

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Мокроусова Ильи Сергеевича
на тему: «О свойствах решений смешанных задач для волнового и
телеграфного уравнений с нелокальными краевыми условиями»
по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление»

В диссертационной работе И.С. Мокроусова рассматриваются вопросы существования и единственности решений для волнового и телеграфного уравнений с различными граничными условиями. Решение задачи понимается в смысле выполнения соответствующего интегрального тождества (слабое решение). Интерес к изучению этих вопросов вызван их приложениями к прикладным задачам о распространении электромагнитных, гравитационных и акустических волн в газах, жидкостях и твердых средах. Аналитическое исследование существования решений сводится к явному их нахождению в виде конечных сумм. Вопросы единственности решения сводятся к построению и исследованию полноты систем собственных функций соответствующих дифференциальных операторов. Кроме того, в рамках диссертационной работы изучаются условия гладкости обобщенных решений задачи для волнового уравнения в зависимости от вида нелокальных краевых условий.

Актуальность темы исследования

Тематика диссертации Мокроусова Ильи Сергеевича является весьма актуальной, поскольку изучаемые в диссертации краевые задачи для волнового уравнения описывают явления, возникающие при механических колебаниях: малые продольные колебания стержня или малые поперечные колебания струны. Одномерное телеграфное уравнение является обобщением волнового уравнения и описывает большое количество физических

процессов. Например, оно определяет напряжение и силу тока в линиях электрической связи. В диссертации основное внимание уделяется изучению решений волнового уравнения для некоторых классов нелокальных граничных условий. В предшествующих работах по данной тематике (см., например, циклы статей В.А. Ильина и Е.И. Моисеева с учениками) построение обобщенного решения для таких многоточечных нелокальных граничных условий не изучалось.

Содержание диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, 3 глав, заключения и библиографии. Общий объем диссертации 77 страниц. Библиография включает 68 наименований.

Во введении приведен обзор литературы по тематике диссертации, обоснована актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, формулированы цели работы и основные положения, выносимые на защиту, указан личный вклад автора и апробация результатов работы, обоснована научная новизна, а также теоретическая и практическая значимость представляемой работы, приведено краткое содержание каждой главы.

В первой главе рассмотрены четыре смешанные задачи для уравнения колебания струны в прямоугольнике $Q = [0, L] \times [0, T]$ с нелокальными граничными условиями первого или второго рода. Решение понимается в слабом смысле, как удовлетворяющее стандартному интегральному тождеству с подходящими пробными функциями. Построены решения каждой из поставленных задач для всевозможных комбинаций граничных условий первого или второго рода на левом конце и модельных нелокальных граничных условий первого или второго рода на правом конце. Все такие решения представляются в виде конечной линейной комбинации граничных функций с некоторыми коэффициентами. Получены рекуррентные формулы для вычисления этих коэффициентов.

Во второй главе диссертации автор устанавливает критерий принадлежности классу $W_p^\ell(Q)$ обобщенного из класса $L_p(Q)$ решения волнового уравнения. Этот критерий устанавливает, что на произвольном прямоугольнике решение задачи для волнового уравнения с нулевыми начальными условиями и управлением на левом конце принадлежит классу Соболева ℓ раз дифференцируемых функций тогда и только тогда, когда «функция управления» $\mu(t)$ на левом конце принадлежит $W_p^\ell(0, T - \delta)$, $\delta > 0$, а в финальный момент времени она может иметь слабую особенность.

В третьей главе исследуется разрешимость в классе $L_p(Q)$ краевой задачи для телеграфного уравнения с нулевыми начальными условиями, граничным условием первого рода на левом конце и нулевым условием на правом. Получено доказательство существования обобщенного решения поставленной задачи. Доказательство этого факта опирается на идею о том, что при приближении граничной функции $\mu(t)$ из класса $L_p(0, T)$ более гладкими функциями из класса $W_2^1(0, T)$, решения задач из $\hat{W}_2^1(Q)$ переходят в решения из $L_p(Q)$. Здесь доказана единственность найденного решения, которая вытекает из полноты систем собственных функций двух дифференциальных операторов, входящих в телеграфное уравнение.

В заключении кратко сформулированы основные выводы и результаты диссертации.

Научная новизна результатов

В работе И.С. Мокроусова получен ряд новых результатов о виде и свойствах решений волновых и телеграфных уравнений. Основное внимание уделяется построению слабых решений для краевых задач. Отметим, что полученное решение для уравнения колебания струны с двумя видами нелокальных граничных условий имеет нетривиальный вид, и его получение потребовало от автора значительных квалифицированных усилий. Все результаты являются новыми, существенно дополняющими и развивающими известные работы. Результаты исследования имеют важные физические

приложения и вносят значимый вклад, как в теорию дифференциальных уравнений, так и в механику, гидродинамику и электродинамику.

Достоверность полученных результатов и выводов

Достоверность результатов данной работы обеспечивается строгостью математических доказательств и использованием апробированных научных методов. Результаты представленных исследований волновых и телеграфных уравнений с более общими нелокальными граничными условиями, в известных частных случаях совпадают с результатами других работ.

Апробация и публикации

Основные результаты работы отражены в 3 публикациях в научных изданиях, индексируемых WoS, Scopus и входящие в перечень ВАК. Отметим, что 2 работы выполнены без соавторов и 1 выполнена в соавторстве. Работа прошла апробацию на семинарах и международных конференциях. Включенные в диссертацию результаты получены либо лично автором, либо с его определяющим участием.

Замечания по диссертации

Текст диссертационной работы достаточно хорошо структурирован, принципиальных замечаний к нему нет. Автореферат соответствует содержанию диссертации. Ниже представлены обнаруженные опечатки и неточности.

1. В определении класса $\widehat{W}_2^1(Q)$, видимо подразумевается, что выполнены включения $u_x, u_t \in C([0, T]; L_2(0, L)) \cap C([0, L]; L_2(0, T))$.

2. Определение 1 обобщенного решения из $\widehat{W}_2^1(Q)$, интегральное тождество с суммой двух систем допускает неоднозначную трактовку.

3. Фраза «Второй раздел подтверждает выполнение нелокального граничного условия для задачи (1), (2), (3)» (см. автореферат, стр. 16) бессмысленна. В тексте имеются и другие подобные фразы.

4. В формулировке теоремы 15 диссертации из работы В.А. Ильина и А.А. Кулешова пропущены условия на функцию $\mu(t)$.

5. В главе 2 рассматриваются обобщенные решения задач из класса $L_p(Q)$, а во всем предшествующем тексте диссертации определение таких решений отсутствует.

6. Формулировка теоремы 7 автореферата (и диссертации), дающая критерий принадлежности решения задачи из $L_p(Q)$ классу $W_p^\ell(Q)$ с $\ell \in \mathbb{N}$ и показателем $p \geq 1$, содержит неточность. Пропущены условия согласования порядка $(\ell - 1)$ для функции $\mu(t)$ при $t = 0$, которые являются необходимыми условиями для принадлежности решения классу $W_p^\ell(Q)$.

7. Обозначения по тексту диссертации и автореферата до конца не продуманы, встречаются не очень удачные, громоздкие, например, для длины отрезка в соседних главах диссертации используются два разных обозначения l и X .

8. Используется (см., например, формулировку теоремы 17 на стр. 51 диссертации) понятие обобщенной производной (по С.Л. Соболеву) на полуинтервале $[0, T)$, которое не является общепринятым. Определение отсутствует в тексте работы.

Заключение

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют общую достаточно высокую оценку диссертационного исследования. Поставленные научным руководителем задачи, решены соискателем полностью. Диссертация отвечает всем требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, Мокроусов Илья Сергеевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Официальный оппонент:

профессор кафедры высшей математики
института общей профессиональной подготовки
ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский
ядерный университет «МИФИ»

Костин Андрей Борисович

дата подписания

04.12.2020

Контактные данные:

тел.: 7 (495) 788-56-99, e-mail: abkostin@mephi.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
защита диссертация:

01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление»

Адрес места работы:

115409, Россия, г. Москва, Каширское шоссе, дом 31
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»,
институт общей профессиональной подготовки,
кафедра высшей математики
Тел.: 7 (495) 788-56-99; e-mail: abkostin@mephi.ru

Подпись сотрудника института общей профессиональной подготовки
Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ»
Андрея Борисовича Костина удостоверяю:
руководитель/кадровый работник

Подпись: ЗАВЕРЯЮ
ЗАМ. ДИРЕКТОРА ПО
ПЕРСОНАЛУ НИЯУ МИФИ
Л. В. ВАСИЛЬЧЕНКО

