секунду.

Общие подходы к реализации программных средств визуализации, разработанные в диссертации, реализованы автором также и в управляющем модуле программного комплекса CVSS (Cardio-Vascular Simulation System). Модуль позволяет сформировать данные трехмерного графа сердечно-сосудистой системы с визуальным контролем его корректности, управлять гемодинамическим расчетом на таком графе и в параллельном расчету режиме осуществлять визуализацию его результатов. В частности, предложен уникальный метод формирования реалистичной трехмерной модели системы сосудов по каркасной модели графа без вмешательства пользователя. Разработана методика слияния каркасных моделей, позволяющая осуществлять формирование сложных графов сосудистой системы по элементам, в том числе различными пользователями.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

- Таким образом, в диссертации получены следующие новые результаты. Предложен новый подход к адаптации явных консервативных разностных схем годуновского типа для расчета течений вязкого газа в ортогональных криволинейных координатах. Построено семейство разностных схем для цилиндрических и сферических координат.
- Показана эффективность построенных схем при моделировании различных режимов течений Тейлора-Куэтта между коаксиально вращающимися цилиндрами и концентрическими сферами.
- Показана возможность возникновения конвективных движений с ненулевой спиральностью вещества жидкого ядра Земли в отсутствие дифференциального вращения.
- Исследовано влияние спиральных ударных волн на газодинамические процессы в аккреционном диске двойной звездной системы. Изучены проявления схемной диссипации в моделируемых течениях. В ходе

моделирования локальных вихревых атмосферных течений, характерных, в частности, для новороссийской боры, выявлена определяющая роль сдвиговой неустойчивости.

- Предложены и реализованы новые методы и подходы к эффективной анимации результатов многомерных нестационарных расчетов. Разработаны уникальные алгоритмы подготовки данных, управления и визуализации расчетов на пространственных графах.

Практическая значимость полученных результатов заключается в возможности применения предложенного подхода для адаптации широкого класса схем годуновского типа для расчетов течений вязкого газа в ортогональных криволинейных координатах. Построенные схемы для цилиндрических и сферических координат могут найти применение при численном решении различных прикладных задач газовой динамики. Подход к адаптации схем в криволинейных координатах применим также для построения вычислительных алгоритмов в других областях динамики сплошной среды. Разработанное автором программное средство ClcView может использоваться другими исследователями для визуализации и анимации результатов многомерных нестационарных расчетов на ортогональных сетках. Управляющий модуль CVSSCtrl существенно увеличил функциональные возможности программного комплекса CVSS, осуществляющего гемодинамические расчеты на пространственных графах кровеносных сосудов. Предложенные подходы, методы и алгоритмы могут быть использованы при разработке других программных средств визуализации.

Достоверность полученных в диссертации результатов подтверждена многочисленными тестовыми расчетами многомерных модельных задач, результаты которых сравнивались с данными теории и экспериментов. Численные решения прикладных задач сопоставлялись с исследованиями других авторов и известными данными наблюдений. Использовались хорошо зарекомендовавшие себя подходы к построению математических моделей и методов численного решения возникающих систем уравнений. Часть расчетов проводилась с использованием различных разностных схем, после чего сравнивались полученные результаты. Проводились исследования диссипативных свойств используемых схем.

Язык и стиль изложения диссертации соответствуют нормам современных научных публикаций. Работа хорошо оформлена и иллюстрирована. Ее основные положения отражены в публикациях автора, рекомендуемых для защиты в диссертационных советах МГУ. Автореферат соответствует содержанию диссертации.

К тексту работы есть несколько замечаний.

1. Изложение сведений из тензорного анализа в п. 1.1.1 можно было бы сделать более компактным.

2. На стр. 74 содержится утверждение, что «интегральная» нормаль близка к ортогональному направлению к грани ячейки в ее центре. Данное свойство иллюстрируется в дальнейшем на примере криволинейных ячеек разностной сетки в цилиндрических и сферических координатах. Хотелось бы видеть его обоснование в общем случае.

3. На той же стр. 74 введение добавок к сеточным потокам, аппроксимирующих компоненты тензора вязких напряжений, называется «наиболее простым» способом модификации рассматриваемого подхода к построению разностных схем для учета вязкости газа. Уместнее было бы назвать указанный способ, обеспечивающий консервативность схемы, наиболее естественным с приведением соответствующего обсуждения.

4. В диссертации ряд многомерных расчетов проводится на квазиравномерных сетках. Методический интерес представляет сравнение полученных результатов с расчетами на существенно неравномерных сетках.

5. В работе имеются стилистические погрешности. Например, на стр. 97 недостаточно четко изложено обоснование второго порядка точности используемых разностных схем. Также есть опечатки, например, на стр. 39 (14 строка), стр. 117 (10 строка), стр. 163 (1 строка снизу), стр. 235 (4 строка снизу) и стр. 281 (4 строка снизу).

Указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

(по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1 – 2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена согласно приложениям №5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Абакумов Михаил Владимирович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент

доктор физико-математических наук,  
старший научный сотрудник,  
заведующий кафедрой моделирования и технологий  
разработки нефтяных месторождений  
федерального государственного автономного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»

Колдоба Александр Васильевич

Контактные данные:

тел.: +7(915)254-6351, e-mail: [koldoba@rambler.ru](mailto:koldoba@rambler.ru)

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:  
05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Адрес места работы:

141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д.9,  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», кафедра моделирования и технологий разра-

08.02.2021



ботки нефтяных месторождений.

Тел.: +7(495)408-4554; e-mail: info@mipt.ru

Подпись заведующего кафедрой моделирования и технологий разработки нефтяных месторождений Московского физико-технического института (национального исследовательского университета) Колдобы Александра Васильевича удостоверяю:

Ученый секретарь МФТИ (НИУ)

к.ф.-м.н.



Евсеев Е.Г.