

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Будзинского Станислава Сергеевича
на тему: «Математическое моделирование волновых структур в
нелинейных оптических системах с запаздыванием и дифракцией»
по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ»

Оптические системы с контурами обратной связи составляют основу систем адаптивной оптики. Они активно используются в астрономии для подавления искажений в регистрируемых изображениях. Как и для других управляемых систем, их эффективность ухудшается при возникновении автоколебаний. В диссертации исследуются условия возникновения устойчивых периодических возмущений точки покоя в иерархии моделей оптических систем с запаздыванием, что безусловно подтверждает актуальность настоящей работы.

В диссертации проведено построение нормальной формы $O(2)$ -эквивариантной бифуркации Андронова-Хопфа для модели оптической системы с запаздыванием на окружности. Полученные явные зависимости коэффициентов нормальной формы от физических параметров модели позволили сформулировать конструктивные алгоритмы проверки существования и свойства орбитальной асимптотической устойчивости предельных циклов и предельного тора, отвечающих решениям вида вращающихся и стоячих волн на окружности. Для исследования устойчивости известных волновых структур в тонком кольце – вращающихся и стоячих волн – был разработан метод понижения размерности, основанный на известных асимптотических свойствах собственных чисел оператора Лапласа. Эффективность указанного метода была подтверждена численным моделированием. Также, впервые была рассмотрена краевая задача с

наклонной производной в тонком кольце для квазилинейного уравнения диффузии с запаздыванием, для которой был адаптирован указанный выше метод, позволяющий редуцировать задачу на кольце к задаче на окружности. В результате был выявлен новый тип волновых структур – пульсирующая спиральная волна – возникающий при такой постановке задачи.

В аналитической части исследования использовались методы теории бифуркаций, теории функционально-дифференциальных уравнений, специальных функций. Для численного моделирования применялись классические численные методы. Численные и аналитические результаты находятся в полном соответствии.

Основные результаты отражены в 4 печатных работах: 1 индексируется в РИНЦ и 3 – в WoS, из которых 2 опубликованы в журналах из топ 25%. Работа прошла апробацию на 10 российских и международных конференциях, на научных семинарах и летних научных школах.

Основное содержание диссертации

В первой главе диссертации исследована модель оптической системы с запаздыванием на окружности. При выполнении условий бифуркации Андронова-Хопфа (наложены соответствующие условия на введенный малый параметр и физические параметры) доказана Теорема 1.2.11 о существовании решений вида вращающихся волн (вопрос об устойчивости таких решений в дальнейшем исследуется с использованием нормальной формы бифуркации Андронова-Хопфа), а также найдены коэффициенты их разложения по малому параметру (что позволяет оценить конкретные параметры таких решений, в связи с чем теорема носит конструктивный характер). В то же время, необходимо отметить, что аналогичный результат о стоячих волнах (для которых в дальнейшем также исследуется вопрос об устойчивости) в работе не приведен. Далее осуществлено подробное построение нормальной формы бифуркации Андронова-Хопфа с учетом группы симметрий уравнения. Коэффициенты нормальной формы

вычислены явно, что позволило сформулировать конструктивный алгоритм проверки условий существования и устойчивости предельных циклов. Однако, в работе не предпринята попытка изучить структуру соответствующих им множеств в пространстве физических параметров системы. В разделе 1.3 главы 1 приведены результаты расчетов для различных физических параметров и начальных условий исходной системы, демонстрирующие существование и устойчивость вращающихся и стоячих волн на окружности.

Во второй главе рассмотрена модель оптической системы в тонком кольце. Показано, что нормальная форма бифуркации имеет тот же вид, что и для модели на окружности, но два из трех ее коэффициентов не могут быть выписаны в замкнутой форме. В связи с этим, автором предложено ограничиться рассмотрением бифуркационных решений на нулевой радиальной моде и определять их устойчивость, исходя из анализа предельной модели на окружности (для которой соответствующие методы представлены в первой главе диссертации). Подробно описана процедура расчета коэффициентов нормальной формы для предельной модели. Идея такого подхода основана на гипотезе о соответствии свойств устойчивости решений системы в кольце и редуцированной системы на окружности. В качестве обоснования работоспособности предложенного метода понижения размерности использованы ранее известные сведения о зависимости собственных чисел оператора Лапласа с однородными краевыми условиями Неймана от толщины кольца, а также отмечено, что для возбуждения волн на ненулевых радиальных модах требуется высокая интенсивность излучения, но более подробно этот вопрос в работе исследован не был. Для проверки результатов работы предложенного метода были проведены численные эксперименты, и они подтвердили возникновение вращающихся и стоячих волн в тонком кольце.

В третьей главе исследованы спиральные волны в тонком кольце. Для придания решению формы спирали на границе кольца наложены краевые условия равенства нулю производной по направлению, образующему

фиксированный угол с нормалью. Чтобы обобщить метод понижения размерности для моделирования спиральных волн и поставить предельную задачу на окружности, была изучена зависимость собственных чисел оператора Лапласа от толщины кольца (если для задачи Неймана это было изучено раньше, то для наклонной производной впервые). Численные эксперименты показали, что устойчивым вращающимся волнам на окружности соответствуют вращающиеся спиральные волны, а для стоячих волн обнаружен новый тип возникающих волновых структур в кольце – пульсирующие спиральные волны, что, несомненно, является существенным достижением настоящей диссертационной работы.

Работа проделана на высоком научном уровне и хорошо структурирована. Автореферат полностью отражает содержание диссертации.

К тексту диссертационной работы есть ряд замечаний:

1. Стр. 17: Обозначение $u(t-T)$ в формуле (1.1) кажется не очень удачным.
2. Стр. 32: «[фазовое пространство] населяют функции» – неудачная формулировка.
3. Стр. 57: Термин «функция истории» не является общепринятым.
4. Стр. 96: «вращающиеся параметры» и «стоячие параметры» – неудачные формулировки.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Будзинский С.С. заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук,
профессор кафедры нелинейных динамических систем
факультета вычислительной математики и кибернетики
ФГБОУ ВО «Московский государственный
университет имени М.В. Ломоносова»

Фурсов Андрей Серафимович

26.11.2020

Контактные данные:

тел.: 7 (495) 939-56-67, e-mail: fursov@cs.msu.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
защита диссертация:

01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление»

Адрес места работы:

119899, Россия, г. Москва, Ленинские горы, строение 52
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
факультет вычислительной математики и кибернетики,
кафедра нелинейных динамических систем
Тел.: 7 (495) 939-56-67; e-mail: nds@cs.msu.ru

Подпись сотрудника факультета вычислительной математики
и кибернетики Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова А.С. Фурсова удостоверяю:

Подпись удостоверяю
Начальник отдела кадров

В.Ю. Решетов

