

ОТЗЫВ официального оппонента

на диссертационную работу МОКРОУСОВА Ильи Сергеевича

«О свойствах решений смешанных задач для волнового и телеграфного уравнений с нелокальными краевыми условиями»,

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Актуальность выбранной автором темы определяется как широкими возможностями практических приложений, так и новизной рассматриваемых в работе постановок задач и полученных результатов. В диссертационной работе И. С. Мокроусова представлены исследования традиционных для теории дифференциальных уравнений проблем существования, единственности и регулярности решений волнового уравнения с граничными условиями различных типов, в том числе нелокальными, а также получены явные аналитические выражения для решений ряда *новых* постановок таких задач и обоснована возможность использования ранее известных аналитических конструкций для более широкого класса слабых обобщённых решений.

Содержание диссертации

Диссертация состоит из трёх глав.

В **главе 1** рассматриваются *новые постановки* задач для однородного пространственно-одномерного волнового уравнения с постоянными коэффициентами и неоднородными граничными условиями типа Дирихле или Неймана на левом конце $x = 0$ при наличии дополнительного линейного нелокального стационарного условия, связывающего значение решения или его производной по x на правом конце $x = l$ со значениями этого решения или его производных по x в заданных внутренних точках $0 < x_0 < x_1 < \dots < x_n < l$ пространственного промежутка $0 \leq x \leq l$. Такая постановка является более общей и более сложной по сравнению с рассмотренными ранее в работах В. А. Ильина, Е. И. Моисеева, А. А. Кулешова и А. А. Холмеевой (2008 – 2009). Главные усилия автора направлены на отыскание явных аналитических выражений для решений таких задач через граничную неоднородность $\mu(t)$ на левой границе и через коэффициенты, задающие нелокальную связь.

В главе 2 рассматривается первая краевая задача для волнового уравнения с неоднородностью $\mu(t)$ на левом конце и ставится проблема определения таких требований к граничной функции $\mu(t)$, которые оказались бы необходимыми и достаточными для принадлежности обобщённого решения пространству Соболева *достаточно высокого порядка гладкости*. Тем самым, автор нацеливается на обобщение подобного критерия, полученного ранее В. А. Ильиным и А. А. Кулешовым (2012) для решений из $W_p^1(Q_T)$, обладающих обобщённой гладкостью *первого порядка*.

В главе 3 для волнового уравнения с постоянным потенциалом q и граничными условиями первого рода, в которых неоднородность $\mu(t)$ имеется только на одном левом конце $x = 0$, исследуются свойства *слабого* обобщённого решения из $L_2(Q_T)$ и устанавливается, что явное его аналитическое выражение через $\mu(t)$, полученное ранее И. Н. Смирновым (2012) для *сильного* обобщённого решения из пространства Соболева, годится для описания и *слабых* обобщённых решений.

Главными **новыми научными результатами** кандидатского уровня, полученными в диссертации, считаю следующие.

- 1) Полученные в четырёх теоремах главы 1 (теоремы 10 – 13) *явные аналитические представления* для обобщенных решений волнового уравнения класса $\widehat{W}_2^1(Q_T)$ через заданную неоднородность типа Дирихле или Неймана на левой границе *при наличии линейной однородной многочленной нелокальной связи* между значениями решения или его первых производных по x в заданном конечном наборе точек, содержащем правую границу $x = l$.
- 2) Полученные в теоремах 16 и 17 главы 2 *необходимые и достаточные* условия принадлежности обобщённого решения волнового уравнения соболевскому классу $W_p^k(Q_T)$ *любого целого* порядка гладкости $k \geq 1$, сформулированные в терминах требований к граничным данным $\mu(t)$ типа Дирихле на левом конце $x = 0$.

Достоверность полученных результатов и выводов не вызывает сомнений. Все основные положения диссертации сформулированы в виде теорем и строго обоснованы.

Все основные результаты диссертации **опубликованы** в 7 работах, из них 3 — в научных изданиях, индексируемых WoS, Scopus и RSCI, а также прошли **апробацию** в докладах автора на различных конференциях, в том числе международных, и на научных семинарах.

Замечания по диссертации

- 1) В тексте диссертации на стр. 9 и в автореферате на стр. 8 в первом из трёх положений, выносимых автором на защиту, почему-то умалчивается о том, что доказано не только существование единственного обобщённого решения, но и найдено его явное аналитическое выражение через граничные данные $\mu(t)$.
- 2) В отличие от главы 1, в которой равное внимание было уделено граничным условиям Дирихле и Неймана, в главах 2 и 3 были рассмотрены только граничные условия типа Дирихле.
- 3) Во **Введении** на стр. 11 – 21, на мой взгляд, излишне подробно излагается содержание работы: воспроизводятся достаточно громоздкие определения, формулировки основных теорем и сопутствующие описания вспомогательных технических конструкций. Этот материал, уместный для автореферата, в тексте самой диссертации лучше было бы изложить в более сжатом виде и не изменять при этом номера теорем, цитируемых из основного текста работы.
- 4) На стр. 25, определяя значение номера m_0 , автор забывает объяснить, что такое x_{max} . В определении 3 на стр. 22 непонятно, о каком именно следе или следах функции $u(x, t)$ идёт речь. Кроме того, в тексте диссертации многовато опечаток, а также пунктуационных и стилистических погрешностей.

Заключение

Сделанные замечания по существу не затрагивают основных результатов диссертации И. С. Мокроусова, математический уровень которых достаточно высок. В целом работа представляет собой научное исследование, которое можно квалифицировать как решение класса задач и проблем, имеющих существенное значение для математического описания волновых процессов и возможных приложений к задачам управления такими процессами. Автор демонстрирует уверенное владение современной теорией дифференциальных уравнений с частными производными и методами функционального анализа. Автореферат диссертации полно и правильно отражает ее содержание.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.02 –

«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», а также критериям, определённым пп. 2.1 – 2.5 Положения о присуждении учёных степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, и оформлена согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете присуждения учёных степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова.

Считаю, что соискатель МОКРОУСОВ Илья Сергеевич заслуживает присуждения учёной степени **кандидата физико-математических наук** по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
профессор кафедры оптимального управления
факультета вычислительной математики и кибернетики
ФГБОУ ВО «Московский государственный
университет имени М.В. Ломоносова»

Потапов Михаил Михайлович

07.12.2020



Подпись удостоверяю
Начальник отдела кадров

В.Ю. Решетов

Контактные данные:

тел.: 7-(916)-235-3890, e-mail: michaelpotapov@hotmail.com

Специальность, по которой защищена диссертация:

01.01.07 – «Вычислительная математика»

Адрес места работы:

119899, Россия, г. Москва, Ленинские горы, 1, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, строение 52, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра оптимального управления,
тел.: 7-(495)-939-5393, e-mail: michaelpotapov@hotmail.com