ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертацию Жила Александры Игоревны “Топологические инварианты системы: «Шар Чаплыгина с ротором на плоскости»” на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и топология

В диссертации А. И. Жила исследуются топологические свойства одной из хорошо известных в механике систем, называемой «шар Чаплыгина с ротором». Эту динамическую систему можно записать в гамильтоновой форме после подходящей замены времени. Поэтому, при исследовании топологии данной системы удобно использовать методы теории топологической классификации интегрируемых гамильтоновых систем, развитые в работах А. Т. Фоменко, Х. Цишанга, А. В. Болсинова и других математиков. В частности, некоторые топологические свойства системы хорошо описываются в терминах инвариантов Фоменко для слоения Лиувилля на ее изоэнергетических поверхностях.

Следует отметить, что пуассонова структура, относительно которой рассматриваемая система является гамильтоновой, не является линейной (как для многих задач механики), а задается довольно сложными формулами. Кроме того, в системе имеется достаточно много параметров, и, как оказалось, топологические свойства системы существенно зависят от значений этих параметров. Поэтому прямые вычисления при изучении особенностей данной системы, построении ее бифуркационной диаграммы или других кривых, разделяющих пространство параметров на области, соответствующие качественно разным топологическим эффектам, существенно сложнее, чем для других (ранее исследованных) задач механики, являющихся частными случаями системы «шар Чаплыгина». Например, одним из таких частных случаев является хорошо известный случай Жуковского в динамике твердого тела.

Некоторые топологические свойства системы «шар Чаплыгина» были ранее исследованы А. Ю. Москвиным, который построил бифуркационную диаграмму отображения момента для этой системы. В диссертации А. И. Жила проведено более подробное исследование этого отображения момента. В частности, для всех особенностей отображения момента при различных значениях параметров системы выяснено, являются ли они невырожденными, а для невырожденных особенностей ранга 0 и 1 определен их тип.

Следующий важный результат диссертации связан с исследованием топологии изоэнергетических поверхностей системы «шар Чаплыгина», а также слоений Лиувилля на них. В частности, для всех изоэнергетических поверхностей в диссертации определен их топологический тип. Слоение Лиувилля на изоэнергетических поверхностях описано в терминах соответствующих инвариантов Фоменко (молекул) и инвариантов Фоменко-Цишанга (меченых молекул) для так называемых допустимых кривых в образе отображения момента. Из-за большого числа параметров системы не всегда можно понять, реализуется ли некоторая конкретная допустимая кривая как изоэнергетическая поверхность при каких-то значениях параметров. Тем не менее, молекулы, построенные для допустимых кривых, дают полную информацию о топологии слоения Лиувилля системы в целом. Кроме того, в диссертации выделен класс допустимых кривых, для которых с помощью компьютера подобраны значения параметров, при которых эти кривые действительно соответствуют изоэнергетическим поверхностям, а также сформулирована гипотеза о том, что этот класс содержит все кривые, реализуемые как изоэнергетические поверхности.

Таким образом, в диссертации А. И. Жила решено несколько интересных задач, связанных с топологическим анализом системы «шар Чаплыгина».

Считаю, что диссертация Жила Александры Игоревны «Топологические инварианты системы: «Шар Чаплыгина с ротором на плоскости» соответствует критериям, установленным в «Положении о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова», и рекомендую ее к защите в диссертационном совете МГУ 01.17 ФГБОУ ВО МГУ по специальности 01.01.04 - геометрия и топология (физико-математические науки).

Доктор физ.-мат. наук, профессор А. А. Ошемков

10. 07. 2020 г.

Подпись А. А. Ошемкова заверяю

Декан механико-математического

факультета МГУ имени М.В.Ломоносова,

член-корреспондент РАН А. И. Шафаревич