ТРУДЫ ВСЕРОССИЙСКОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

Санкт-Петербург — 2020

ТРУДЫ ВСЕРОССИЙСКОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

ПОЛИТЕХ-ПРЕСС
Санкт-Петербургский
политехнический университет
Петра Великого

Санкт-Петербург
2020

ББК 22.33я43
Т78

Труды Всероссийской акустической конференции. – СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2020. — 723 с.

В сборнике трудов представлены доклады российских и зарубежных специалистов с результатами последних разработок и достижений в области акустики, полученные в ведущих научных центрах России. III Всероссийская акустическая конференция организуется Научным советом РАН по акустике. В докладах отражены новые результаты, полученные в области физической и технической акустики, геоакустики, аэроакустики, архитектурной акустики, акустики живых организмов, акустики океана, а также в смежных с другими науками направлениях, таких как метаматериалы, биомедицинские приложения. Сборник трудов представляет интерес для научных работников и инженеров, специализирующихся в области акустики, а также для специалистов других направлений исследований, использующих акустические данные и методы. Сборник полезен аспирантам и студентам соответствующих специальностей.

Конференция проводилась в Санкт-Петербурге с 21 по 25 сентября 2020 г.

Организаторы конференции
Российская академия наук
Научный совет РАН по акустике
Институт океанологии им. П. П. Ширшова Российской академии наук (ИО РАН), Москва

ISBN 978-5-7422-7029-4

© Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2020

Е. О. Коннова[1, a], П. В. Юлдашев[1, b], В. А. Хохлова[1, c]

[1]Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
E-mail: [a]helen.7aprel@gmail.com, [b]petr@acs366.phys.msu.ru, [c]vera@acs366.phys.msu.ru

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАФИЧЕСКИХ УСКОРИТЕЛЕЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ПУЧКОВ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЯ ВЕСТЕРВЕЛЬТА

При проектировании мощных ультразвуковых преобразователей медицинского назначения возникает задача моделирования нелинейных фокусированных пучков. Для ее решения удобной волновой моделью является однонаправленное нелинейное уравнение Вестервельта. Большой волновой размер излучателей (около сотни длин волн), малый размер фокальной области высоких гармоник основной частоты (доли миллиметра), а также учет большого числа гармоник в численной модели (до 1000) для описания волн с ударными фронтами приводят к необходимости построения численного решения уравнения на больших пространственных сетках с размером матриц порядка 10000 на 10000. Реализация данной задачи на центральном процессоре (CPU) персонального компьютера занимает время до нескольких суток. Целью работы было разработать алгоритм распараллеливания расчетов оператора дифракции методом углового спектра, оператора нелинейности с помощью метода Рунге-Кутты четвертого порядка и оператора поглощения на графическом процессоре (GPU). Реализация данной задачи на GPU позволила ускорить расчеты в несколько раз по сравнению с CPU.

Ключевые слова: неинвазивная ультразвуковая хирургия, уравнение Вестервельта, графические ускорители, Фурье преобразование, метод углового спектра, метод Рунге — Кутты

Введение

В области медицинской акустики на сегодняшний день быстро развивается направление неинвазивной хирургии, в котором мощные фокусированные ультразвуковые пучки используются для разрушения заданных структур организма внутри тела человека, например, опухолей [1]. При проектировании преобразователей для генерации мощного ультразвука и определении эффективности и безопасности терапевтического воздействия возникает задача моделирования нелинейных звуковых пучков [2]. Обычно считается, что излучателем генерируется монохроматическая волна, спектр которой в процессе распространения обогащается высшими гармониками за счет эффекта акустической нелинейности. Наиболее часто используемым уравнением для теоретического описания нелинейных пучков является уравнение Вестервельта [3]. Такая волновая модель позволяет количественно точно описывать нелинейные ударноволновые поля, создаваемые фокусированными преобразователями мощного ультразвука, в однородных поглощающих средах [4]. В общем случае для решения уравнения Вестервельта, когда эволюционной переменной выступает время, необходимо использование суперкомпьютерных мощностей [5].

Для оптимизации численного эксперимента по распространению нелинейных фокусированных ультразвуковых пучков создаются специальные алгоритмы. Например, было реализовано решение набора связанных дифференциальных уравнений в частных производных, эквивалентных обобщенному уравнению Вестервельта, псевдоспектральным методом в k-пространстве [6]. Однако из-за большого количества данных для такой четырехмерной задачи вычисления необходимо было проводить на распределенных кластерах с использованием технологии MPI [7].

Упрощение вычислительной задачи достигается при рассмотрении направленного пучка и перехода в бегущую систему координат, ось которой ориентирована вдоль преимущественного направления распространения волны в пучке. В этом случае эволюционной переменной является координата вдоль оси пучка z (рис. 1). Численное решение эволюционного уравнения такого типа обычно строится с использованием метода расщепления по физическим факторам, согласно которому на каждом шаге сетки z вдоль оси пучка каждый физический эффект рассчитывается отдельно с помощью определенного метода. Нелинейное эволюционное уравнение Вестервельта решалось, например, для случая пучка с радиальной симметрией [8]. Благодаря такой постановке задача эффективно становится двухмерной по пространству, и количество необходимых вычислительных ресурсов значительно сокращается. В этом случае для проведения расчетов достаточно мощного ПК [9].

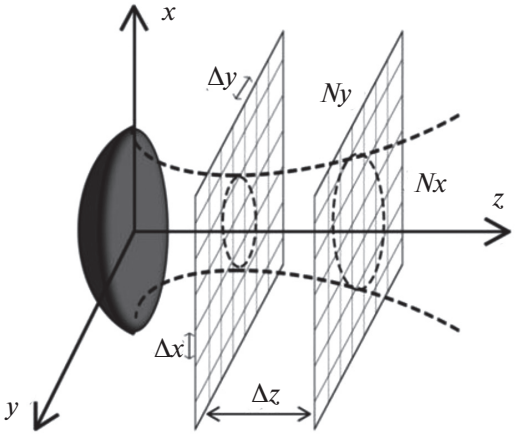

Рис. 1. Схема реализации метода расчета нелинейного фокусированного ультразвукового пучка

Для практики наиболее интересен случай трехмерного пучка, который рассматривается в данной работе. Типовой размер матриц для хранения поля давления может достигать $N_x = 10000$ на $N_y = 10000$ (рис. 1) для каждой из $N_{\max} = 1000$ гармоник исходной гармонической волны. Хотя размерность такого эволюционного уравнения на единицу меньше, чем полного волнового уравнения Вестервельта, количество данных и соответствующая сложность расчетов и в этом случае требуют использования суперкомпьютерных мощностей. Путем оптимизации распределения высших гармоник по пространству удается снизить требования к количеству оперативной памяти, в результате чего задача может быть решена на ПК с многоядерными центральными процессорами (CPU) [10]. Однако даже в случае параллельного исполнения вычислений на нескольких ядрах процессора (обычно от 2 до 16), ускоряющих расчеты в соответствующее число раз, один расчет может занимать до нескольких суток. Это происходит из-за необходимости проведения вычислительных действий с большим количеством данных на каждом шаге алгоритма. При этом для характеризации поля одного излучателя во всем диапазоне мощностей обычно требуется провести несколько десятков расчетов [4]. Помимо быстроты расчетов, использование вычислений на ПК ограничены оперативной памятью процессора. В случае нехватки памяти на проведение вычислений с имеющимся количеством данных происходит обмен с жестким диском, что значительно замедляет алгоритм и делает расчеты нецелесообразными.

Потенциальным способом решения проблемы скорости вычислений является использование графических процессоров (GPU), имеющих до нескольких тысяч ядер и позволяющих выполнять достаточно широкий спектр математических операций. Однако увеличение числа ядер не обязательно ускоряет вычисления в соответствующее число раз. Это обусловлено тем, что ядра на GPU менее мощные, и, соответственно, их производительность и скорость вычисления ниже по сравнению с ядрами CPU. Кроме того, хранение и запись данных при выполнении каждого из шагов алгоритма вдоль эволюционной координаты производится в оперативной памяти CPU, что приводит к необходимости обмена данными между центральным и графическим процессорами на каждом шаге алгоритма, на что уходит дополнительное время. В силу данных особенностей архитектуры GPU важной задачей становится нахождение баланса между максимальными размерами обрабатываемых на данном шаге алгоритма данных, которые помещаются в оперативную память графического процессора во избежание их передачи по частям, и минимизацией обмена данными между процессорами.

Целью данной работы являлась разработка алгоритма, реализующего численные расчеты эффектов акустической нелинейности, дифракции и поглощения на графических процессорах (GPU), что позволит ускорить решение задачи моделирования нелинейных ультразвуковых ограниченных пучков.

1. Теоретическая модель

Одним из часто используемых уравнений для моделирования ультразвуковых пучков является нелинейное уравнение Вестервельта, которое в предположении отсутствия обратного рассеяния можно записать в эволюционной форме как:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial\tau\partial z}=\frac{c_0}{2}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}\right)+\frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3}\frac{\partial^2 p}{\partial\tau^2}+\frac{\delta}{2c_0^3}\frac{\partial^3 p}{\partial\tau^3}, \tag{1}$$

где $p(x, y, z, \tau)$ — акустическое давление, c_0 — скорость звука в среде, $\tau = t - z/c_0$ — время в бегущей системе координат, β — коэффициент нелинейности, δ — коэффициент термовязкого поглощения [3, 4]. Дифференциальные операторы в правой части уравнения описывают эффекты дифракции, нелинейности и термовзякого поглощения соответственно.

При численном решении уравнения (1) на каждом шаге по z дискретизованное поле давления $p(x, y, z, \tau)$ представлено в памяти ЭВМ в виде трехмерной матрицы, которая содержит набор комплексных амплитуд $N_{\max}$ гармоник спектра волны в разложении ее профиля в конечный ряд Фурье в каждой пространственной точке плоскости xy на сетке с числом точек N_x по оси x и N_y по оси y:

$$p(x,y,z,\tau)=\sum_{n=-N_{\max}}^{N_{\max}} p_n(x,y,z)e^{i\omega_n\tau}, \tag{2}$$

где круговые частоты гармоник $\omega_n = \omega n$, ω — круговая частота источника, p_n — комплексные амплитуды гармоник. Отметим, что в памяти ЭВМ достаточно хранить только одну половину спектра (по положительным частотам), т. к. вторая половина по отрицательным частотам является комплексно сопряженной к первой.

Как было указано ранее, на CPU данная задача решается достаточно долго, и в настоящее время все большую популярность приобретает использование графических процессоров, для работы с которыми уже адаптировано большое количество алгоритмов. Преимущество графических процессоров (GPU) заключается в том, что они содержат до нескольких тысяч небольших ядер, способных выполнять максимально много арифметических операций одновременно, в то время как в составе центральных процессоров присутствует несколько мощных ядер, выполняющих максимально широкий набор инструкций [11]. Для современных GPU уже реализованы библиотеки многих стандартных математических операций и методов, связанных, например, с линейной алгеброй и быстрым преобразованием Фурье.

Рассмотрим физические эффекты, входящие в уравнение (1), по отдельности. Эффект дифракция описывается следующим уравнением [12]:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z\partial\tau}=\frac{c_0}{2}\Delta p, \tag{3}$$

где $\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа. Тогда для комплексной амплитуды одной гармоники дифракционное уравнение (3) запишется в виде:

$$\frac{\partial p_n}{\partial z}=\frac{1}{2ik_n}p_n, \tag{4}$$

где $k_n = \omega_n/c_0$ — волновое число. При решении уравнения (4) методом углового спектра амплитуды пространственного спектра находятся при помощи прямого БПФ от двумерного распределения поля гармоники $p_n(x, y, z)$ на данном расстоянии z от источника:

$$\widehat{p_n}\left(k_{x,}k_y,z\right)=\sum_{0}^{N_x-1}\sum_{0}^{N_y-1}p_n\left(x,y,z\right)e^{ik_x x+ik_y x}. \tag{5}$$

Умножение амплитуд спектра на пропагатор, соответствующий уравнению (4), дает решение для амплитуд на следующей плоскости, отстоящей от предыдущей на шаг Δz:

$$\widehat{p_n}\left(k_{x,}k_y,z+\Delta z\right)=\widehat{p_n}\left(k_{x,}k_{y,}z\right)e^{-ik_n+\sqrt{k_n^2-k_x{}^2-k_y{}^2}\Delta z}. \tag{6}$$

При совершении обратного БПФ получается решение на следующем расстоянии $z + \Delta z$ от источника:

$$p_n\left(x,y,z+\Delta z\right)=\frac{1}{N_x N_y}\sum_{0}^{N_x-1}\sum_{0}^{N_y-1}\widehat{p_n}\left(x,y,z+\Delta z\right)e^{-ik_x x-ik_y x}. \tag{7}$$

Далее рассмотрим эффект термовязкого поглощения, для которого уравнение записывается в виде:

$$\frac{\partial p}{\partial z}=\frac{\delta}{2c_0^3}\frac{\partial^2 p}{\partial\tau^2}. \tag{8}$$

В спектральном представлении данное уравнение имеет точное аналитическое решение:

$$p_n\left(x,y,z+\Delta z\right)=p_n\left(x,y,z\right)exp\left(-\frac{\Delta z\omega_n{}^2\delta}{2c_0^3}\right). \tag{9}$$

Нелинейные эффекты представлены дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial p}{\partial z}=\frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3}\frac{\partial p^2}{\partial\tau}. \tag{10}$$

Так как акустическое давление представлено в виде ряда Фурье по временным гармоникам (2), то уравнение (10) в данной точке пространства запишется в виде [13]:

$$\frac{\partial p_n}{\partial z}=\frac{in\omega\beta}{\rho_0 c_0^3}\left(\sum_{k=1}^{N_{max}-n}p_k p_{n+k}^{*}+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n-1}p_k p_{n-k}\right), \tag{11}$$

где p_n^* — комплексно сопряженная амплитуда гармоники. Таким образом, для нахождения поля на следующем шаге Δz по оси z необходимо решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка для амплитуд гармоник, которая может быть поставлена как задача Коши:

$$\frac{d\boldsymbol{y}}{dz}=\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{y}\right),\ \ \boldsymbol{y}\left(z_0\right)=\boldsymbol{y}_0. \tag{12}$$

Здесь вектор значений $\boldsymbol{y}$ размера $N_{\max}$ представляет набор гармоник в каждой точке пространства, а $\boldsymbol{f}$ — функция, стоящая в правой части уравнения (10). Приближенное решение системы на следующем $m + 1$ шаге строится методом Рунге-Кутты четвертого порядка точности [13]:

$$\boldsymbol{y}_{m+1}=\boldsymbol{y}_m+\frac{h}{6}\left(\boldsymbol{k}_1+2\boldsymbol{k}_2+2\boldsymbol{k}_3+\boldsymbol{k}_4\right),$$

$$k_1=f(x_m, y_m),$$

$$\boldsymbol{k}_2 = \boldsymbol{f}\left(x_m + \frac{h}{2}, \boldsymbol{y}_m + \frac{h}{2}\boldsymbol{k}_1\right), \tag{13}$$

$$\boldsymbol{k}_3 = \boldsymbol{f}\left(x_m + \frac{h}{2}, \boldsymbol{y}_m + \frac{h}{2}\boldsymbol{k}_2\right),$$

$$\boldsymbol{k}_4 = \boldsymbol{f}\left(x_m + h, \boldsymbol{y}_m + h\boldsymbol{k}_3\right).$$

Здесь численный шаг $h = \Delta z$. Вычисления повторяются в цикле до прохождения необходимого интервала по оси z. При этом используется метод расщепления по физическим факторам второго порядка точности [15]. Это означает, что на каждом шаге цикла сначала выполняется расчет операторов дифракции и поглощения на шаге $\Delta z/2$, далее вычисляется оператор нелинейности на полном шаге Δz, и снова повторяется расчет для первых двух операторов на половине шага.

Расчеты были проведены на CPU Intel Xeon E5–2630 V4 (10 ядер) и на GPU видеокарты Nvidia GTX1070, для чего была написана программа на языке C, содержащая функции ядра CUDA, которые реализовали алгоритмы (6), (9) и (13) соответственно. Двумерные Фурье-преобразования, выполнение которых необходимо для метода углового спектра, проводились с помощью встроенной библиотеки cuFFT из пакета Cuda Development Toolkit. Параллельное исполнение здесь достигается как за счет внутреннего параллелизма алгоритма быстрого преобразования Фурье, реализованного для GPU, так и за счет выполнения функции ядра CUDA при умножении пространственного спектра на пропагатор (6). Распараллеливание алгоритмов поглощения и нелинейности производилось по пространственным координатам плоскости xy. На многоядерном процессоре 10 ядер выполняли параллельно вычисления операторов поглощения и нелинейности для различных пространственных точек в плоскости xy. Параллельный расчет дифракции достигался за счет одновременной обработки ядрами CPU полей нескольких гармоник по алгоритму (5)–(7).

2. Результаты моделирования

Начальное распределение комплексной амплитуды первой гармоники в плоскости $z = 0$ было получено при помощи интеграла Рэлея [16], рассчитанного для фокусированного преобразователя с частотой 1 МГц, диаметром 10 см и с фокусным расстоянием 9 см [9]. Распределение задавалось на квадратной сетке с общим числом ячеек $N_x N_y$, где $N_x = N_y = 2560$, с пространственными шагами $\Delta x = \Delta y = 0.4$ мм, количество гармоник, используемых в расчете, $N_{\max} = 50$. В результате работы алгоритма были получены распределения первых трех гармоник поля на оси излучателя (рис. 2), а также в фокальной (рис. 3) и осевой плоскостях (рис. 4). Рассчитанные пространственные распределения амплитуд гармоник сравнивались с распределениями, полученными в программе, реализованной на CPU. Оба расчета дали неотличимые друг от друга результаты, что подтвердило правильность реализованного для GPU алгоритма. Сравнение времени выполнения вычислений показало, что алгоритм, реализованный на GPU, производит расчеты в 2 раза быстрее, чем на CPU, хотя ядер на графическом процессоре в десятки раз больше. Как было отмечено ранее, это связано с различием мощностей ядер процессоров, а также со временем, затрачивающимся на обмен данными между CPU и GPU. В дальнейших исследованиях будет проводиться оптимизация обмена данными между процессорами для большего ускорения расчетов.

Заключение

В работе продемонстрировано применение вычислений на графических процессорах для распараллеливания алгоритма решения уравнения Вестервельта на примере расчета

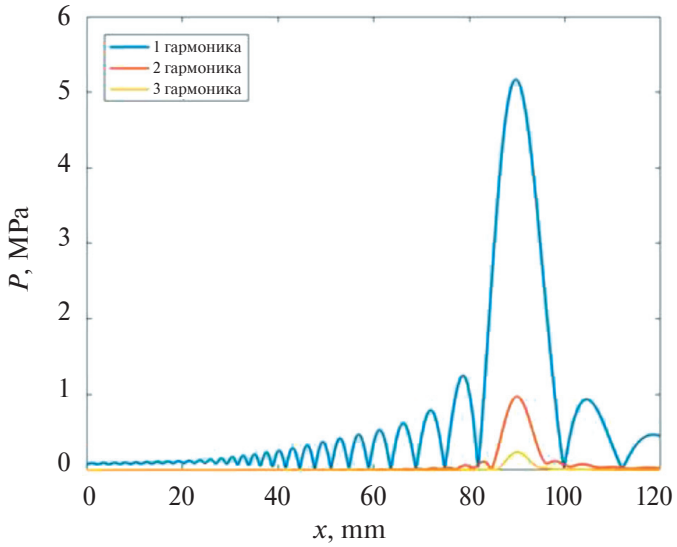

Рис. 2. Амплитуды первых трех гармоник на оси излучателя.

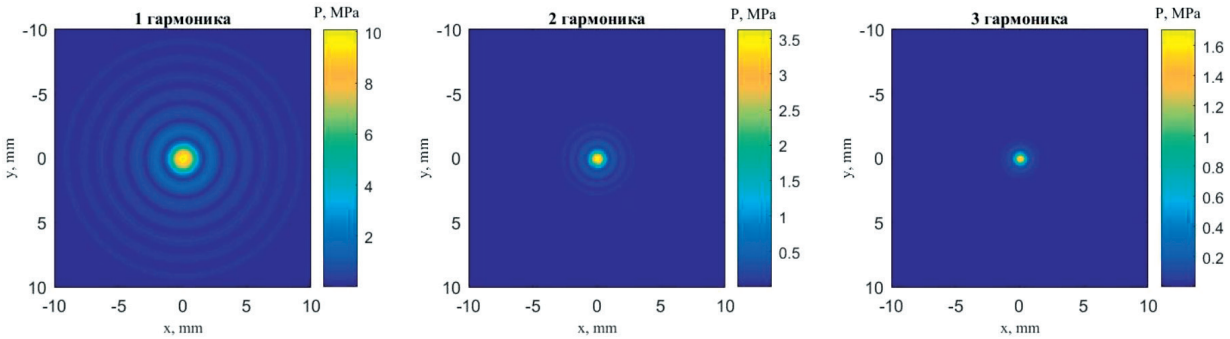

Рис. 3. Распределения амплитуд (*а*) 1 гармоники, (*б*) 2 гармоники, (*в*) 3 гармоники в фокальной плоскости.

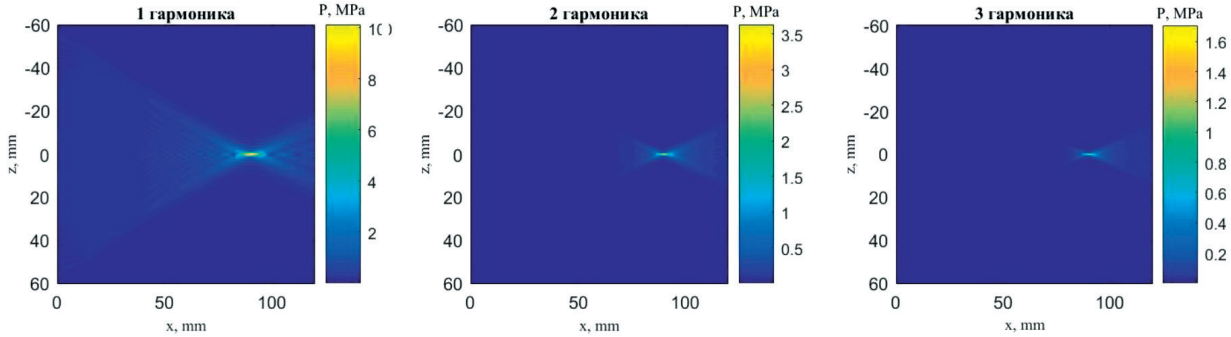

Рис. 4. Распределения амплитуд (*а*) 1 гармоники, (*б*) 2 гармоники, (*в*) 3 гармоники в плоскости оси пучка.

поля, создаваемого фокусирующим ультразвуковым излучателем. Реализованная версия алгоритма для GPU позволила ускорить вычисления по сравнению с алгоритмом для CPU в два раза. Планируется дальнейшая оптимизация алгоритма для GPU для большего ускорения вычислений.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 20–32–70142.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бэйли М.Р., Хохлова В.А., Сапожников О.А., Каргл С.Г., Крам Л.А.*// «Физические механизмы воздействия терапевтического ультразвука на биологическую ткань», Акуст. журн., Т 49, № 4, С. 437–464.
2. *Rosnitskiy P.B., Yuldashev P.V., Sapozhnikov O.A., Maxwell A.D., Kreider W., Bailey M.R., Khokhlova V.A.* // IEEE T. Ultrason. Ferr., 2017, Vol. 64, no. 2, P. 374–390.
3. *Westervelt P.J.* // J. Acoust. Soc. Am., 1963, Vol. 35, no. 4, P. 535–537.
4. *Kreider W., Yuldashev P.V., Sapozhnikov O.A., Farr N., Partanen A., Bailey M.R., Khokhlova V.A.* // IEEE T. Ultrason. Ferr., 2013, Vol. 60, no. 8, P. 1683–1698.
5. *Okita K., Ono K., Takagi S., Matsumoto Y.* // Int. J. Numer. Meth. Fluids 2010, Vol. 65, no.1–3, P. 43–66.
6. *Treeby B.E., Wang K., Teoh E., Jaros J.* // J. Acoust. Soc. Am., 2012, Vol. 131, no. 6, P. 4324–4336.
7. *Jaros J. et al.* // Int. J High Perform. C., 2015, Vol. 30, no. 2, 2016, P. 1–19.
8. *Soneson J.E.* // IEEE TUFFC, 2017, Vol. 64, no. 4, P. 679–687.
9. *Мездрохин И.С., Юлдашев П.В., Хохлова В.А.* // Акуст. журн., 2018, Т. 64, № 3, С. 318–329.
10. *Юлдашев П.В., Хохлова В.А.* // Акуст. журн., 2011, Т. 57, № 3, С. 337–347.
11. *Перепёлкин Е.Е., Садовников Б.И., Иноземцева Н.Г.* «Вычисления на графических процессорах (GPU) в задачах математической и теоретической физики», М: Ленанд, 2014.
12. *Коннова Е.О., Юлдашев П.В., Хохлова В.А.* «Использование графических ускорителей в моделировании нелинейных ультразвуковых пучков», Сборник трудов XVII Всероссийской школы-семинара «Физика и применение микроволн» имени А.П. Сухорукова («Волны-2019»), С. 10–13
13. *Кащеева С.С., Сапожников О.А., Хохлова В.А., Аверкью М.А., Крам Л.А.* // Акуст. журн., 2000, Т. 46, № 2, С. 211–219.
14. *Калиткин Н.Н.* «Численные методы» М.: Наука, 1978.
15. *Zemp R.J., Tavakkoli J., Cobbold R.S.C.* // J. Acoust. Soc. Am., 2003, Vol. 113, no. 1, P. 139–152.
16. *O'Neil H.T.* // J. Acoust. Soc. Am. 1949. V. 21. no. 5. P. 516–526.