

УДК 524.4-54+524.3-52

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАЧАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ МАСС ЗВЕЗД И ИСТОРИИ СКОРОСТИ ЗВЕЗДООБРАЗОВАНИЯ (ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ЗВЕЗДООБРАЗОВАНИЯ) С ПОМОЩЬЮ СЕТКИ ЭВОЛЮЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ЗВЕЗДНЫХ СКОПЛЕНИЙ

© 2007 г. А. С. Гусев¹, В. И. Мякутин², Ф. Х. Сахибов^{3,4}, М. А. Смирнов²

¹Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия

²Институт астрономии, Москва, Россия

³Университет прикладных наук Гиссена—Фридберга, Фридберг, Германия

⁴Институт астрофизики, Душанбе, Таджикистан

Поступила в редакцию 10.04.2006 г.; после доработки 12.10.2006 г.

С помощью численного моделирования исследована возможность определения физических свойств молодых комплексов звездообразования путем нахождения самого глубокого минимума так называемого функционала отклонений. При этом под функционалом отклонений понимается числовая функция, которая ставит в соответствие каждой эволюционной модели звездного населения некоторое число, характеризующее отклонение наблюдаемых фотометрических величин от модельных. Для вычисления функционала отклонений использована сетка эволюционных моделей, рассчитанных в Институте астрономии РАН. Параметры начальной функции масс и возраст, которые соответствовали самому глубокому минимуму функционала отклонений, имеют высокую корреляцию с начальной функцией масс и возрастом пробной модели. Показана связь между точностью определения параметров начальной функции масс и возраста и величиной случайных ошибок цветов пробных моделей и количеством входных величин. В специальной серии численных экспериментов показана возможность использования функционала отклонений для определения величины межзвездного поглощения и доли лаймановских квантов, не участвующих в ионизации газа в комплексе звездообразования. Результаты эксперимента могут быть использованы для оценки точности определения параметров начальной функции масс и возрастов молодых комплексов звездообразования в зависимости от базы наблюдательных данных.

PACS: 97.10.Vt, 98.20.Fk, 98.35.Ac, 98.62.Ai

1. ВВЕДЕНИЕ

Определение внутренних теоретических параметров эволюционных моделей звездных скоплений на основе их наблюдаемых характеристик относится к обратным задачам, возникающим в астрофизике — в частности, к обратной задаче звездообразования. Искомыми величинами в этой задаче являются параметры начальной функции масс (НФМ) звезд скопления, возраст скопления и режим (история) звездообразования. Наблюдаемой характеристикой служит распределение энергии в звездном спектре скопления, например, интегральные показатели цвета, получаемые из многоцветной $UBVRH\alpha$ -фотометрии комплексов звездообразования (КЗО), куда вкраплены сами звездные скопления. Если известны НФМ образующих-

ся звезд и история скорости звездообразования (СЗО), а именно, скорость и режим звездообразования, то прямая задача звездообразования, т.е. определение распределения энергии в спектре звездного скопления на любой момент времени, имеет однозначное решение. Путем варьирования параметров НФМ, СЗО и возраста можно подобрать эволюционную модель звездного скопления или синтезировать звездный состав галактики, интегральные фотометрические величины которых будут наилучшим образом соответствовать наблюдаемым величинам реального КЗО или галактики. Именно такой подход был осуществлен при интерпретации наблюдаемых характеристик КЗО и галактик с помощью известных методов эволюционного популяционного синтеза и эмпирического популяционного синтеза, берущих свое начало в

середине прошлого столетия с работ Тинсли [1], Моргана [2], Вуда [3] и Фабера [4].

При обоих подходах вариации наблюдаемых фотометрических величин звездных скоплений относят, в основном, к вариациям возраста, поглощения и химического состава при фиксированной НФМ. История развития обоих подходов достаточно подробно приведена в недавних работах [5, 6]. Обратная же задача, а именно, определение НФМ, возраста, скорости и режима звездообразования по известному спектральному распределению энергии звездного скопления, сводится к поиску наименьших значений функционала отклонений наблюдаемых фотометрических величин от модельных. Под функционалом отклонений понимается числовая функция, которая ставит в соответствие каждой эволюционной модели некоторое число, характеризующее отклонение наблюдаемых фотометрических величин от модельных. Так как модельные (синтетические) фотометрические величины являются функциями искомым физических характеристик (параметры НФМ и возраст), то функционал отклонений характеризует степень близости реальных НФМ и возраста КЗО к эволюционной модели. Такая задача относится к классу некорректных задач, и полученные решения в общем случае неоднозначны [7].

Некорректность и неоднозначность связаны с тем, что задача многопараметрична. Разные сочетания внутренних физических параметров (НФМ, возраст и режим СЗО), а тем самым разные модели звездных скоплений на разных стадиях эволюции, могут иметь близкое сочетание наблюдаемых цветов. Это может привести к тому, что два мало отличающихся (внешне по цветам) друг от друга звездных скопления соответствуют далеко расположенным друг от друга минимумам функционала отклонений, т.е. совершенно разным эволюционным моделям. Поэтому при решении задачи искались не только все локальные минимумы функционала отклонений, но и вычислялась их глубина. За решение задачи принимался наиболее глубокий минимум.

Кроме того, для вычисления функционала отклонений наблюдаемые фотометрические величины (интегральные цвета) должны быть исправлены за межзвездное поглощение света звезд. Тем самым исключается проблема вырождения “возраст—поглощение”. Функционал отклонений вычисляется каждый раз для величины химического состава Z , полученной независимо из спектральных наблюдений ионизованного газа, окружающего звездное скопление в КЗО. Тем самым исключается проблема вырождения “возраст—металличность” [8].

Решение обратной задачи также требует вычисления эволюционных моделей звездных скоплений.

Основное отличие от известных методов эволюционного популяционного синтеза и метода эмпирического популяционного синтеза состоит в том, что последние ищут прямое решение задачи звездообразования: для заданных значений наклона НФМ, возраста, химического состава и величины межзвездного поглощения вычисляются модельные (синтетические) цвета. Далее путем вариации искомым физических характеристик подбираются модельные цвета, близкие по значению к наблюдаемым величинам. Варьирование производится до момента, когда сочетание варьируемых величин дает сочетание модельных цветов, близкое к наблюдаемому распределению энергии в спектре области звездообразования. Степень близости определяется принятыми критериями. За решения задачи принимаются все сочетания возраста, поглощения и химического состава, которые удовлетворяют принятым критериям. Недавно в работе [6] был впервые применен метод максимального правдоподобия для выбора наиболее вероятного решения.

Остается неисследованным вопрос о связи вариаций наблюдаемых цветов с изменениями параметров НФМ. Решение же обратной задачи звездообразования состоит в поиске наиболее глубокого локального минимума функционала отклонений. Функционал отклонений вычисляется сразу для всего диапазона изменений параметров НФМ, возрастов, режимов звездообразования при фиксированных из наблюдений величинах межзвездного поглощения и химического состава. Тем самым при решении обратной задачи не упускаются все возможные решения (все локальные минимумы функционала), учитывается связь между вариациями распределения энергии в спектре звездных скоплений и параметрами НФМ, исключаются проблемы вырождения “возраст—поглощение” и “возраст—металличность”. Отметим, что при таком подходе могут быть использованы любые эволюционные модели и комбинации наблюдаемых величин. Метод легко реализовать в случае, когда объектом изучения являются молодые КЗО с однородным химическим составом и простым составом звездного населения. Применение данного подхода к галактикам со сложным составом звездного населения требует привлечения большего числа наблюдаемых спектрфотометрических величин, отражающих многокомпонентность звездного населения. Остаются трудности, связанные с учетом неоднородности химического состава и внутреннего поглощения света в галактиках. Все это снижает достоверность оценок физических параметров, характеризующих звездообразование в галактиках.

Тем не менее, идея применения функционала отклонений для поиска решения обратной задачи звездообразования была недавно использована в

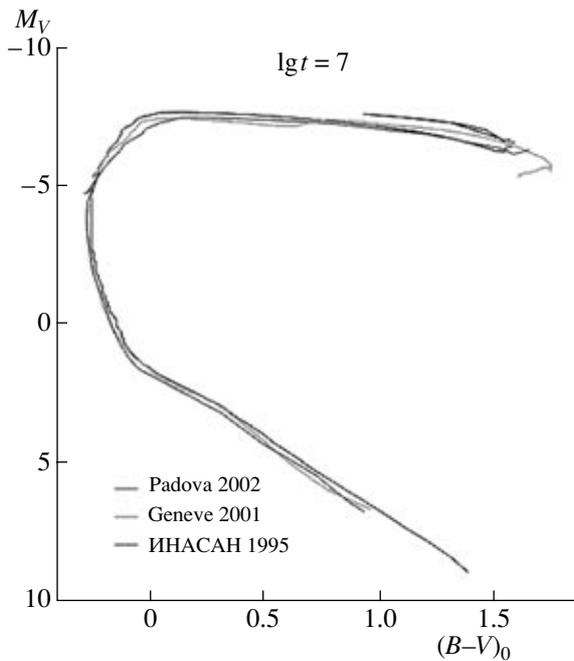


Рис. 1. Сопоставление эволюционных треков звездного скопления, использованных в ИНАСАН [12, 13], в Женеве [14] и Падуе [15].

методе спектрального синтеза [5], где синтетические спектры сопоставляются с наблюдаемыми спектрами около 50 тыс. галактик (из обзора СЛОАН) в диапазоне от 3650 до 8000 Å. Правда, сопоставление проводится для узкого спектра моделей. Используются три эволюционные последовательности, различающиеся химическим составом, но с одинаковой НФМ, которой соответствует суммарная НФМ для всех звезд галактики в целом [9]. Для того чтобы изучить, насколько точно решается обратная задача звездообразования для молодых КЗО с помощью функционала отклонений, были проведены численные эксперименты, представленные в данной работе.

В разделе 2 кратко описаны эволюционные модели, рассчитываемые в Институте астрономии РАН (ИНАСАН); в разделе 3 изложен метод проведения численного эксперимента при отсутствии случайных ошибок цветов пробных моделей; в разделе 4 показано влияние случайных ошибок интегральных цветов на точность определения параметров звездообразования; в разделе 5 проводится численное моделирование определения доли лаймановского квантов, не участвующих в ионизационных процессах; в разделе 6 проводится численное моделирование определения поглощения света путем поиска минимума функционала отклонений; в разделе 7 сравниваются величины A_V , полученные с помощью функционала отклонений с реальными измерениями, полученными из

спектральных наблюдений газа в КЗО; в разделе 8 перечислены основные выводы. Метод поиска решения обратной задачи звездообразования с помощью функционала отклонений описан в наших прежних работах [10, 11].

2. ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ЗВЕЗДНОГО НАСЕЛЕНИЯ КЗО

Моделирование решения обратной задачи звездообразования производится в данной работе с помощью эволюционной модели звездного скопления ИНАСАН, подробно описанной в [12, 13]. На рис. 1 сопоставлены эволюционные треки ИНАСАН с более поздними эволюционными моделями [14, 15].

Кратко перечислим основные характеристики модели. Звездообразование описывается функцией $b(m, t)$, выражающей число образующихся звезд N в одиночном интервале масс dm за единичный промежуток времени dt :

$$b(m, t) = \frac{d^2 N}{dm dt}.$$

Предполагая простую историю звездообразования в отдельном молодом КЗО, где ожидаются звезды только одного поколения, представим функцию звездообразования $b(m, t)$ в виде произведения функции $f(m)$, описывающей распределение рождающихся звезд по массам (или НФМ), и функции $r(t)$, выражающей интенсивность звездообразования в зависимости от момента t (функция СЗО):

$$b(m, t) = f(m) \cdot r(t).$$

Зададим для НФМ степенную форму $f \propto m^\alpha$, где масса образующихся звезд заключена в интервале $m \in (M_{\min}, aM_{\max})$ и M_{\min} , M_{\max} соответственно нижний и верхний пределы масс НФМ. При $\alpha = -2.35$ получим известную солпитеровскую НФМ [17].

Для функции СЗО $r(t)$ рассматриваем два случая.

1. Режим взрывного звездообразования (Instantaneous Burst — IB), при котором все звезды скопления рождены одновременно t лет назад. В момент $t_0 = 0$ имеем $r(t) = \delta(t_0)$.

2. Режим продолженного во времени звездообразования (Extended Burst — EB), при котором звездообразование в КЗО началось t лет назад и продолжается по настоящее время: $r(t) = \text{const}$.

Теоретический звездный состав КЗО представлялся графически, например на двухцветной диаграмме (рис. 2), или же в виде табличных функций интегральных цветов $U - B$, $B - V$, $V - R$, $\lg(N_{\text{LC}}/L_B)$ от внутренних физических параметров модели: наклона НФМ α , верхнего предела масс

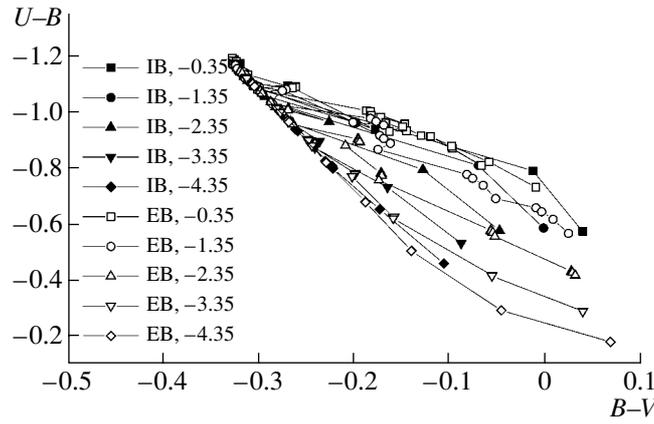


Рис. 2. Двухмерный срез сетки эволюционных моделей ИНАСАН. Шаг по наклону НФМ составляет 1.0, шаг по возрасту КЗО — 0.2 dex. Обозначения см. в тексте.

НФМ M_{\max} , возраста t КЗО, химического состава z и режима звездообразования $r(t)$:

$$\begin{aligned} U - B &= f_1(\alpha, M_{\max}, t, Z), \\ B - V &= f_2(\alpha, M_{\max}, t, Z), \\ V - R &= f_3(\alpha, M_{\max}, t, Z), \\ \lg(N_{Lc}/L_B) &= f_4(\alpha, M_{\max}, t, Z). \end{aligned} \quad (1)$$

Интервалы изменения внутренних физических параметров были следующие:

$$\alpha \in (-0.35, -4.35), \quad M_{\max} \in (30, 120)M_{\odot}, \quad (2)$$

$$t \in (1, 100) \text{ млн. лет}, \quad z \in (0.004, 0.040),$$

$$r(t) = \begin{cases} \delta(t), \\ \text{const.} \end{cases}$$

Табличные функции интегральных цветов $U - B$, $B - V$, $V - R$, $\lg(N_{Lc}/L_B)$, вычисленные с заданным шагом во всем диапазоне изменений физических характеристик α , M_{\max} , t , z , $r(t)$ представляют собой многомерную сетку эволюционных моделей звездных скоплений. Шаг по наклону НФМ составлял $h_{\alpha} = 0.05$, по верхнему пределу масс НФМ — $h_{M_{\max}} = 30 M_{\odot}$, по возрасту — 0.1 в логарифмической шкале. Для каждого известного из наблюдений химического состава Z вычисляется своя сетка эволюционных моделей. Каждый узел сетки есть модель звездного скопления с определенными параметрами НФМ, возрастом, химическим составом и режимом звездообразования.

В данной работе рассчитывались сетки, состоящие из 648 эволюционных последовательностей. Каждая последовательность содержит модели от 1 до 100 млн. лет. Режим взрывного звездообразования ограничивался возрастом моделей не более 20 млн. лет. Всего сетка состоит из 13 284 узлов (моделей) для заданного химического состава, в том числе, 5508 IB-моделей со взрывным

режимом звездообразования и 7776 EB-моделей с продолженным во времени звездообразованием. Двумерный срез сетки (с грубым шагом) приведен на рис. 2.

3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ НФМ И ВОЗРАСТА

Если химический состав КЗО известен, то для однозначного определения 4 неизвестных физических характеристик α , M_{\max} , t и $r(t)$ необходимо знать из наблюдений 4 интегральных цвета $U - B$, $B - V$, $V - R$, $\lg(N_{Lc}/L_B)$ (см. соотношения (1)). Однако наблюдаемые цвета подвержены ошибкам измерений и влиянию межзвездного поглощения света. Число квантов в лаймановском континууме вычисляется из наблюдаемых потоков в эмиссионной линии водорода $H\alpha$. Так как не все лаймановские кванты участвуют в ионизационных процессах (они также поглощаются межзвездной пылью или прямо покидают КЗО), то потоки в лаймановском континууме недооцениваются. В связи с этим были проведены эксперименты по моделированию решения обратной задачи для цветов, содержащих ошибки измерений потоков и величин межзвездного поглощения.

Суть эксперимента состоит в следующем. Строилась пробная модель звездного скопления с заранее известными нам величинами наклона НФМ α , верхнего предела масс НФМ M_{\max} , возраста t , режима звездообразования (IB или EB) и химического состава Z . Для этой модели вычислялись синтетические (входные — input) показатели цвета $(U - B)_{input}$, $(B - V)_{input}$, $(V - R)_{input}$, $\lg(N_{Lc}/L_B)_{input}$, которые затем “портились” случайными ошибками Δ_{U-B} , Δ_{B-V} , Δ_{V-R} , Δ_{N_{Lc}/L_B} , распределенными по случайному закону:

$$(U - B)_{\text{experim}} = (U - B)_{\text{input}} + \Delta_{U-B}, \quad (3)$$

Таблица 1. Результаты экспериментов по определению параметров НФМ и возраста с помощью различных комбинаций интегральных цветов

№ эксперимента	Сочетание цветов	r_α , %	σ_α	r_t , %	σ_t	$r_{M_{\max}}$, %	$\sigma_{M_{\max}}$	IB, %	EB, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$U-B, B-V, V-R, \lg(N_{Lc}/L_B)$	95	0.34	99	0.07	70	24	83	94
2	$U-B, B-V, \lg(N_{Lc}/L_B)$	92	0.44	98	0.10	63	26	80	93
3	$U-B, B-V, V-R$	94	0.35	97	0.14	61	27	61	88

$$(B - V)_{\text{experim}} = (B - V)_{\text{input}} + \Delta_{B-V},$$

$$(V - R)_{\text{experim}} = (V - R)_{\text{input}} + \Delta_{V-R},$$

$$\lg(N_{Lc}/L_B)_{\text{experim}} = \lg(N_{Lc}/L_B)_{\text{input}} + \Delta_{N_{Lc}/L_B}.$$

“Испорченные” таким образом показатели цвета сопоставлялись с сеткой эволюционных моделей путем вычисления функционала отклонений $F_{i,j,k}$ в каждом из 13 284 узлов сетки:

$$F_{i,j,k} = \sqrt{\sum_{l=1}^3 [(O - C)_l^{i,j,k}]^2}, \quad (4)$$

где

$$(O - C)_1^{i,j,k} = (U - B)_{\text{experim}} - (U - B)_{\text{table}}^{i,j,k}, \quad (5)$$

$$(O - C)_2^{i,j,k} = (B - V)_{\text{experim}} - (B - V)_{\text{table}}^{i,j,k},$$

$$(O - C)_3^{i,j,k} = (V - R)_{\text{experim}} - (V - R)_{\text{table}}^{i,j,k},$$

$$(O - C)_4^{i,j,k} = \lg(N_{Lc}/L_B)_{\text{experim}} - \lg(N_{Lc}/L_B)_{\text{table}}^{i,j,k}.$$

Индексы i, j, k означают узел, соответствующий $\alpha(i)$, $\lg(t(j))$, $M_{\max}(k)$ модельной сетки синтетических цветов. Как возможное решение рассматривался каждый узел модельной сетки, в котором величина функционала отклонений не превышала наблюдательной точности показателей цвета ($\leq 0.25^m$). Среди этих возможных решений выбирался в качестве окончательного узел (модель), которому соответствовал самый глубокий локальный минимум функционала отклонений. Параметры НФМ, возраст и режим звездообразования, характеризующие эту модель, считались решением обратной задачи звездообразования.

В табл. 1 приведены результаты первой серии экспериментов, в которой во входные цвета пробной модели случайные ошибки не вносились, т.е. в соотношениях (1) принималось $\Delta_{U-B} = \Delta_{B-V} = \Delta_{V-R} = \Delta_{N_{Lc}/L_B} = 0$.

Эксперимент был проведен для 160 заранее построенных пробных моделей, равномерно покрывающих весь диапазон изменения физических параметров (см. (2)). В том числе были построены 64 пробные IB-модели со взрывным режимом

звездообразования и 96 пробных EB-моделей с продолженным во времени звездообразованием. В первом эксперименте этой серии были использованы все 4 интегральных цвета (табл. 1, столбец 2). Часто в базе наблюдательных данных отсутствуют измерения одного из цветов или известна только нижняя оценка отношения потока в лаймановском континууме к потоку в полосе В. Поэтому дополнительно были проведены эксперименты 2 и 3 с целью определить точность решения обратной задачи с помощью 3 интегральных цветов.

Столбцы 3 и 4 табл. 1 показывают, что коэффициент корреляции между найденными и исходными значениями наклона НФМ составляет 92%–95% для разных режимов звездообразования и при разных сочетаниях входных цветов, а стандартная ошибка наклона лежит в интервале $\sigma_\alpha = 0.34$ –0.44. В работе [10] оценка точности определения наклона, полученная методом попарных сопоставлений, составила $\sigma_\alpha \approx 0.50$.

Столбцы 5 и 7 показывают соответственно коэффициенты корреляции между найденными и исходными значениями возраста t и верхнего предела масс НФМ M_{\max} . В столбцах 6 и 7 приведены стандартные точности t и M_{\max} . Можно видеть, что возраст определяется с высоким коэффициентом корреляции между исходными и полученными величинами. Стандартная точность определения логарифма возраста лежит в интервале $\sigma_{\lg t} = 0.07$ –0.14. Стандартная точность определения возраста по интегральным цветам, содержащим ошибки наблюдений, составляла $\sigma_{\lg t} = 0.29$. Верхний предел масс НФМ определяется значительно хуже. Коэффициент корреляции между исходными и полученными величинами составляет $r_{M_{\max}} = 60\%$ –70%. Стандартная точность $\sigma_{M_{\max}} \approx 25 M_\odot$. На рис. 3 приведены соотношения между найденными и исходными величинами наклона и возраста.

В столбцах 9 и 10 табл. 1 приведен процент случаев, когда режим звездообразования определен верно. Видно, что взрывной (IB) режим (столбец 9) чувствителен к присутствию во входных данных потоков в лаймановском континууме $\lg(N_{Lc}/L_B)$. Без

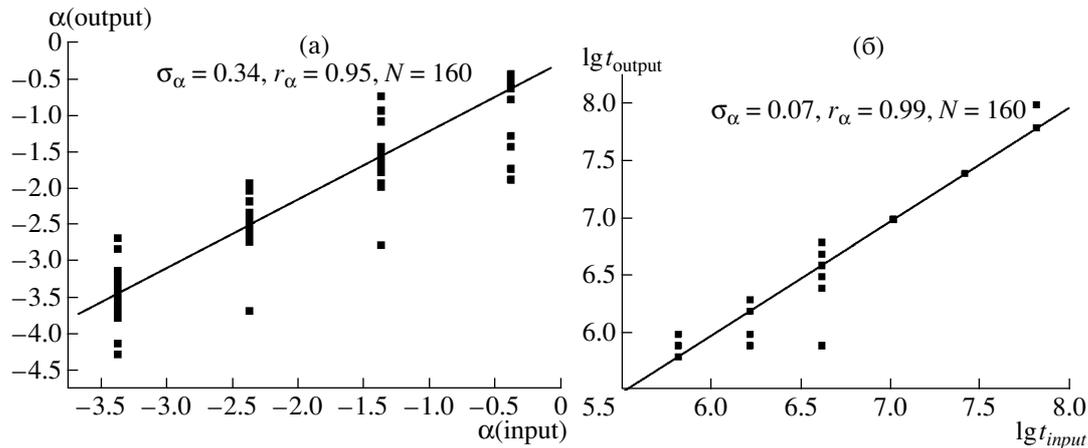


Рис. 3. Диаграммы “найденный наклон НФМ — исходный наклон НФМ” (а) и “найденный возраст КЗО — исходный возраст КЗО” (б).

этой величины процент “узнаваемости” взрывного режима падает с 83% до 61%.

4. ВЛИЯНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ОШИБОК ИНТЕГРАЛЬНЫХ ЦВЕТОВ НА ТОЧНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ НФМ И ВОЗРАСТА

В данной серии экспериментов в интегральные цвета пробных моделей вносились ошибки, распределенные по случайному закону. Проведены три эксперимента для разных величин дисперсий распределения случайной ошибки (табл. 2, столбец 11). Случайные ошибки со стандартным отклонением $\sigma_{error} = 0.05$ соответствуют формальной точности ПЗС-фотометрии 127 КЗО в галактике NGC 628, представленной в нашей работе [17]. В табл. 2 приведены результаты расчетов.

В первых трех экспериментах этой серии сравниваются точности найденных величин и корреляции между начальными и найденными величинами с разными уровнями случайных ошибок. Из табл. 2 видно, что по мере роста величин случайных ошибок показатели цвета коэффициенты корреляции между найденными и исходными величинами (для наклона НФМ и возраста) падают, стандартные отклонения растут. Оценки верхнего предела масс M_{max} даже для уровня формальных ошибок ПЗС-фотометрии остаются недостоверными. С помощью экспериментов 4 и 5 (табл. 2) получена точность решения обратной задачи с помощью 3 интегральных цветов при наличии случайных ошибок. Здесь коэффициент корреляции между найденными и исходными величинами наклона НФМ колеблется от 60% до 75%. Стандартная ошибка определения наклона НФМ остается высокой: $\sigma_\alpha \approx 0.90$. Возрасты определяются достаточно уверенно с

корреляцией между найденными и исходными величинами от 80% до 90% и стандартной ошибкой в логарифмической шкале $\sigma_{\lg t} = 0.2-0.3$. Оценки верхнего предела масс по 3 цветам, подверженным случайным ошибкам, остаются недостоверными.

5. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДОЛИ ЛАЙМАНОВСКИХ КВАНТОВ, НЕ УЧАСТВУЮЩИХ В ИОНИЗАЦИОННЫХ ПРОЦЕССАХ

Число квантов лаймановского континуума, излучаемого звездами скопления, оценивается обычно из наблюдаемого потока в бальмеровской линии водорода области НII. Однако значительная

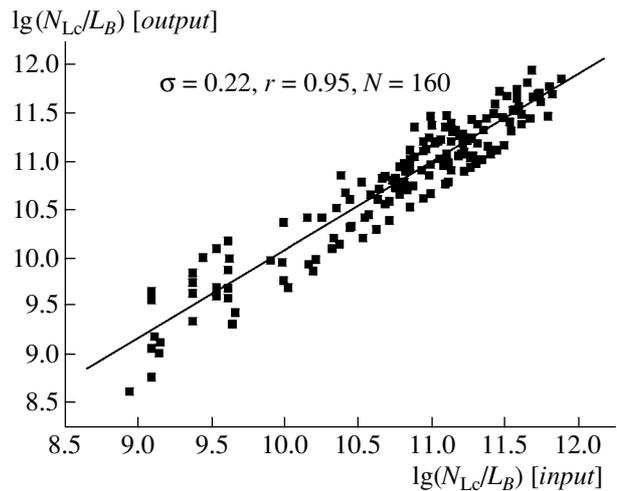


Рис. 4. Диаграмма “найденное значение лаймановского индекса — исходное значение лаймановского индекса”.

Таблица 2. Влияние случайных ошибок цветов на точность определения параметров НФМ и возраста

№ эксперимента	Сочетание цветов	r_α , %	σ_α	r_t , %	σ_t	$r_{M_{\max}}$, %	$\sigma_{M_{\max}}$	IB, %	EB, %	σ_{error}
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	$U-B, B-V, V-R, \lg(N_{Lc}/L_B)$	68	0.82	93	0.22	54	30	64	85	0.05^m
2	$U-B, B-V, V-R, \lg(N_{Lc}/L_B)$	68	0.85	92	0.24	50	31	61	79	0.10
3	$U-B, B-V, V-R, \lg(N_{Lc}/L_B)$	61	0.86	88	0.29	46	32	55	79	0.15
4	$U-B, B-V, \lg(N_{Lc}/L_B)$	40	1.02	88	0.32	10	38	62	79	0.05
5	$U-B, B-V, V-R$	66	0.84	90	0.25	14	37	42	66	0.05

Таблица 3. Результаты определения доли лаймановских квантов $1-f$, не участвующих в ионизационных процессах

№ эксперимента	Сочетание цветов	σ_{error}	σ_{1-f} , %	$r_{N_{Lc}}$, %	$\sigma_{N_{Lc}}$	r_α , %	σ_α	r_t , %	σ_t	IB, %	EB, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	$U-B, B-V, V-R, \lg(N_{Lc}/L_B)$	0.00^m	11	95	0.21	93	0.40	99	0.09	80	88
2	$U-B, B-V, V-R, \lg(N_{Lc}/L_B)$	0.05	25	95	0.22	66	0.84	92	0.24	48	77
3	$U-B, B-V, \lg(N_{Lc}/L_B)$	0.05	25	94	0.23	67	0.83	91	0.24	42	78

доля квантов лаймановского континуума не участвует в процессе ионизации газа. Поэтому оценка числа квантов, излучаемых звездами в лаймановском континууме, занижена в среднем на 30% – 50% [19, 20]. Отсутствие достоверных оценок доли квантов $1-f$ в лаймановском континууме, не участвующих в ионизации окружающего скопления газа, не допускает прямого использования величины $\lg(N_{Lc}/L_B)$ при решении обратной задачи звездообразования. Так как знание доли упущенных квантов $1-f$ в лаймановском континууме представляет самостоятельный интерес для изучения физики КЗО, то нами был смоделирован поиск этой величины с помощью функционала отклонений.

На первом шаге эксперимента, при вычислении функционала отклонений $F_{i,j,k}$ (4) для цветов пробной модели (3), величины потоков в лаймановском континууме $L_{N_{Lc}}$ были уменьшены на $1-f = 50\%$. При этом искусственно заниженном значении лаймановского потока искался минимум функционала отклонений. На втором шаге эксперимента величины потоков в лаймановском континууме $L_{N_{Lc}}$ были уменьшены на $1-f = 45\%$ и был определен минимум функционала отклонений для этого случая. Далее, уменьшая долю потерянных квантов на каждом шаге на 5%, мы определяли соответствующие минимумы функционала отклонений. За первоначальное значение искомой величины $1-f$ принималось то, которому соответствовал самый глубокий минимум функционала $F_{i,j,k}(1-f)$. При

точном решении задачи самому глубокому минимуму функционала $F_{i,j,k}(1-f)$ должно соответствовать значение $1-f = 0$. Отклонение от нуля является ошибкой определения величины $1-f$. Если оказывалось, что $1-f \neq 0$, то проводились вторая и следующие итерации в окрестностях найденной при каждой итерации величины $1-f$. Каждая следующая итерация проводилась со вдвое уменьшающимся шагом $h_{1-f}(i+1) = h_{1-f}(i)/2$. Итерации проводились до момента, когда $(1-f)_{i+1} \approx (1-f)_i$. Практически при третьей итерации процесс сходился. В табл. 3 показаны результаты этой серии экспериментов.

Из табл. 3 видно, что стандартная ошибка определения доли потерянных квантов составляет $1-f = 11\%$ (столбец 4). При наличии случайных ошибок показателей цвета ошибка возрастает до $1-f = 25\%$. При этом величины $\lg(N_{Lc}/L_B)$ восстанавливаются со стандартной ошибкой $\sigma_{\lg(N_{Lc}/L_B)} = 0.22$ (рис. 4). Коэффициент корреляции между найденными и модельными величинами $r_{\lg(N_{Lc}/L_B)} = 95\%$.

6. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОГЛОЩЕНИЯ СВЕТА С ПОМОЩЬЮ СЕТКИ ЭВОЛЮЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

Если цвета наших пробных моделей, описанные соотношениями (3), “испортить” случайным значением величины межзвездного поглощения света

Таблица 4. Результаты определения величины межзвездного поглощения света

№ эксперимента	Сочетание цветов	σ_{error}	$r_{A_V}, \%$	σ_{A_V}	$r_{\alpha}, \%$	σ_{α}	$r_t, \%$	σ_t	IB, %	EB, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	$U-B, B-V, V-R, \lg(N_{Lc}/L_B)$	0.00 ^m	99	0.12 ^m	76	0.69	88	0.27	47	82
2	$U-B, B-V, V-R, \lg(N_{Lc}/L_B)$	0.05	98	0.20	72	0.70	80	0.33	61	79
3	$U-B, B-V, V-R$	0.05	98	0.22	68	0.80	78	0.30	36	74

$A_V(input)$, то мы получим

$$\begin{aligned}
 (U - B)_{experim} &= (U - B)_{input} + \Delta_{U-B} + E_{U-B}(input), \\
 (B - V)_{experim} &= (B - V)_{input} + \Delta_{B-V} + E_{B-V}(input), \\
 (V - R)_{experim} &= (V - R)_{input} + \Delta_{V-R} + E_{V-R}(input), \\
 \lg(N_{Lc}/L_B)_{experim} &= \lg(N_{Lc}/L_B)_{input} + \Delta_{N_{Lc}/L_B} + 0.4 \cdot E_{H_{\alpha}-B}(input),
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

где величины избытков цвета $E_{U-B}(input)$, $E_{B-V}(input)$, $E_{V-R}(input)$, $E_{H_{\alpha}-B}(input)$ задаются случайной величиной $A_V(input)$ межзвездного поглощения света в V по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
 E_{U-B}(input) &= A_U(input) - A_B(input) = (E_U - E_B) \cdot A_V(input), \\
 E_{B-V}(input) &= A_B(input) - A_V(input) = (E_B - E_V) \cdot A_V(input), \\
 E_{V-R}(input) &= A_V(input) - A_R(input) = (E_V - E_R) \cdot A_V(input), \\
 E_{H_{\alpha}-B}(input) &= A_{H_{\alpha}}(input) - A_B(input) = (E_{H_{\alpha}} - E_B) \cdot A_V(input).
 \end{aligned}$$

Здесь величины $E_U, E_B, E_V, E_R, E_{H_{\alpha}}$ есть коэффициенты селективного поглощения света для полос U, B, V, R и длины волны эмиссионной линии H_{α} соответственно.

В соотношениях (6) истинные цвета пробных моделей “портились” не только случайными величинами межзвездного поглощения, но подвергались также действию случайных ошибок $\Delta_{U-B}, \Delta_{B-V}, \Delta_{V-R}, \Delta_{N_{Lc}/L_B}$.

С помощью программы “Генератор случайных чисел” вычислялись случайные величины $A_V(input)$, распределение которых описывается нормальным законом с центральным значением 2.5 и дисперсией 1.05 (рис. 5а). Параметры нормального распределения случайных величин подбирались таким образом, чтобы охватить наблюдаемый

диапазон изменения величины межзвездного поглощения A_V . Здесь использовано эмпирическое соотношение между величиной поглощения в линиях газа и в звездном континууме, полученное нами в работе [20].

Целью эксперимента является с помощью функционала отклонений найти такое значение $A_V(output)$, которое в идеальном случае равнялось бы величине $A_V(input)$, т.е. восстановить истинные цвета нашей пробной модели.

Так как величина $A_V(output)$ заранее неизвестна, то процедура решения начинала подбор с нулевого значения $A_V(output) = 0$ и с шагом $h_{A_V} = +0.1$ продолжала искать минимумы функционала отклонений $F_{i,j,k}$ для всех промежуточных величин $A_V(output)$ до $A_V(output) = 5.5$. За первоначальное значение искомой величины поглощения принималось то, которому соответствовало минимальное значение функционала $F_{i,j,k}(A_V(output))$. Затем проводились вторая, третья и следующие итерации в окрестностях найденной при каждой итерации величины $A_V(output)$, которой соответствовал самый глубокий минимум функционала отклонений (4). Каждая следующая итерация проводилась со вдвое уменьшающимся шагом $h_{A_V}(i + 1) = h_{A_V}(i)/2$. Итерации проводились до момента, когда $A_V(output)^{i+1} \approx A_V(output)^i$. Практически при третьей итерации процесс сходил.

В табл. 4 приведены результаты этой серии экспериментов.

Первый эксперимент (с нулевыми случайными ошибками цветов) показывает высокую корреляцию ($r_{A_V} = 99\%$; табл. 4, столбец 4) между заданными на входе эксперимента и найденными величинами поглощения. Стандартное отклонение найденных величин поглощения (табл. 4, столбец 5) составило $\sigma_{A_V} = 0.12^m$, что соответствует стандартной точности восстановленных цветов от 0.01^m до 0.03^m. Таким образом, определение поглощения для КЗО с помощью сетки моделей ИНАСАН дает вполне удовлетворительный результат. На рис. 5б найденные величины $A_V(output)$ сопоставляются с начальными величинами $A_V(input)$.

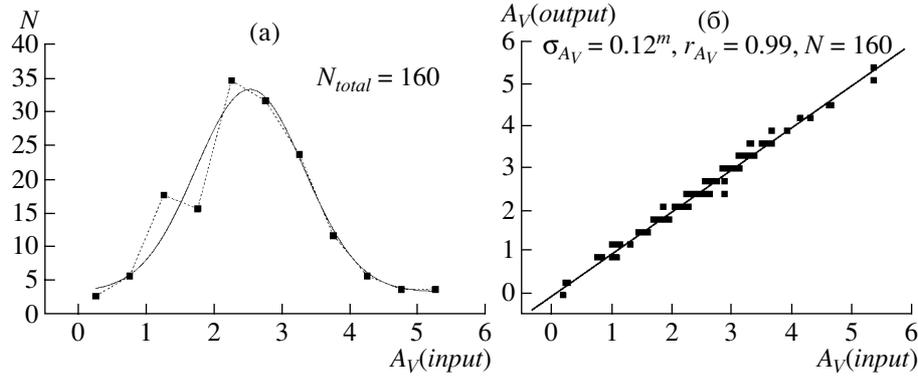


Рис. 5. Распределение входных величин межзвездного поглощения $A_V(input)$ (а) и соотношение между входными ($A_V(input)$) и найденными ($A_V(output)$) величинами межзвездного поглощения.

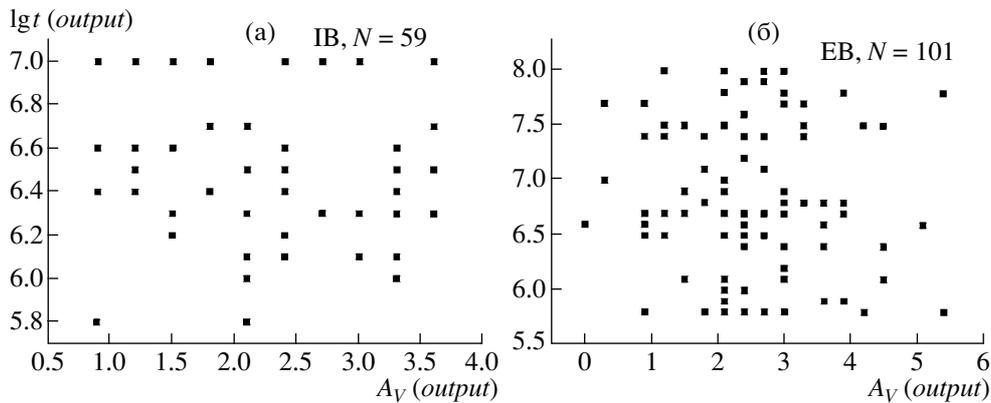


Рис. 6. Диаграмма “возраст — поглощение” для взрывного (IB) режима звездообразования (а) и продолженного во времени (EB) режима звездообразования (б).

Однако реальные цвета подвержены не только воздействию межзвездного поглощения света, но содержат также ошибки наблюдений. Мы повторили численный эксперимент по определению поглощения, вводя в начальные цвета случайные ошибки, соответствующие формальной точности измерений интегральных цветов с помощью многоцветной ПЗС-фотометрии [17]. Здесь корреляция между найденными и входными величинами поглощения по-прежнему остается высокой (98%), хотя стандартная ошибка увеличивается до $\sigma_{A_V} = 0.20^m$. В третьем эксперименте этой серии использовались три показателя, подверженные случайным ошибкам. Результаты практически не изменились.

На рис. 6 видно отсутствие корреляции между найденными величинами межзвездного поглощения $A_V(output)$ и величинами возраста t_{output} . Таким образом, при одновременном определении этих величин с помощью функционала отклонений эффект вырождения “возраст—поглощение” не проявляется.

При этом получаются удовлетворительные оценки возрастов со стандартной ошибкой в логарифмической шкале $\sigma_{\lg t} = 0.22-0.23$. Если во входные цвета ввести случайные ошибки, то стандартная ошибка возраста возрастает до $\sigma_{\lg t} \approx 0.30$. Примерно такая же величина $\sigma_{\lg t} = 0.29$ была получена при оценке точности определения возрастов с помощью попарных сопоставлений оценок возрастов, полученных по наблюдаемым цветам реальных КЗО [10].

Наклон НФМ определяется, при отсутствии независимых измерений межзвездного поглощения, с ошибкой $\sigma_\alpha = 0.6-0.8$ при коэффициенте корреляции между входными и найденными величинами $r_\alpha = 60\%-70\%$.

На рис. 7 показано, насколько отклоняется искомые величины верхнего предела масс, наклона НФМ и возраста от истинных, если истинные входные цвета не исправлять за межзвездное поглощение Δ_{A_V} . Влияние случайных ошибок здесь отсутствует. Заметим, что $\Delta_{A_V} = \pm 0.30^m$ в континуу-

ме соответствует $\Delta_{A_V}^{Balmer} = \pm 0.48^m$ поглощению в эмиссионных линиях водорода.

Из рис. 7 можно видеть, что недоучет поглощения (слишком красные цвета) ведет не только к завышению возраста, но и влияет на параметры НФМ: наклон НФМ систематически занижается, а верхний предел масс завышается. Здесь введены следующие обозначения:

$$\Delta M = M_{output} - M_{input}, \quad \Delta \alpha = \alpha_{output} - \alpha_{input},$$

$$\Delta(\lg t) = \lg t_{output} - \lg t_{input}.$$

Рис. 7 показывает, что нельзя относить все вариации цветов за счет изменения только возраста и поглощения. Это ведет к ошибочному определению как возраста, так и поглощения.

Точность определения поглощения не зависит от величины самого поглощения, что и видно из рис. 8.

7. СРАВНЕНИЕ С НАБЛЮДЕНИЯМИ

Применим данный метод определения поглощения к реальным объектам, для которых имеются измерения 3 цветов и бальмеровских поглощений. Возьмем выборку спектрофотометрических наблюдений Мак-Колла и др. [21] 99 областей НII в 20 галактиках. Для этих объектов в работе [21] приведены оценки поглощений света в бальмеровской линии водорода $A_V(Balmer)$. Для свыше чем 40 объектов, распределенных в 12 галактиках, из этой выборки нами найдены в работе [22] данные наблюдений по крайней мере 3 показателей цвета. Сопоставив наблюдаемые величины цветов с сеткой эволюционных моделей, мы получаем оценки величин межзвездного поглощения света от звезд скопления, входящих в эти области НII. Сравнение полученных величин “звездного” поглощения с наблюдаемым поглощением света в газе приведено на рис. 9.

Невысокий коэффициент корреляции на графике рис. 9 объясняется тем, что цвета объектов в работе [21] не были получены непосредственно в стандартной фотометрической системе Джонсона [23], в которой были вычислены модельные цвета. Среднеполосные спектрофотометрические наблюдения в континууме областей НII, полученные в работе [21], были переведены нами в стандартные цвета Джонсона с помощью формул линейной интерполяции логарифмов монохроматической яркости [22]. Ошибки перевода цветов из фотометрической системы Мак-Колла и др. [21] в фотометрическую систему Джонсона [23] дают стандартную точность для показателей цвета $\sigma_{U-B} = 0.11^m$, $\sigma_{B-V} = 0.22^m$. Стандартная ошибка показателя цвета $V-R$, взятого из других работ, составляла $\sigma_{V-R} \leq 0.15^m$. При такой точности исходных данных, стандартная точность

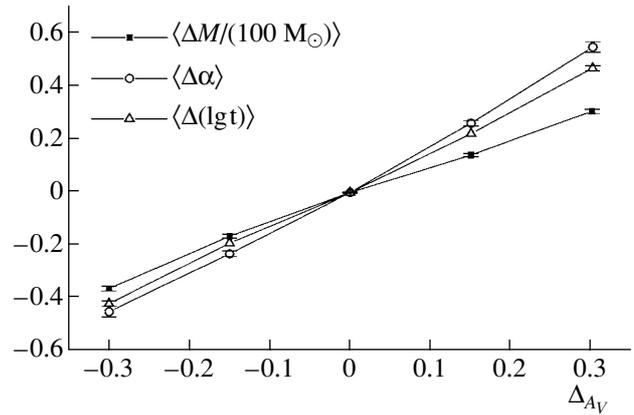


Рис. 7. Средние отклонения параметров НФМ и возраста в зависимости от величины ошибки определения межзвездного поглощения Δ_{A_V} .

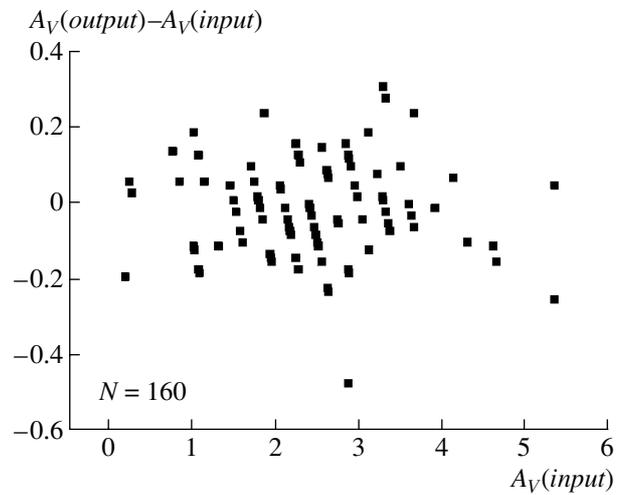


Рис. 8. Диаграмма “заданная величина межзвездного поглощения — точность определения поглощения”.

найденных величин поглощений составляет $\sigma_{A_V} = 0.4^m$.

Второй источник, понижающий корреляцию, состоит в том, что соотношение между поглощением в бальмеровской линии водорода и поглощением в звездном континууме зависит от индивидуальных свойств области НII. Однако общий вид зависимости на рис. 9 между “звездным” и газовым поглощениями согласуется в пределах точности с полученным другим методом [20] соотношением в трех галактиках:

$$A_V(stars) = (0.17 \pm 0.02) +$$

$$+ (0.62 \pm 0.12) \cdot A_V(Balmer).$$

Подобное соотношение между “звездным” и газовым соотношением получено также для галактик в целом в недавней работе [5].

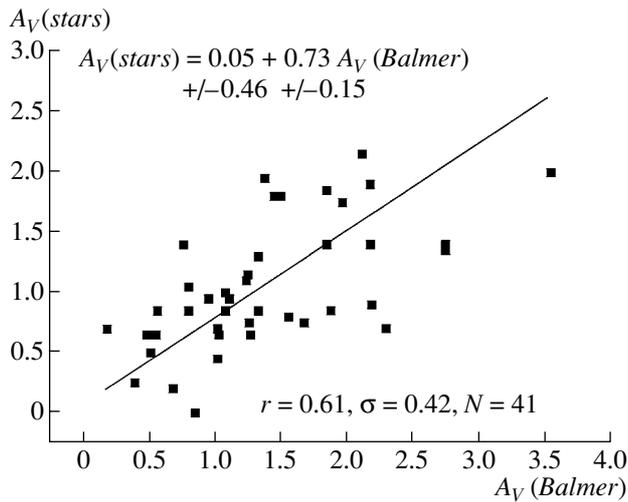


Рис. 9. Соотношение между “звездным” поглощением, определенным из сопоставления цветов с сеткой эволюционных моделей, и газовым поглощением, определенным из спектрофотометрии областей III.

8. ВЫВОДЫ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ЗВЕЗДООБРАЗОВАНИЯ

Численное моделирование определения физических параметров, характеризующих звездообразование с помощью функционала отклонений, построенного на основе наблюдаемых показателей цвета, показало, что наиболее глубокий минимум функционала с удовлетворительной точностью соответствует истинным значениям искомого параметров НФМ, возраста и режима звездообразования. Показана зависимость точности определения НФМ, возраста и режима звездообразования от величины случайных ошибок, количества и сочетания входных (наблюдаемых) интегральных цветов. С помощью специальных численных экспериментов (раздел 5) показана возможность определения доли лаймановских квантов, не участвующих в ионизации водорода, и, тем самым, определения истинного потока в лаймановском континууме на основе наблюдаемых потоков в балмеровских линиях водорода. Большое практическое значение имеют результаты последней серии экспериментов (раздел 6), когда пробные цвета “портились” случайной величиной межзвездного поглощения, а функционал отклонений вычислялся не только для всей области изменения физических параметров (всего пространства), но и для широкого диапазона изменения величины межзвездного поглощения. При этом наиболее глубокий минимум функционала соответствовал случайной величине межзвездного поглощения, за которую были “испорчены” цвета пробной модели. Был исследован известный эффект вырождения “возраст—поглощение”,

который в данном подходе не проявился. Проверка метода на реальных объектах (раздел 7), для которых величина поглощения света известна из независимых спектральных наблюдений, показала удовлетворительную точность определения величины A_V , соответствующую точности измеренных цветов КЗО.

Обобщая результаты численных экспериментов нужно особо отметить, что метод хорошо определяет возрасты КЗО по сравнению с параметрами НФМ. Достоверные оценки верхнего предела НФМ получаются почти при идеальном банке наблюдательных данных: четырех интегральных цветов, исправленных за межзвездное поглощение. Плохая чувствительность метода к верхнему пределу масс НФМ объясняется, скорее всего, шагом сетки, составляющим $30 M_{\odot}$. Использование дополнительных ограничений, следующих из наблюдений, например эмпирической связи между возрастом и размером КЗО [19, 22, 24], повышает точность определения параметров НФМ. Моделирование определения минимума функционала отклонений при наличии наблюдательных ограничений будет проведено в отдельной работе.

При завершении текста данной статьи скоротечно скончался Михаил Александрович Смирнов, который впервые в середине 80-х годов прошлого столетия предложил использовать методы вариационного исчисления при решении обратных задач астрофизики. Без его энциклопедических знаний и глубокой физической интуиции невозможно представить появление, развитие и применение метода, описанного в данной работе. Мы глубоко скорбим по невосполнимой потере нашего коллеги и друга.

Авторы благодарят А.Э. Пискунова (ИНАСАН) за обсуждение эволюционных моделей звездных скоплений. Работа частично выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 04-02-16518, 05-02-16454, 06-02-16379 и 06-02-16857). Один из авторов (Ф.Х. Сахибов) благодарит фирму Альди ГмбХ (ALDI Einkauf GmbH, Германия) за финансовую поддержку.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. B. M. Tinsley, *Astrophys. J.* **151**, 547 (1968).
2. W. W. Morgan, *Publ. Astron. Soc. Pacif.* **68**, 509 (1956).
3. D. B. Wood, *Astrophys. J.* **145**, 36 (1966).
4. S. M. Faber, *Astron. and Astrophys.* **20**, 361 (1972).
5. R. Cid Fernandes, A. Mateus, L. Sodre, Jr., *et al.*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **358**, 363 (2005).
6. R. Cid Fernandes, L. Sodre, H. Schmitt, and J. Leao, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **325**, 60 (2005).

7. А. В. Гончарский, А. М. Черепашук, А. Г. Ягола, *Численные методы решения обратных задач астрофизики* (М.: Наука, 1978).
8. A. Bressan, C. Chiosi, and R. Tantalò, *Astron. and Astrophys.* **311**, 425 (1996).
9. G. Bruzual and S. Charlot, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **344**, 1000 (2003).
10. F. Sakhibov and M. A. Smirnov, *Astron. and Astrophys.* **354**, 802 (2000).
11. Ф. Х. Сахибов, М. А. Смирнов, *Астрон. журн.* **78**, 3 (2001).
12. А. Э. Пискунов, В. И. Мякутин, *Астрон. журн.* **73**, 520 (1996).
13. В. И. Мякутин, *Астрон. циркуляр* **1553**, 15 (1992).
14. Th. Lejeune and D. Schaerer, *Astron. and Astrophys.* **366**, 538 (2001).
15. L. Girardi, G. Bertelli, A. Bressan, *et al.*, *Astron. and Astrophys.* **391**, 195 (2002).
16. E. E. Salpeter *Astrophys. J.* **121**, 161 (1955).
17. В. В. Бруевич, А. С. Гусев, О. В. Ежкова и др., *Астрон. журн.* (2007, в печати).
18. M. Rozas, A. Zurita, and J. E. Beckman, *Astron. and Astrophys.* **354**, 823 (2000).
19. Ф. Х. Сахибов, М. А. Смирнов, *Астрон. журн.* **81**, 998 (2004).
20. Ф. Х. Сахибов, М. А. Смирнов, *Астрон. журн.* **72**, 318 (1995).
21. M. L. McCall, P. M. Rybski, and G. A. Shields, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **57**, 1 (1985).
22. Ф. Х. Сахибов, М. А. Смирнов, *Астрон. журн.* **76**, 419 (1999).
23. H. L. Johnson, *Ann. Rev. Astron. and Astrophys.* **4**, 193 (1966).
24. Yi. N. Efremov and B. Elmegreen, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **299**, 588 (1998).

NUMERICAL SIMULATIONS OF THE INITIAL STELLAR MASS FUNCTION AND STAR-FORMATION HISTORY (THE INVERSE STAR-FORMATION PROBLEM) USING A GRID OF EVOLUTIONARY MODELS FOR STAR CLUSTERS

A. S. Gusev, V. I. Myakutin, F. K. Sakhibov, and M. A. Smirnov

Numerical simulations are used to investigate the possibility of determining the physical properties of young star-forming complexes by finding the global minimum of the so-called deviation function, which assigns each evolutionary model for a stellar population a number characterizing the deviation of the observed photometric properties from their model values. The deviation function is calculated using a grid of evolutionary models computed at the Institute of Astronomy of the Russian Academy of Sciences. The parameters of the initial mass function and the age corresponding to the global minimum of the deviation function are strongly correlated with the initial mass function and the age of the test model. The accuracy of the parameters of the initial mass function and the age are related to the random errors of the colors of the test models and the number of input parameters. A special series of numerical simulations is used to demonstrate the possibility of using the deviation function to determine the interstellar extinction and the fraction of Lyman photons that do not contribute to the ionization of the gas in a star-forming complex. The simulation results can be used to assess the accuracy of the parameters of the initial mass function and ages of young star-forming complexes as a function of the observational data available.